

# بررسی آزمایشگاهی تأثیر خصوصیات ذره، دیواره و سیال بر ضریب ارتجاعی

محمد رستمی<sup>i</sup>؛ عبدالله اردشیر<sup>ii</sup>؛ گودرز احمدی<sup>iii</sup>؛ پیتر جورج توماس<sup>iv</sup>

## چکیده

در این تحقیق، ضریب ارتجاعی (e) به عنوان تابعی از سرعت برخورد ذرات پلاستیکی و فولادی به دیواره پلکسی گلاس در هوا و آب اندازه گیری شده است. نتایج به دست آمده در هوا بیانگر روند کاهشی ضریب ارتجاعی با افزایش سرعت برخورد می باشد. بررسی ها نشان می دهد عواملی همچون سرعت برخورد، مدول الاستیسیته یانگ و ضریب پواسون در برگشت پذیری ذرات نقش بسزایی دارند. به طوری که در سرعت های بالا، انرژی زیادی در نتیجه انتشار امواج و تغییر شکل الاستیک اتلاف می شود و به موجب آن، ضریب ارتجاعی کاهش می یابد. در مقابل، نتایج به دست آمده در آب بیانگر روند افزایشی ضریب ارتجاعی با افزایش سرعت برخورد است؛ به عبارت دیگر، ذراتی که اینرسی بیشتری دارند می توانند در مرحله برگشت بر مقاومت سیال غلبه و ضریب ارتجاعی بیشتری را تجربه کنند. همچنین نتایج به دست آمده در آب نشان می دهد ذرات در برخورد به دیواره، زمانی قادر به برگشت و ادامه مسیر هستند که سرعت برخورد آنها از یک مقدار بحرانی بیشتر باشد. با افزایش سرعت برخورد تا محدوده سرعت حد، ضریب ارتجاعی هر یک از ذرات به طور یکنواخت افزایش می یابد. در نهایت، اگر ذرات در برخورد به دیواره برگشت پذیری های متوالی را تجربه کنند، ضریب 'e' از اولین برخورد تا زمانی که ذره کاملاً متوقف شود، روند افزایشی و کاهشی را به ترتیب در هوا و آب طی می کند.

## کلمات کلیدی

ضریب ارتجاعی، مدول الاستیسیته یانگ، ضریب پواسون، سرعت برخورد بحرانی، سرعت حد

## *The Effect of Particle, Wall and Fluid Properties on Coefficient of Restitution: Experimental Work*

M. Rostami; A. Ardeshir; G. Ahmadi ; P.J. Thomas

### ABSTRACT

In this study, we measured experimentally the coefficient of restitution as a function of impact velocity for metal and plastic spheres impacting Plexiglas plate. The results obtained in the air show that the coefficient of restitution decreases when impact velocity increases. In other word, impact velocity and the material properties such as Young's modulus and Poisson's ratio of the particle and the plate significantly affect the particle rebound trajectories in the air. Thus, these parameters profoundly affected the propagation of elastic waves, elastic surface deformation and the effective coefficients of restitution. Conversely, the

<sup>i</sup> دانشجوی دکتری عمران آب، دانشگاه صنعتی امیرکبیر: M\_Rostami@aku.ac.ir

<sup>ii</sup> استادیار دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست دانشگاه صنعتی امیرکبیر: Ardeshir53@yahoo.com

<sup>iii</sup> پروفیسور دانشکده مکانیک و هوانوردی دانشگاه Clarkson آمریکا: Ahmadi@clarkson.edu

<sup>iv</sup> استاد دانشکده مهندسی دانشگاه Warwick انگلستان: Eddy.Decay@eng.warwick.ac.uk

results obtained in water show that the restitution coefficient increases when impact velocity increases. For impact velocity larger than a critical value, the particles show a reverse motion of bouncing and "e" increases monotonically with their impact velocity and reaches a constant value at their terminal velocity. The results also show that as the particles experience successive rebounds, the coefficient of restitution from the first to the final impact systematically increases in the air and decreases in the water.

### KEYWORDS

Coefficient of restitution, Young's modulus, Poisson's ratio, Critical impact velocity, Terminal velocity

ویسکوالاستیکی مواد [۶]، [۷] می‌توانند در برگشت پذیری غیر الاستیک نقش ایفا کند. براساس مطالعات [۸]، تغییر شکل پلاستیک در برخورد ذرات به سطوح شیشه ای و فلز تنگستن به ترتیب در سرعت‌های بیش از ۴/۵ و ۶ متر بر ثانیه به وجود می‌آید. مطالعه [۹] نشان می‌دهد که کمتر از ۰/۰۰۵ درصد از انرژی اولیه در نتیجه امواج خمشی اتلاف می‌شود. Hunter برآوردی از میزان اتلاف انرژی به وسیله انتشار امواج الاستیک در برخورد ذرات به سطوح را ارائه کرد [۲]. سپس Reed اصلاحیه ای برای بهبود تئوری Hunter معرفی کرد. در این ارزیابی مجدد، میزان اتلاف انرژی در نتیجه انتشار امواج الاستیک تقریباً ۴/۵ برابر میزان برآورد شده با تحلیل Hunter تعیین شده است. بر اساس تئوری Reed، میزان اتلاف انرژی ( $\lambda$ ) از رابطه زیر به دست می‌آید [۱]:

$$\lambda = 7/267 \frac{\theta}{\rho_1 C_0^3} (1 + v_1) \left( \frac{1 - v_1^2}{1 - 2v_1} \right)^{0/5} \rho_2^{-0/2} K^{1/2} U^{0/6} \quad (4)$$

که  $\theta$  به صورت رابطه انتگرالی زیر تعریف شده است:

$$\theta = \int_0^{\infty} \frac{\xi(\xi^2 - 1)^{0/5} d\xi}{F_0(\xi)}$$

$$F_0(\xi) = (2\xi^2 - \gamma^2)^2 - 4\xi^2[(\xi^2 - 1)(\xi^2 - \gamma^2)]^{1/2}$$

$$\gamma = [2(1 - v_1)/(1 - 2v_1)]^{0/5}$$

$$C_0 = (E_1 / \rho_1)^{0/5}$$

در نهایت، ضریب ارتجاعی ( $e$ ) با حذف اتلاف انرژی ناشی از انتشار امواج الاستیک از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$e = (1 - \lambda)^{0/5} \quad (5)$$

همان‌طور که ملاحظه شد مطالعات زیادی درخصوص تأثیر مشخصات فیزیکی اجسام برخورد کننده بر ضریب ارتجاعی صورت گرفته است و برعکس، مطالعات کمتری بر تأثیر سیال در فرآیند برخورد جامد به جامد وجود دارد. Barnocky و Davis با رها سازی ذرات جامد چند میلی‌متری از ارتفاع‌های مختلف به طرف یک سطح صاف از جنس کوارتز، که با یک لایه سیال به ضخامت ۰/۱ میلی‌متر پوشانده شده بود، مقدار حداقل ارتفاع لازم را برای رها سازی ذره؛ که به موجب آن ذره در

