برآورد تعداد کارگاه‌های استخراج ذخیره در معدنکاری زیرزمینی با استفاده از فرآیندهای تصادفی

سید محمد اسماعیل جلالی[i]؛ سید محمد علی حسینی[ii]؛ مهدی نجفی[iii]

چکیده

تاکنون برآورد تعداد کارگاه‌های استخراج ذخیره در معادن زیرزمینی تنها به روش‌های تجربی انجام شده است. چنین روش‌هایی بیشتر بر تجارب و قضاوت مهندسی طراحان معدن استوارند و مبتنی بر معیارهای دقیق و مشخصی نیستند. به همین دلیل سطح اطمینان برای امکان جایگزینی کارگاه‌های استخراج ذخیره در هنگام توقف کارگاه‌های اصلی معدن و حفظ تداوم تولید، نامشخص و پیش‌بینی ناپذیر است.

در این مقاله روشی جدید برای برآورد سطح اطمینان معین و تداوم تولید معدن در شرایطی که تعداد کارگاه‌های اصلی و ذخیره و احتمال متوقف شدن هر یک از کارگاه‌های استخراج فعال و نیز احتمال بازسازی کارگاه استخراج متوقف شده معلوم باشد، ارائه شده است. در این روش ابتدا کارگاه‌های اصلی و ذخیره معدن با یک فرآیند تصادفی مدل‌سازی می‌شوند و سپس با استفاده از نظریه زنجیرهای مارکوف، احتمال مورد استفاده قرار گرفتن هر یک از کارگاه‌های استخراج ذخیره در مدت بهره‌برداری از معدن برآورد می‌شود.

کلمات کلیدی

معدنکاری زیرزمینی، کارگاه استخراج ذخیره، زنجیر مارکوف، فرآیند تصادفی

Estimation of the Number of Reserved Stopes in Underground Mining, Using Stochastic Process

S.E. Jalali, S.A. Hosseini, M. Najafi

ABSTRACT

So far, Estimation of the number of reserved stopes in underground mining has only been carried out based on empirical methods. Not any accurate criteria have normally been employed in these methods. Thus, the confidence level for substituting the reserved stopes instead of failed stopes, so that the mine production is continued, is not predictable.

In this paper, a new method is presented to compute the confidence level for continuation of mine production. This method is based on the assumptions of knowing the number of the main stopes, the probability of the failure of the active stopes and the probability of repairing the failed stopes. In this method, the main and the reserved stopes are modeled, and then applying the Markov chains, the probability of using the reserved stopes during the mine production period is estimated.

KEYWORDS

Underground Mining, Reserved Stope, Markov Chain, Stochastic Process

[i] استادیار دانشکده مهندسی معدن، ژئوفیزیک و نفت، دانشگاه صنعتی شاهرود، Email: jalalisme@shahroodut.ac.ir

[ii] دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی استخراج معدن، دانشگاه صنعتی شاهرود، Email: hosseini.ma@gmail.com

[iii] دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی استخراج معدن، دانشگاه صنعتی شاهرود، Email: mehdinajafi_1362@yahoo.com

۱- مقدمه

تعداد کارگاه‌های استخراج[1] در معادن زیرزمینی، با توجه به ظرفیت معدنکاری و برنامه زمان‌بندی تولید معدن، تعیین می‌شود. این کارگاه‌ها، خوراک مرحله بعدی را که می‌تواند یکی از مراحل فرآوری یا عرضه مستقیم ماده معدنی به بازار باشد، تامین می‌کنند. در کنار کارگاه‌های استخراج اصلی، همواره تعدادی کارگاه استخراج ذخیره[2] برای حفظ تداوم تولید معدن طراحی می‌شود. کارگاه‌های استخراج ذخیره اغلب با ظرفیت معادل ظرفیت کارگاه‌های استخراج اصلی ساخته می‌شوند و در زمان توقف عملیات استخراج در کارگاه‌های اصلی معدن، مورد استفاده قرار می‌گیرند [۱]. بهره‌برداری از کارگاه‌های ذخیره تا زمانی ادامه می‌یابد که نقص موجود در کارگاه‌های اصلی برطرف و استخراج از آنها امکان پذیر شود. تعداد کارگاه‌های استخراج ذخیره که در کنار کارگاه‌های استخراج اصلی در مرحله آماده‌سازی باید ساخته شوند، به سه عامل مهم وابسته است؛ این عوامل عبارتند از:

تعداد کارگاه‌های استخراج اصلی، احتمال متوقف شدن هر یک از کارگاه‌های استخراج اصلی، احتمال بازسازی کارگاه‌های استخراج اصلی متوقف شده و آماده نمودن آنها برای ادامه کار.

