

# تحلیل تأثیر پارامترهای انترپومتریکی و سینماتیک حرکت اسب بر سینماتیک حرکت تنه سوارکار

علیرضا رحیمی<sup>i</sup>، احمد رضا عرشی<sup>ii</sup>، مصطفی رستمی<sup>iii</sup>

## چکیده

در حال حاضر، جامعه پزشکی توانایی ارائه کمک‌های ملموسی به برخی از بیماران عصبی-عضلانی را ندارد. اخیراً، هیپوترپی (درمان به کمک اسب) به عنوان یک روش تصحیح وضعیت بدن، در بعضی از این موارد، استفاده شده است. در این مقاله، تأثیر پارامترهای انترپومتریکی و سینماتیک حرکت اسب، بر سینماتیک تنه سوارکار تحلیل می‌شود. این تحلیل با استفاده از مدل ریاضی حرکت تنه سوارکار و پارامترهای توصیف کننده عملکرد ماهیچه‌های فعال تنه، صورت می‌پذیرد. اسب به صورت یک مکانیزم سه لینکی و تنه سوارکار به صورت دو پاندولی معکوس منظور شده و توصیف وضعیت تنه، با استفاده از روش لاگرانژ در تبیین دینامیک سیستم-های پاندول معکوس، ارائه شده است. معادلات توصیف کننده نیروها و ممان‌ها، با استفاده از روش نیوتن-اولر به دست می‌آیند. نتایج حاصله می‌توانند زمینه ارزیابی هیپوترپی را، از نقطه نظر مهندسی پزشکی فراهم کنند.

## کلمات کلیدی

اسب سواری، دو پاندولی معکوس، سینماتیک، پایداری دینامیکی

## *Analysis of the effects of the Anthropometric Parameters and Motion Kinematics of the Horse upon the Rider Trunk Kinematics*

Ali Reza Rahimi; Ahmad Reza Arshi; Mostafa Rostami

### ABSTRACT

The medical profession is currently unable to provide tangible assistance for a range of severe musculoskeletal diseases. Hypotherapy (treatment with the help of a horse), is being used as a possible posture enhancement technique in some of these cases. In this paper, the effect of anthropometric parameters and kinematics associated with the motion of a horse upon kinematics of the rider trunk is analyzed. This analysis is performed through provision of a mathematical model of the rider trunk motion and the parameters describing the involved muscles function in the trunk. The horse is represented by a three links mechanism and the rider trunk is considered as a double inverse pendulum while Lagrange approach is adopted to describe the dynamics of motion for the inverse pendulum systems, which is, in turn, used to model the rider trunk posture. The ensuing sets of equations are used to provide a description of the forces and moments through application of Newton-Euler approach. The result could provide a biomedical engineering basis for the evaluation of hypotherapy.

### KEYWORDS

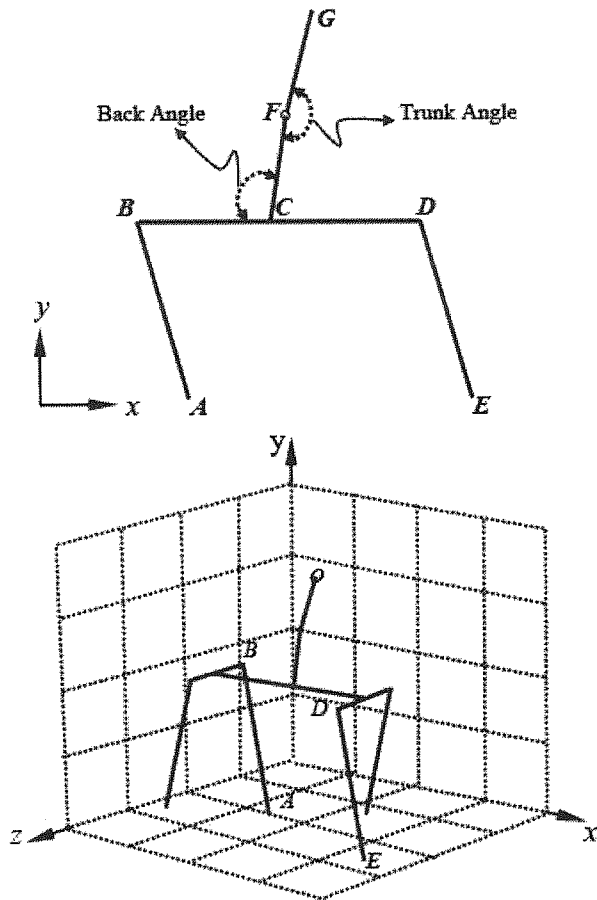
Horse Riding, Double Inverse Pendulum, Kinematics, Dynamics Stability

