

# روشی جدید در تحلیل اجزای محدود جریان‌های گردابی با در نظر گرفتن اثر پوستی شار

جابر مریخی<sup>i</sup>؛ جواد شکرالهی مغانی<sup>ii</sup>؛ اسماعیل فلاح چولابی<sup>iii</sup>

## چکیده

در روش‌های عددی رایج برای مدل‌سازی جریان‌های گردابی، معادله نفوذ برای تعیین شدت میدان مغناطیسی در سطح مقطع هادی حل می‌شود و سپس با استفاده از کرل شدت میدان مغناطیسی، جریان‌های گردابی القا شده در هادی به دست می‌آیند. استفاده از عملگر کرل به معنی مشتق‌گیری از نتایج حل میدان است که به کمک روش‌های حل عددی میدان نظیر اجزای محدود به دست آمده‌اند. این امر موجب بروز مشکلاتی از جمله ناپیوسته شدن جریان‌های گردابی و تقویت خطا در محاسبه این جریان‌ها می‌شود که به نوبه خود باعث به وجود آمدن جریان‌های گردابی با دامنه زیاد در مرز نواحی هادی و عایق (در قسمت عایق) می‌شود. در این مقاله، برای اولین بار حل معادله نفوذ بر مبنای متغیر چگالی جریان ارائه شده است و با حل عددی آن به کمک روش اجزای محدود، جریان‌های گردابی به صورت مستقیم به دست می‌آیند. با استفاده از روش جدید ارائه شده در این مقاله، ضمن رفع مشکل مشتق‌گیری، سرعت و دقت حل به‌طور چشمگیری افزایش می‌یابد. مقایسه نتایج روش عددی و حل تحلیلی، اعتبار روش ارائه شده را تایید می‌کند.

## کلمات کلیدی

جریان‌های گردابی، اثر پوستی شار، اجزای محدود

## *A New Approach in Finite Element Analysis of Eddy- Currents with Flux Skin Effect*

G. Merrikhi; J.S. Moghani; E. Fallah

### ABSTRACT

Conventional methods for modeling the eddy-currents are based on solving the diffusion equation for the magnetic field intensity first. The eddy-currents distribution is then obtained by taking Curl of the magnetic field intensity at the conductor region. Using the Curl operator necessitates calculating the derivative of field intensity. Taking derivative causes many problems, such as discontinuity in the current density distribution and amplification of the errors. In this paper, for the first time, the diffusion equation is solved directly for the current density, as a main variable, which cancels the need for numerical derivative. By solving this equation with FEM, eddy-currents distribution is obtained directly. The results show that the proposed method is faster and more accurate than the conventional procedure. The comparison of the results with analytical method proves the excellent performance of the new proposed concept.

### KEYWORDS

Eddy Currents, Flux Skin Effect, Finite Elements

<sup>i</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد برق (قدرت)؛ دانشکده برق؛ دانشگاه امیرکبیر: [jmerrikhi@yahoo.com](mailto:jmerrikhi@yahoo.com)

<sup>ii</sup> استادیار دانشکده برق؛ دانشگاه امیرکبیر: [moghani@aut.ac.ir](mailto:moghani@aut.ac.ir)

<sup>iii</sup> استادیار دانشکده فنی؛ دانشگاه گیلان: [fallah\\_e@guilan.ac.ir](mailto:fallah_e@guilan.ac.ir)

نیازمند مشتق‌گیری از این مقادیر است که موجب بروز خطا در محاسبات خواهد شد [۴]-[۸]. مشکلات ناشی از مشتق‌گیری در روش اجزای محدود را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد:

الف) گسسته شدن جواب‌ها، به علت مشتق‌گیری از جواب‌های حل اجزای محدود (با المان‌های مرتبه اول).

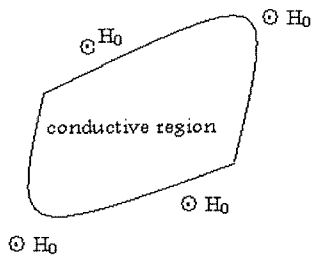
ب) به وجود آمدن جریان‌های گردابی با دامنه بالا در مرز نواحی هادی و عایق و در ناحیه عایق.