احتمال متوقف شدن یک کارگاه استخراج اصلی فعال، تابعی از عواملی همچون روش استخراج، ماشین آلات، ساختار زمین‌شناسی کانسار، سطح رعایت ملاحظات ایمنی، چگونگی عملیات پشتیبانی و تدارکات کارگاه، چگونگی عملیات آماده‌سازی معدن است. علاوه بر این عوامل پیش بینی نشده‌ای نظیر حوادث طبیعی، وقوع ریزش‌های ناگهانی و یا آب گرفتگی کارگاه نیز می‌تواند بر توقف کارگاه‌های استخراج اثر گذارد.

بدیهی است چنین مسائلی که ماهیت احتمالاتی[3] دارند باید با استفاده از روش‌های احتمالاتی تحلیل شوند و کاربرد روش‌های قطعی[4]، برای تحلیل این مسائل، منجر به جواب‌های نادرست می‌شود.

در این مقاله روشی جدید برای اعتبارسنجی تعداد کارگاه‌های استخراج ذخیره با یک سطح اطمینان[5] معین، ارائه شده است. در این روش با استفاده از نظریه زنجیرهای مارکوف[6] و با فرض معلوم بودن تعداد کارگاه‌های استخراج اصلی، احتمال توقف هریک از آن‌ها و احتمال بازسازی و راه‌اندازی مجدد کارگاه‌های استخراج متوقف شده، می‌توان احتمال جایگزین شدن کارگاه‌های استخراج ذخیره و سطح اطمینان برای عدم توقف یا کاهش میزان تولید معدن را برآورد کرد.

۲- پیشینه کار

در چند سال اخیر استفاده از فرآیندهای تصادفی برای مدلسازی پدیده‌هایی که ماهیت تصادفی و احتمالاتی دارند، در زمینه‌های مختلف معدنکاری به سرعت گسترش یافته است.

مرور منابع موجود نشان می‌دهد که نقطه آغاز استفاده گسترده از فرآیندهای تصادفی در معدنکاری، به‌کارگیری این فرآیندها در اکتشاف معدن به ویژه در زمینه برآورد کمی و کیفی ذخایر معدنی بوده و با ورود روش‌های آماری به عرصه مطالعات زیست محیطی ادامه یافته است. در بخش استخراج معدن نیز کاربرد روش‌های مدلسازی آماری با استفاده از فرآیندهای تصادفی عمدتاً در زمینه برآورد ماشین آلات معدنی در ناوگان حمل و نقل معدن تمرکز یافته است.

اخیراً کاربردی از فرآیندهای تصادفی با بهره گیری از زنجیرهای مارکوف برای بهینه‌سازی محدوده معدنکاری روباز توسط جلالی و همکاران ارائه شده است [۳].

با وجود ماهیت احتمالاتی برآورد تعداد کارگاه های استخراج ذخیره، تا کنون هیچ روشی برای محاسبه دقیق تعداد کارگاه‌های استخراج ذخیره در یک معدن، به‌طوری که نشان‌دهنده یک سطح اطمینان مشخص برای دسترسی به کارگاه‌های استخراج ذخیره باشد، ارائه نشده است.

تنها روشی که تا به حال برای برآورد تعداد کارگاه‌های استخراج ذخیره در معادن زیرزمینی مورد استفاده قرار گرفته است، روش تجربی است که در آن، تعداد کارگاه‌های استخراج ذخیره به صورت ضریبی از تعداد کارگاه‌های استخراج اصلی معدن برآورد می‌شود [۴]. این ضریب با تعداد کارگاه‌های استخراج اصلی معدن رابطه معکوس دارد و با افزایش آنها کاهش می‌یابد. از آنجا که روش‌های تجربی عمدتاً بر تجارب و قضاوت مهندسی طراحان معدن استوار بوده و مبتنی بر معیارهای دقیق و مشخصی نیستند، لذا سطح اطمینان برای امکان جایگزینی کارگاه‌های استخراج ذخیره در هنگام توقف کارگاه‌های اصلی معدن و حفظ تداوم تولید با کاربرد چنین روش‌هایی نامشخص و پیش‌بینی ناپذیر است.

۳- تعاریف

از آنجا که در این مقاله از فرآیندهای تصادفی[7]، زنجیرهای مارکوف و بعضی توابع احتمالاتی سخن به میان می‌آید، ابتدا لازم است موارد فوق و بعضی از ابزارهای مورد نیاز برای معرفی آنها به‌طور مختصر تشریح شوند.