<sup>i</sup> دانشجوی دوره دکترای مهندسی پزشکی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی پزشکی: a.r.bidgoli@gmail.com

<sup>ii</sup> دانشیار، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی پزشکی: a.r.arshi@gmail.com

<sup>iii</sup> استادیار، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده مهندسی پزشکی: rostami@aut.ac.ir

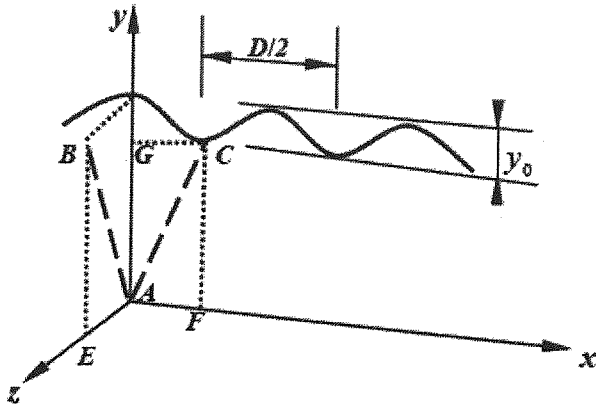
پاندولی معکوس را می توان با اعمال شرایطی بر پارامترهای مشخصی (مثل مقدار مصرف انرژی) کنترل و پایدار کرد [۷]. وجود پارامترهای غیر خطی در معادلات حاکم بر این سیستم ها و ناپایداری های ذاتی آنها، باعث میشوند مباحث مربوط به کنترل و پایداری دینامیکی این سیستم ها از پیچیدگی های زیادی برخوردار شوند [۷]، [۹]. برای جلوگیری از پیچیدگی های این معادلات، می توان آنها را خطی سازی کرد و نهایتا به جواب های قابل قبولی هم رسید [۷]. با توجه به موارد بیان شده، در این تحقیق سعی می شود با ارائه یک مدل ریاضی مناسب، معادلات توصیف کننده سینماتیک اسب و سوارکار را به دست آورد و ضمن محاسبه ممان ها و نیروهای مفصلی در تنه سوارکار، به تحلیل تأثیر پارامترهای انتروپومتریک و سینماتیک حرکت اسب بر سینماتیک حرکت تنه سوارکار پرداخت. نتایج این تحقیق می تواند زمینه ارزیابی درمان به کمک اسب را، از دیدگاه مهندسی پزشکی فراهم کند.



شکل (۱): نمای دو بعدی وضعیت بدن اسب و سوارکار در ابتدای فاز سائپورت، AB پای چپ اسب، DE دست راست اسب، BD تنه اسب، CF قسمت پایینی تنه سوارکار، FG قسمت بالایی تنه سوارکار، Back Angle پارامتر کنترل وضعیت بدن سوارکار، Trunk Angle پارامتر هماهنگی حرکت سوارکار و اسب. پایین: نمای سه بعدی بدن اسب و سوارکار در ابتدای فاز سائپورت.

