

# تحلیل دینامیکی سدهای بتنی وزنی با درنظر گرفتن اندرکنش سد و سنگ پی

وحید لطفی  
دانشیار

محمد رضا شرقی  
دانشجوی دکترا

دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

## چکیده

در این مطالعه، روش تحلیل دینامیکی سیستم سد و سنگ پی با استفاده از فرمولاسیون انتگرالهای مرزی ارائه شده است. برای این اساس برنامه کامپیووتری تهیه شده و رفتار دینامیکی یک سد ایده‌آل مثلثی بر روی محیط نیمه بینهایت سنگ پی برسی شده است. ضمن اینکه نتایج بدست آمده از تحلیل دینامیکی برای این سد با کارهای قبلی در این زمینه مقایسه گردیده است، نتایج حاصله، تأثیر استهلاک تشعشعی و کاربردی بودن روش المانهای مرزی در بررسی تأثیر اندرکنش سد و سنگ پی را بوضوح نشان می‌دهد.

## كلمات کلیدی

اندرکنش، سد بتنی، تحلیل دینامیکی، پی، المانهای مرزی

## Dynamic Analysis of Concrete Gravity Dams: Dam- Foundation Rock Interaction

M.R. Sharghi  
Ph.D. Candidate

V. Lotfi  
Associate Professor

Department of Civil and Environmental Engineering,  
Amirkabir University of Technology

## Abstract

*In this study, a boundary element formulation is presented for dynamic analysis of dam-foundation rock systems. A computer program is prepared, and dynamic response of an idealized triangular dam supported by semi-infinite foundation rock domain is investigated as an example. the results are compared with literature and it is concluded that boundary element method can be accurately applied to dam-foundation interaction problem and properly simulate radiation damping effects.*

## Keywords

*Interaction – Concrete dam – Dynamic analysis – Foundation – Boundary element*

## مقدمه

مطالعات زیادی در زمینه تحلیل دینامیکی سدهای بتنی وزنی در دو دهه اخیر انجام شده است. یکی از جامعترین این تحقیقات توسط چوپرا و همکارانش صورت پذیرفته که حاصل این مطالعات، برنامه کامپیوتری پیشرفته EAGD-84 می‌باشد [۱]. روش بکار گرفته شده در این برنامه ممکن است بر مدل کردن بدن سد با استفاده از اجزاء محدود و تعریف ماتریس سختی دینامیکی برای سنگ پی با استفاده از روش‌های نیمه تحلیلی می‌باشد. در عین حال، فشارهای هیدرودینامیک با استفاده از تئوری آب تراکم‌پذیر و اعمال شرط مرزی تقریبی مربوط به جذب امواج در کف مخزن درنظر گرفته می‌شود. در مقاله حاضر سعی بر این است که کاربرد روش المانهای مرزی در مدل کردن اندرکنش سد و سنگ پی مورد بررسی قرار گیرد. بدین منظور ابتدا فرمولاسیون مسئله ارائه می‌شود. سپس برای کاربرد تئوری و اثبات عملی بودن روش، یک سد ایده‌آل مثلثی بر روی سنگ پی انعطاف‌پذیر مدل شده و مورد مطالعه قرار می‌گیرد. تأثیر پارامتریک نسبت مدول الاستیسیته سنگ پی به بتن بدن بررسی گردیده و نتایج با کارهای موجود دیگران مقایسه می‌شود.

## ۱- فرمولاسیون مسائل الاستودینامیک

معادلات حاکم بر مسائل الاستودینامیک از روابط ناویر تبعیت می‌کنند که بطريق برداری عبارتست از [۲]:

$$C_1^2 \bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \bar{U}) - C_2^2 \bar{\nabla} \times \bar{\nabla} \times \bar{U} - \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial t^2} = -\bar{b} \quad (1)$$

در این رابطه  $C_1$  و  $C_2$  بترتیب سرعت امواج فشاری و برشی در جسم الاستیک،  $\bar{b}$  بردار نیروهای کالبدی در جرم واحد و  $\bar{U}$  بردار جابجاییها می‌باشند. درصورتیکه از روش تحلیل در محدوده فرکانس استفاده کنیم، بردار جابجاییها را برای تحریک هارمونیک با فرکانس  $\omega$  بصورت زیر می‌توان نوشت:

$$\bar{U}(t) = \bar{U}(\omega) e^{i\omega t} \quad (2)$$

در رابطه فوق،  $(\omega)$   $\bar{U}$  بردار دامنه جابجاییها می‌باشد. با استفاده از رابطه (۲)، معادله برداری (۱) بصورت مستقل از متغیر زمان برای بردار دامنه جابجاییها نوشته می‌شود.