۱-۳- فرآیندهای تصادفی

یک فرآیند تصادفی مجموعه‌ای از رخدادها است که هر یک دارای احتمال وقوع معینی باشند. به بیان ریاضی، مجموعه $\{X_t\}$ که در آن t متغیری از میان اعضای مجموعه $T=\{0,1,2,..\}$ است، مجموعه متغیرهای تصادفی نامیده می‌شود. فرآیندهای تصادفی توسط فضای حالت[۸] خود که در واقع محدوده مقادیر محتمل برای متغیرهای تصادفی X_t هستند، مشخص می‌شوند. به‌طور کلی فرآیندهای تصادفی مجموعه‌هایی را مورد بررسی قرار می‌دهند که با گذشت زمان تحت نوسانات تصادفی قرار گیرند. اکثر پدیده‌های طبیعت با فعل و انفعالات احتمالی همراه هستند و این زمینه را برای استفاده از الگوهای فرآیندهای تصادفی در مطالعه پدیده‌های طبیعی فراهم می‌سازد [۳ و ۵].

۲-۳ زنجیرهای مارکوف

ویژگی دستگاهی که در آن، وضعیت کنونی معلوم و وضعیت‌های گذشته هیچ تاثیری در وضعیت آینده آن نداشته باشند، ویژگی مارکوفی و دستگاهی را که دارای این ویژگی است زنجیر مارکوف می‌نامند [۶]. در مباحث فرآیندهای تصادفی، زنجیرهای مارکوف از دو دیدگاه حائز اهمیت است: نخست آنکه دارای نظریه‌ای غنی است که قسمت عمده آن را می‌توان در سطوح مقدماتی فرآیندهای تصادفی ارائه کرد و دوم آنکه بسیاری از مسائل طبیعی و کاربردی را می‌توان از طریق آن مدلسازی و تحلیل نمود [۳].

رشته آزمایش‌هایی که نتایج آنها نظیر $x_1,x_2,...,x_n$ دو ویژگی زیر را برآورده می‌سازند، فرآیند تصادفی زنجیر مارکوف نامیده می‌شود [۶]:

الف- هر نتیجه به مجموعه متناهی نتایج یعنی $\{a_1,a_2,...,a_m\}$ که فضای حالت دستگاه نامیده می‌شود، متعلق باشد. در این شرایط اگر نتیجه آزمایش n ام، a_i باشد آن‌گاه دستگاه در زمان n یا در مرحله n ام در حالت a_i قرار دارد.

ب- نتیجه هر آزمایش تنها به نتیجه آزمایش ماقبل آن وابسته باشد و از نتیجه آزمایش‌های ماقبل دیگر مستقل باشد. به عبارت دیگر برای هر زوج از حالت‌ها، نظیر (a_i,a_j) احتمال معینی مانند p_{ij} وجود داشته باشد، به نحوی که a_j بلافاصله بعد از a_i رخ دهد.

اعداد p_{ij} به نام احتمال انتقال[۹] خوانده می‌شوند و به‌صورت ماتریسی که به ماتریس انتقال[۱۰] موسوم است، آرایش می‌یابند. ماتریس انتقال P که هر یک از درایه‌های آن احتمال انتقال p_{ij} را نشان می‌دهد، ملاحظه می‌شود.

$$P=\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & .... & p_{1m} \\ p_{21} & p_{22} & .... & p_{2m} \\ .... & .... & .... & .... \\ p_{m1} & p_{m2} & .... & p_{mm} \end{pmatrix}$$

بدین ترتیب به هر حالت a_i، سطر i ام ماتریس انتقال P، یعنی $(p_{i1},p_{i2},...,p_{im})$ متناظر می‌شود. اگر دستگاه در حالت a_i باشد، آنگاه این سطر برداری، همه نتایج محتمل در آزمایش بعدی را ارائه خواهد کرد. از آنجا که این بردار نامنفی و مجموع درایه‌های آن برابر با یک است، آن‌را بردار احتمال[۱۱] می‌نامند. به همین ترتیب ماتریس انتقال P که هر سطر آن یک بردار احتمال است، ماتریس تصادفی[۱۲] نامیده می‌شود. ماتریس تصادفی P در صورتی که درایه‌های هر توانی از آن مثل P^m همگی مثبت باشند، ماتریس تصادفی منظم[۱۳] خوانده می‌شود.

یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های ماتریس تصادفی- که در این مقاله نیز از این ویژگی استفاده می‌شود- این است که هر ماتریس تصادفی منظم مثل P دارای یک بردار ثابت[۱۴] یکتا[۱۵]، مثل f، است که ضرب ماتریس تصادفی از راست، مقدار آن را تغییر نمی‌دهد. به عبارت دیگر برای این ویژگی می‌توان رابطه زیر را تعریف نمود [۵].

$$f\times P=f \qquad (1)$$

در این شرایط رشته ...,P,P^1,P^2 از توان های P به ماتریس احتمال T میل می‌کنند که هر کدام از سطرهای آن f است.

اگر ماتریس انتقال P در زنجیر مارکوف، یک ماتریس تصادفی منظم باشد، آنگاه برای زمان طولانی احتمال اینکه حالت a_j رخ دهد تقریباً با مولفه f_j از بردار احتمال یکتای f ماتریس P برابر است. بدین ترتیب اثر حالت اولیه یا توزیع احتمال اولیه فرآیند با افزایش تعداد مراحل به تدریج از بین می‌رود. به این حالت توزیع ماندار[۱۶] زنجیر مارکوف گویند [۶].