تحقیقات انجام شده در مورد سیستم اسب و سوارکار نشان می دهند که حرکت اسب بر سیستم های کنترلی بدن سوارکار (مثل سیستم عصبی - عضلانی) تأثیر دارد و در نتیجه آن، یک نوع هماهنگی و تطابق خاصی بین حرکات تنه سوارکار و راه رفتن اسب به وجود می آید [۱]، [۵]. نانسو و همکارانش با استفاده از تعداد ضربان قلب سوارکار، میزان مصرف انرژی را در افرادی با گرفتگی عضلات (ناشی از فلج مغزی) در طی اسب سواری بررسی کردند. در تحقیق آنها وضعیت های متفاوتی از نظر سرعت حرکت اسب و چگونگی نشستن بیمار روی اسب و... در نظر گرفته شده و تأثیر این وضعیت ها بر مقدار مصرف انرژی ارزیابی شده است [۱]. در تحقیقات دیگری، به اثرات مثبت اسب سواری بر افزایش توانایی های بیماران دچار فلج مغزی توجه شده است [۳]، [۴]. هیل و همکارانش در کارهای تجربی خود، تنه سوارکار را به صورت دو قسمتی، دو پاندولی معکوس طبق شکل (۱) در نظر گرفته اند و با توجه به روند تغییرات زوایای این دو قسمت با محور عمودی بر حسب زمان، به بررسی تأثیر اسب سواری بر پارامتر کنترل وضعیت بدن (Back Angle در شکل ۱) و پارامتر هماهنگی حرکات (Trunk Angle در شکل ۱) پرداختند. بر اساس مطالعات آنها، نوسانات زاویه دو قسمت تنه با محور عمودی بر حسب زمان به صورت سینوسی و هم فاز می باشد [۵]. هین در تحقیقات خود به تحلیل تشابه راه رفتن اسب و انسان پرداخته و بر اساس آن، اثرات درمانی حرکت راه رفتن اسب بر انسان را توجیه کرده است [۲]. از آنجا که تحقیقات انجام شده در این زمینه عموماً به صورت کلینیکی است؛ لذا از مباحث مربوط به سینماتیک حرکت اسب و سوارکار و پارامترهای مؤثر در کنترل دینامیکی این سیستم، اثر چندانی دیده نمی شود. بنابر این برای ارائه معادلات دیفرانسیلی حاکم بر این سیستم نوسانی، باید به سینماتیک حرکت، در سیستم های دو پاندولی معکوس توجه شود و از معادلات اصلی توصیف کننده حرکت در سیستم های ارتعاشی نیز استفاده گردد. تحقیقات انجام شده در زمینه سیستم های دو پاندولی معکوس عموماً بر روی دو پارامتر متمرکز شده اند: اول، کنترل دامنه نوسانات سیستم و دوم، پایدار کردن حرکت نوسانی آن [۷]. کنترل حرکت و پایدار کردن آن نیز در این سیستم ها، غالباً به وسیله فیدبک انجام می شود که این فیدبک ها یا بر المان های مکانیکی (مثل فنر و دمپر) تأثیر دارد و به وسیله آنها حرکت کنترل و پایدار می گردد [۹] و یا با استفاده از این فیدبک ها کل سیستم حول یک وضعیت خاص اپتیمایز می شود [۶]. همچنین سیستم های دو

## ۲- مدل سازی



شکل (۲): وضعیت پای اسب در میانه فاز ساپورت (AB) و انتهای آن (AC)، محور  $x$  جهت حرکت اسب در صفحه ساژیتال،  $L=AB=AC$  طول پای اسب،  $AE=z_0$  ماکزیمم انحراف جانبی لگن اسب طی یک قدم،  $AF=0.25D$  برابر نصف طول یک قدم.

بعبارتی:

$$\ddot{x}(t) = A \sin 4\pi t \quad (4)$$

که در آن،  $A$  ماکزیمم اغتشاش کل سیستم است که ممکن است در اثر تغییرات سرعت خطی (در راستای  $x$ ) ظاهر شود. در این مدل سازی، احتمال وجود چنین نویزهای در نظر گرفته شده است، و این مدل قادر است این اغتشاشات را در خود مستهلک کند و علی رغم وجود آنها، باز هم یک حرکت متعادل و پایدار نوسانی در هر دو قسمت تنه به وجود آورد. مقدار  $A$  (ماکزیمم تغییرات سرعت در جهت  $x$ ) را برابر ده در صد مقدار سرعت در جهت  $x$  در نظر می‌گیریم و محاسبات را ادامه می‌دهیم.

بعبارتی:

$$\ddot{x}(t) = 0.1 \sin 4\pi t \quad (5)$$

در صورتی که حرکت اسب در جهت  $x$  دارای شتابی غیر از آنچه در بالا به آن اشاره شد، باشد، تغییرات زاویه راستای هر دو قسمت تنه با محور عمودی پریودیک و نامتعادل و ناپایدار است و برای متعادل و پایدار کردن آن باید مقدار ضریب دمپ عضلات تصحیح شوند. تغییر مکان لگن اسب در هر سه راستای اصلی طبق شکل (۳) ارائه می‌شود.