در این مقاله، به منظور تحلیل اجزای محدود جریان‌های گردابی و اثر پوستی شار، روش جدیدی معرفی شده است که در آن برای اولین بار معادله نفوذ بر مبنای متغیر چگالی جریان نوشته شده است. با حل عددی این معادله به کمک روش اجزای محدود، جریان‌های گردابی به صورت مستقیم به دست می‌آیند. ضمن اینکه اثر پوستی شار نیز در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از روش ارائه شده، ضمن رفع مشکل مشتق‌گیری، سرعت و دقت حل نیز به‌طور چشمگیری افزایش می‌یابد.

## ۲- مدل سازی

### ۲-۱- الگوریتم رایج برای محاسبه جریان‌های گردابی، بر مبنای محاسبه توزیع شدت میدان مغناطیسی

توزیع شدت میدان مغناطیسی در سطح هادی با توجه به شرایط مرزی به کمک قوانین ماکسول محاسبه می‌شود. بدین منظور با توجه به شکل (۱) می‌توان نوشت:



شکل (۱): میدان مغناطیسی اعمالی به سطح هادی

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (3)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (4)$$

در رابطه های بالا،  $B$  چگالی شار مغناطیسی،  $H$  شدت میدان مغناطیسی،  $E$  شدت میدان الکتریکی،  $J$  چگالی جریان الکتریکی،  $D$  چگالی شار الکتریکی،  $\mu$  ضریب گذردهی مغناطیسی و  $\epsilon$

رفتار مواد فرومغناطیس در برابر میدان‌های متغیر با زمان نسبت به حالتی که در معرض میدان ساکن قرار می‌گیرند، یکسان نیست. به طوری که لازم است برای داشتن یک مقدار مشخص از مغناطیس‌شدگی، شدت میدان بزرگتری نسبت به حالت ساکن اعمال شود. علاوه بر این، وجود جریان‌های گردابی موجب می‌شود تا شار مغناطیسی برای عبور از مرکز هسته با مخالفت بیشتری مواجه شود و در نتیجه، تمایل به عبور از پوسته هسته فرومغناطیسی داشته باشد. با در نظر گرفتن این موضوع می‌توان نتیجه گرفت که برای محاسبه شار عبوری از سطح مقطع هسته فرومغناطیسی لازم است اثر پوستی شار در نظر گرفته شود [۱]. از طرف دیگر، پدیده جریان‌های گردابی موجب به وجود آمدن یک مولفه تلفاتی در هسته سیستم‌های الکترومغناطیسی می‌شود که با عنوان تلفات گردابی شناخته می‌شود. در اغلب فرمول‌های رایج برای محاسبه تلفات گردابی، از اثر پوستی شار، به علت ضخامت کم ورق‌های فرومغناطیسی صرف نظر می‌شود. استفاده از این تقریب در صورت وجود هارمونیک‌های مرتبه بالا در شار مغناطیسی، دقت محاسبه تلفات گردابی را کاهش می‌دهد [۲]. در نتیجه، مدل‌سازی دقیق جریان‌های گردابی با در نظر گرفتن اثر پوستی شار، به تعیین دقیق تلفات گردابی کمک می‌کند. برای تحلیل اثر جریان‌های گردابی بر توزیع شار مغناطیسی، یعنی همان اثر پوستی شار، معادله نفوذ باید در سطح مقطع هسته حل شود [۳]. محاسبه دقیق جریان‌های گردابی القا شده با در نظر گرفتن اثر پوستی شار، امروزه برای محاسبه تلفات در هسته‌های فرومغناطیسی و نیز تست‌های غیر مخرب اهمیت فراوانی پیدا کرده است. در اغلب مسائل عملی، محاسبه جریان‌های گردابی با در نظر گرفتن اثر پوستی شار به علت پیچیدگی شکل هندسی، با روش‌های تحلیلی امکان‌پذیر نیست و از روش‌های حل عددی استفاده می‌شود. یکی از روش‌های متداول عددی برای تحلیل مسائل الکترومغناطیس، روش اجزای محدود است که به منظور محاسبه جریان‌های گردابی از آن در مقالات متعددی استفاده شده است [۴]-[۶]. تکنیک‌ها و روش‌های بکار رفته برای مدل کردن جریان‌های گردابی با در نظر گرفتن اثر پوستی شار، بر پایه حل عددی معادله نفوذ در سطح مقطع هادی و به دست آوردن توزیع شدت میدان مغناطیسی استوار است. به این ترتیب پس از محاسبه توزیع شدت میدان مغناطیسی، چگالی جریان گردابی با محاسبه کرل شدت میدان به دست می‌آید [۵]-[۷]. محاسبه کرل برای مقادیر شدت میدان مغناطیسی محاسبه شده از روش اجزای محدود

