

شناسایی عوامل ایجاد آشفتگی در برنامه‌ریزی تولید با استفاده از متدولوژی پویایی سیستم‌ها

فرزاد حقیقی رادⁱ؛ احمد ماکوئیⁱⁱ

چکیده

یکی از پدیده‌های مهم؛ که در بعضی از سیستم‌های ساخت و برنامه‌ریزی تولید مشاهده شده است، اثر پروانه‌ای و آشفتگی است. اثر پروانه‌ای اشاره به این دارد، که ممکن است در صورت وجود روابط غیرخطی در سیستم با برآورد اشتباه مقادیر آغازین متغیرها، خطا در سیستم تشدید و پس از مدت زمانی بین واقعیت و رفتار موجود سیستم فاصله زیادی ایجاد شود. در این مقاله با استفاده از متدولوژی پویایی سیستم‌ها و اثبات ریاضی نشان داده شده است که در یک سیستم تولیدی ترکیب عددی بین سه پارامتر زمان سیکل (CT)، زمان تطبیق بین WIP موجود و مطلوب و زمان تطبیق بین موجودی موجود و مطلوب می‌تواند به ایجاد اثر پروانه‌ای و آشفتگی در رفتار متغیر حالت موجودی در سیستم منجر شود.

لغات کلیدی

اثر پروانه‌ای، آشفتگی، پویایی سیستم‌ها، پویایی‌های غیرخطی، برنامه‌ریزی تولید

Determination Chaos Factors In Production Planning Using System Dynamics Methodology

F.haghighi Rad ; A.makoui

ABSTRACT

One of the imperative phenomena is observed in some of the manufacturing systems and production planning, is chaos and butterfly effect. Butterfly effect point that in case of presence of nonlinear relations in system and incorrect estimate of initial values of variables, error in system enforce and after some periods, between reality and available state of system causes large distance. The intention of this paper is to demonstrate that in a production system , numerical combination , Cycle Time (CT), Adjustment Time between existing WIP and desired WIP and Adjustment Time between current inventory and desired inventory parameters can lead to chaos and butterfly effect in behavior of inventory state variable with using of mathematical means and computer simulation. At the end, the hypothesis that have manifested from attains of this research will be explained.

KEYWORDS

Butterfly effect, Chaos, System Dynamics, Nonlinear Dynamics, Production Planning.

ⁱ . دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، صنایع دانشگاه تربیت مدرس؛ نشانی: تهران، خیابان ولیعصر، سازمان مدیریت صنعتی، ساختمان مرکزی، اتاق ۴۰۷ . تلفن: ۰۹۱۲-۳۰۴۲۸۳۷ . haghghirad@imi.ir

ⁱⁱ استادیار دانشکده مهندسی صنایع؛ دانشگاه علم و صنعت ایران : email: amakoui@iust.ac.ir



ادوارد لورنز نخستین فردی است که آشفتگی را مشاهده و مطالعه کرد. لورنز یک هواشناس بود؛ در سال ۱۹۶۰ یک برنامه کامپیوتری را با استفاده از ۱۲ معادله برای پیش‌بینی آب و هوا ایجاد کرد. کامپیوتر لورنز در هر دقیقه ردیفی از اعداد بر روی کاغذ چاپ می‌کرد؛ اعدادی که بیانگر وضعیت جوی یک روز بودند. تنها ورودی‌های شبیه‌سازی، مقادیر آغازین متغیرها بودند. در یکی از اجراهای شبیه‌سازی، لورنز به اجرای مجدد شبیه‌سازی تصمیم گرفت؛ اما این بار برای صرفه‌جویی در زمان شبیه‌سازی از اطلاعات اجرای قبل استفاده کرد؛ یعنی یکی از نقاط میانی شبیه‌سازی اجرای اول را به عنوان نقطه آغازین اجرای جدید منظور کرد و نتایج دو اجرا را باهم پرنیت گرفت. نمودار اجرای اول با اجرای دوم بعد از مدت زمانی کاملاً از هم دور شده بودند. این خطا فقط به دلیل تفاوت به میزان ۰.۰۰۰۱۲۷ اختلاف در ورود مقدار آغازین اجرای دوم بود. این پدیده اثر پروانه‌ای نامیده شد. اثر پروانه‌ای اشاره به این دارد که در صورت وجود روابط غیرخطی در سیستم و برآورد اشتباه مقادیر آغازین متغیرها، ممکن است خطا در سیستم تشدید و پس از مدت زمانی بین واقعیت و رفتار موجود سیستم فاصله زیادی ایجاد شود. پس از کشف لورنز در سایر علوم نیز محققان به تحقیق در این حوزه پرداختند که یکی از این زمینه‌ها سیستم‌های تولیدی است [۶] و [۸].