### ۲-۲- معادلات مربوط به سینماتیک تنه سوارکار

تنه سوارکار را به صورت یک مدل دو پاندولی معکوس طبق شکل (۴) در نظر می‌گیریم. در صورتی که طبق شکل (a) - ۵، شتاب تکیه‌گاه قسمت پایینی تنه سوارکار،  $(\ddot{z}(t))$  مشخص باشد، می‌توان معادلات مربوط به سینماتیک تنه سوارکار را به صورت ذیل به دست آورد. بر اساس شکل (a) - ۵ شتاب مرکز جرم قسمت اول تنه عبارت است از:

$$a_{1x} = \ddot{x} - (l_1 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 + l_1 \ddot{\theta}_1 \cos \theta_1) \quad (6)$$

$$a_{1y} = \ddot{y} + l_1 \ddot{\theta}_1 \sin \theta_1 - l_1 \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1 \quad (7)$$

معادلات توصیف کننده حرکت تنه سوارکار بر اساس شکل (۱) و با فرضیات ذیل به دست می‌آیند.

- (۱) جهت حرکت اسب در امتداد محور  $x$  می‌باشد.
  - (۲) ارتفاع پای اسب از زمین تا مفصل لگن برابر  $L$  است.
  - (۳) طول یک گام کامل (دو قدم پی در پی) برابر  $D$  و زمان مربوط به آن برابر  $T$  ثانیه است.
  - (۴) تنه اسب حرکت انتقالی دارد ولی حرکت دورانی ندارد.
  - (۵) محاسبات برای یک قدم انجام شده و چون حرکت پریودیک است برای قدمهای بعدی هم عیناً تکرار می‌شود.
  - (۶) انحراف جانبی لگن اسب نیز برابر  $Z(t)$  منظور می‌شود.
- برای به دست آوردن معادلات توصیف کننده حرکت تنه سوارکار با استفاده از روش لاگرانژ، لازم است که ابتدا شتاب نقطه C (پایه دو پاندولی معکوس) به دست آید.

### ۲-۱- محاسبه شتاب پایه دو پاندولی معکوس

تحقیقات انجام شده در مورد حرکت دینامیکی سیستم اسب و سوارکار نشان می‌دهند که مسیر حرکت مرکز جرم و لگن اسب در صفحه ساژیتال و در راستای عمودی، یک نمودار سینوسی دارد [۱۰]، [۱۱]. دامنه نوسانات این نمودار، تابعی از پارامترهای انتروپومتریکی و فرکانس گام برداشتن اسب، طول گام و تغییر مکان جانبی لگن اسب خواهد بود. با توجه به این موارد می‌توان معادله توصیف کننده حرکت لگن اسب را در راستای  $y$  به دست آورد و از آنجا شتاب پایه دو پاندولی معکوس را نیز محاسبه کرد. اگر بر اساس شکل (۲) موقعیت پای اسب در میانه و انتهای فاز ساپورت به صورت نشان داده شده باشد، در این صورت، روابط ذیل را خواهیم داشت:

$$y_0 = \sqrt{L^2 - z_0^2} - \frac{1}{4} \sqrt{16L^2 - D^2} \quad (1)$$

$$y(t) = AG + \frac{y_0}{2} (1 - \cos \omega t) \quad (2)$$

که در آن،  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  و به ازای  $D=1m$  و  $T=0.5s$  و  $L=1.5m$

و  $z_0 = 8cm$  شتاب پایه دو پاندولی معکوس در جهت  $y$  (یا مشتق دوم رابطه ۲) به صورت ذیل به دست می‌آید:

$$\ddot{y}(t) = 1.5 \cos 4\pi t \quad (3)$$

سرعت حرکت اسب در راستای  $x$  معمولاً مقداری ثابت است. با این وجود، ممکن است این سرعت، تغییراتی (هر چند خیلی کم) داشته باشد که به صورت شتاب در راستای  $x$  ظاهر می‌شود و در واقع، یک نویز اعمال شده به سیستم است. از آنجا که حرکت کل سیستم، هارمونیک است، لذا نویزهای حاصل از این سیستم نیز به صورت هارمونیک ظاهر می‌شوند.