ضریب نفوذپذیری الکتریکی است. با استفاده از معادلات (۱) تا (۴) می‌توان نوشت:

$$\nabla \times \nabla \times \bar{H} = \nabla \times \bar{J} + \frac{\partial(\nabla \times \bar{D})}{\partial t}$$

$$\nabla \times \nabla \times \bar{H} - \varepsilon \frac{\partial(\nabla \times \bar{E})}{\partial t} = \nabla \times \bar{J}$$

$$\nabla \times \nabla \times \bar{H} + \varepsilon \frac{\partial(\frac{\partial \bar{B}}{\partial t})}{\partial t} = \nabla \times \bar{J}$$

$$\nabla \times \nabla \times \bar{H} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} = \nabla \times \bar{J} \quad (5)$$

عبارت  $J$  در رابطه (۵) از دو مولفه تشکیل شده است:

$$\bar{J} = \bar{J}_e + \bar{J}_s \quad (6)$$

$$\bar{J}_e = \sigma \bar{E} \quad (7)$$

در این رابطه،  $J_e$  چگالی جریان گردابی،  $J_s$  چگالی جریان منبع و  $\sigma$  ضریب هدایت الکتریکی ویژه است. اگر توجه خود را به معادلات میدان در سطح مقطع هسته محدود کنیم می‌توان گفت که چگالی جریان منبع در این مقطع وجود ندارد؛ بنابراین، با استفاده از روابط (۶) و (۷) می‌توان رابطه (۵) را به صورت زیر نوشت:

$$\nabla \times \nabla \times \bar{H} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} = \sigma \nabla \times \bar{E}$$

$$\nabla \times \nabla \times \bar{H} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} = \sigma \left( -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \right)$$

$$\nabla \times \nabla \times \bar{H} + \mu \sigma \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (8)$$

چنانچه معادله (۸) درحوزه فرکانس بازنویسی شود خواهیم داشت:

$$\nabla \times \nabla \times \bar{H} + (j\omega\mu\sigma - \omega^2\mu\varepsilon)\bar{H} = 0 \quad (9)$$

که در آن،  $\omega$  فرکانس زاویه‌ای تغییرات زمانی میدان و  $j = \sqrt{-1}$  است. در به دست آوردن این معادله، هر مشتق زمانی در رابطه (۸) با یک عبارت  $j\omega$  جایگزین شده است. رابطه (۹) معادله حاکم برای به دست آوردن توزیع شدت میدان مغناطیسی در سطح مقطع هسته است که با در نظر گرفتن شرایط مرزی  $H_0$  در مرز هسته قابل حل است. حل معادله (۹) با روش اجزای محدود در مقالات متعددی گزارش شده است [۴]-[۷]. پس از تعیین توزیع فضایی شدت میدان مغناطیسی،

می‌توان جریان‌های گردابی را با استفاده از رابطه (۲)، با گرفتن کرل شدت میدان، محاسبه کرد. با توجه به اینکه مشتق‌گیری از نتایج حاصل از حل اجزای محدود سبب گسسته شدن نتایج می‌شود، در این مقاله، روش جدیدی برای محاسبه جریان‌های گردابی معرفی شده است.

## ۲-۲- الگوریتم جدید برای محاسبه مستقیم جریان‌های گردابی

### گردابی

با توجه به معادلات (۱) تا (۴) می‌توان نوشت:

$$\nabla \times \nabla \times \bar{E} = -\frac{\partial(\nabla \times \bar{B})}{\partial t}$$

$$\nabla \times \nabla \times \bar{E} = -\mu \frac{\partial(\nabla \times \bar{H})}{\partial t}$$

$$\nabla \times \nabla \times \bar{E} + \mu \frac{\partial(\frac{\partial \bar{D}}{\partial t})}{\partial t} + \mu \frac{\partial \bar{J}}{\partial t} = 0$$

$$\nabla \times \nabla \times \bar{E} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} + \sigma \mu \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = 0 \quad (10)$$