۳-۳- مثال عددی

برای تشریح قواعد مربوط به زنجیرهای مارکوف، مثالی ساده که مفاهیم آن نزدیک به روش ارائه شده در این مقاله برای مدلسازی کارگاه‌های استخراج اصلی و ذخیره است، بررسی می‌شود [۳].

مطابق شکل (۱)، فرض می‌شود که دو مهره سفید در ظرف A و سه مهره سیاه در ظرف B قرار دارد. در هر مرحله، از هر ظرف یک مهره انتخاب و جای آن با مهره برداشته شده از ظرف دیگر عوض می‌شود. در این شرایط، و پس از یک دوره طولانی جابه‌جایی مهره‌ها می‌توان توصیف توزیع ماندار در

ظروف را با استفاده از نظریه زنجیرهای مارکوف محاسبه کرد.

در اولین مرحله باید ماتریس انتقال تشکیل شود. برای تشکیل ماتریس انتقال، باید احتمال انتقال از هر حالت (S_i) به سایر حالت‌ها محاسبه شود.

حالت‌های محتمل، شامل S_0، S_1 و S_2 در شکل (۱) نشان داده شده است. به‌عنوان مثال احتمال انتقال از حالت S_1 به S_0 و S_2 که به ترتیب با P_{10} و P_{12} نشان داده می‌شود، برابر است با:

$$P_{10} = 1/6 \qquad P_{12} = 1/3$$

با توجه به مقادیر فوق می‌توان مقدار P_{11} را که احتمال باقی ماندن سیستم در حالت S_1 است، از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$P_{11} = 1 - (P_{10} + P_{12}) = 1/2$$

اکنون با محاسبه سایر مقادیر احتمال می‌توان ماتریس انتقال را به شکل زیر تشکیل داد:

$$P = \begin{array}{c} \\ S_0 \\ S_1 \\ S_2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} S_0 & S_1 & S_2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1/6 & 1/2 & 1/3 \\ 0 & 2/3 & 1/3 \end{pmatrix} \end{array}$$

توزیع ماندار ماتریس انتقال P از رابطه ۴ قابل محاسبه است.

در این شرایط اگر درایه‌های بردار f مقادیر x y و z فرض شود، می‌توان این مقادیر را از حل دستگاه معادلات زیر به‌دست آورد:

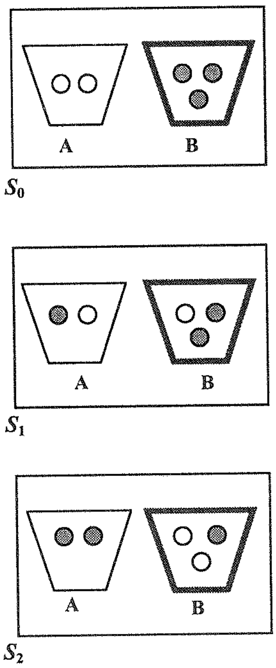
$$\begin{cases} f \times P = f \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

که از حل این دستگاه مقادیر زیر حاصل می‌شود:

$$x = 0.1, \quad y = 0.6, \quad z = 0.3$$

٤- مدل‌سازی کارگاه‌های استخراج فعال و ذخیره با استفاده از فرآیندهای تصادفی و تحلیل آن

در حالت معمول تعداد مشخصی کارگاه استخراج ذخیره در کنار کارگاه‌های استخراج اصلی معدن در مرحله آماده سازی ساخته می‌شود که تعداد آن‌ها همواره از تعداد کارگاه‌های اصلی معدن کمتر است. کارگاه‌های استخراج ذخیره در صورتی به چرخه تولید معدن وارد می‌شوند که به سبب توقف کارگاه‌های استخراج اصلی معدن، امکان استخراج از آنها با ظرفیت تعیین‌شده قبلی وجود نداشته باشد. این مسئله با رشته رخدادهای متناهی توصیف می‌شود که در هر مرحله از آن هر یک از m کارگاه استخراج اصلی معدن به دلایل ذکر شده از چرخه تولید خارج شود و یک کارگاه از n کارگاه ذخیره $(m > n)$ تولید خود را به‌جای کارگاه استخراج متوقف شده، آغاز کند. این فرآیند زنجیری تا جایگزینی تمام n کارگاه استخراج ذخیره به‌جای کارگاه‌های استخراج اصلی معدن ادامه خواهد یافت و در صورت تعمیر هر یک از کارگاه‌های استخراج



شکل(۱): حالات محتمل قرارگیری مهره‌ها در ظروف

اصلی متوقف شده، فرآیند زنجیری در جهت عکس حالت اول پیش خواهد رفت.