### ۱- مقدمه

برخورد ذرات به سطوح و یا به یکدیگر نقش بسیار مهمی را در صنعت و فرآیندهای طبیعی همچون فیلتراسیون و فرسایش، بخصوص زمانی که برگشت پذیری صورت می‌گیرد، ایفا می‌کند. فیزیک برخورد اجسام حداقل از زمان نیوتن مطالعه شده است. در آن زمان، بیشترین علاقه به بررسی برخورد طولی سیلندرها به یکدیگر مربوط بود [۱]. ذکر این نکته لازم است که هم‌زمان با آن، مطالعاتی در خصوص برخورد ذرات به یکدیگر نیز صورت گرفت. تحلیل‌های اولیه Hertz در مورد برخورد و برگشت پذیری‌های متوالی ذرات کاملاً الاستیک در خلأ نشان داد که انرژی جنبشی موجود در ذره به انرژی کرنش الاستیک تبدیل می‌شود. به طوری که در مجاورت نقطه تماس تغییر شکلی به وجود می‌آید و سپس در مرحله برگشت پذیری، این تغییر شکل به حالت اول برمی‌گردد. مطابق این تئوری، نیروی وارده از طرف ذره به سطح در نقطه تماس از رابطه زیر به دست می‌آید [۲]:

$$F = K\delta^{1/5} R^{0/5} \quad (1)$$

که  $\delta$  فاصله نزدیکی مرکز دو جسم یا تغییر شکل سطح در زمان تماس،  $R$  شعاع ذره و  $K$  عبارت است از:

$$K = \frac{4}{3} \left( \frac{1 - v_1^2}{E_1} + \frac{1 - v_2^2}{E_2} \right)^{-1} \quad (2)$$

که  $v$  نسبت پواسون،  $E$  مدول الاستیسیته یانگ و زیرنویس ۱ و ۲ به ترتیب به سطح برخورد و ذره مربوط است. حداکثر فشردگی یا تغییر شکل الاستیک از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\delta_{\max} = \left( \frac{5}{4} K^{-1} M U^2 R^{-0/5} \right)^{0/2} \quad (3)$$

که  $M$  جرم ذره و  $U$  سرعت برخورد ذره به دیواره است. پس از تئوری برخورد الاستیک، مطالعات زیادی در خصوص تلفات انرژی ناشی از برگشت پذیری غیر الاستیک صورت گرفته است. نتایج این مطالعات نشان می‌دهد که عواملی همچون انتشار امواج [۱]، [۲]، [۳]، تغییر شکل پلاستیک [۴] و یا

برخورد به دیواره برگشت کند را به دست آوردند [۱۰].  
 Lundberg و Shen وابستگی ضریب ارتجاعی به لزجت را در  
 برخورد یک غلطک به گلوله های ثابت از جنس نایلون و فولاد با  
 قطرهای مختلف؛ که سطح آنها با یک لایه نازک روغن به  
 ضخامت حدود ۰/۱ میلی متر پوشانده شده بود، بررسی کردند.  
 نتایج نشان داد که در محدوده عدد استوکس بین ۶ تا ۲۰۰۰،  
 ضریب ارتجاعی با افزایش لزجت سیال کاهش می یابد [۱۱].  
 Kantak و Davis با رها سازی ذرات جامد پلاستیکی و فولادی  
 از ارتفاع های مختلف به طرف یک سطح زاویه دار از جنس  
 کوارتز؛ که با یک لایه نازک روغن پوشانده شده بود،  
 مقادیر سرعت بحرانی برخورد ذره به دیواره را؛ که کمتر از آن  
 برگشت پذیری صورت نمی گیرد به دست آوردند [۱۲].  
 Gondret و همکاران با انجام مطالعه آزمایشگاهی، برگشت پذیری ذرات  
 کروی جامد را در نتیجه برخورد با یک صفحه شیشه ای در  
 سیال لزج بررسی و تغییرات ضریب ارتجاعی و عدد استوکس  
 را با هم مقایسه کردند. نتایج آنها نشان می دهد که ضریب  
 برگشت پذیری برای اعداد استوکس کمتر از عدد بحرانی ( $St_c$ )  
 صفر می باشد و با افزایش عدد استوکس، ضریب ارتجاعی به  
 صورت یکنواخت افزایش می یابد [۱۳]. نکته قابل تأمل در مطالعه  
 مذکور این است که تنها نتیجه ضریب ارتجاعی مربوط به  
 حرکت یک ذره فولادی با قطر نامشخص و در یک سیال لزج  
 نامشخص ارائه شده است که اظهار نظر مشخصی از رفتار  
 سیال، جنس دیواره و ذرات بر تغییرات ضریب ارتجاعی  
 صورت نگرفته است. بنابراین، در تحقیق حاضر به منظور  
 بررسی تأثیر خصوصیات ذرات، دیواره و سیال بر ضریب  
 ارتجاعی ابتدا به صورت آزمایشگاهی و با استفاده از یک  
 دوربین سرعت بالا، مسیر حرکت ذرات مختلف به سمت دیواره  
 پلکسی گلاس در هوا عکسبرداری شده است؛ سپس با استفاده  
 از روابط موجود، ضریب ارتجاعی حاصل از برخورد ذرات به  
 دیواره اندازه گیری و به عنوان تابعی از سرعت برخورد ذره به  
 دیواره ارائه شده است. اختلاف موجود بین مقادیر ضریب  
 ارتجاعی ذرات مختلف با یکدیگر، با استفاده از عامل انتشار  
 امواج (تئوری Reed) و عامل تغییر شکل الاستیک بررسی شده  
 است. به طور مشابه آزمایش هایی در خصوص برخورد ذرات  
 مورد آزمایش به سطح پلکسی گلاس در آب صورت گرفته  
 است. در این مرحله با اندازه گیری سرعت قبل و پس از برخورد  
 ذره به دیواره و بر اساس روابط موجود، ضریب ارتجاعی  
 محاسبه و به عنوان تابعی از سرعت برخورد بررسی شده  
 است. در این مقاله، نتایج ضریب ارتجاعی به دست آمده در آب  
 با نتایج مراجع [۱۲]، [۱۴] و همچنین نتایج آزمایش های صورت  
 گرفته در هوا مقایسه و تأثیر خصوصیات ذرات، دیواره و

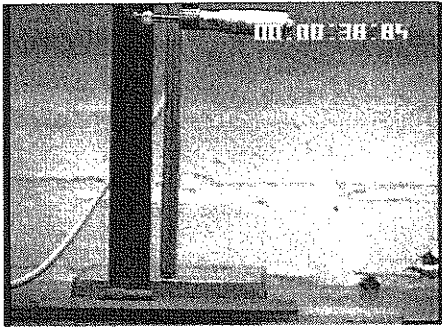
سیال بر ایجاد روند تغییرات ضریب ارتجاعی بررسی شده  
 است.