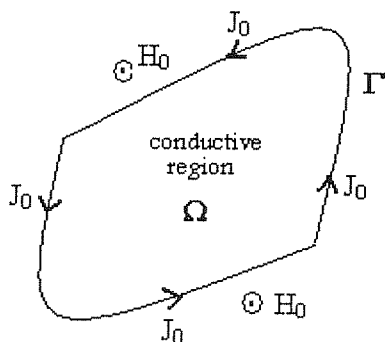
با ضرب معادله (۱۰) در  $\sigma$  و با توجه به رابطه (۷) می‌توان نوشت:

$$\nabla \times \nabla \times \bar{J} + \sigma \mu \frac{\partial \bar{J}}{\partial t} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{J}}{\partial t^2} = 0 \quad (11)$$

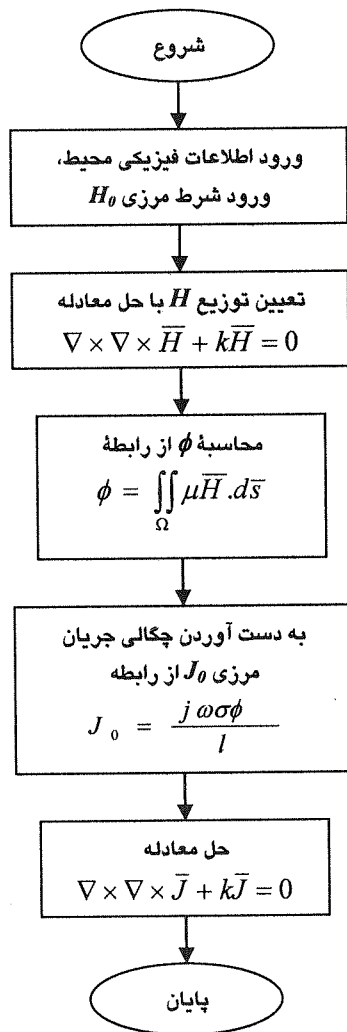
معادله فوق در حوزه فرکانس به شکل زیر در می‌آید:

$$\nabla \times \nabla \times \bar{J} + (j\omega\mu\sigma - \omega^2\mu\varepsilon)\bar{J} = 0 \quad (12)$$

معادله (۱۲)، معادله حاکم برای به دست آوردن توزیع جریان‌های گردابی در سطح مقطع هادی است. همان طور که مشاهده می‌شود این معادله مشابه معادله (۹) است و مشابه آن با معلوم بودن شرایط مرزی حل می‌شود. تنها مشکل استفاده از رابطه فوق، تعیین چگالی جریان مرزی  $J_0$  است که در این مقاله از روشی جدید برای تعیین آن استفاده شده است. با توجه به شکل (۲) و قانون فاراده می‌توان نوشت:



شکل (۲): جریان گردابی مرزی  $J_0$ ، در مرز ناحیه هادی



شکل (۳): الگوریتم جدید برای محاسبه جریان گردابی با کمک روش اجزای محدود

### ۳- مقایسه نتایج

بر اساس الگوریتم‌های ارائه شده در این مقاله، نرم‌افزار اجزای محدودی نوشته شد که بتواند جریان‌های گردابی را هم با الگوریتم قدیمی و هم با الگوریتم جدید در حالت دائمی-سینوسی و با در نظر گرفتن اثر پوستی شار، محاسبه کند. به کمک روش جدید ارائه شده، توزیع جریان‌های گردابی در سطح مقطع یک ورق فرومغناطیسی، به دست آمد و با نتایج دو روش حل تحلیلی و حل عددی مقایسه شد تا جریان‌های گردابی از کرل شدت میدان مغناطیسی محاسبه شوند. مشخصات ورق استفاده شده با توجه به شکل (۴) عبارتند از:  $\mu_r=5000$ ،  $f=50\text{Hz}$  و  $w_c=10\text{cm}$ ،  $d_s=0.5\text{mm}$ ،  $\sigma=1.5 \times 10^6$ .

$$\oint_{\Gamma} \bar{E} \cdot d\bar{l} = \iint_{\Omega} \nabla \times \bar{E} \cdot d\bar{s} = \iint_{\Omega} -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \cdot d\bar{s}$$

$$\oint_{\Gamma} \bar{E} \cdot d\bar{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \left( \iint_{\Omega} \bar{B} \cdot d\bar{s} \right) = -\frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (13)$$