تحقیقات اندکی در زمینه پویایی‌های غیرخطی یا اثر پروانه‌ای در سیستم‌های تولیدی انجام شده است. تمرکز اصلی تحقیقات پیشین در حوزه‌های زیر بوده است [۲]، [۴]، [۲۲]، [۳]، [۱۲]:

- (۱) تشخیص عواملی که در سیستم‌های تولیدی به پویایی‌های غیرخطی منجر می‌شوند.
 - (۲) تحلیل عوامل آشفتگی در سیستم‌های تولیدی با استفاده از شبیه‌سازی و ابزار ریاضی.
 - (۳) توسعه معیارهایی برای اندازه‌گیری پیچیدگی و آشفتگی در سیستم‌های تولیدی.
 - (۴) توسعه مدل‌های برنامه‌ریزی در حالت آشفتگی.
- Reiter و همکاران عوامل زیر را باعث ایجاد پویایی در سیستم‌های تولیدی می‌دانند [۱۱]، [۲۲]، [۲]:

- ساختار
- صدور سفارش
- ظرفیت
- خط‌مشی‌های صف
- قوانین عملیاتی

Reiter برای نشان دادن اثر پروانه‌ای عامل قوانین عملیاتی را تجزیه و تحلیل کرد. Reiter یک سیستم تولیدی را در نظر

گرفت که از دو بافر موجودی تشکیل شده است. نحوه ارتباط بافرها با یکدیگر با یک معادله غیرخطی نشان داده است که معادله مذکور باعث ایجاد آشفتگی در سیستم می‌شود. معادله‌ای که برای نشان دادن ارتباط بافرها به عنوان قانون عملیاتی کار گرفته شده است بسیار به معادله لجستیک شبیه است که با تغییر پارامتر، رفتار آشفتگی از خود نشان می‌دهد [۱۱]، [۲۲]، [۳].

Peters و همکاران عامل ظرفیت را به عنوان یکی از عوامل ایجاد آشفتگی، در یک سیستم سوئیچ بررسی کرده‌اند. سیستم سوئیچ، سیستمی است که در آن، سیستم بر اساس یک قانون از یک حالت به حالت دیگر سوئیچ می‌کند. سیستم تحت مطالعه از سه منبع آب تشکیل شده است که در آن، سیستم بر اساس حجم آب درون منبع به منبع دیگری؛ که حجم کمتری دارد، سوئیچ می‌کند. فرض اصلی نویسندگان این است که ظرفیت منابع در ساخت محدود است، بنابراین خط‌مشی‌ها باید به گونه‌ای باشد که از لبریز شدن منابع جلوگیری کند. نویسندگان به این نتیجه رسیده‌اند که به ازای مقادیر پایین ظرفیت در سیستم سوئیچ آشفتگی ایجاد می‌شود [۴].

Armbruster با مطالعه سیستم Bucket Brigade 4 و در نظر گرفتن عامل قوانین عملیاتی به عنوان عامل ایجاد پویایی در سیستم تولید به دیگرامی شبیه دیگرام چندشاخگی معادله لجستیک رسیده است [۴].

Wang و همکاران ضمن بررسی اثر پروانه‌ای در پارامتر تقاضا، یک استراتژی تعیین اندازه دسته تولیدی متناظر با تقاضای آشفتگی ارائه داده‌اند. روش ارائه شده واکنز ویتین است؛ که در آن پرونده‌های برنامه‌ریزی بسیار کوچک‌تر در نظر گرفته شده است [۱۴].

Efstathiou و همکاران، ارتباط بین مقیاس‌هایی را که برای اندازه‌گیری پیچیدگی سیستم‌های ساخت و زنجیره تأمین استفاده می‌شود، بررسی کرده‌اند. تأکید اصلی نویسندگان بر مقیاس‌های تئوری اطلاعات و تئوری آشفتگی است [۳].

این مقاله از دو جنبه با تحقیقات اخیر متفاوت است: اولاً از روش پویایی سیستم‌ها برای کشف پدیده آشفتگی در یک سیستم تولیدی استفاده شده است؛ ثانیاً بر خلاف سایر پژوهش‌های این حوزه؛ که با قرار دادن یک معادله ریاضی شناخته شده مانند معادله لجستیک در سیستم تحت مطالعه (که رفتاری آشفتگی دارد) سعی در کشف پدیده آشفتگی دارند، سعی شده است که بدون تحمیل معادله‌ای خاص به سیستم، پدیده آشفتگی مطالعه شود.

در قسمت اول این مقاله مدل پویای سیستم تولیدی ذکر شده سپس پارامترهایی که امکان ایجاد آشفتگی در سیستم را

دارند شناسایی و ۸ حالت ممکن بررسی شده است. در هر حالت، با استفاده از شبیه‌سازی و اثبات ریاضی امکان ایجاد آشفتگی در سیستم بررسی شده است. از آنجا که شبیه‌سازی و اثبات هر ۸ حالت تقریباً شبیه هم می‌باشد اثبات دو حالت ذکر و برای ۶ حالت باقیمانده نتیجه نهایی آورده شده است.

۲- مدل دینامیکی یک سیستم تولیدی

۲-۱- فرمول بندی مسأله

برای ساخت مدل دینامیکی از متدولوژی پویایی سیستم‌ها؛ که آقای فورستر توسعه داده، استفاده شده است [۱۰]، [۵]. در این قسمت از مدل پویای تعدیل شده استرمن [۱۲] در زنجیره تأمین به منظور مدل‌سازی سیستم تولیدی استفاده شده است. منطق اصلی مدل آقای استرمن همان مدل جونزه [۶] در روش پارامتری در برنامه ریزی تولید است. از آنجا که نیروی انسانی تأثیری در هدف نهایی ما؛ که کشف آشفتگی است، ندارد. در این قسمت، مدل را مستقل از نیروی انسانی بررسی می‌کنیم.