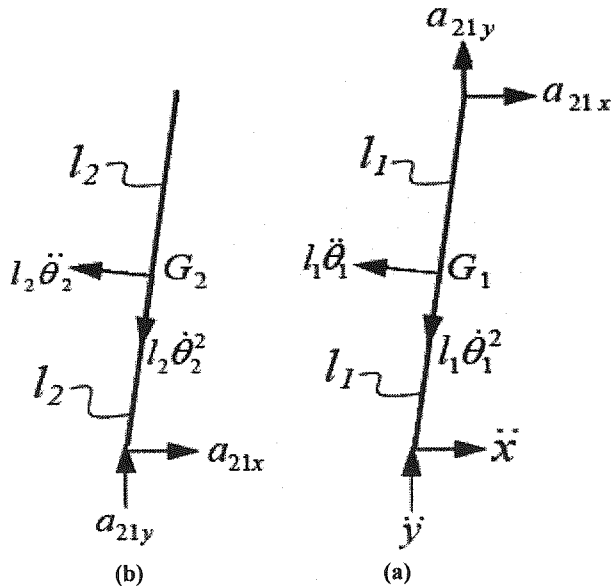
$$a_{2y} = \ddot{y} \quad (13)$$

با مشخص شدن شتاب‌های مرکز جرم قسمت‌های ۱ و ۲ و با استفاده از روش نیوتن-اولی، معادلات مربوط به تعادل دینامیکی، طبق شکل (۶) به دست می‌آیند. بر اساس شکل (۶-ب)، معادلات تعادل برای قسمت دوم تنه به صورت ذیل است:

$$F_{12x} = m_2(\ddot{x} - 2l_1\ddot{\theta}_1 - l_2\ddot{\theta}_2) \quad (14)$$

$$F_{12y} = m_2(\ddot{y} + g) \quad (15)$$

$$T_2 = -k_2(\theta_2 - \theta_1) - c_2(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) \quad (16)$$



شکل (۵): (a) شتاب مرکز جرم قسمت اول تنه سوارکار و شتاب مفصل مشترک آن با قسمت دوم و (b) شتاب مرکز جرم قسمت دوم تنه سوارکار و شتاب مفصل مشترک آن با قسمت اول

برای قسمت اول تنه نیز دیاگرام نیروها و ممان‌های وارد بر آن طبق شکل (۶-ا) در نظر گرفته می‌شود و معادلات حالت تعادل دینامیکی آن به صورت ذیل بدست می‌آیند:

$$F_{01x} = F_{21x} + m_1 a_{1x} \Rightarrow$$

$$F_{01x} = m_1(\ddot{x} - l_1\ddot{\theta}_1) + m_2(\ddot{x} - 2l_1\ddot{\theta}_1 - l_2\ddot{\theta}_2) \quad (17)$$

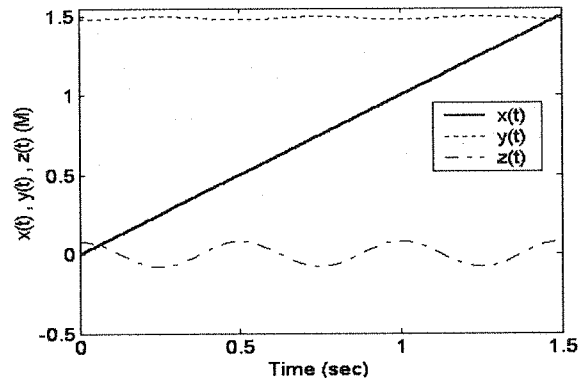
$$F_{01y} = F_{21y} + m_1(\ddot{y} + g) = (m_1 + m_2)(\ddot{y} + g) \quad (18)$$

$$T_1 = -k_1\theta_1 - c_1\dot{\theta}_1 \quad (19)$$

برای محاسبه نیروها و ممان‌های مفصلی، باید مقادیر  $\theta_1$  و  $\theta_2$  و  $\dot{\theta}_1$  و  $\dot{\theta}_2$  بر حسب زمان مشخص باشند. برای این منظور با استفاده از روش لاگرانژ، مقادیر آنها را به دست می‌آوریم. معادله لاگرانژ به صورت رابطه (۲۰) ارائه شده و محاسبات ادامه می‌یابند.

$$L = EV - EP \quad (20)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = Q \quad (21)$$



شکل (۳): تغییر مکان لگن اسب در راستاهای اصلی بر حسب زمان

با صرف نظر از ترم‌های غیر خطی و با فرض  $\sin \theta_1 = \theta_1$  و  $\cos \theta_1 = 1$  به دست می‌آیند.