علاوه بر حالت توصیف شده، مجموعه حالاتی نیز وجود دارد که در آنها تعداد کارگاه استخراج اصلی متوقف شده بیش از کارگاه‌های ذخیره (n) باشد و کارگاه ذخیره دیگری برای جایگزینی آنها باقی نمانده باشد.

مجموعه این حالات را می‌توان به صورت فرآیندی در نظر گرفت که شامل متغیرهای تصادفی x_t باشد. x_t مجموعه‌ای از حالات است که در آن، احتمال از کار افتادن هر یک از کارگاه‌های استخراج اصلی را با گذشت زمان به صورت یک رشته از رخدادها معرفی می‌کند. در این حالت، متناهی بودن فضای حالت دستگاه نیز کاملاً واضح است. علاوه بر این، وضعیت فعلی هر حالت نیز تنها و تنها به حالت ماقبل آن وابسته است و حالات دیگر، تاثیری در وضعیت فعلی دستگاه ندارند؛ بنابراین دستگاه مدلسازی شده یک فرآیند مارکوفی در حالت گسسته و زمان پیوسته خواهد بود.

با توجه به شکل (۲) در حالت اولیه دستگاه (حالت S_1) تمام m کارگاه استخراج اصلی، فعال است و طبعاً هیچ کارگاه استخراج ذخیره‌ای جایگزین آنها نمی‌شود. در حالت دوم (حالت

S_2)، با بروز توقف در یکی از m کارگاه استخراج اصلی و جایگزینی آن با یکی از n کارگاه استخراج ذخیره، تعداد کارگاه‌های استخراج اصلی در این حالت به m-۱، کارگاه‌های استخراج ذخیره فعال شده به ۱، تعداد کارگاه‌های استخراج ذخیره باقیمانده به (n-۱) و تعداد کارگاه‌های استخراج اصلی متوقف شده به ۱ خواهد رسید. در صورتی‌که کارگاه متوقف شده تعمیر شود، دستگاه بار دیگر به حالت اولیه باز خواهد گشت و در صورت تعمیر نشدن کارگاه مذکور، حالت فعلی دستگاه حفظ خواهد شد. حالت بعدی (حالت S_3)، حالتی است که در آن دو کارگاه استخراج از m کارگاه اصلی متوقف شده، دو کارگاه استخراج ذخیره جای آنها را خواهند گرفت. در این حالت تعداد کارگاه‌های استخراج اصلی فعال (m-۲) و تعداد کارگاه‌های استخراج ذخیره باقیمانده، به (n-۲) خواهد رسید. همچنین تعداد کارگاه‌های استخراج متوقف شده و ذخیره فعال شده هر کدام برابر با ۲ خواهد بود. این فرآیند تا زمانی ادامه خواهد یافت که تمام کارگاه‌های استخراج فعال (اصلی و ذخیره‌های فعال شده) متوقف شده باشند و هیچ کارگاه ذخیره دیگری برای جایگزینی آنها وجود نداشته باشد. در این حالت دستگاه به وضعیت نهایی خود (حالت S_k)، خواهد رسید.

به عنوان مثال، در یک نمونه معدن زیرزمینی زغال‌سنگ، براساس میزان تولید و شرایط کاری در مرحله طراحی، پنج کارگاه استخراج اصلی (m=۵) و دو کارگاه استخراج ذخیره (n=۲) برای جلوگیری از توقف عملیات در نظر گرفته شده است. براساس محاسبات آماری انجام شده در این معدن، تعداد روزهای کاری ۳۰۰ روز منظور شده که از این تعداد، هر کارگاه به‌طور متوسط ۲۰ روز غیر فعال و ۲۸۰ روز در حال تولید است؛ بنابراین احتمال غیرفعال بودن کارگاه استخراج ۲۰/۳۰۰ و احتمال فعال بودن آن ۲۸۰/۳۰۰ خواهد بود. ضمناً هر کارگاه استخراج، پس از هر توقف، باید به سرعت تعمیر و دوباره وارد چرخه تولید شود. احتمال تعمیر شدن کارگاه استخراج بر اساس اطلاعات آماری در مدت زمان از کار افتادگی آن در طی یک سال (۲۰ روز)، ۸/۲۰ و احتمال تعمیر نشدن آن ۱۲/۲۰ در نظر گرفته می‌شود.

اکنون به منظور بررسی کفایت تعداد کارگاه‌های استخراج ذخیره در نظر گرفته شده، این مساله به‌عنوان یک فرآیند تصادفی مدل‌سازی و سپس با استفاده از نظریه زنجیره‌های مارکوف تحلیل می‌شود.