معرفی متغیرها و پارامترها

I: موجودی	PR: نرخ تولید
WIP: کار در جریان	SR: نرخ حمل
PSR: نرخ شروع تولید	AFW: تطبیق WIP
WAT: زمان تطبیق WIP	DP: تولید مطلوب (تروپوت)
DPS: نرخ مطلوب شروع تولید	WIP:DWIP: مطلوب
CT: زمان ساخت	MOPT: کمینه زمان تحویل
IC: پوشش موجودی	RAFI: تطبیق موجودی
IAT: زمان تطبیق موجودی	DIC: پوشش موجودی مطلوب
DI: موجودی مطلوب	SSC: ذخیره اطمینان
FD: پیش‌بینی تقاضا	Actual: مقدار واقعی تقاضا
α : پارامتر پیش‌بینی	AFW: تطبیق WIP

فرایند تولید از دو زیربخش موجودی و کار در جریان تشکیل شده است. به منظور بیان بهتر موضوع به توضیحات زیر توجه شود:

در یک سیستم تولیدی فرض می‌شود ۲ منبع اصلی وجود

دارد که کالا بر اساس استراتژی‌های سیستم تولیدی به درون این دو منبع ریخته و یا از آنها برداشت می‌شود. این دو منبع عبارتند از منبع موجودی (I) و منبع کار در جریان (WIP). به عبارت دیگر، اگر کالایی در انبار نهایی نباشد (موجودی) این کالا در جریان ساخت قرار دارد؛ یعنی در منبع کار در جریان (WIP) است. استراتژی‌های سیستم تولیدی و تغییرات محیطی (مانند تقاضا) چگونگی مبادله کالا بین این دو منبع و چگونگی نوسان سطح این دو منبع را تعیین می‌کنند.

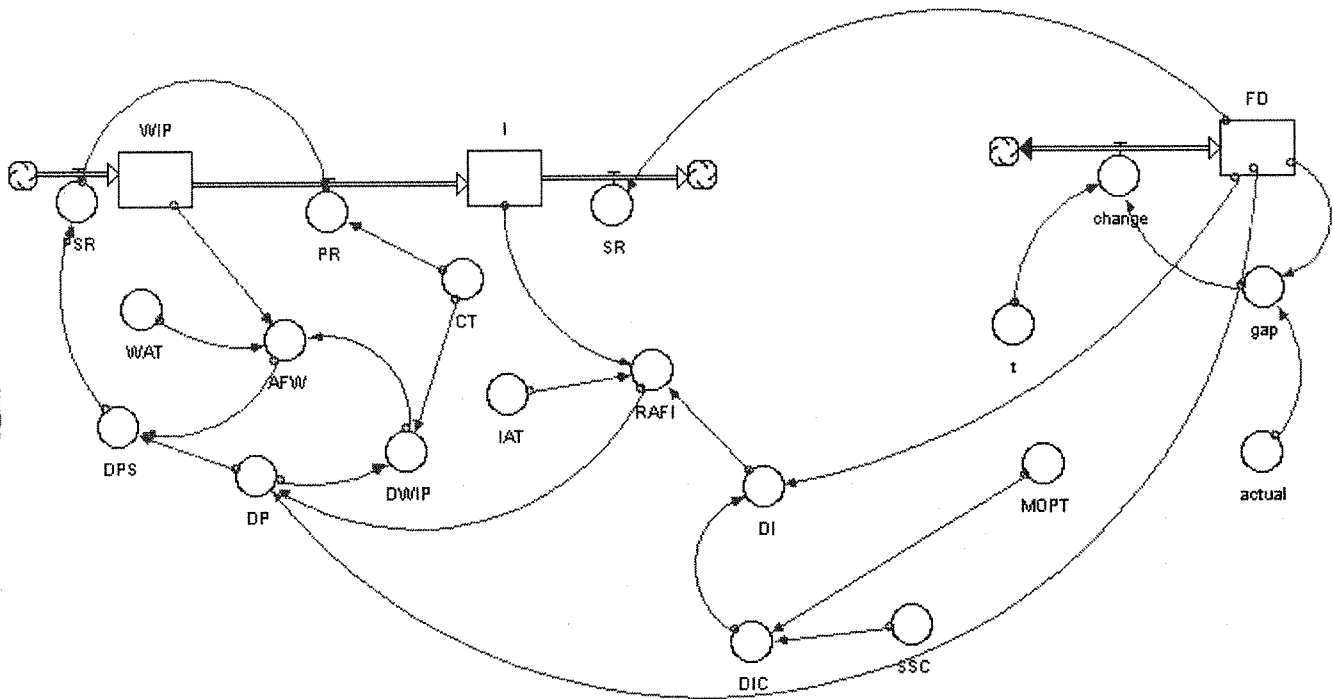
در شکل (۱)، ارتباطات بین متغیرها و پارامترهای سیستم مذکور نشان داده شده است.