## ۲- تجهیزات آزمایشگاهی

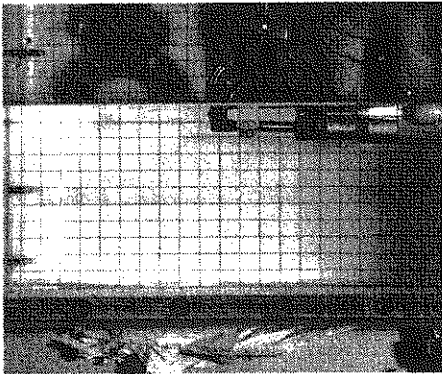
در جدول (۱) خواص ذرات کروی مورد استفاده در این  
 تحقیق ارائه شده است. به منظور بررسی تأثیر سیال بر ضریب  
 ارتجاعی، آزمایش ها در هوا و آب به ترتیب با چگالی ۱/۲ و  
 ۱۰۰۰ کیلوگرم بر مکعب و لزجت  $1/85 \times 10^{-5}$  و  $1/056 \times 10^{-3}$   
 پاسکال- ثانیه انجام شد. برای انجام آزمایش از یک مخزن  
 مستطیلی از جنس پلکسی گلاس به ابعاد  $28 \times 27/5 \times 27/5$   
 سانتی متر استفاده شد. مدول الاستیسیته یانگ، نسبت بواسون  
 و چگالی بستر پلکسی گلاس به ضخامت ۱۵ میلی متر به ترتیب  
 برابر  $2/1 \times 10^9$  پاسکال (Pa)، ۰/۲۸ و ۱۵۰۰ کیلوگرم بر مکعب  
 است. مطابق اشکال (۱-الف) و (۱-ب) به منظور مهار ذرات و  
 رها کردن آنها از ارتفاع های مختلف، از یک میکرومتر متصل به  
 سه پایه استفاده شده است؛ بدین ترتیب که، در هر آزمایش  
 ابتدا ذره را در بین دو دهانه میکرومتر قرار داده شد و سپس تا  
 مرحله ای که تماس دو دهانه میکرومتر با ذره موجب فشردگی  
 آن نشود، به بستن پیچ آن اقدام شد. با تغییر ارتفاع سه پایه و  
 باز کردن پیچ میکرومتر، ذره از ارتفاع های مختلف به سمت  
 دیواره رها شد. در مورد آزمایش هایی که در آب صورت گرفت  
 برای اینکه هوا به همراه ذره وارد آب نگردد و تأثیری بر روند  
 حرکت ذره نداشته باشد، ذره ابتدا به وسیله میکرومتر مهار  
 شده و سپس چند میلی متری در آب مستغرق شد. حرکت ذره  
 به سمت دیواره و پس از برخورد به آن توسط یک دوربین  
 دیجیتال سرعت بالا با قابلیت ۱۰۰۰۰۰ تصویر در هر ثانیه  
 به نام Photron Fastcam مدل PC1 ۱۰۲۴ (متعلق به آزمایشگاه  
 دینامیک سیالات دانشگاه Warwick کشور انگلستان) ثبت  
 گردید. به منظور دستیابی به اهداف مطالعه حاضر، قابلیت  
 تصویربرداری دوربین مذکور بر روی ۵۰۰ و ۱۰۰۰ تصویر در  
 ثانیه دوربین به ترتیب برای ذرات پلاستیکی و فولادی تنظیم  
 شد. تصاویر تهیه شده، با استفاده از نرم افزارهای Photron  
 Fastcam Viewer و اتوکد مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت و  
 با استفاده از آنها، موقعیت و سرعت ذره تعیین شد.

جدول (۱): مشخصات ذرات کروی قابل استفاده در آزمایش

نسبت پواسون	مدول الاستیسیته $E(10^9 Pa)$	چگالی $(Kg/m^3)$	قطر (mm)	جنس
۰/۲۸	۲۲۰	۷۷۷۲	۱۰	فولاد
۰/۴۶	۰/۴	۲۱۳۵	۱۰	تفلون
۰/۴	۳	۱۲۵۰	۱۰	دلرین
۰/۴۳	۲/۸	۱۱۴۰	۱۰	نایلون

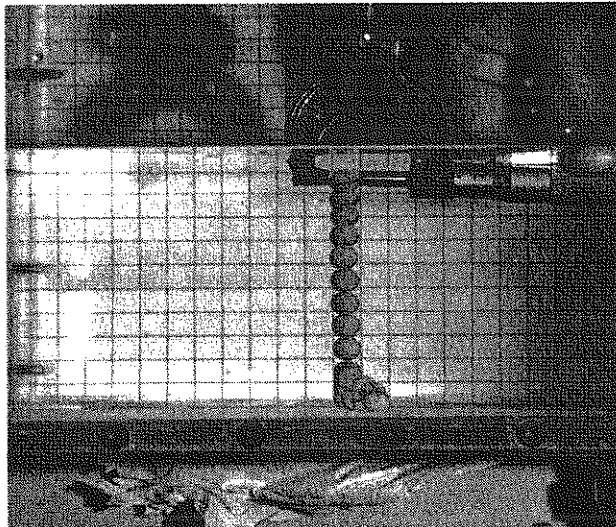


الف - نحوه انجام آزمایش در هوا



ب - نحوه انجام آزمایش در آب

شکل (۱): نحوه انجام آزمایش تعیین ضریب ارتجاعی در هوا و آب



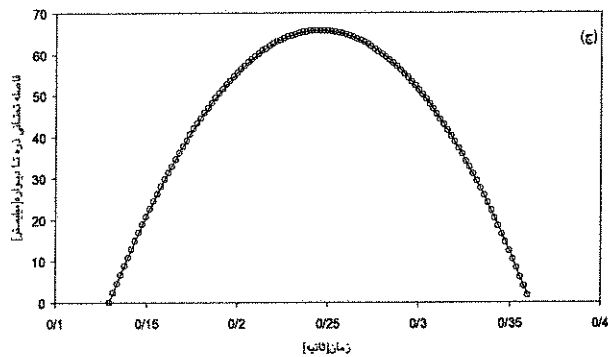
شکل (۲): تصویر آزمایشگاهی مسیر حرکت ذره دلرین به سمت دیواره پلکسی‌گلاس و پس از برخوردهای متوالی در آب

### ۳- اندازه گیری ضریب ارتجاعی در هوا

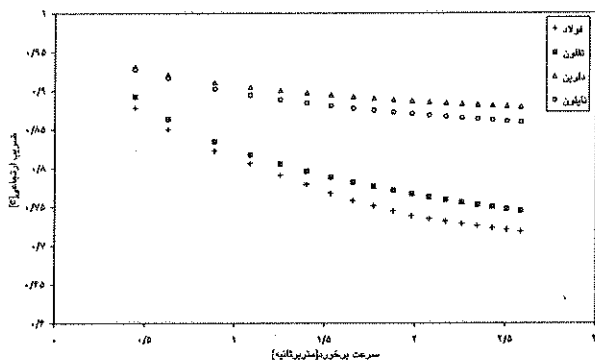
به منظور بررسی تغییرات ضریب ارتجاعی در هوا، ذرات از ارتفاع‌های مختلف به سمت سطح پلکسی‌گلاس رها شدند. با توجه به اینکه می‌توان از اثر نیروهای مقاومت هوا صرف‌نظر کرد؛ لذا ضریب ارتجاعی با اندازه‌گیری ارتفاع سقوط (h) و ارتفاع برگشت (h')، از رابطه زیر به دست می‌آید [۱۵]:

شکل (۲) نمونه ای از تصویر آزمایشگاهی مسیر حرکت ذره دلرین در آب به سمت دیواره پلکسی‌گلاس و پس از برخوردهای متوالی به آن را نشان می‌دهد.