در رابطه بالا،  $\Omega$  سطح ناحیه هادی،  $\Gamma$  مرز ناحیه هادی و  $\phi$  کل شار عبوری از سطح ناحیه هادی است. با ضرب طرفین معادله (۱۳) در  $\sigma$  می‌توان نوشت:

$$\oint_{\Gamma} \bar{J} \cdot d\bar{l} = -\sigma \frac{d\phi}{dt} \quad (14)$$

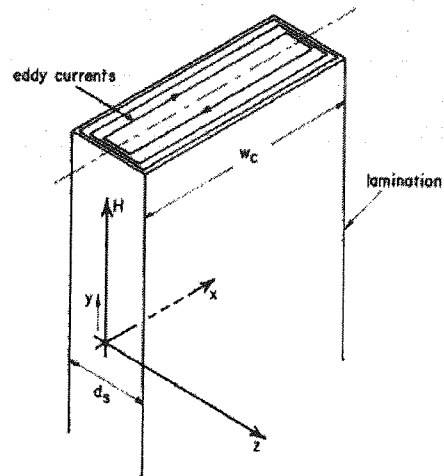
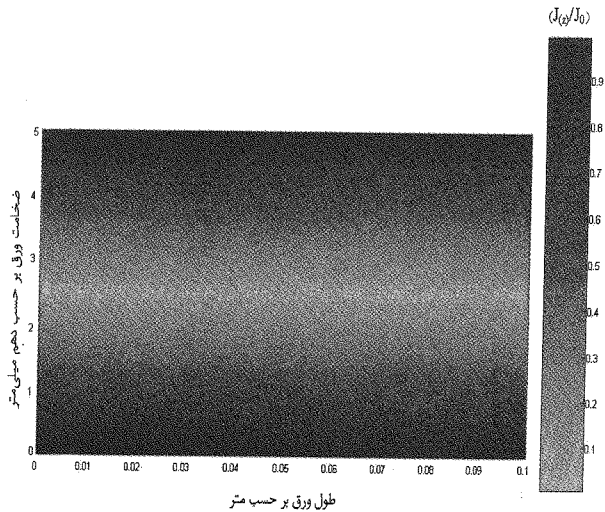
با فرض اینکه  $J_0$  در تمام طول مسیر اندازه یکسانی دارد، در حالت سینوسی مانا، معادله (۱۴) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$J_0 = \frac{j\omega\sigma\phi}{l} \quad (15)$$

در این معادله،  $l$  محیط ناحیه هادی است. شار کل عبوری از هسته،  $\phi$ ، را می‌توان از چگالی شار مغناطیسی به صورت زیر به دست آورد:

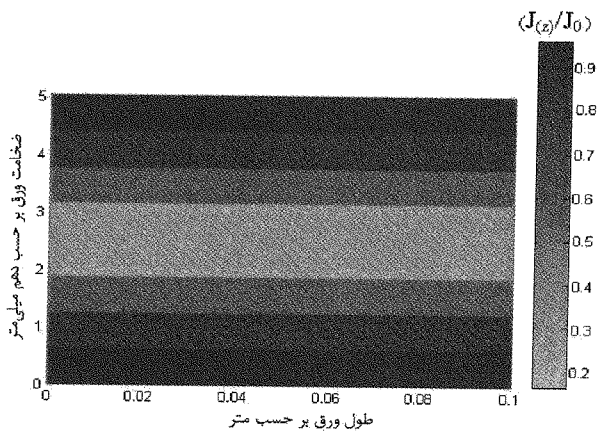
$$\phi = \iint_{\Omega} \bar{B} \cdot d\bar{s} = \iint_{\Omega} \mu \bar{H} \cdot d\bar{s} \quad (16)$$

بنابراین، ابتدا توزیع شدت میدان مغناطیسی  $H$ ، از حل معادله (۹) با معلوم بودن شرط مرزی  $H_0$  به دست می‌آید. سپس شار کل عبوری از هسته از رابطه (۱۶) تعیین می‌شود و چگالی جریان مرزی،  $J_0$ ، از رابطه (۱۵) به دست می‌آید. با معلوم شدن شرط مرزی  $J_0$ ، می‌توان معادله (۱۲) را برای تعیین توزیع جریان‌های گردابی حل کرد. الگوریتم این روش برای محاسبه چگالی جریان گردابی در شکل (۳) نشان داده شده است. در این الگوریتم ضریب  $k$  یک عدد ثابت است که بیان‌کننده عبارت داخل پرانتز در معادلات (۹) و (۱۲) است.