شرح نمودار:

شکل (۱) نمودار جریان سیستم را نشان می‌دهد. برای رسم این نمودار از نرم‌افزار شبیه‌سازی Ithink3.01 استفاده شده است. در این نمودار متغیرهایی که با نماد مستطیل نشان داده شده‌اند متغیرهای حالت هستند که وضعیت سیستم را در هر لحظه زمانی نشان می‌دهند. متغیرهایی که با نماد پیکان روی دایره نشان داده شده‌اند متغیرهای نرخ هستند. این متغیرها مشخص‌کننده نحوه جریان ورود و خروج به درون متغیرهای حالت هستند. نماد دایره در شکل (۱) متغیرهای کمکی هستند که تنها برای تسهیل کردن عملیات مدل‌سازی بکار گرفته شده‌اند. در نمودار شکل (۱)، نرخ تولید (PR) باعث افزایش سطح منبع موجودی می‌شود؛ به دلیل آنکه این متغیر عامل ورود کالا درون منبع است. در مقابل متغیر نرخ حمل (SR) با توجه به پیش‌بینی تقاضا، عامل خروج کالا از منبع موجودی است. بنابراین دو عامل اصلی نوسان در منبع موجودی، متغیرهای نرخ تولید و نرخ حمل هستند؛ اما از آنجا که هر منبع موجودی لازم است که با توجه به وضعیت بازار و کارخانه همیشه سطح مطلوبی (DI) از موجودی را در خود نگهداری کند، در این سیستم به یک متغیر تنظیم‌کننده نیاز است که با فاصله گرفتن سطح موجودی (I) از سطح موجودی مطلوب (DI) این عدم تطبیق (RAFI) را طی مدت زمانی (IAT) پوشش دهد.

همان‌طور که از نمودار پیداست، متغیر نرخ تولید (PR) عامل اتصال دو متغیر حالت یا سطح کالای در جریان ساخت (WIP) و موجودی (I) است. اصولاً کالا هنگامی از WIP به موجودی تبدیل می‌شود که عملیات ساخت آن به اتمام





شکل (۱): نمودار جریان یک سیستم تولیدی

اینکه کمبود کالا در خط تولید باعث متوقف شدن تولید خواهد شد؛ بنابراین به یک متغیر تنظیم کننده نیاز است که عدم تطبیق WIP بین موجود و مطلوب WIP (۱۲) را طی مدت زمانی WAT (۱۴) پوشش دهد.

رسیده باشد؛ یا به عبارت دیگر، مدت زمان سیکل تولید CT را طی کرده باشد. همانند منبع موجودی I منبع کالای در جریان ساخت WIP نیز باید در یک سطح مطلوبی قرار داشته باشد؛ به دلیل

۲-۲- معادلات نمودار جریان

$DPS = DP + AFW$	(۱)	$DP = \max(0, RAFI + FD)$	(۹)
$PRS = DPS$	(۲)	$DIC = SSC * MOPT$	(۱۰)
$SR = FD$	(۳)	$PR = \frac{PRS}{CT}$	(۱۱)
$change = \frac{gap}{2}$	(۴)	$DI = DIC + FD$	(۱۲)
$gap = (actual - FD)$	(۵)	$FD(t) = FD(t - dt) + (change) * dt$	(۱۳)
$RAFI = \frac{(DI - I)}{LAT}$	(۶)	$I(t) = I(t - dt) + (PR - SR) * dt$	(۱۴)
$AFW = \frac{(DWIP - WIP)}{WAT}$	(۷)	$WIP(t) = WIP(t - dt) + (PSR - PR) * dt$	(۱۵)
$DWIP = CT * DP$	(۸)		

مطلوبش؛ که در معادله (۱) محاسبه شد، در نظر گرفته شده است.

معادلات (۴)، (۵) و (۱۳) پیش‌بینی تقاضا با استفاده از روش هموارسازی نمایی را انجام می‌دهند که حاصل پیش‌بینی با معادله (۱۲) به دست می‌آید. فرض بر این است که تقاضای واقعی، مطابق شکل (۲) است. در معادله (۳) فرض شده است که

معادله (۹) بیان می‌کند که تولید مطلوب یک سیستم تولیدی باید به مقداری باشد که جواب‌گویی مقدار پیش‌بینی شده تقاضا باشد و همچنین بتواند عدم تطابق موجودی را جبران کند. از طرف دیگر، معادله (۱۱) نرخ مطلوب تولید را برابر مقداری در نظر می‌گیرد که علاوه بر تولید مطلوب عدم تطابق WIP را نیز در بر دارد. در معادله (۲)، نرخ شروع تولید برابر مقدار

- حالت سوم: $WAT, CT \geq 1, IAT < 1$
 حالت چهارم: $CT, IAT \geq 1, WAT < 1$
 حالت پنجم: $CT \geq 1, IAT, WAT < 1$
 حالت ششم: $IAT \geq 1, WAT, CT < 1$
 حالت هفتم: $WAT \geq 1, IAT, CT < 1$
 حالت هشتم: $WAT, IAT \geq 1, CT < 1$

از آنجا که شبیه‌سازی و اثبات ۸ حالت فوق تقریباً شبیه هم است، برای ۲ حالت اول و سوم اثبات ریاضی و شبیه‌سازی به طور کامل آورده شد و برای سایر حالات به ذکر نتایج پرداخته شده است.

برای اثبات ریاضی از ضریب لیاپانوف استفاده شده است. فرمول ضریب لیاپانوف به صورت زیر است:

$$\frac{|I_{n+1} - I_n|}{|I_1 - I_0|} = e^{\lambda_n}$$

در فرمول فوق، پارامتر λ_n ضریب لیاپانوف است. در صورتی که این ضریب بزرگتر از صفر باشد نشان دهنده آن است که خطا در سیستم به صورت نمایی تشدید می‌شود و پیامد تشدید خطا در سیستم اثر پروانه‌ای است.