$$C_1^2 \bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \bar{U}) - C_2^2 \bar{\nabla} \times \bar{\nabla} \times \bar{U} + \omega^2 \bar{U} = -\bar{b} \quad (3)$$

## ۱-۲- جوابهای اساسی

درصورتیکه یک محیط نامحدود الاستیک در حالت کرنش مسطحه را در نظر بگیریم و بردار نیروهای کالبدی در داخل جسم بصورت تابع دایرک دلتا (Dirac delta) تجسم شود که در جهت اختیاری  $\bar{e}$  (بردار واحد) اعمال می‌گردد، جوابهای معادله حاکم (۳) بصورت تحلیلی در این حالت موجود است. مسئله مذکور به حالت استوک (stoke) و این روابط تحلیلی به جوابهای اساسی (Fundamental solutions) یا توابع گرین برای حالت فوق معروف است. در اینصورت برای بردار نیروهای کالبدی در داخل جسم خواهیم داشت:

$$\rho \bar{b} = \delta(r) \bar{e} \quad (4)$$

که در این رابطه  $\rho$  چگالی جرمی و  $\delta(r) = \delta(x - \xi)$  تابع دایرک دلتا، و  $r$  فاصله هر نقطه مورد نظر  $x$  از محل اعمال بار  $\xi$  را نشان می‌دهد. البته معمولاً ابتدا فرض می‌گردد که جهت اعمال بار در راستای یکی از محورهای مختصات بعنوان مثال  $k$  ام بردار جابجایی در اینحالات را با  $\bar{U}$  نمایش می‌دهند. بهمین صورت مقدار ترکشن

در راستای  $k$  ام در حالتیکه بار در جهت ۱ وارد شود با  $P_{lk}^*$  نشان داده می‌شود. این توابع با استفاده از کاربرد تجزیه هلمهولتز بر معادلات حاکم (۳) بدست می‌آیند [۳].

$$U_{lk}^* = \frac{1}{2\pi\rho c_2^2} [\psi \delta_{lk} - \chi r_l r_k] \quad (5)$$

$$\begin{aligned} P_{lk}^* = & \frac{1}{2\pi} \left[ \left( \frac{d\psi}{dr} - \frac{1}{r} \chi \right) (\delta_{lk} \frac{\partial r}{\partial n} + n_l r_k) - \frac{2}{r} \chi (r_l n_k - 2r_l r_k \frac{\partial r}{\partial n}) - 2 \frac{d\chi}{dr} r_l r_k \frac{\partial r}{\partial n} \right. \\ & \left. + \left( \frac{C_1^2}{C_2^2} - 2 \right) \left( \frac{d\psi}{dr} - \frac{d\chi}{dr} - \frac{1}{r} \chi \right) r_l n_k \right] \end{aligned} \quad (6)$$

با درنظر داشتن تعاریف زیر:

$$\psi = K_0(k_2 r) + \frac{1}{k_2 r} \left[ K_1(k_2 r) - \frac{C_2}{C_1} K_1(k_1 r) \right]$$

$$\chi = K_2(k_2 r) - \frac{C_2^2}{C_1^2} K_2(k_1 r)$$

در روابط فوق  $k_2 = i\omega/C_2$  و  $k_1 = i\omega/C_1$  و  $\delta_{lk}$  تابع دلتای کرونکر و  $K_0, K_1, K_2$  بترتیب توابع بسل اصلاح شده از نوع دوم و مرتبه صفر، یک و دو را نشان می‌دهند. حال در صورتیکه بار در یک جهت اختیاری  $\bar{e}$  اعمال گردد، مؤلفه  $k$  ام جوابهای اساسی برای جابجایها و ترکشنهای این بردار ( $e_1$ ) نوشته می‌شوند.

$$U_k^* = U_{lk}^* e_1 \quad (7)$$

$$P_k^* = P_{lk}^* e_l \quad (8)$$

در این روابط، تکرار اندیس نشان‌دهنده مجموعه می‌باشد.