همانطور که در شکل(۳) ملاحظه می‌شود، چهار حالت ممکن به عنوان فضای حالت این مساله وجود دارد: حالت اول (S_1)، حالتی است که در آن تمام کارگاه‌های استخراج اصلی فعال باشند و هیچ یک از کارگاه‌های استخراج ذخیره جایگزین کارگاه‌های استخراج اصلی معدن نشوند. حالت دوم (S_2)، حالتی است که در آن یکی از کارگاه‌های استخراج اصلی فعال، متوقف و یکی از کارگاه‌های استخراج ذخیره جایگزین آن شود.

حالت S_1

کارگاه‌های اصلی	m
کارگاه‌های ذخیره	n
کارگاه‌های متوقف شده	۰
کارگاه‌های ذخیره‌های فعال شده	۰

حالت S_2

کارگاه‌های اصلی	m-۱
کارگاه‌های ذخیره	n-۱
کارگاه‌های متوقف شده	۱
کارگاه‌های ذخیره‌های فعال شده	۱

حالت S_3

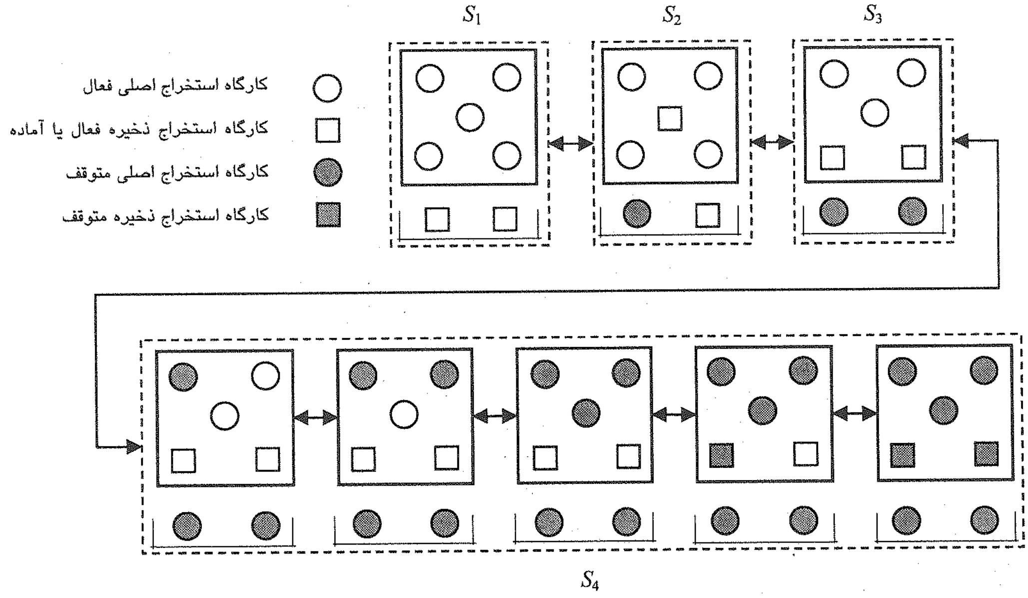
کارگاه‌های اصلی	m-۲
کارگاه‌های ذخیره	n-۲
کارگاه‌های متوقف شده	۲
کارگاه‌های ذخیره‌های فعال شده	۲

حالت S_k

کارگاه‌های اصلی	-
کارگاه‌های ذخیره	-
کارگاه‌های متوقف شده	m+n
کارگاه‌های ذخیره‌های فعال شده	-

شکل(۲): حالت‌های مختلف دستگاه

حالت سوم (S_3) حالتی است که در آن دو کارگاه استخراج از پنج کارگاه اصلی متوقف و هردو کارگاه استخراج ذخیره جایگزین آنها شوند. حالت چهارم (S_4) نیز حالتی است که در آن بیش از دو کارگاه استخراج اصلی متوقف و کارگاه استخراج ذخیره دیگری برای جایگزینی آنها موجود نباشد. حالت چهارم مشتمل بر پنج زیر مجموعه است که با بروز هریک از آنها تعداد کارگاه‌های فعال به کمتر از پنج کارگاه خواهد رسید و در نتیجه تولید معدن کاهش می‌یابد و به دنبال آن هزینه‌ها افزایش خواهد یافت.