حالت اول: $WAT, CT, IAT \geq 1$

تحلیل ریاضی:

فرض:

$$\text{Max}(0, RAFI + FD) = RAFI + FD$$

به منظور بررسی اثر پروانه‌ای در مدل، فرض می‌شود که مقدار آغازین متغیر حالت موجودی I باشد. با تغییر I به $I + \Delta I$ ضریب لیاپانوف محاسبه خواهد شد. با تحلیل ضریب لیاپانوف در مورد حساسیت سیستم به شرایط اولیه قضاوت خواهد شد.

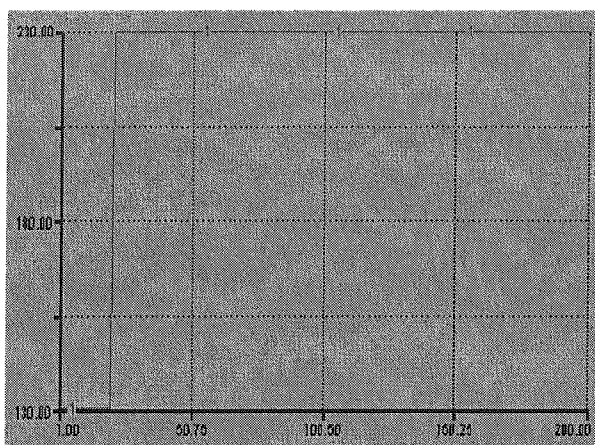
$$I_0 = I \rightarrow I + \Delta I$$

$$PR =$$

$$\left[\frac{FD + \frac{(DI - I)}{IAT} + \left[\left(CT * \left[\frac{(DI - I)}{IAT} + FD \right] \right) - WIP \right]}{WAT} \right]$$

$$= \left[\frac{FD}{CT} + \frac{(DI - I)}{IAT * CT} + \frac{(DI - I)}{IAT * WAT} + \frac{FD}{WAT} - \frac{WIP}{WAT * CT} \right]$$

$$SR = FD$$



شکل (۲) - تقاضای واقعی

نرخ حمل به‌عنوان عامل کاهشده موجودی برابر تقاضای پیش‌بینی شده است.

معادلات (۶) و (۷) بیان‌کننده این است که فاصله موجودی از مقدار مطلوبش و همچنین فاصله WIP از مقدار مطلوبش باید به ترتیب طی مدت زمان IAT و WAT پوشش داده شود.

معادله (۸) رابطه لیتل است. این معادله بیان می‌کند که مقدار WIP مطلوب برابر حاصل ضرب زمان سیکل در تروپوت است.

رابطه (۱۰) به منظور این‌که موجودی در طی مدت زمان تحویل در سطح مطلوب باقی بماند، استفاده می‌شود.

رابطه (۱۱) بیان می‌کند که به منظور این‌که یک قطعه تولید شود باید مدت زمان CT را طی کند.

روابط (۱۴) و (۱۵) نیز به ترتیب معادلات حالت موجودی و WIP هستند.

۱۵ معادله معرفی شده، رفتار تقاضا و همچنین مقادیر آغازین دو متغیر حالت موجودی (I) و کار در جریان (WIP) برای نرم‌افزار Ithink 3.01 تعریف شد که نتایج اجرای شبیه‌سازی به ازای مقادیر مختلف پارامترها بررسی شد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی در قسمت ۲ آمده است.

۳- بررسی پدیده آشفتگی در مدل پویا

در این قسمت با استفاده از ابزار ریاضی و شبیه‌سازی کامپیوتری اثر آشفتگی در مدل بررسی شده است. پس از انجام اجراهای مختلف شبیه‌سازی این نتیجه حاصل شد که ترکیب عددی سه پارامتر IAT، CT و WAT در بعضی شرایط باعث ایجاد اثر پروانه‌ای و آشفتگی در منبع موجودی می‌شود. با توجه به بینشی که از شبیه‌سازی حاصل شد، کل رفتارهای ممکن را به هشت حالت زیر تقسیم می‌کنیم:

حالت اول: $WAT, CT, IAT \geq 1$

حالت دوم: $WAT, IAT \geq 1, CT < 1$

است، نتیجه گرفته می‌شود که در حالت اول، سیستم آشفته نیست؛ چون ضریب لیاپانوف منفی است.

$$|1-X| \leq 1 \Rightarrow 0 \leq X \leq 2 \quad \text{لم ۱.}$$

عبارت کسری داخل قدر مطلق به دلایل زیر مثبت است:

$$(CT * WAT^2) > (CT * WAT)$$

$$(CT^2 * WAT) > CT^2$$

اگر ثابت شود که عبارت کسری داخل قدر مطلق کوچک‌تر یا مساوی ۲ است نتیجه می‌گیریم که سیستم قابلیت تولید اثر

پروانه‌ای را ندارد.

فرض کنید: $A = IAT * CT^2 * WAT^2$

$$-1 \leq \frac{WAT - (CT * WAT)}{A} < 0$$

$$\Rightarrow 0 < \frac{(CT * WAT^2)}{A} \leq 1$$

$$0 < \frac{WAT - (CT * WAT) + (CT * WAT^2)}{A} \leq 1 \quad (۱۸)$$

از طرف دیگر داریم:

$$CT^2 \geq CT \Rightarrow 0 < \frac{CT - CT^2}{A} \leq -1 \Rightarrow$$

$$0 < \frac{(CT^2 * WAT) - CT^2 + CT}{A} \leq 1 \quad (۱۹)$$

$$\frac{(CT * WAT^2) + (CT^2 * WAT)}{IAT * CT^2 * WAT^2} - \frac{(CT * WAT) - CT^2 + WAT + CT}{IAT * CT^2 * WAT^2} < 1$$

بنابراین، ضریب لیاپانوف نمی‌تواند مثبت باشد؛ لذا در این

حالت سیستم آشفته نیست.