$$a_{1x} = \ddot{x} - l_1\ddot{\theta}_1 \quad (8)$$

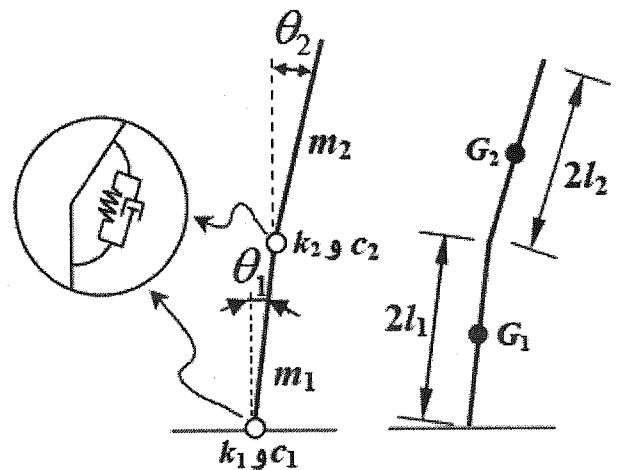
$$a_{1y} = \ddot{y} \quad (9)$$

به روشی مشابه، طبق شکل (۵)، شتاب مفصل مشترک دو

قسمت تنه ( $a_{21x}$  و  $a_{21y}$ ) نیز به صورت ذیل به دست می‌آیند:

$$a_{21x} = \ddot{x} - 2l_1\ddot{\theta}_1 \quad (10)$$

$$a_{21y} = \ddot{y} \quad (11)$$



شکل (۴): مدل تنه سوارکار به صورت دو پاندولی معکوس ( $m$  جرم و  $l$  ممان اینرسی هر قسمت تنه حول مرکز جرم خود و  $k_2$  و  $c_2$  به ترتیب ضریب دمپ و سختی عضلات بین دو قسمت ۱ و ۲ و  $c_1$  و  $k_1$  نیز ضریب دمپ و سختی عضلات مفصل لگن سوارکار است)

با توجه به شکل (۵-ب)، برای قسمت بالایی تنه سوارکار هم با فرض  $\sin \theta_2 = \theta_2$  و  $\cos \theta_2 = 1$  و با صرف نظر از ترم‌های غیر خطی، شتاب مرکز جرم این قسمت نیز به دست می‌آید:

$$a_{2x} = \ddot{x} - 2l_1\ddot{\theta}_1 - l_2\ddot{\theta}_2 \quad (12)$$

$$EK_1 = \int k_1 \theta_1 d\theta \quad EK_2 = \int k_2 \phi d\phi$$

$$EC_1 = \int c_1 \dot{\theta}_1 d\theta \quad EC_2 = \int c_2 \dot{\phi} d\phi$$

با جای گذاری مقادیر مربوط به ترم های انرژی جنبشی و پتانسیل در معادله (۲۰)، معادله لاگرانژ به صورت رابطه (۲۲) به دست می آید.

$$L = EV - EP = \frac{1}{2}(m_0 + m_1 + m_2)(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2}(m_1 l_1^2 + 4m_2 l_1^2 + I_1)\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}(I_2 + m_2 l_2^2)\dot{\theta}_2^2 + (m_1 + 2m_2)l_1 \dot{x} \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + (m_1 + 2m_2)l_1 \dot{y} \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + m_2 l_2 \dot{x} \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 + m_2 l_2 \dot{y} \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 + 2m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) - (m_0 + m_1 + m_2)gy - (m_1 + 2m_2)gl_1 \cos \theta_1 - m_2 gl_2 \cos \theta_2 - \int k_1 \theta_1 d\theta - \int k_2 \phi d\phi + \int c_1 \dot{\theta}_1 d\theta + \int c_2 \dot{\phi} d\phi \quad (22)$$

برای قسمت بالایی تنه سوارکار  $q_2 = \theta_2$  و  $Q_2 = 0$  است. بنابراین، پس از محاسبه معادله لاگرانژ و مرتب کردن آن، معادله توصیف کننده دینامیک این قسمت به دست می آید:

$$(I_2 + m_2 l_2^2)\ddot{\theta}_2 + m_2 l_2 \ddot{x} \cos \theta_2 + m_2 l_2 \ddot{y} \sin \theta_2 + 2m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) - 2m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) - m_2 l_2 g \sin \theta_2 + k_2 \theta_2 - k_2 \theta_1 + c_2 \dot{\theta}_2 - c_2 \dot{\theta}_1 = 0 \quad (23)$$