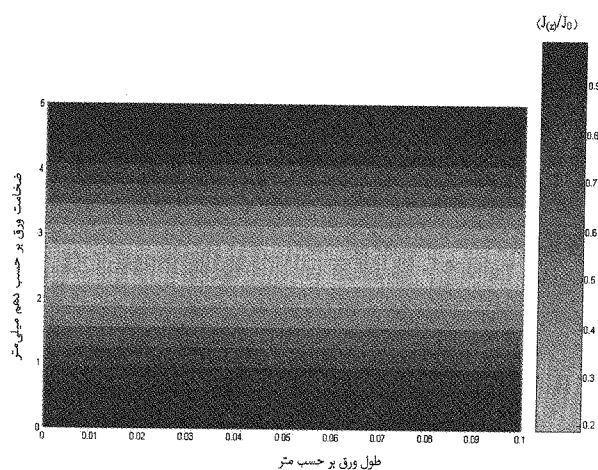


شکل (۴): جریان های گردابی در سطح مقطع یک ورق

شکل (۵): طیف رنگی توزیع جریان گردابی پریونیت شده  $(J(z)/J_0)$  حاصل از روش ارائه شده در این مقاله با ۲۶۵۶ المان



شکل (۶): طیف رنگی توزیع جریان گردابی پریونیت شده  $(J(z)/J_0)$  حاصل از کرل شدت میدان مغناطیسی با ۳۸۴۰ المان



شکل (۷): طیف رنگی توزیع جریان گردابی پریونیت شده  $(J(z)/J_0)$  حاصل از کرل شدت میدان مغناطیسی با ۱۵۳۶۰ المان

با توجه به ضخامت اندک ورق در مقابل طول آن و صرف نظر کردن از ضخامت ورق، جریان گردابی تابعی از  $z$  است (شکل ۴). این مساله را می‌توان به صورت یک‌بعدی در روش تحلیلی آنالیز کرد. توزیع جریان‌های گردابی در سطح مقطع ورق با در نظر گرفتن اثر پوستی شار در معادله (۱۵) نشان داده شده است [۸].

$$J(z) = \frac{j\omega\sigma\phi}{2l} \times \frac{\sinh(Tz)}{\sinh(T\frac{d_s}{2})} \quad (17)$$

در معادله بالا،  $T = (1+j)\sqrt{\pi\mu\sigma f}$  و  $d_s$  ضخامت ورق است. هدف از انتخاب یک ورق نازک به عنوان مساله این است که بتوان جواب‌های حاصل از حل عددی آن را با حل تحلیلی مقایسه کرد و دقت روش جدید را نشان داد. در شکل (۵) طیف رنگی توزیع جریان گردابی پریونیت شده  $(J(z)/J_0)$  در سطح مقطع ورق، به دست آمده از روش ارائه شده در این مقاله، نشان داده شده است. در این حالت از ۲۶۵۶ المان مرتبه اول و ۱۴۰۰ نقطه در حل اجزای محدود استفاده شده است. در شکل‌های (۶)، (۷) و (۸) طیف رنگی توزیع چگالی جریان گردابی پریونیت شده‌ای نشان داده شده است که از روش قدیمی: یعنی محاسبه کرل شدت میدان مغناطیسی به دست آمده است. تفاوت این شکل‌ها در تعداد المان‌های استفاده شده برای حل اجزای محدود است. در شکل (۶) سطح مقطع ورق به ۳۸۴۰ المان و ۲۱۵۳ نقطه، در شکل (۷) به ۱۵۳۶۰ المان و ۸۱۴۵ نقطه و در شکل (۸) به ۶۱۴۴۰ المان و ۳۱۶۴۹ نقطه تقسیم شده است. همه این حالت‌ها از المان‌های مرتبه اول استفاده شده است.