حال فرض کنید: $Max(0, RAFI + FD) = RAFI + FD$

باشد. در این حالت داریم:

$$PR = \frac{-WIP * CT}{WAT * CT}$$

$$I_1 = I - \left(\frac{WIP}{WAT * CT} - FD \right) \Rightarrow \frac{|I_2 - I_1|}{\Delta I} = 1$$

$$I_2 = I + \Delta I - \left(\frac{WIP}{WAT * CT} \right)$$

$$\Rightarrow Ln|1| = 0$$

بنابراین افزایش ΔI بی‌تأثیر است.

حالت سوم $WAT, CT \geq 1, IAT < 1$

الف - تحلیل ریاضی

فرض:

$$Max(0, RAFI + FD) = RAFI + FD$$

$$I_1 = I + (PR - SR) \Rightarrow I_1 = I + \left[\frac{FD}{CT} + \frac{(DI - I)}{IAT * CT} + \frac{(DI - I)}{IAT * WAT} + \frac{FD}{WAT} - \frac{WIP}{WAT * CT} \right] - FD$$

$$I \rightarrow I + \Delta I \Rightarrow \left[\frac{FD}{CT} + \frac{(DI - I - \Delta I)}{IAT * CT} + \frac{(DI - I - \Delta I)}{IAT * WAT} + \frac{FD}{WAT} - \frac{WIP}{WAT * CT} \right] \quad (۱۶)$$

تذکر: تأثیر تغییر I به $I + \Delta I$ در WIP به صورت زیر

خواهد بود:

$$WIP_{NEW} = WIP_{OLD} +$$

$$\left[\frac{-\Delta I}{IAT} - \frac{CT * \Delta I}{IAT * WAT} + \frac{\Delta I}{IAT * CT} + \frac{\Delta I}{IAT * WAT} \right]$$

مقدار داخل کروشه مقدار تفاوت حاصل از تغییر را نشان

می‌دهد.

با توجه به رابطه (۱۲) داریم:

$$I_1 = I + (PR - SR)$$

$$I_2 = I + \Delta I + (PR' - SR)$$

$$\Rightarrow |I_2 - I_1| = \left| \frac{\Delta I + \frac{FD}{CT} + \frac{(DI - I - \Delta I)}{IAT * CT} + \frac{(DI - I - \Delta I)}{IAT * WAT} + \frac{FD}{WAT} - \frac{FD}{CT} - \frac{(DI - I)}{IAT * CT} - \frac{(DI - I)}{IAT * WAT} - \frac{FD}{WAT}}{\frac{\Delta I}{IAT * WAT * CT} + \frac{CT * \Delta I}{IAT * WAT^2 * CT}} - \frac{\Delta I}{IAT * WAT * CT^2} - \frac{\Delta I}{IAT * WAT^2 * CT} \right|$$

$$\left| \frac{\Delta I - \frac{\Delta I}{IAT * CT} - \frac{\Delta I}{IAT * WAT} + \frac{\Delta I}{IAT * WAT * CT}}{\frac{\Delta I}{IAT * WAT^2} - \frac{\Delta I}{IAT * WAT * CT^2} - \frac{\Delta I}{IAT * WAT^2 * CT}} \right|$$

به منظور محاسبه ضریب لیاپانوف، عبارت فوق را بر ΔI

تقسیم می‌کنیم.

$$\left| \frac{1 - \frac{1}{IAT * CT} - \frac{1}{IAT * WAT} + \frac{1}{IAT * WAT * CT}}{\frac{1}{IAT * WAT^2} - \frac{1}{IAT * WAT * CT^2} - \frac{1}{IAT * WAT^2 * CT}} \right|$$

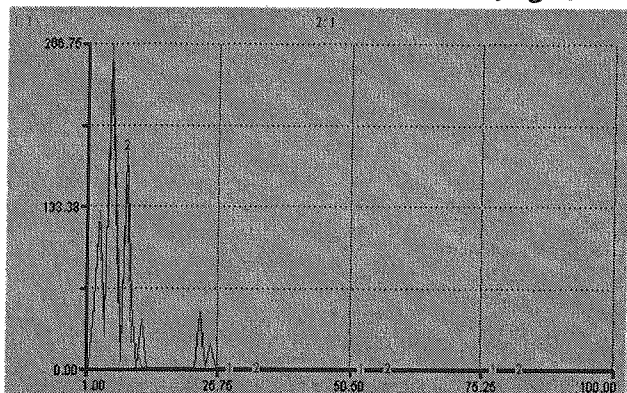
ضریب لیاپانوف برابر Ln عبارت فوق است. پس از

ساده‌سازی داریم:

$$\lambda = Ln \left| 1 - \frac{[(CT * WAT^2) + (CT^2 * WAT) - (CT * WAT) - CT^2 + WAT + CT]}{IAT * CT * WAT^2} \right| \quad (۱۷)$$

اگر ثابت شود حاصل عبارت قدر مطلق کوچک‌تر از عدد یک

اگر شبیه‌سازی به ازای مقادیر دسته دوم انجام شود نتیجه زیر حاصل می‌شود:



شکل (۴): نمودار زمانی منبع موجودی. در نمودار قرمز مقدار آغازین موجودی صفر است؛ اما در نمودار آبی مقدار آغازین موجودی یک است.