## ۲-۲- انتگرال مرزی و معادلات ماتریسی منتجه

یک محیط الاستیک در حالت دوبعدی را درنظر می‌گیریم، محدوده مسئله را با  $\Omega$  و مرز آنرا با  $\Gamma$  نمایش می‌دهیم. معادله انتگرال مرزی در حالت تغییرات زمانی هارمونیک را می‌توان با استفاده از تئوری دو جانبه بتی تعمیم یافته بین حالت واقعی و حالت مربوط به جوابهای اساسی (با اندیس فوکانی \* مشخص شده) بطریق زیر نوشت [۳].

$$C_{lk}^i U_k^i + \int_{\Gamma} P_{lk}^* U_k d\Gamma = \int_{\Gamma} U_{lk}^* P_k d\Gamma \quad (9)$$

در این رابطه  $\Omega$  و  $\Gamma$  بترتیب محل و جهت اعمال بار را نشان می‌دهد. در عین حال انتگرال‌ها با استفاده از تعریف مقادیر اساسی کوشی (Cauchy principal value) محاسبه می‌گردند. ضرائب  $C_{lk}^i$  برای نقاط داخل محدوده برابر  $\delta_{lk}$  و برای نقاط روی مرز خواهیم داشت [۴]:

$$C_{lk}^i = \delta_{lk} + D_{lk} \quad (10)$$

با توجه به تعریف ماتریس  $D_{lk}$  که عناصر  $D_{lk}$  را شامل می‌شود.

$$D = \begin{pmatrix} -1 \\ 8\pi(1-v) \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} 4(1-v)(\pi + \theta_2 - \theta_1) + \sin 2\theta_1 - \sin 2\theta_2 & \cos 2\theta_2 - \cos 2\theta_1 \\ \cos 2\theta_2 - \cos 2\theta_1 & 4(1-v)(\pi + \theta_2 - \theta_1) + \sin 2\theta_2 - \sin 2\theta_1 \end{bmatrix}$$

در این رابطه  $\nabla$  ضریب پواسون و  $\theta_1, \theta_2$  بترتیب زاویه بردار عمود بر مرز بطرف بیرون را نسبت به محور افقی در جهت مخالف حرکت عقربه‌های ساعت قبل و بعد از شکستگی در نقطه مربوطه  $\alpha$  نشان می‌دهد. در صورتیکه شکستگی نداشته باشیم، مقادیر  $\theta_1$  و  $\theta_2$  مساوی میباشند و ماتریس  $D$  بصورت قطری با مقادیر ۰.۵- برای هر عضو روی قطر در می‌آید، و  $C_{lk}^i$  برابر ۰.۵ و ۰ بترتیب برای حالاتیکه اندیس ۱ برابر و مخالف  $k$  باشد، نتیجه می‌شود.

برای حل عددی معادله (۹)، مرز محدوده مسئله را به تعدادی المان [NE] ایزوپارامتریک درجه دوم تقسیم‌بندی می‌کنیم. در اینحالت توابع جابجاییها و ترکشنهای و موقعیت نقاط بر روی هر المان بصورت درجه دوم انtrapوله می‌شوند.

$$\begin{aligned} \tilde{U} &= \Phi \tilde{U}^j \\ \tilde{P} &= \Phi \tilde{P}^j \\ \tilde{X} &= \Phi \tilde{X}^j \end{aligned} \quad (12)$$

در روابط فوق، بردارهای سمت چپ هر یک دو مؤلفه را در بر می‌گیرند.  $\Phi$  ماتریس توابع شکلها و  $\tilde{U}^j, \tilde{P}^j, \tilde{X}^j$  بترتیب مقادیر جابجاییها، ترکشنهای المان زام را شامل می‌شوند. با استفاده از انtrapولاسیون فوق، معادله (۹) را بصورت روابط ماتریسی زیر می‌توان نوشت.

$$\tilde{C}^i \tilde{U}^i + \sum_{j=1}^{NE} \hat{H}_{ij} \tilde{U}^j = \sum_{j=1}^{NE} \tilde{G}_{ij} \tilde{P}^j \quad (13)$$

با درنظر داشتن روابط زیر:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{ij} &= \left\{ \int_{-1}^1 P^* \Phi \Big| J \Big| d\xi \right\}_j \\ \tilde{G}_{ij} &= \left\{ \int_{-1}^1 U^* \Phi \Big| J \Big| d\xi \right\}_j \end{aligned} \quad (14)$$

در این روابط،  $\tilde{\cdot}$  مختصات محلی المان و  $|J|$  دترمینان ژاکوبین را نشان می‌دهد. حال اگر رابطه (۱۳) را برای کلیه نقاط مرزی  $\alpha$  بنویسیم، از مجموعه این معادلات، رابطه ماتریسی زیر حاصل می‌شود.

$$\tilde{H} \tilde{U} = \tilde{G} \tilde{P} \quad (15)$$

که در آن، ماتریس  $\tilde{H}$  از مجموع ماتریسهای  $\hat{H}$  و  $C$  تشکیل می‌شود و  $\tilde{U}, \tilde{P}$  هم مقادیر بردارهای جابجاییها و ترکشنهای کلیه گرههای مرز محدوده مسئله را شامل می‌شود.