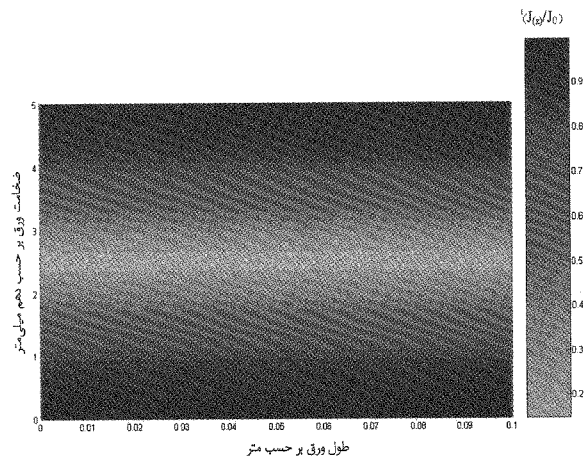
در روش جدید به این کار نیازی نیست و با یک مش‌بندی مناسب می‌توان به جواب‌هایی با دقت بالا دست یافت. به عنوان مثال، نمودار چگالی جریان نشان داده شده در شکل (۹)، از روش کرل شدت میدان مغناطیسی، با تقسیم سطح مقطع ورق به ۱۵۳۶۰ المان به دست آمده است: در حالی که برای روش جدید، این تعداد ۲۶۵۶ المان است. روش ارائه شده در این مقاله، هر چند دو بار از روش اجزای محدود استفاده می‌کند: اما به دلیل عدم نیاز به مش‌بندی با المان‌های کوچک، از سرعت بسیار بالایی برخوردار است به طوری که در نهایت، سرعت آن نسبت به روش قبلی بسیار بیشتر و جواب‌های آن نیز بسیار دقیق‌تر است.

نکته دومی که از شکل‌ها می‌توان دریافت این است که در روش استفاده از کرل شدت میدان، دامنه جریان‌های گردابی در مرکز ورق صفر نمی‌شود: و این موضوع با جواب‌های تحلیلی همخوانی ندارد: در حالی که از روش جدید این مقدار صفر به دست می‌آید.

با روش ارائه شده در این مقاله براحتی می‌توان برای حالت‌های مختلف دوبعدی، با نواحی مختلف اعم از هادی و عایق، توزیع جریان را به دست آورد. همچنین با استفاده از این روش، مشکل وجود جریان‌های گردابی در مرز نواحی هادی و عایق (در قسمت عایق)، به علت وجود عبارت  $\sigma$  در معادله حاکم (معادله ۱۱) از بین می‌رود.

## ۴- نتیجه گیری

در این مقاله، الگوریتم جدیدی برای محاسبه جریان‌های گردابی القا شده در سطح مقطع مواد هادی، با در نظر گرفتن اثر پوستی شار، به کمک روش اجزای محدود ارائه شد. با روش ارائه شده در این مقاله، در درجه اول، توزیعی پیوسته از چگالی جریان گردابی به دست آمد: به طوری که به کوچک کردن المان‌ها نیاز نبود و مساله با سرعت بسیار زیاد حل شد. نیاز به تعداد کم المان‌ها آن قدر موثر است که با وجود دو بار حل اجزای محدود در این روش، سرعت نهایی آن باز هم بسیار بیشتر و جواب‌های آن نیز بسیار دقیق‌تر از روش قبل است. از طرف دیگر، نتایج حاصل از این روش، کاملاً با نتایج حل تحلیلی منطبق است: به طوری که برخلاف روش قدیمی، چگالی جریان در مرکز هادی و همچنین در مرز نواحی هادی و عایق (در ناحیه عایق) صفر به دست می‌آید. به طور کلی می‌توان گفت مسائل و مشکلاتی که در استفاده از روش اجزای محدود، برای تحلیل مسائل جریان گردابی وجود داشت، با استفاده از این الگوریتم برطرف می‌شود. موارد زیر به عنوان ادامه کار پیشنهاد می‌شود. با توجه به قابلیت‌های روش پیشنهادی

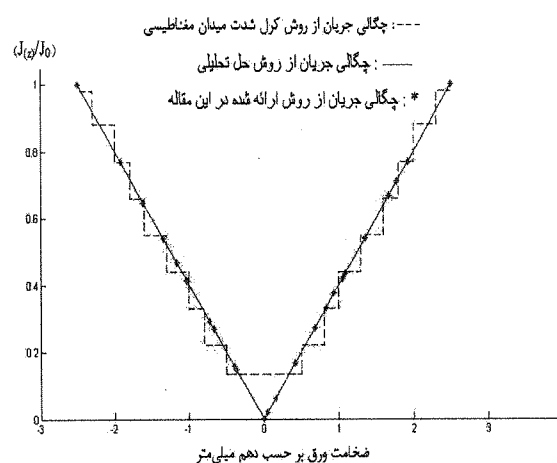


شکل (۸): طیف رنگی توزیع جریان گردابی پریونیت شده  $(J(z)/J_0)$

حاصل از کرل شدت میدان مغناطیسی با ۶۱۳۴۰ المان

در شکل (۹) جریان‌های گردابی پریونیت شده  $(J(z)/J_0)$ ،

به دست آمده از سه روش ذکر شده، بر حسب پارامتر  $z$ ، نشان داده شده است.