همان‌طور که از شکل مشخص است در این حالت اثر پروانه‌ای وجود ندارد، بنابراین سیستم نسبت به مقادیر آغازین خود حساس نیست. در شکل (۴) دو نمودار روی هم قرار گرفته‌اند و این نشان دهنده آن است که رفتار غیرخطی در سیستم وجود نداشته و اثر پروانه‌ای تولید نمی‌کند.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله قابلیت ایجاد آشفتگی در یک سیستم تولیدی در قالب مدلی پویا بررسی شد. پس از اجراهای مختلف شبیه‌سازی این نتیجه حاصل شد که ترکیب عددی پارامترهای زمان تطبیق بین موجودی مطلوب و موجود (IAT)، زمان سیکل (CT) و زمان تطبیق بین WIP مطلوب و موجود (WAT) در بعضی حالات می‌توانند باعث ایجاد آشفتگی شوند؛ لذا کل ترکیبات عددی این سه پارامتر با استفاده از بینشی که از شبیه‌سازی به دست آمد با توجه به کوچک‌تر یا بزرگ‌تر بودن از ۱ به ۸ حالت تقسیم شد که نتایج حاصل از شبیه‌سازی و اثبات ریاضی در جدول زیر آمده است:

حالت	قابلیت ایجاد اثر پروانه‌ای
حالت اول:	در این حالت سیستم آشفتگی نیست $WAT, CT, IAT \geq 1$
حالت دوم:	در این حالت سیستم آشفتگی نیست $WAT, IAT \geq 1, CT < 1$
حالت سوم:	گاهی آشفتگی است و گاهی آشفتگی نیست $WAT, CT \geq 1, IAT < 1$
حالت چهارم:	گاهی آشفتگی است و گاهی آشفتگی نیست $CT, IAT \geq 1, WAT < 1$
حالت پنجم:	گاهی آشفتگی است و گاهی آشفتگی نیست $CT \geq 1, IAT, WAT < 1$

از آنجا که $CT \geq 1$ است، می‌توان از رابطه (Error!) در حالت (۱) استفاده کنیم:

$$\lambda = \ln \left| 1 - \frac{(CT * WAT^2) + (CT^2 * WAT)}{IAT * CT^2 * WAT^2} \right| - \frac{(CT * WAT) - CT^2 + WAT + CT}{IAT * CT^2 * WAT^2} < 1$$

در این حالت نمی‌توان یک حکم کلی در مورد منفی یا مثبت شدن ضریب لیاپانوف داد، به دلیل آنکه IAT باعث انقباض مخرج کسر می‌شود؛ بنابراین با توجه به اعدادی که CT و WAT به خود اختصاص می‌دهند، ممکن است ضریب لیاپانوف مثبت یا منفی شود. در زیر دو سری عدد آورده شده است که به ازای دسته اول ضریب لیاپانوف مثبت و به ازای دسته دوم ضریب لیاپانوف منفی می‌شود:

دسته اول	دسته دوم
CT=1	CT=2
WA	WA
T=2	T=1
IAT=0.3	IAT=0.5
$\lambda = 0.847$	$\lambda = -0.693$

ب- شبیه‌سازی

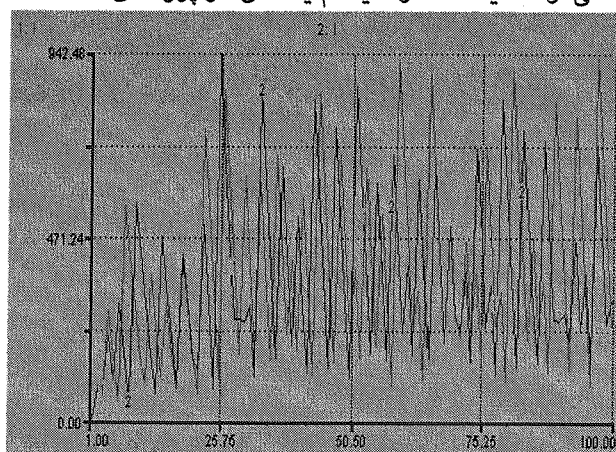
مقادیر آغازین شبیه‌سازی:

$$I = WIP = 0$$

$$t = 2 \text{ و } FD = 10$$

$$SSC = 3 \text{ و } MOPT = 2$$

نتیجه شبیه‌سازی به ازای مقادیر دسته اول در زیر آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، به ازای ۱ واحد تغییر در مقدار آغازین I دو نمودار پس از مدت زمانی اختلاف زیادی نسبت به هم پیدا می‌کنند؛ که این فاصله نشان می‌دهد مدتی رفتار دو سیستم بسیار متفاوت می‌شود که این تفاوت ناشی از تشدید خطا در سیستم یا همان اثر پروانه‌ای است.



شکل (۳): نمودار زمانی منبع موجودی. در نمودار قرمز مقدار آغازین موجودی صفر است، اما در نمودار آبی مقدار آغازین موجودی یک است.