شکل(۳): حالت‌های محتمل کارگاه‌های استخراج اصلی و ذخیره

با توجه به آنچه گفته شد، حالات S_1 تا S_4 یک زنجیر مارکوف متناهی را پدید می‌آورند. اکنون با توجه به مفروضات می‌توان احتمال انتقال دستگاه از هر حالت به حالات دیگر را محاسبه کرد. به‌عنوان مثال، احتمال اینکه فرآیند از حالت S_1 به حالت S_2 تغییر یابد، برابر است با احتمال اینکه یکی از کارگاه‌های استخراج فعال متوقف شود و یکی از کارگاه‌های ذخیره جایگزین آن شود. این احتمال بر اساس قوانین توزیع دوجمله‌ای برابر است با :

$$P_{(S_1\to S_2)}=\binom{5}{1}\times\left(\frac{28}{30}\right)^4\times\left(\frac{2}{30}\right)=0.2529$$

و همچنین احتمال اینکه فرآیند از حالت S_3 به حالت S_2 انتقال یابد، برابر است با:

$$P_{(S_3\to S_2)}=\binom{2}{1}\times\left(\frac{8}{20}\right)^4\times\left(\frac{12}{20}\right)\times\left(\frac{28}{30}\right)^5=0.3400$$

و نیز احتمال اینکه فرآیند از حالت S_4 به حالت S_3 انتقال یابد برابر است با:

$$P_{(S_4\to S_3)}=\left[\left(\frac{1}{5}\right)\times\left(\frac{28}{30}\right)^4\times\binom{3}{1}\times\left(\frac{8}{20}\right)\times\left(\frac{12}{20}\right)^2\right]$$
$$+\left[\left(\frac{1}{5}\right)\times\left(\frac{28}{30}\right)^3\times\binom{4}{2}\times\left(\frac{8}{20}\right)^2\times\left(\frac{12}{20}\right)^2\right]$$
$$+\left[\left(\frac{1}{5}\right)\times\left(\frac{28}{30}\right)^2\times\binom{5}{3}\times\left(\frac{8}{20}\right)^3\times\left(\frac{12}{20}\right)^2\right]$$
$$+\left[\left(\frac{1}{5}\right)\times\left(\frac{28}{30}\right)^1\times\binom{6}{4}\times\left(\frac{8}{20}\right)^4\times\left(\frac{12}{20}\right)^2\right]$$
$$+\left[\left(\frac{1}{5}\right)\times\binom{7}{5}\times\left(\frac{8}{20}\right)^5\times\left(\frac{12}{20}\right)^2\right]=0.2032$$

در این رابطه هر یک از جملات، احتمال انتقال یکی از شرایط محتمل در حالت S_4 به حالت S_3 است.

به صورت مشابه احتمال انتقال از هر مرحله به مراحل دیگر محاسبه و در ماتریس انتقال آرایش می‌یابد.

ماتریس انتقال فرآیند فوق به‌صورت زیر است:

$$P=\begin{array}{c}\\ S_1\\ S_2\\ S_3\\ S_4\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccc}S_1 & S_2 & S_3 & S_4\end{array}\\ \begin{pmatrix}0.7082 & 0.2529 & 0.0361 & 0.0028\\ 0.2833 & 0.4249 & 0.1518 & 0.1400\\ 0.1133 & 0.3400 & 0.2550 & 0.2917\\ 0.0168 & 0.0924 & 0.2032 & 0.6876\end{pmatrix}\end{array}$$

اکنون می‌توان توزیع ماندار زنجیر مارکوف را که نشان دهنده

باقی‌ماندن دستگاه در هر یک از حالات S_1 تا S_4 است، از رابطه (۱) محاسبه نمود:

$$(a,b,c,d)\times\begin{pmatrix}0.7082 & 0.2529 & 0.0361 & 0.0028\\ 0.2833 & 0.4249 & 0.1518 & 0.1400\\ 0.1133 & 0.3400 & 0.2550 & 0.2917\\ 0.0168 & 0.0924 & 0.2032 & 0.6876\end{pmatrix}=(a,b,c,d)$$

که در آن:

a: احتمال پایدار ماندن دستگاه در حالت اول (S_1)،

b: احتمال پایدار ماندن دستگاه در حالت دوم (S_2)،

c: احتمال پایدار ماندن دستگاه در حالت سوم (S_3)،

d: احتمال پایدار ماندن دستگاه در حالت چهارم (S_4) است.

مقادیر عددی به‌دست آمده از حل معادلات دستگاه فوق به شرح زیر است:

$$a = 0.3322,\ b = 0.27064,\ c = 0.1411,\ d = 0.2560$$

از ضرب احتمال باقی ماندن دستگاه در هر یک از حالات در تعداد روزهای کاری سال، تعداد روزهایی که دستگاه در آن وضعیت قرار خواهد گرفت به‌دست می‌آید . نتایج در جدول(۱) خلاصه شده است.