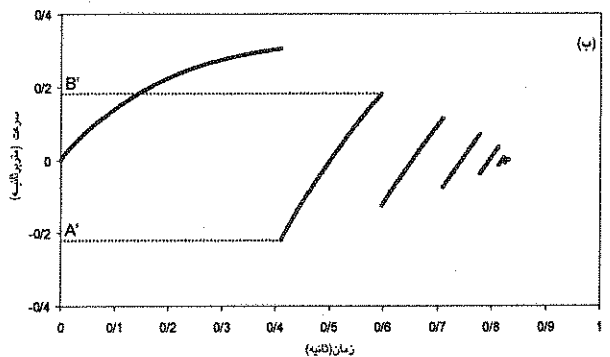
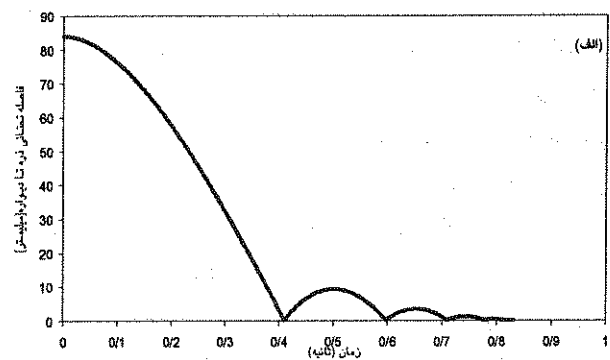
اشکال (۳-الف) و (۳-الف) به ترتیب نمونه‌ای از مسیر حرکت یک ذره دلرین به قطر ۱۰ میلی‌متر از یک ارتفاع یکسان در هوا و آب می‌باشد که در آن فاصله تحتانی ذره کروی تا دیواره به‌عنوان تابعی از زمان در نظر گرفته شده است. همان طور که مشاهده می‌شود به دلیل ناچیز بودن مقاومت هوا در مقابل حرکت ذره، تعداد برخوردها یا جهش‌های صورت گرفته به مراتب بیشتر از آزمایش انجام شده در آب می‌باشد. سرعت حرکت ذره دلرین براساس میزان جابجایی صورت گرفته در هر دو تصویر متوالی نسبت به زمان، محاسبه و نتایج آن در اشکال (۳-ب) و (۳-ب) ارائه شده است. مطابق اشکال مذکور، تغییرات سرعت حرکت ذره پس از برخورد به دیواره در هوا، خطی، و در آب، غیرخطی می‌باشد. ذکر این نکته لازم است که در هر برخورد صورت گرفته به دیواره در هوا، سرعت ذره در ابتدا (پس از برخورد) و انتهای مسیر برگشت (قبل از برخورد مجدد) یکسان است و در مقابل، در آب، سرعت ذره در انتهای مسیر برگشت کمتر از سرعت در ابتدا می‌باشد. به‌عنوان مثال و مطابق اشکال مذکور، سرعت ذره بعد از اولین برخورد (A) و قبل از دومین برخورد (B) به دیواره در هوا به ترتیب ۱/۱۶- و ۱/۱۶+ متر بر ثانیه می‌باشد (علامت منفی به معنای دور شدن ذره از دیواره و علامت مثبت به معنای نزدیک شدن ذره به دیواره است). در صورتیکه سرعت ذره بعد از اولین برخورد (A') و قبل از دومین برخورد (B') به دیواره در آب به ترتیب ۰/۲۲- و ۰/۱۸+ متر بر ثانیه است. گرچه نتایج نشان می‌دهد که به دلیل ناچیز بودن نیروهای مقاومت هوا در مقابل حرکت ذره، نیروی وزن موجب شکل گیری مسیر سهموی شکل در فاصله زمانی دو برخورد می‌شود (شکل ۳-ج) اما نمی‌توان چنین مسیری را در آب؛ که نیروهای درگ (Drag)، جرم اضافه شده (Added Mass) و چه بسا نیروی تاریخی (History Force) بسیار مهم می‌باشند، مشاهده کرد (شکل ۳-ج).



شکل (۳): برخورد ذره دلرین به قطر ۱۰ میلی متر به دیواره پلکسی گلاس در سیال هوا: (الف) تغییرات فاصله تختانی ذره نسبت به زمان، (ب) تغییرات سرعت حرکت ذره نسبت به زمان و (ج) مسیر سهموی شکل حرکت ذره در فاصله زمانی دو برخورد متوالی

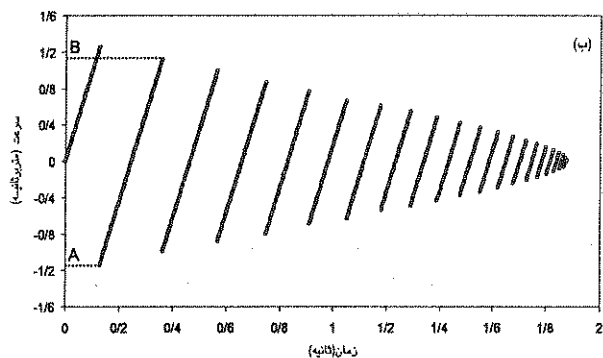
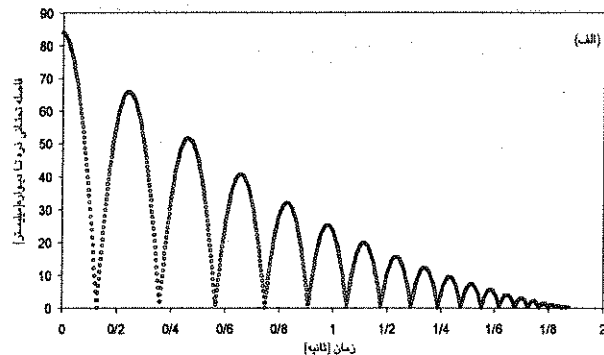


شکل (۵): ضریب ارتجاعی بعنوان تابعی از سرعت برخورد ذرات مختلف به دیواره پلکسی گلاس در هوا

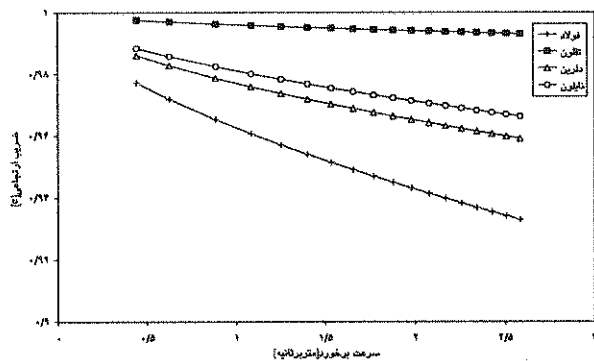


$$e = \sqrt{\frac{h'}{h}} \quad (6)$$

شکل (۵) روند تغییرات ضریب ارتجاعی در مقابل سرعت برخورد ذرات مختلف به دیواره را نشان می دهد. مطابق شکل (۳)، روند تغییرات به گونه ای است که با افزایش سرعت، ضریب  $e$  کاهش می یابد و به مقدار نسبتاً ثابتی میل می کند. نتایج نشان می دهد در محدوده  $0.4 < U < 2/6$  (U سرعت برخورد به دیواره)، ضریب ارتجاعی دلرین بین ۰/۸۸۰ و ۰/۹۳۲، نایلون بین ۰/۸۶۰ و ۰/۹۲۸، تفلون بین ۰/۷۴۵ و ۰/۸۹۳ و فولاد بین ۰/۷۱۸ و ۰/۸۷۸ است. به عبارت دیگر، محدوده سرعت برخورد مذکور، درصد کاهش ضریب ارتجاعی دلرین در حدود ۵/۷، نایلون در حدود ۷/۳، تفلون در حدود ۱۶/۵ و فولاد در حدود ۱۸/۲ است؛ بنابراین با افزایش سرعت برخورد به دیواره پلکسی گلاس، ضریب ارتجاعی ذرات دلرین و نایلون حساسیت کمتری در مقایسه با ذرات تفلون و فولاد نشان می دهد. به هر حال، ضریب ارتجاعی کلیه ذرات در برخورد به دیواره پلکسی گلاس کمتر از واحد می باشد و بیانگر این است که انرژی در نتیجه عواملی همچون انتشار امواج، تغییر شکل الاستیک و پلاستیک و همچنین امواج خمشی در برخورد به