### ۳- روش تحلیل سیستم سد و سنگ پی

مسئله سد بر روی بستر انعطاف‌پذیر را در نظر می‌گیریم و برای کاهش از پیچیدگی فرمولاسیون، حالت مخزن خالی را صرفاً بررسی می‌کنیم. در اینصورت مسئله را به دو محیط بدنه سد و سنگ پی مطابق شکل "الف" می‌توان تجزیه کرد. ابتدا بر روی محدوده سد متراکم می‌شویم و مرز این محیط را به دو ناحیه تقسیم می‌کنیم. ناحیه ۱ در قسمت پایه سد و ناحیه ۲ که بقیه مرز را در بر می‌گیرد. با توجه به این تقسیم‌بندی، معادله ماتریسی منتجه (۱۵) را برای این محیط بصورت زیر می‌توان نوشت.

$$\begin{pmatrix} H & H \\ \sim_1 & \sim_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ \sim_1 \\ U \\ \sim_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G & G \\ \sim_1 & \sim_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ \sim_1 \\ P \\ \sim_2 \end{pmatrix} \quad (16)$$

برای محدوده سنگ پی، صرفاً سطح سنگ پی المان‌بندی می‌شود که به دو ناحیه ۳ و ۴ تقسیم می‌گردد. ناحیه ۳ مربوط به قسمت محل تماس با پایه سد و ناحیه ۴ سطح آزاد سنگ پی را نشان می‌دهد. با توجه به رابطه (۱۵)، معادله ماتریسی مشابه (۱۶) را برای این محیط هم خواهیم داشت.

$$\begin{pmatrix} H & H \\ \sim_3 & \sim_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ \sim_3 \\ U \\ \sim_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G & G \\ \sim_3 & \sim_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ \sim_3 \\ P \\ \sim_4 \end{pmatrix} \quad (17)$$

اندیس فوقانی  $S$  بر روی بردارهای جابجاییها و ترکشنهای این معادله تأکید می‌کند که این رابطه را صرفاً برای حالت تفرق یافته (scattered) می‌توان نوشت. زیرا فقط در این حالت است که شرط تشعشع مورد استفاده در جوابهای اساسی برقرار می‌گردد [۵]. در ضمن اینکه رابطه بین جابجاییها و ترکشنهای در دو حالت تفرق یافته و حالت کلی عبارتست از:

$$\begin{aligned} U &= \tilde{U}^S + \tilde{U}^f \\ P &= \tilde{P}^S + \tilde{P}^f \end{aligned} \quad (18)$$

که در این رابطه اندیس فوقانی  $f$  نشان دهنده حالت میدان آزاد (free field) می‌باشد. با استفاده از روابط (۱۸)، معادله ماتریسی (۱۷) بصورت زیر نوشته می‌شود.

$$\begin{pmatrix} H & H \\ \sim_3 & \sim_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U - U^f \\ \sim_3 \\ U - U^f \\ \sim_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G & G \\ \sim_3 & \sim_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P - P^f \\ \sim_3 \\ P - P^f \\ \sim_4 \end{pmatrix} \quad (19)$$

اکنون شرایط مرزی مسئله را بررسی می‌کنیم. از آنجاییکه مخزن سد خالی تصور شده، ترکشنهای کلی بر روی نواحی ۲ و ۴ برابر صفر می‌باشد.

$$\begin{aligned} \tilde{P}_2 &= 0 \\ \tilde{P}_4 &= 0 \end{aligned} \quad (20)$$

در عین حال فرض بر این است که تحریکهای هارمونیک افقی و قائم زمین بترتیب در اثر امواج  $SV$  و  $P$  که در جهت قائم انتشار دارند، ایجاد شده است. بنابراین مقادیر جابجاییها برای میدان آزاد براحتی مشخص می‌شود. در ضمن اینکه می‌دانیم هر دو مؤلفه ترکشنهای حالت میدان آزاد در سطح پی برابر صفر می‌باشد. از طرف دیگر سازگاری مابین جابجاییها و تعادل ترکشنهای در محل اتصال دو محیط سد و سنگ پی باید برقرار باشد.

$$\begin{aligned} U_{\sim 1} &= U_{\sim 3} \\ P_{\sim 1} + P_{\sim 3} &= 0 \end{aligned} \quad (21)$$

با اعمال شرایط مرزی فوق در معادلات (۱۶) و (۱۹)، رابطه ترکیبی زیر حاصل می‌شود.

$$\begin{pmatrix} H_{\sim 1} & H_{\sim 2} & G_{\sim 1} & 0 \\ \sim 0 & \sim 3 & -G_{\sim 3} & H_{\sim 4} \\ \sim 3 & \sim & \sim 3 & \sim 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{\sim 1} \\ U_{\sim 2} \\ P_{\sim 3} \\ U_{\sim 4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sim 3 \\ H_{\sim 4} \\ \sim 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_f \\ U_{\sim 3}^f \\ U_{\sim 4}^f \end{pmatrix} \quad (22)$$

نهایتاً با توجه به اینکه در سمت راست رابطه فوق بردار جابجایهای میدان آزاد مشخص است، بردار مجهولات مربوط به جابجایها و ترکشنهای از طریق این رابطه برای هر فرکانس براحتی قابل محاسبه می‌باشد.