شکل (۹): جریان‌های گردابی پریونیت شده بر حسب پارامتر  $z$

با دقت در شکل‌های (۵)، (۶)، (۷)، (۸) و (۹) می‌توان دریافت که با استفاده از روش ارائه شده در این مقاله، توزیعی یکنواخت و پیوسته از جریان‌های گردابی در سطح مقطع ورق به دست می‌آید که با نتایج حل تحلیلی مطابقت می‌کند: اما روش قدیمی که پیش از این در مقالات استفاده می‌شد، توزیعی گسسته از جریان گردابی را به دست می‌دهد که با توجه به گرفتن کرل از جواب‌های روش اجزای محدود (که نوعی مشتق‌گیری است) و استفاده از المان‌های مرتبه اول، قابل انتظار بود. همان طور که در شکل‌ها نشان داده شده است، در روش کرل شدت میدان مغناطیسی، برای داشتن توزیعی با پله‌های کوچک‌تر باید ناحیه مورد نظر به المان‌های کوچک‌تری تقسیم‌بندی شود که این امر باعث افزایش زمان حل می‌شود: اما

می‌توان محاسبه تلفات جریان گردابی در ورق‌های آهن و هسته‌های فریت را: که حل تحلیلی جریان‌های گردابی در آنها با در نظر گرفتن اثر پوستی شار کاری بسیار مشکل است، با دقت بسیار بالا و سرعت مناسب انجام داد و طرحی بهینه از شکل سطح مقطع هسته به دست آورد. همچنین با استفاده از قابلیت‌های این روش می‌توان جریان‌های گردابی القا شده در سطح مواد هادی را : که تحت تست‌های غیر مخرب قرار گرفته‌اند (از جمله تست وجود ترک) نیز مدل‌سازی کرد.

## ۵- مراجع

- [۱] مریخی، جابر، شکرالهی مغانی، جواد، "مدل‌سازی اثر پوستی شار در هسته‌های موریق فرومغناطیس با روش اجزای محدود"، چهاردهمین کنفرانس مهندسی برق ایران، ۱۳۸۵.
- [۲] E.Fallah, J.S.Moghani, "A New Approach for Finite Element Modeling of Hysteresis and Dynamic Effects," IEEE Trans. on Magn., vol. 42, no. 11 pp 3674 – 3681 Nov. 2006.
- [۳] K. Howard and M. K. Kazimierczuk, "Eddy current power loss in laminated iron cores," in Proc. IEEE Int. Symp. Circuits and Systems (ISCAS'01), vol. III, Sydney, NSW, Australia, May 2001, pp. 668–671.
- [۴] O. Bíró, K. Preis, and I. Tícar, "A FEM method for eddy current analysis in laminated media" COMPEL, vol. 24 no. 1, pp 241–248, 2005
- [۵] O. Bíró, K. Preis, K. Papp, H. Reisinger, and I. Tícar, "Validation of FEM computation of losses in 3-D laminated iron structures" in Proc. 10th Biennial IEEE Conf. Electromagnetic Field Computation, Perugia, Italy, Jun. 16–19, 2002, p. 335.
- [۶] Kurt Preis, Oszkár Bíró, "FEM Analysis of Eddy Current Losses in Nonlinear Laminated Iron Cores" IEEE Trans. on Magn., vol. 41, no 5, pp 1412-1415, May 2005.
- [۷] Kenroy Howard , Marrian Kazimierczuk, "Eddy Current Power Loss in Lamination Iron Core" , IEEE Trans. on Magn., vol. 25 no. 6, pp. 608-612, Jun. 2001
- [۸] جابر مریخی، "تدوین نرم‌افزار اجزای محدود برای آنالیز جریان های گردابی"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۱۳۸۵