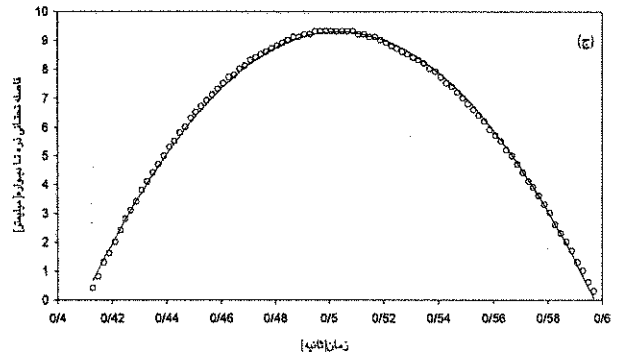


۰/۴ ضریب ارتجاعی حاصل از تئوری Reed برای دلرین بین ۰/۹۵۹ و ۰/۹۸۶، نایلون بین ۰/۹۶۶ و ۰/۹۸۸، تفلون بین ۰/۹۹۲ و ۰/۹۹۸ و فولاد بین ۰/۹۳۳ و ۰/۹۷۷ می‌باشد. مطابق شکل (۴)، بیشترین و کمترین میزان اتلاف انرژی ناشی از انتشار امواج در برخورد ذرات به سطح پلکسی گلاس به ترتیب به فولاد و تفلون مربوط است. همچنین نتایج حاصل از تئوری Reed نشان می‌دهد در محدوده سرعت برخورد مذکور، حساسیت ضریب ارتجاعی ذره تفلون به عامل انتشار امواج در حدود ۰/۵ درصد می‌باشد که میزان این حساسیت برای ذرات نایلون، دلرین و فولاد به ترتیب در حدود ۲/۲، ۲/۷ و ۴/۵ محاسبه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود با افزایش سرعت برخورد، ضریب ارتجاعی ذره تفلون با کمترین مدول الاستیسیته و بیشترین ضریب پواسون، حساسیت کمتری نسبت به عامل انتشار امواج داشته و در مقابل، ذره فولاد با بیشترین مدول الاستیسیته و کمترین ضریب پواسون حساسیت بیشتری نسبت به این عامل نشان داده است؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در یک مجموعه‌ای از ذرات مورد آزمایش، ذره‌ای که مدول الاستیسیته کمتر و ضریب پواسون بیشتری دارد انرژی کمتری را در نتیجه انتشار امواج از دست می‌دهد و از ضریب ارتجاعی بالاتری برخوردار می‌باشد. ذکر این نکته لازم است که در مطالعات قبلی [۴]، [۶] به دلیل عدم استفاده از ذرات با مشخصات مختلف، این نتیجه بررسی و حاصل نشده است؛ اما مقایسه اشکال (۳) و (۴) نشان می‌دهد که همچنان تفاوت زیادی بین



شکل (۶): ضریب ارتجاعی محاسبه شده از تئوری Reed بعنوان تابعی از سرعت برخورد ذرات به دیواره پلکسی گلاس در هوا

نتایج تئوری Reed و نتایج آزمایشگاهی این تحقیق بخصوص در مورد ذره تفلون وجود دارد؛ به عبارت دیگر تئوری ارائه شده به تنهایی نمی‌تواند ضریب ارتجاعی واقعی ذرات را پیش بینی کند. به منظور بررسی بیشتر، میزان حداکثر تغییر شکل الاستیک براساس رابطه (۲) و سرعت برخورد



شکل (۴): برخورد ذره دلرین به قطر ۱۰ میلی‌متری به دیواره پلکسی گلاس در آب: الف) تغییرات فاصله تحتانی ذره نسبت به زمان، ب) تغییرات سرعت حرکت ذره نسبت به زمان و ج) مسیر غیر سهموی شکل حرکت ذره در فاصله زمانی دو برخورد متوالی

سطح پلکسی گلاس اتلاف می‌شود. همچنین در مقاله مرجع [۸] اشاره شد که تغییر شکل پلاستیک ذرات در برخورد به سطوح شیشه‌ای و فلز تنگستن به ترتیب در سرعت‌های بیش از ۴/۵ و ۶ متر بر ثانیه به وجود می‌آید. نظر به اینکه شیشه و فلز تنگستن در مقایسه با پلکسی‌گلاس از مدول الاستیسیته بیشتری برخوردار هستند، لذا تأثیر سریعتری بر تغییر شکل پلاستیک ذرات خواهند داشت. بنابراین برای اینکه در برخورد ذرات مورد آزمایش در این مطالعه به دیواره پلکسی‌گلاس، تغییر شکل پلاستیک حاصل شود باید سرعت برخورد آنها به دیواره به مراتب بیشتر از مقادیر مذکور باشد. با توجه به محدودیتی که در ابزار آزمایشگاهی (ارتفاع سه پایه نگهدارنده گیره) این مقاله وجود داشت، امکان دستیابی به سرعت‌های برخورد بیش از ۲/۶ متر بر ثانیه وجود نداشت. به همین دلیل می‌توان اظهار کرد که در مطالعه حاضر، تغییر شکل پلاستیک در نتیجه برخورد ذرات به دیواره پلکسی‌گلاس در محدوده سرعت مورد آزمایش، صورت نگرفته است. همچنین با توجه به نتیجه مطالعه [۹]، امواج خمشی نمی‌تواند تأثیر بسزایی در اتلاف انرژی و کاهش ضریب ارتجاعی داشته باشد. به همین منظور در این تحقیق، علت اختلاف ضریب ارتجاعی ذرات با یکدیگر و همچنین روند کاهش این ضریب با افزایش سرعت برخورد، براساس دو عامل انتشار امواج و تغییر شکل الاستیک بررسی شده است. ابتدا براساس مشخصات مندرج در جدول (۱) و رابطه (۳)، میزان اتلاف انرژی در نتیجه انتشار امواج حاصل از برخورد ذرات با سرعت‌های مختلف به دیواره محاسبه و در نهایت، مطابق رابطه (۴)، ضریب ارتجاعی تعیین شده است. شکل (۴)، روند تغییرات ضریب ارتجاعی محاسبه شده براساس تئوری Reed را برحسب سرعت برخورد نمایش می‌دهد. مطابق شکل مذکور و در محدوده سرعت  $U < 2/6$

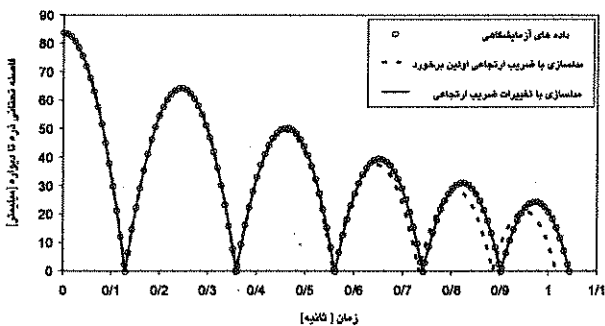
$$M \frac{du}{dt} = \sum F \quad (7)$$

$$\frac{dy}{dt} = u \quad (8)$$

که  $u$  سرعت لحظه‌ای ذره،  $y$  جابجایی ذره در راستای حرکت و  $F$  مجموع نیروهای وارد بر ذره است که به دلیل ناچیز بودن مقاومت هوا، تنها نیروی وزن ذره در مدل‌سازی منظور شده است. به منظور حل معادلات دیفرانسیلی (7) و (8)، از روش عددی رانگ-کوتا مرتبه 4 استفاده شد. شکل (8) نشان می‌دهد که عدم توجه به تغییرات ضریب ارتجاعی نسبت به سرعت برخورد ذره به دیواره در مدل‌سازی عددی و تنها بر اساس اولین ضریب ارتجاعی، نتایجی به دست می‌آید که اختلاف آنها با داده‌های آزمایشگاهی به دست آمده از برخورد دوم به بعد، روند افزایشی را طی می‌کند. در مقابل، مدل‌سازی با منظور کردن تغییرات ضریب ارتجاعی به ارابه نتایجی منطبق بر نتایج آزمایشگاهی منجر شده است.