## ۴- جزئیات مدل و پارامترهای اولیه

با استفاده از روشی که در قسمت قبل توضیح داده شد، برنامه کامپیوتی بیان فرترن نوشته شده و برای کنترل نتایج این برنامه، رفتار دینامیکی یک سد مثلثی ایده‌آل بر روی سنگ‌پی انعطاف‌پذیر مورد بررسی قرار گرفت. جزئیات مدل و پارامترهای انتخابی در این قسمت تشریح می‌شود. سد مثلثی ایده‌آل دارای وجه بالادست قائم و شیب پائین دست ۰.۸ : ۱ می‌باشد. بدنه سد با ۱۴ المان و سطح سنگ‌پی با ۱۲ المان ایزوپارامتریک سه گرهی مطابق شکل "۱- ب" تقسیم‌بندی شده است. مدل دو بعدی بصورت کرنش مسطحه مفروض است و رفتار مصالح سد و سنگ‌پی، ویسکوالاستیک خطی و ایزوتروپیک درنظر گرفته می‌شود.

مشخصات بتن بدنه سد عبارتند از: [۷]

$$\text{مدول الاستیسیته} = 27.5 \text{ GPa}$$

$$\text{ضریب پواسون} = 0.2$$

$$\text{وزن مخصوص} = 24.8 \text{ kN/m}^3$$

$$\text{نسبت استهلاک هیستریک} = 0.05$$

مشخصات مصالح سنگ‌پی عبارتند از: [۷]

$$\text{ضریب پواسون} = 0.33$$

$$\text{وزن مخصوص} = 26 \text{ kN/m}^3$$

$$\text{نسبت استهلاک هیستریک} = 0.05$$

در عین حال مقادیر مختلفی برای مدول الاستیسیته سنگ‌پی درنظر گرفته شده، بطریقی که برای نسبت مدول سنگ‌پی به مدول بتن بدنه سد ( $E_f/E_d$ ) مقادیری برابر  $\infty$  (پی صلب)، ۴، ۲ و ۱ داشته باشیم.

## ۵- تأثیر اندرکنش سد و سنگ‌پی و کنترل نتایج

برای بررسی تأثیر اندرکنش سد و سنگ‌پی در پاسخ دینامیکی سد، مدلی از یک سد ایده‌آل مثلثی بر روی بستر انعطاف‌پذیر با مشخصاتی که در قسمت قبل اشاره شد، تحت تأثیر تحریکات هارمونیک افقی و قائم زمین مورد مطالعه قرار گرفت. برای هر دو حالت تحریک افقی و قائم، توابع انتقال برای مؤلفه‌های افقی و قائم شتاب تاج سد نسبت به شتاب زمین برای فرکانسهای مختلف محاسبه و در "شکلهای ۲ و ۳" ترسیم گردیده‌اند. همانطور که اشاره شد، چهار حالت با نسبتهای مدول  $E_f/E_d = \infty, 4, 2, 1$  مورد بررسی قرار گرفت. با توجه به این نتایج ملاحظه می‌شود هر چه نسبت مدول  $E_f/E_d$  کمتر می‌شود، فرکانس اصلی سیستم سد و پی کاهش می‌یابد. در عین حال با کم شدن نسبت مدول، پاسخ سیستم کاهش یافته و پنهانی باند فرکانسی در نقاط تشديید افزایش می‌یابد. این رفتار بعلت تأثیر استهلاک هندسی یا تشعشعی مربوط به محیط نامحدود سنگ‌پی ایجاد می‌شود [۶]. منظور از استهلاک هندسی همان فرایند مستهلاک شدن ارزشی ارتعاشی سیستم بجهت نامحدود بودن ابعاد هندسی سنگ‌پی می‌باشد.