جدول(۱): تعداد روزهای قرارگیری دستگاه در حالت S_i

حالات(S_i)	تعداد روز
تعداد روزهایی که هیچ یک از کارگاه‌های استخراج ذخیره مورد استفاده قرار نمی‌گیرند. (S_1)	$0.3322\times 300 = 97$
تعداد روزهایی که یکی از کارگاه‌های استخراج اصلی خراب و یکی از کارگاه‌های استخراج ذخیره جایگزین آن می‌شود. (S_2)	$0.2706\times 300 = 82$
تعداد روزهایی که دو عدد از کارگاه‌های استخراج اصلی خراب و همه کارگاه‌های استخراج ذخیره جایگزین آنها می‌شود. (S_3)	$0.1411\times 300 = 44$
تعداد روزهایی که بیش از دو کارگاه استخراج اصلی خراب و کارگاه استخراج ذخیره‌ای برای جایگزینی آن وجود ندارد. (S_4)	$0.2560\times 300 = 77$

بنابراین فاصله اطمینان برای دسترسی به حداقل یک کارگاه استخراج ذخیره در شرایطی که دو کارگاه استخراج ذخیره برای پنج کارگاه استخراج اصلی منظور گردد، برابر با ۷۴ درصد خواهد بود.

اکنون با درنظر گرفتن سطح اطمینان مورد نیاز در طراحی و نیز پارامترهای اقتصادی، می‌توان در مورد کفایت یا عدم کفایت تعداد کارگاه‌های استخراج ذخیره، قضاوت کرد.

طبیعی است در صورتی که در هنگام محاسبه تعداد کارگاه‌های استخراج ذخیره، فاصله اطمینان دست پایین در نظر گرفته شود، احتمال در دسترس بودن یک کارگاه استخراج ذخیره هنگام از کار افتادن یک کارگاه استخراج فعال، کم می‌شود؛ ولی چنانچه فاصله اطمینان با گستره زیاد، مثلاً ۹۵ درصد، منظور شود، احتمال درست بودن یک کارگاه استخراج ذخیره هنگام از کار افتادن یک کارگاه استخراج فعال معادل ۰/۹۵ خواهد بود. بدیهی است که در این شرایط باید تعداد بیشتری کارگاه استخراج ذخیره در هنگام طراحی معدن در نظر گرفته شود که البته موجب افزایش هزینه معدنکاری به سبب نیاز به آماده سازی بیشتر برای جانمایی این کارگاه‌ها در محدوده معدنکاری و تعمیر و نگهداری بلند مدت کارگاه‌های استخراج ذخیره خواهد شد.

۵- نتیجه‌گیری

تا کنون هیچ روشی برای محاسبه دقیق تعداد کارگاه‌های استخراج ذخیره در یک معدن، به‌طوری که نشان دهنده یک سطح اطمینان مشخص برای دسترسی به کارگاه‌های استخراج ذخیره باشد، ارائه نشده است. راه جدیدی که در این مقاله ارائه شده، از یک منطق احتمالاتی قوی با پشتوانه غنی ریاضی منطبق بر نظریه زنجیرهای مارکوف بهره می‌برد و روش دقیقی را برای انتخاب بهینه تعداد کارگاه‌های استخراج ذخیره در معدنکاری زیرزمینی ارائه نشان می‌دهد.

با کاربرد این روش و با فرض مشخص بودن تعداد کارگاه‌های استخراج اصلی معدن، احتمال متوقف شدن هریک از کارگاه‌های استخراج فعال و احتمال بازسازی کارگاه‌های استخراج متوقف شده، می‌توان به‌ازای هر تعداد مشخص از کارگاه‌های ذخیره، سطح اطمینان برای در دسترس بودن کارگاه‌های ذخیره در مدت زمان معدنکاری را محاسبه کرد.

با آنکه محاسبات لازم برای کاربرد این روش نسبتاً پیچیده و زیاد است، با تدوین یک برنامه رایانه‌ای می‌توان تعداد زیادی از حالات محتمل را بررسی و از میان آنها بهترین گزینه را - که معرف یک سطح اطمینان مشخص است- انتخاب کرد.

۶- منابع

[۱] Boky B., Mining, MIR Publisher, Moscow, 1967.

[۲] Jalali, S. E., M. Ataee-pour and K. Shahriar, Pit Limit Optimisation Using Stochastic Process, CIM Bulletin, Vol. 99, No. 1024, pp. 1-11, 2006.

[۳] Hoel, P.G., Port, S.C., Stone, C.J., Introduction to stochastic processes, Houghton Mifflin Company, 1983.

[۴] Popov. G., The Working of Mineral Deposits, MIR Publishers, Moscow, 1971, p.p. 92-97.

[۵] Lipschutz, S., Theory and probability problems, Schaun's outline series, McGraw Hill, 2000.

[۶] L. Paul. Fatti, Frank E. Beichelt, Stochastic processes and their applications, CRC Press, 2002.

۵- زیرنویس ها

[1]- Stope
[2]- Reserved Stope
[3]- Probabilistic
[4]- Deterministic
[5]- Confidence Region
[6]- Markov Chains
[7]- Stochastic Process
[8]- State Space
[9]- Transition Probability
[10]- Transition Matrix
[11]- Probability Vector
[12]- Stochastic Matrix
[13]- Regular Stochastic Matrix
[14]- Fixed Vector
[15]- Unique
[16]- Stationary Distribution