### ع- اندازه گیری ضریب ارتجاعی در آب

در این مرحله، ذرات 10 میلی‌متری مورد آزمایش از ارتفاع‌های مختلف درون آب رها شده است و همزمان



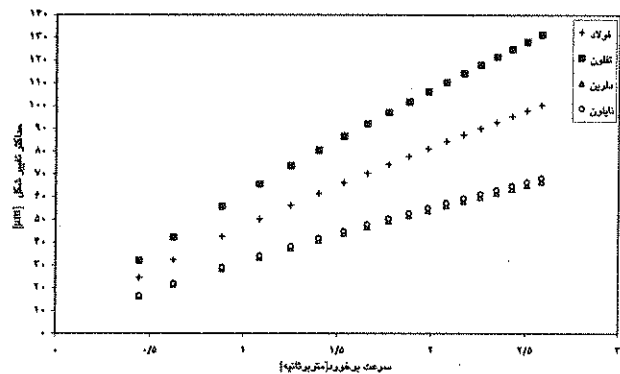
شکل (8): بررسی تاثیر ضریب ارتجاعی در مدل‌سازی عددی مسیر حرکت ذره پس از برخوردهای متوالی به بستر پلکسی‌گلاس مسیر حرکت آنها از شروع حرکت تا توقف کامل پس از برخوردهای متوالی به دیواره عکسبرداری شده است. از آنجا که رابطه (5) برای تعیین ضریب ارتجاعی برخورد ذره به دیواره در آب صادق نیست؛ بنابراین براساس تئوری انتقال مومنتم، ضریب ارتجاعی از رابطه زیر به دست می‌آید [15]:

$$e = -\frac{U_r}{U} \quad (9)$$

که  $U$  سرعت قبل و  $U_r$  سرعت بعد از برخورد ذره به دیواره است. به منظور تعیین سرعت‌های مذکور، ابتدا با استفاده از تصاویر ذره در لحظات قبل و بعد و همچنین در لحظه برخورد

هریک از ذرات به دیواره پلکسی گلاس برآورد و نتایج آن در شکل (7) ارابه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، میزان تغییر شکل الاستیک از کمترین به بیشترین به دلرین، نایلون، فولاد و تفلون مربوط است. از آنجا که میزان اتلاف انرژی در نتیجه انتشارامواج ذره نایلون نسبت به ذره دلرین کمتر است (شکل 4) اما اندک اختلافی که بین نتایج تغییر شکل الاستیک آنها وجود دارد موجب شده است تا در عمل ضریب ارتجاعی دلرین بیشتر از نایلون شود. همچنین در سرعت‌های برخورد برابر، میزان حداکثر تغییر شکل ذره تفلون در برخورد به دیواره حدود 30 درصد بیشتر از ذره فولاد است که به نظر می‌رسد ضریب ارتجاعی ذره تفلون در عمل می‌بایست کمتر از ضریب ارتجاعی فولاد باشد؛ اما مطابق تئوری Reed، میزان اتلاف انرژی ناشی از انتشارامواج در برخورد ذره فولادی به سطح پلکسی گلاس، حدود 4 درصد بیشتر از ذره تفلون است که همین امر موجب شده است تا در عمل، ضریب ارتجاعی فولاد کمتر از تفلون باشد.

نتیجه نهایی به دست آمده نشان می‌دهد که اگر ذرات در برخورد به دیواره در هوا برگشت پذیری‌های متوالی را تجربه کنند، ضریب ارتجاعی از اولین برخورد تا زمانی که ذره کاملاً متوقف شود، روند افزایشی را تجربه می‌کند. به عنوان مثال، در مورد ذره دلرین رها شده از ارتفاع 89 میلی متری، ضرایب ارتجاعی برای 5 برخورد نخستین به ترتیب 0/890، 0/902، 0/905، 0/908 و 0/911 است که توجه به این مسأله در مدل‌سازی مسیر حرکت ذره به روش لاگرانژی موجب انطباق

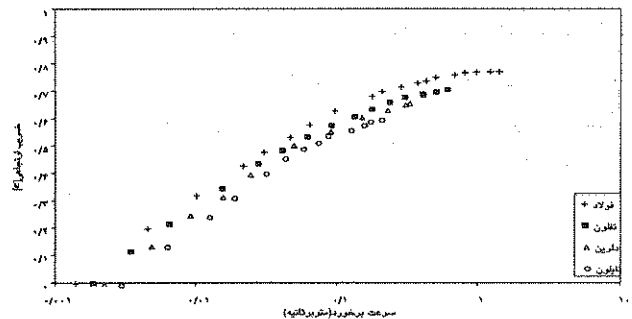


شکل (7): حداکثر تغییر شکل الاستیک بعنوان تابعی از سرعت برخورد ذرات مختلف به دیواره پلکسی گلاس در هوا

بیشتر نتایج آزمایشگاهی و شبیه‌سازی عددی می‌شود. شکل (8) مقایسه بین نتایج آزمایشگاهی و شبیه‌سازی عددی مسیر حرکت ذره دلرین از لحظه شروع (واقع در ارتفاع 89 میلی‌متری) تا ابتدای برخورد ششم را نشان می‌دهد. در مدل‌سازی عددی از رابطه مومنتم و جابجایی ذره به شکل زیر استفاده شده است:

به دیواره و انتقال تصاویر به نرم افزار اتوکه، میزان جابجایی عمودی ذره در لحظه قبل و بعد از برخورد به دیواره اندازه‌گیری و سپس با مشخص بودن فاصله زمانی بین تصاویر، سرعت قبل و سرعت بعد از برخورد به دیواره محاسبه شده است. از آنجا سرعت حرکت ذره در آب از لحظه‌ای به لحظه‌ای دیگر متفاوت است؛ لذا استفاده از دوربین‌های عکسبرداری با سرعت تصویربرداری پایین این امکان را برای اینکه در گام‌های زمانی بسیار کوچک از ذره تصویر داشت فراهم نمی‌کند و نتایج حاصله از دقت بالایی برخوردار نخواهد بود. در این مقاله، استفاده از دوربین پر سرعت با قابلیت ثبت تصاویر به تعداد ۵۰۰ و ۱۰۰۰ تصویر در هر ثانیه موجب شد که بتوان در ۰/۰۰۲ و ۰/۰۰۱ ثانیه قبل و بعد از برخورد ذره به دیواره و همچنین در لحظه تماس با دیواره، تصویری از ذره تهیه کرد.

روند تغییرات ضریب ارتجاعی به‌عنوان تابعی از سرعت برخورد به دیواره برای هر یک از ذرات مورد آزمایش در آب در شکل (۹) نشان داده شده است. مطابق شکل (۹)، ذرات در برخورد به سطح پلکسی‌گلاس، زمانی قادر به برگشت و ادامه مسیر هستند که سرعت برخورد آنها به دیواره از یک مقدار بحرانی بیشتر باشد. نتایج نشان می‌دهد که در برخورد ذرات مختلف به یک سطح مشترک، مقدار سرعت بحرانی به مشخصات ذره بستگی دارد؛ به طوری که مقدار آن از کمترین به بیشترین به ترتیب مربوط به فولاد، تفلون، دلرین و نایلون است. به عبارت دیگر در سرعت‌های برخورد کمتر از سرعت بحرانی ذره نایلون، دیگر ذرات همچنان توان برگشت پذیریهای مجدد را دارند. در سرعت‌های بیشتر از سرعت بحرانی، ضریب ارتجاعی هر یک از ذرات به طور یکنواخت افزایش یافته و در نهایت به مقدار حداکثر خود در سرعت حد آن ذره می‌ماند. در جدول (۲) سرعت بحرانی، سرعت حد و حداکثر ضریب ارتجاعی هر یک از ذرات مورد آزمایش در آب آرایه شده است.