برای کنترل بهتر نتایج برنامه کامپیوتری، نتایج مشابهی از کارهای چوپرا و همکارانش [۷] در "شکل ۴" برای مقایسه آورده شده است. البته باید توجه نمود که نتایج ایشان با استفاده از اجزاء محدود برای بدنه سد و یک روش نیمه تحلیلی برای سنگپی [۸] بدست آمده است. در ضمن در آن مطالعات، رفتار سد بصورت تنش مسطحه فرض شده است. هرچند که این اختلافات مابین دو مدل وجود دارد، لکن واضح است که نتایج از مطابقت خوبی برخوردار است و اختلافات در نتایج بسیار جزئی می باشد.

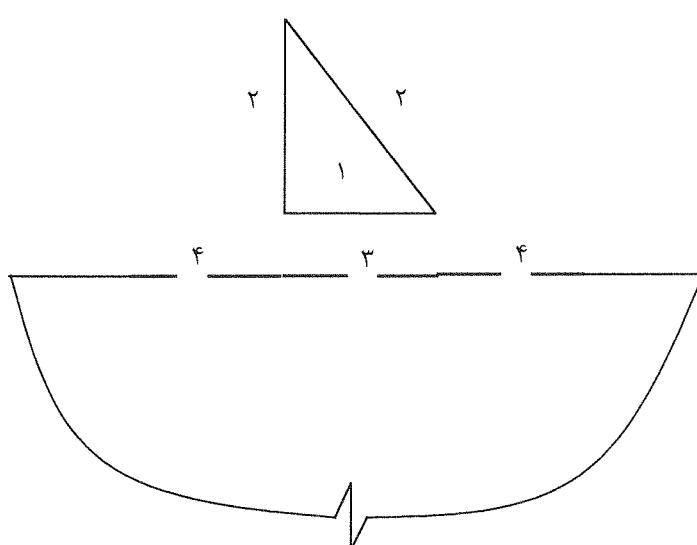
## ۶- نتیجه گیری کلی

فرمولاسیون تحلیل دینامیکی سد و سنگپی با استفاده از روش المانهای مرزی توضیح داده شد و براین اساس برنامه کامپیوتری بزبان فرترن نوشته شده است. مدلی از یک سد ایده‌آل مثلثی بر روی سنگپی ساخته شده و برای نسبت‌های مختلف مدول سنگپی به بتن بدنه سد، برنامه مذکور اجرا شد و در مجموع نتایج ذیل مشهود است.

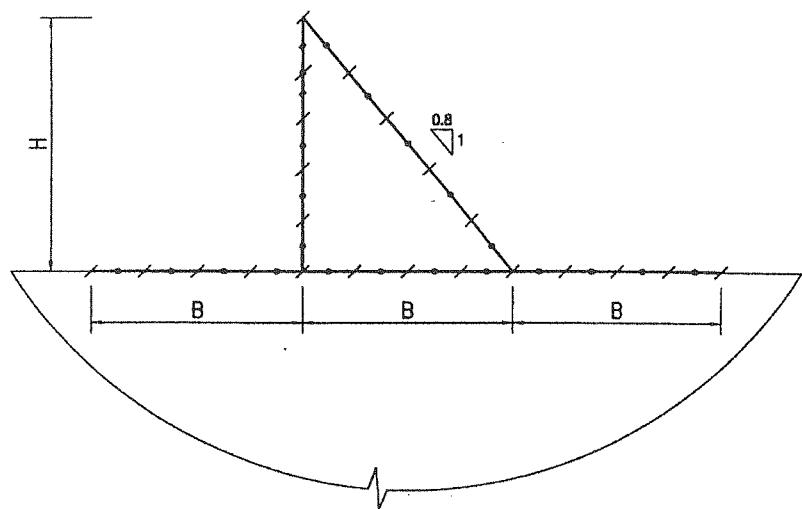
- نتایج روش المانهای مرزی با کارهای مشابه قبلی که با مدل‌های اجزاء محدود برای بدنه سد و روش‌های نیمه تحلیلی برای سنگپی انجام شده، مطابقت بسیار خوبی دارد و رفتاری مشابه در پاسخ فرکانسی توابع انتقال مؤلفه‌های شتاب تاج سد نسبت به شتاب زمین در مقایسه با مطالعات مشاهده می‌شود. بطور مشخص هرچه نسبت مدول  $E_f/E_d$  کمتر می‌شود، فرکانس اصلی سیستم سد و پی کاهش می‌یابد. همچنانی با کم شدن نسبت مدول، پاسخ سیستم کاهش می‌یابد و پهنای باند فرکانسی در نقاط تشديد افزایش پیدا می‌کند.

- برای نسبت‌های کم  $E_f/E_d$ ، پاسخ سیستم بعلت تأثیر استهلاک هندسی یا تشعشعی بطور قابل توجهی کاهش می‌یابد و این رفتار، اهمیت درنظر گرفتن اندرکنش سد و سنگپی برای طراحی بهینه سدهای بتنی وزنی در این حالت بخوبی نشان می‌دهد.