برای قسمت اول تنه هم  $q_1 = \theta_1$  و  $Q_1 = 0$  است و معادله توصیف کننده دینامیک آن هم به صورت ذیل به دست می آید:

$$(I_1 + m_1 l_1^2 + 4m_2 l_1^2)\ddot{\theta}_1 + (m_1 + 2m_2)l_1 \ddot{x} \cos \theta_1 + (m_1 + 2m_2)l_1 \ddot{y} \sin \theta_1 + 2m_2 l_1 l_2 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) - (m_1 + 2m_2)l_1 g \sin \theta_1 + 2m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + (k_1 + k_2)\theta_1 - k_2 \theta_2 - c_2 \dot{\theta}_2 + (c_1 + c_2)\dot{\theta}_1 = 0 \quad (24)$$

در صورتی که مقادیر  $\ddot{x}$  و  $\ddot{y}$  مشخص باشند، معادلات (۲۳) و (۲۴) می توانند وضعیت دینامیکی سیستم را مشخص کنند. با توجه به کوچک بودن مقادیر  $\theta_1$  و  $\theta_2$  می توان نتیجه گرفت که  $\sin \theta_1 = \theta_1$  و  $\sin \theta_2 = \theta_2$  و  $\cos \theta_1 = \cos \theta_2 = 1$  و از ترم های غیر خطی این معادلات صرف نظر کرد. در این صورت، فرم ماتریسی معادلات فوق به صورت ذیل در خواهند آمد:

$$\begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} \\ I_{21} & I_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (25)$$

که در آن:

$$I_{11} = I_1 + m_1 l_1^2 + 4m_2 l_1^2 \quad I_{12} = I_{21} = 2m_2 l_1 l_2 \quad I_{22} = I_2 + m_2 l_2^2$$

$$c_{11} = c_1 + c_2 \quad c_{12} = c_{21} = -c_2 \quad c_{22} = c_2$$

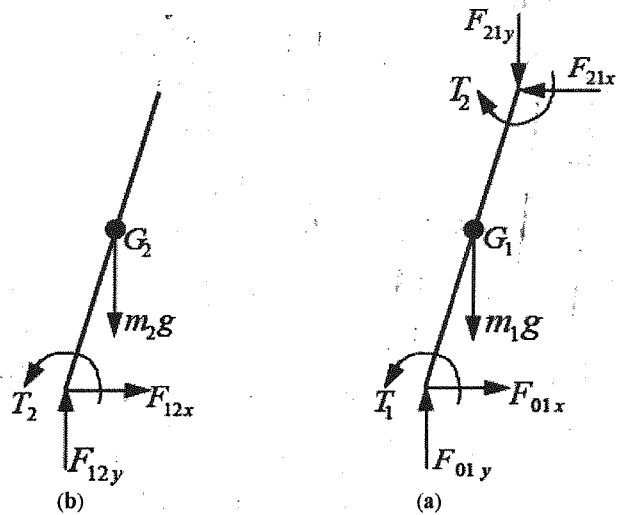
$$k_{11} = k_1 + k_2 + l_1(m_1 + 2m_2)(\dot{y} + 9.8)$$

$$k_{12} = k_{21} = -k_2 \quad k_{22} = k_2 + m_2 l_2 (\dot{y} + 9.8)$$

$$EV = EV_0 + EV_1 + EV_2$$

$$EP = EP_0 + EP_1 + EP_2 + EKC$$

$$EV_0 = \frac{1}{2} m_0 (\dot{x}^2 + \dot{y}^2)$$



شکل (۶): نمودار نیروها و ممان های وارد بر قسمت اول تنه سوارکار و (b) قسمت دوم تنه سوارکار

$$EV_1 = \frac{1}{2} m_1 [(\dot{x} + l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1)^2 + (\dot{y} + l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1)^2] + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2$$

$$\Rightarrow EV_1 = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2} (I_1 + m_1 l_1^2) \dot{\theta}_1^2 + m_1 l_1 \dot{x} \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + m_1 l_1 \dot{y} \dot{\theta}_1 \sin \theta_1$$

$$EV_2 = \frac{1}{2} m_2 [(\dot{x} + 2l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + l_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2)^2 + (\dot{y} + 2l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + l_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2)^2] + \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}_2^2 \Rightarrow$$

$$EV_2 = \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2} (I_2 + m_2 l_2^2) \dot{\theta}_2^2$$

$$+ 2m_2 \dot{x} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + 2m_2 \dot{y} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1$$

$$+ m_2 \dot{x} l_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 + m_2 \dot{y} l_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2$$

$$+ 2m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + 2m_2 l_1^2 \dot{\theta}_1^2$$