شکل (۹): ضریب ارتجاعی به‌عنوان تابعی از سرعت برخورد ذرات مختلف به دیواره پلکسی‌گلاس در آب

جدول (۲): سرعت بحرانی، سرعت حد و حداکثر ضریب ارتجاعی ذرات کروی مورد آزمایش در آب

جنس	سرعت بحرانی (m/s)	سرعت حد (m/s)	حداکثر ضریب ارتجاعی
فولاد	$1/29 \times 10^{-3}$	۱/۳۴	۰/۷۷۵
تفلون	$1/85 \times 10^{-3}$	۰/۶۱	۰/۷۰۸
دلرین	$2/19 \times 10^{-3}$	۰/۳۷	۰/۶۶۲
نایلون	$2/85 \times 10^{-3}$	۰/۲۱	۰/۶۰۳

روند تغییرات ضریب ارتجاعی در آب نشان می‌دهد که در سرعت‌های برخورد برابر، ضریب "e" از کمترین به بیشترین به نایلون، دلرین، تفلون و فولاد مربوط است. علت این امر را می‌توان ناشی از اینرسی موجود در ذره قبل از برخورد به سطح جامد بیان کرد که با استفاده از رابطه زیر ارزیابی می‌شود [۱۳]:

$$St = \left(\frac{1}{g}\right) \rho_s U D \mu^{-1} \quad (10)$$

که در آن St عدد استوکس،  $\rho_s$  چگالی ذره، D قطر ذره،  $\mu$  لزجت سیال و U سرعت ذره است. برخلاف هوا که در آن نیروی غالب بر حرکت ذره تنها نیروی وزن ذره است، در آب، نیروهای دیگری همچون نیروی درگ، نیروی وزن اضافه شده و چه بسا نیروی تاریخی بر نحوه حرکت ذره تأثیر می‌گذارد و نحوه اعمال این نیروها بر ذره در شرایط قبل و پس از برخورد به دیواره کاملاً متفاوت می‌باشد. به طوری که ذره پس از برخورد به دیواره می‌بایست بر نیروهای بیشتری نسبت به قبل از برخورد غلبه کند تا به مسیر حرکت خود ادامه دهد. بنابراین مطابق رابطه (۱۰) و در یک سرعت برخورد و قطر برابر، ذره‌ای که از چگالی بیشتری برخوردار است اینرسی بیشتری دارد و می‌تواند با سرعت بیشتری نسبت به دیگر ذرات، مسیر پس از برخورد به دیواره را طی کند. روند تغییرات ضریب ارتجاعی به‌عنوان تابعی از عدد استوکس برای هر یک از ذرات مورد آزمایش در آب در شکل (۱۰) نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، به‌غیر از آرایه روند تغییرات ضریب ارتجاعی برای هر یک از ذرات، نمی‌توان بر اساس این عدد، تفاوت موجود بین ضرایب ارتجاعی ذرات مورد آزمایش را تحلیل کرد. همچنین در شکل (۱۰)، نتایج این تحقیق با نتایج مراجع [۱۳]، [۱۴] که در رابطه با بررسی حرکت ذره فولادی به سمت دیواره شیشه‌ای در آب صورت گرفته، مقایسه شده است. روند تغییرات نتایج این تحقیق مشابه نتایج مذکور است و تفاوت موجود در شیب تغییرات را می‌توان به تأثیر استفاده از سطح پلکسی‌گلاس به‌جای سطح شیشه‌ای اشاره کرد که در کاهش ضریب ارتجاعی بی تأثیر نمی‌باشد. شکل (۱۱) مقایسه بین نتایج ضریب ارتجاعی به‌دست آمده در



۰/۵۵۰ و ۰/۴۵۰ است که توجه به این مسأله تأثیر بسزایی در بهبود مدل‌سازی برخورد ذرات به دیواره در سیستم‌های انتقال ذرات با استفاده از آب دارد.

### ۵- نتیجه

در این تحقیق، ضریب ارتجاعی (e) بعنوان تابعی از سرعت برخورد ذرات پلاستیکی و فولادی به دیواره پلکسی‌گلاس در هوا و آب اندازه‌گیری شده است. نتایج نشان می‌دهد که در هوا، ضریب ارتجاعی با افزایش سرعت برخورد ذره به دیواره کاهش می‌یابد (جدول ۳):

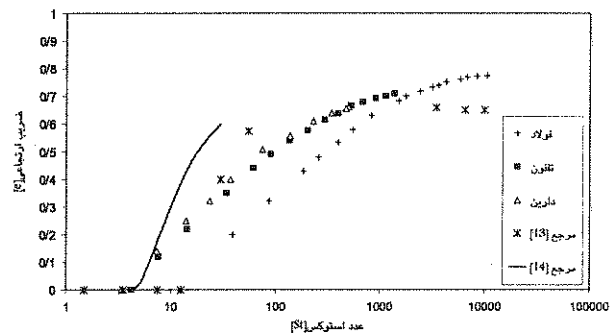
جدول (۳): تغییرات ضریب ارتجاعی حاصل از برخورد ذرات به

سطح پلکسی‌گلاس در هوا

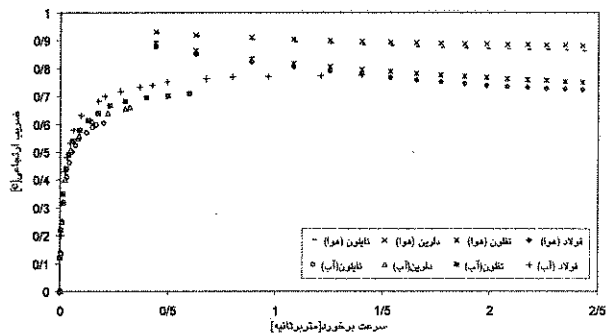
جنس ذره	محدوده سرعت برخورد ذره به دیواره (متر بر ثانیه)		تغییرات ضریب ارتجاعی		درصد کاهش ضریب ارتجاعی در محدوده سرعت مورد آزمایش
	از	تا	از	به	
نایلون	۰/۴	۲/۶	۰/۹۲۲	۰/۸۸	۳/۷
دلرین	۰/۴	۲/۶	۰/۹۲۸	۰/۸۶	۷/۵
تفلون	۰/۴	۲/۶	۰/۸۹۳	۰/۷۲۵	۱۶/۵
فولاد	۰/۴	۲/۶	۰/۸۷۸	۰/۷۱۸	۱۸/۲