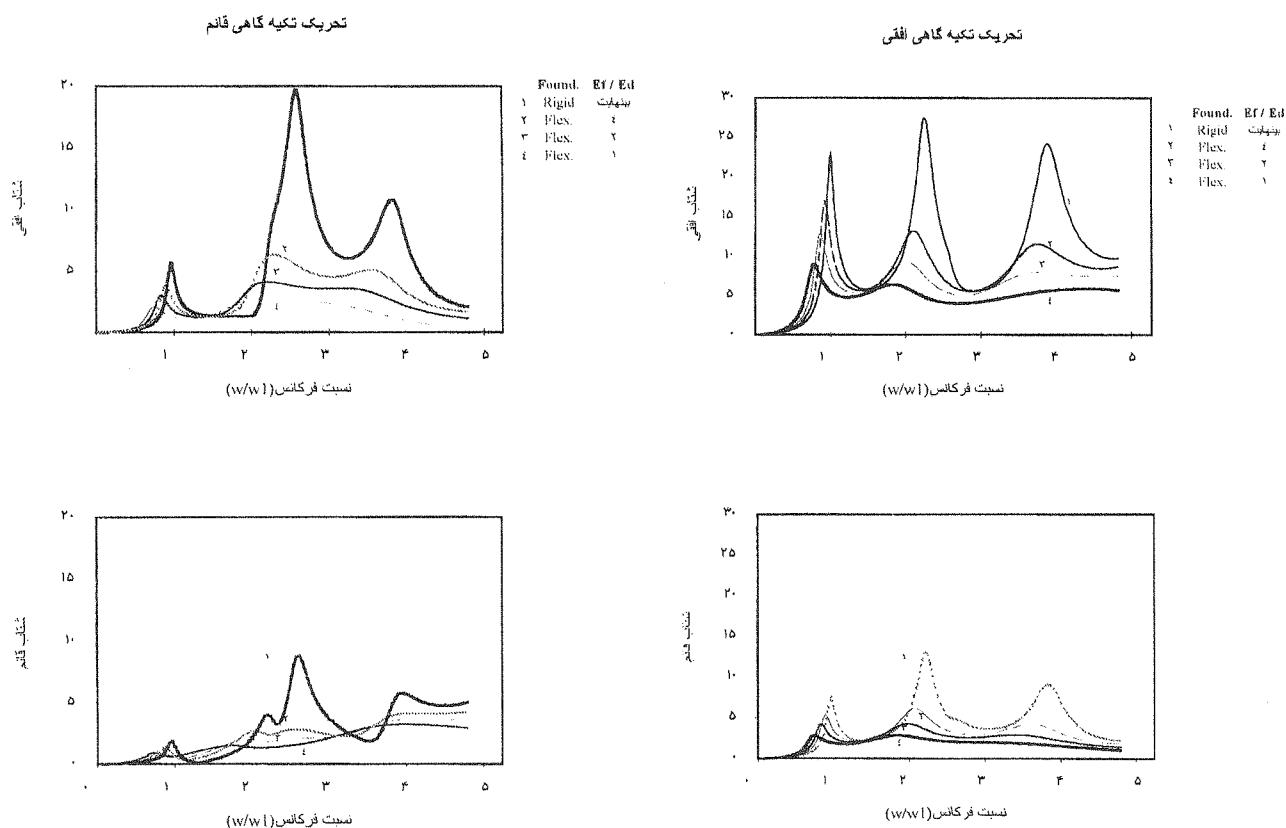
- کاربرد روش انگرالهای مرزی در تحلیل دینامیکی سدهای بتنی وزنی با درنظر گرفتن اندرکنش سد و سنگپی بوضوح نشان داده شده، در ضمن اینکه باید توجه داشت این روش از مدل کردن سنگپی برای حالات پیچیده هندسه سطح سنگپی قابل گسترش و تعمیم است. چیزی که با کمک روش‌های نیمه تحلیلی بکار گرفته شده در کارهای گذشته امکان‌پذیر نیست.



شکل (۱-الف) تقسیم بندی زیر سازه سد و سنگپی به چهار زیر ناحیه.