Oliver, D. ; *Fractal Vision*, 1stEdition, SAMS Publishing, 1992.

Radons, G.; Neugebauer, R.; *Nonlinear Dynamics of production Systems*, 1stEdition, WILEY-VCH, 2004.

Richardson, G.P.; Pugh, A.L.; "Introduction to system Dynamics , Modelling with Dynamo", MIT press, 1981.

scholz-Reiter, B.; Freitag, M.; schmieder, A.; "Modelling and control of production systems based on Nonlinear dynamics theory", Department of planning and control of production systems , university of Bremen, Germany , p.p. 1-4, 2002.

scholz- Reiter, B.; Freitag, M.; schmieder, A.; "A Dynamical Approach for modelling and control of production systems", Department of planning and control of production systems, university of Bremen , Germany, p.p. 1-12, 2001

Sterman, John; *Business Dynamics: system thinking and modelling for a complex world*, 1stEdition, MC Graw - Hill/Irwin, 2000.

wang, Kung-Jeng; wee, Hui-Ming; Gao, Shin-Feng; Chung, Shen-Lian; "Production and inventory control with Chaotic demands", Omega, 2004.

Yingjin, Lu; Yong, Tang; xiaowo, Tang; "Study on complexity of the Bullwhip Effect", Journal of Electronic science and Technology of China, vol. 2, p.p. 1-14, 2004.

[۸]	گاهی آشفته نیست		
[۴]	گاهی آشفته است و گاهی آشفته نیست	$IAT \geq 1, WAT, CT < 1$	حالت ششم:
[۱۰]	گاهی آشفته است و گاهی آشفته نیست	$WAT \geq 1, IAT, CT < 1$	حالت هفتم:
[۱۱]	گاهی آشفته است و گاهی آشفته نیست	$WAT, IAT \geq 1, CT < 1$	حالت هشتم:

[۱۲] قابلیت ایجاد آشفتگی در هر یک از ۸ حالت بالا با استفاده از اثبات ریاضی و شبیه‌سازی کامپیوتری بررسی شد. به طور کلی می‌توان از این ۸ حالت نتیجه گرفت که در مدل ارائه شده، شرط لازم برای ایجاد اثر پروانه‌ای این است که از دو پارامتر WAT, IAT حداقل یکی کوچک‌تر از ۱ باشد. کوچک‌تر از ۱ بودن پارامترهای WAT, IAT نشان‌دهنده نوعی شتابزدگی در سیستم برای پوشش عدم تطابقها است.

۵- تحقیقات آتی

از آنجا که پژوهش‌های بسیار اندکی در زمینه اثر پروانه‌ای در سیستم‌های تولیدی انجام شده است، این موضوع برای تحقیقات آتی بسیار جذاب است؛ لذا عناوین تحقیقاتی زیر برای آینده پیشنهاد می‌شود:

- کشف پدیده آشفتگی در زنجیره تأمین
- تأثیر جانمایی تسهیلات در ایجاد آشفتگی
- تأثیر ظرفیت تولید در ایجاد آشفتگی

۶- مراجع

- [۱] آریانزاد، میر بهادرقلی؛ محمد، مدرس یزدی؛ سیستم‌های کنترل تولید جامع؛ انتشارات مرکز نشر دانشگاهی تهران، ۱۳۷۴.
- [۲] Dejonckheere, J.; Disney, S.M.; Lambrecht, M.; Towill, D.R.; "The dynamics of aggregate planning", production planning & control Journal, vol. 14, p.p. 497-516, 2003.
- [۳] Efstathiou, J.; kariuki, S.; Huaccho Huatuco, L.; sivadasan, S.; calinescu, A.; "The relationship between information - theoretic and Chaos - theoretic measures of the complexity of manufacturing systems", white paper, university of oxford, 2001.
- [۴] Feichtinger, Gustav; "Chaos Theory in operation Research", Int. Trans. Opt Res, Vol. 3, p.p. 23-36, 1996.
- [۵] Forrester, J.; *Industrial Dynamics*, productivity press, 1961.
- [۶] James, G.E. ; "CHAOS THEORY, The essentials for military applications", US.Air Force, vol. 10, p.p. 1-140, 1996.
- [۷] Larsen, R.; Morecroft, D.W.; Thomsen, S.; "Complex behaviour in production - distribution model ", European Journal of operational Research Vol. 119, p.p. 61-74, 1999.

۷- زیر نویس ها

1. Cycle Time
2. Work In Progress
3. Edward Lorenz

4. در این سیستم، هر کارگر یک کار را بر می‌دارد و روی آن فرایند مربوطه را انجام می‌دهد و آن را در ایستگاه حمل می‌کند تا به کارگر دیگر بدهد. این کار باعث می‌شود که WIP اضافی وجود نداشته باشد. در واقع کارگران به یک منطقه خاص محدود نمی‌شوند. وقتی یک کارگر با یک ایستگاه پر روبرو می‌شود، باید صبر کند تا ایستگاه در دسترس شود. بنابراین او به دنبال یک کارگر جدید نمی‌گردد. شرح کامل مدل جونز در صفحه ۱۶۱ منبع ۲۶ آمده است.

6. Inventory
7. Production Rate
8. Shipment Rate
9. Desired Inventory
10. Rate Adjustment For Inventory
11. Inventory Adjustment Time
12. Adjustment For WIP
13. Desired WIP
14. Work Adjustment Time