بررسی‌ها نشان می‌دهد که مشخصاتی همچون مدول الاستیسیته یانگ و ضریب پواسون ذره و سطحی که برخورد در آن صورت می‌گیرد و همچنین سرعت برخورد ذره به دیواره، نقش بسزایی را در میزان اتلاف انرژی ناشی از انتشار امواج، تغییر شکل الاستیک و در نتیجه کاهش ضریب ارتجاعی ایفا می‌کند. در مقابل، نتایج به دست آمده در آب بیانگر روند افزایشی ضریب ارتجاعی با افزایش سرعت برخورد می‌باشد. همچنین نتایج به دست آمده از حرکت ذرات در آب نشان می‌دهد که ذرات در برخورد به دیواره، زمانی قادر به برگشت و ادامه مسیر هستند که سرعت برخورد آنها از یک مقدار بحرانی بیشتر باشد. در این تحقیق، سرعت بحرانی ذره فولاد، تفلون، دلرین و نایلون به ترتیب  $۱۰^{-۳} \times ۱/۳۹$ ،  $۱۰^{-۳} \times ۱/۸۵$ ،  $۱۰^{-۳} \times ۲/۱۹$  و  $۱۰^{-۲} \times ۲/۸۵$  متر بر ثانیه اندازه‌گیری شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، مقدار سرعت بحرانی به مشخصات ذره بستگی دارد به طوری که ذرات با جرم حجمی بیشتر، از سرعت بحرانی کمتری برخوردار هستند. در سرعت‌های برخورد بیش از سرعت بحرانی، ضریب ارتجاعی هر یک از ذرات به طور یکنواخت افزایش می‌یابد و در نهایت به مقدار حداکثر خود در سرعت حد آن ذره می‌رسد. در این تحقیق، حداکثر

برخورد ذرات به دیواره پلکسی‌گلاس در هوا و آب را نشان می‌دهد. مطابق شکل (۱۱)، روند تغییرات ضریب ارتجاعی کاملاً متفاوت است، به طوری که با افزایش سرعت برخورد، روند کاهشی را در هوا و روند افزایشی را در آب می‌توان مشاهده کرد. نکته قابل توجه این است که حداکثر ضریب ارتجاعی ذره فولادی در برخورد به دیواره در آب؛ که به سرعت حد آن ذره مربوط می‌باشد، برابر ۰/۷۷۵ و در همین سرعت برخورد، نتیجه به دست آمده در هوا برابر ۰/۷۸ است؛ به عبارت دیگر، در حداکثر سرعت برخورد (سرعت حد) ذره فولادی به دیواره در آب، تفاوت موجود بین ضرایب ارتجاعی به دست آمده در هوا و آب حدود ۰/۶۴ درصد است که این اختلاف در مورد ذرات تفلون، دلرین و نایلون به ترتیب ۱۷/۶، ۲۹/۶ و ۳۶/۷ درصد می‌باشد.



شکل (۱۰): ضریب ارتجاعی به عنوان تابعی از عدد استوکس ذرات مختلف در برخورد به دیواره پلکسی‌گلاس در آب به همراه نتایج مراجع [۱۳]، [۱۴]



شکل (۱۱): مقایسه ضریب ارتجاعی به عنوان تابعی از سرعت برخورد ذرات مختلف به دیواره پلکسی‌گلاس در آب و هوا

نتیجه نهایی به دست آمده نشان می‌دهد که اگر ذرات در برخورد به دیواره در آب برگشت پذیری‌های متوالی را تجربه کنند، ضریب ارتجاعی از اولین برخورد تا زمانی که ذره کاملاً متوقف شود روند افزایشی را برخلاف آزمایش‌های صورت گرفته در هوا، تجربه می‌کند. به عنوان مثال، در مورد ذره دلرین رها شده از ارتفاع ۸۹ میلی‌متری، ضرایب ارتجاعی برای ۵ برخورد صورت گرفته به ترتیب ۰/۷۰۲، ۰/۶۹۰، ۰/۶۶۰.

- Lundberg, J.; Shan, H. H.; "Collisional Restitution Dependence on Viscosity", J. Eng. Mech., 118, 979, 1992.
- Kanata, A. A.; Davis, R. H.; "Oblique Collisions and Rebound of Spheres from a Wetted Surface", J. Fluid Mech., Vol. 509, PP. 63-81, 2004.
- Gondret, P.; Hallouin, E.; Lance, M.; Petit, L.; "Experiments on the Motion of a Solid Sphere Toward a Wall: From Viscous Dissipation to Elastohydrodynamic Bouncing", Phys. Fluids 11, 2803, 1999.
- Davis, R.H.; Serayssol, J.M.; Hinch, E.J.; "The Elastohydrodynamic Collision of Two Spheres", J. Fluid Mech., Vol. 163, PP. 479-497, 1986.
- Beer, F.P.; Johnston, E.R.; "Vector Mechanics for Engineers Statics and Dynamics", McGrawhill, Sixth Edition, 1997.
- [۱۱] ضرب ارتجاعي ذرات ۱۰ میلی‌متری فولاد، تفلون، دلرین و نایلون در برخورد به دیواره پلکسی گلاس به ترتیب ۰/۷۷۵، ۰/۷۰۸، ۰/۶۶۲ و ۰/۶۰۴ اندازه‌گیری شده است. در نهایت، نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که اگر ذرات در برخورد به دیواره برگشت پذیری های متوالی را تجربه کنند، ضریب ارتجاعي از اولین برخورد تا زمانی که ذره کاملاً متوقف شود، روند افزایشی و کاهشی را به ترتیب در هوا و آب طی می‌کند. توجه به این مسأله موجب بهبود مدل‌سازی برخورد ذرات به دیواره در سیستم‌های انتقال ذرات با استفاده از سیال‌های مختلف می‌شود.

## ۶- تقدیر و تشکر

این تحقیق در راستای فرصت مطالعاتی ۶ ماهه که برای نویسنده اول فراهم شد، در کشور انگلستان انجام شده است. لذا نویسنده اول برخورد لازم می‌داند از مسؤولان وزارت علوم، تحقیقات و فن آوری و وزارت جهاد کشاورزی به خاطر حمایت‌های مالی و دانشکده مهندسی دانشگاه Warwick کشور انگلستان به خاطر در اختیار گذاشتن امکانات آزمایشگاهی تشکر کند.

## ۷- مراجع

- Reed, J.; "Energy Losses due to Elastic Waves Propagation during an Elastic Impact"; J. Phys. D 18, 2329-2337 1985. [۱]
- Love, A. E. H.; "A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity", Dover, New York, 1927. [۲]
- Hunter, S. C.; "Energy Absorbed by Elastic Waves During Impact", J. Mech. Phys. Solids 5, 162-171, 1957. [۳]
- Sondergaard, R.; Chaney, K.; Brennen, C. D. "Measurements of Solid Spheres Bouncing off Flat Plates", Trans. ASME E: J. Appl. Mech. 57 694-699, 1990. [۴]
- Johnson, K. L.; "Contact Mechanics", Cambridge University Press, Cambridge, 1985. [۵]
- Falcon, E.; Laroche, C.; Fauve, S.; Coste, C.; "Behaviour of one Inelastic Ball Bouncing Repeatedly off the Ground", Eur. Phys. J. B 3, 45 1998. [۶]
- Ramirez, R.; Pöschel, T.; Brilliantov, N. V.; Schwager, T.; "Coefficient of Restitution of Colliding Viscoelastic spheres", Phys. Rev. E 60, 4465-4472, 1999 [۷]
- Rogers, L. N.; Reed, J.; "The Adhesion of Particles Undergoing an Elastic-elastic Impact with a Surface", J. Phys., D: Applied Phys. 17:677-689, 1984. [۸]
- Zener, C.; "The Intrinsic Inelasticity of Large Plates", Phys. Rev. Vol. 59 P. 669, 1941. [۹]
- Barnoky, G.; Davis, R.H.; "Elastohydrodynamic Collision and Rebound of Spheres: Experimental Verification", Phys. Fluids 31, 1324, 1988. [۱۰]