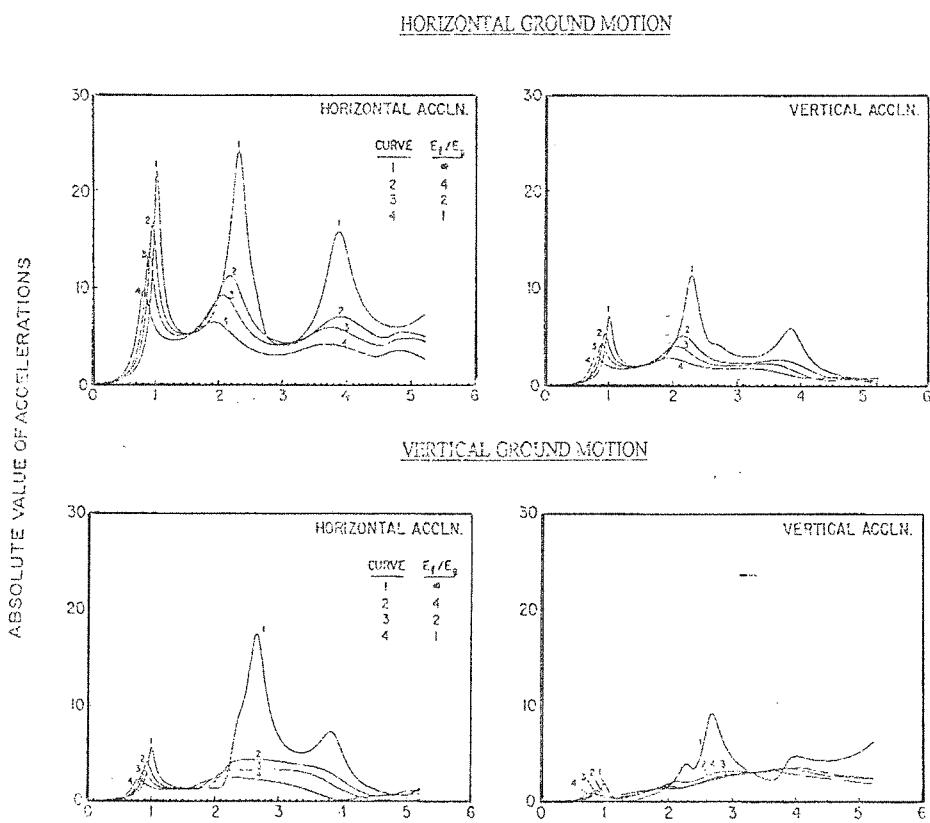


شکل (۱-ب) شبکه بندی مدل المانهای مرزی سد و سنگ پی.



شکل (۳) پاسخ تاج سد در حالت تحریک افقی  
شتاب هارمونیک با دامنه واحد در پایه سد.

شکل (۲) پاسخ تاج سد در حالت تحریک افقی  
شتاب هارمونیک با دامنه واحد در پایه سد.



شکل (۴) پاسخ تاج سد در حالات تحریک افقی و قائم شتاب هارمونیک با دامنه‌های واحد در پایه سد برگرفته از مرجع [۷].

## فهرست علائم

$\delta( )$	تابع دلتا	$\nabla$	تابع گرادیان برداری
$\sum_e$	تابع مجموع	.	ضرب داخلی برداری
$i$	عدد نپر	$\times$	ضرب خارجی برداری
	ضریب ثابت در اعداد مختلف	$\frac{\partial}{\partial}$	تابع مشتق‌گیری

## مراجع

- [1] G. Fenves and A. K. Chopra, "EAGD-84: a computer program for the earthquake analysis of concrete gravity dams", Report of UCB/EERC, University of California, Berkeley, CA., 1984.
- [2] P. K. Banerjee and R. Butterfield, "Boundary element method in engineering and science", Mc Graw-Hill, New York, 1981.
- [3] C. A. Brebbia and J. Dominguez, "Boundary elements, An introduction course", Comput. Mech. Publ. and Mc Graw-Hill book company, New York, 1992.
- [4] F. Hartmann, "The somigliana identity on piecewise smooth surfaces", J. of Elasticity, vol. 11, No. 4, 1981.
- [5] J. Dominguez and T. Meise, "On the use of the BEM for wave propagation in infinite domains", Eng. Anal. with B. E., vol. 8, pp. 132-138, 1991.
- [6] O. Maeso and J. Dominguez, "Earthquake analysis of arch dams. I: dam foundation interaction", J. of Eng. Mech., ASCE, vol. 119, pp. 496-512, 1993.
- [7] Chopra, A. K., Chakrabarti, P., and Gupta, S., "Earthquake response of concrete gravity dams including hydrodynamic and fundation interaction effects", Report No. EERC-80/01, University of California, Berkeley, Jan. 1980.
- [8] G. Dasgupta and A. K. Chopra, "Dynamic stiffness matrices for viscoelastic half planes", J. of Eng. Mech. Div., vol. 105, No. EM5, 1979.