$$EP_0 = m_0 gy$$

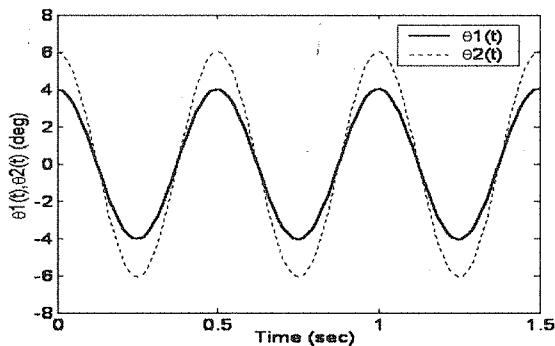
$$EP_1 = m_1 g(y + l_1 \cos \theta_1)$$

$$EP_2 = m_2 g(y + 2l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos \theta_2)$$

$$EKC = EK_2 + EK_1 - EC_2 - EC_1$$

مقادیر  $EK$  و  $EC$  در رابطه فوق، به ترتیب انرژی ذخیره شده در فنر و انرژی مستهلک شده به وسیله دمپر (که با علامت منفی منظور می شود) است. با فرض  $\phi = \theta_2 - \theta_1$  داریم:

مقادیر  $EK$  و  $EC$  بصورت ذیل حساب می شوند:



شکل (۷): نمودار نوسانات راستای هر دو قسمت تنه سوارکار نسبت به محور عمودی بر حسب زمان

#### ۴- بحث در مورد نتایج به دست آمده

مدل ریاضی ارائه شده در این تحقیق می تواند سینماتیک حرکت اسب را بگونه ای ارائه کند که با نتایج تجربی آن قابل مقایسه باشد (شکل ۳). نمودار تغییرات پارامترهای کنترل وضعیت و هماهنگی حرکت به دست آمده از این مدل سازی نیز با مقادیر تجربی آن همخوانی دارد (شکل ۷). بنابر این، بر اساس این مدل دینامیکی می توان تاثیر پارامترهای انتروپومتریکی و سینماتیک حرکت اسب را بر سینماتیک حرکت تنه سوارکار تحلیل کرد. در صورتی که سینماتیک حرکت تنه سوارکار مشخص باشد، می توان نمودار نیروها و ممان های مفصلی تنه سوارکار را بر حسب زمان به دست آورد (شکل ۸ و ۹). این مقادیر نیز به صورت تابعی از سینماتیک حرکت اسب و پارامترهای انتروپومتریکی آن، خواص بیومکانیکی عضلات درگیر شونده تنه سوارکار، فرکانس گام برداشتن اسب و موارد دیگر می باشد (معادلات ۱۴ تا ۱۹). بنابر این، این تحقیق می تواند تاثیر تغییرات هر کدام از این پارامترها را بر مقادیر نیروها و ممان های مفصلی تنه سوارکار ارائه کند. پریودی بودن حرکت نوسانی تنه سوارکار لازمه حفظ تعادل و پایداری حرکت سیستم اسب و سوارکار است. فرکانس حرکت نوسانی تنه سوارکار از یک طرف باید با فرکانس گام برداشتن اسب هم فاز باشد و از طرف دیگر باید با خواص بیومکانیکی و انتروپومتریکی تنه سوارکار، یعنی ممان اینرسی دو قسمت تنه سوارکار و سختی عضلات مفصل های آن در ارتباط باشد (شکل های ۳ و ۷ و معادلات ۲۳ و ۲۴). از آنجا که ممکن است بین فرکانس گام برداشتن اسب و پارامترهای بیومکانیکی تنه سوارکار (مثل  $k_1$ ،  $c_1$ ،  $k_2$ ،  $c_2$ ) و خواص انتروپومتریکی آن (مثل ممان اینرسی تنه سوارکار) ارتباط مستقیمی برقرار

معادله (۲۵) با پارامترهای مشخص شده ذیل حل می شود و نمودارهای  $\theta_1$  و  $\theta_2$  طبق شکل (۷) به دست می آیند:

$$F_2 = -m_2 l_2 \ddot{x} \quad F_1 = -(m_1 + 2m_2) l_1 \ddot{x}$$

$$m_1 = m_2 = 22 \text{ kg} \quad I_1 = I_2 = 0.339 \text{ kgm}^2$$

$$l_1 = l_2 = 0.215 \text{ m} \quad g = -9.8 \text{ m/s}^2$$

$$k_1 = 1773.22 \quad \text{و} \quad c_1 = 2.1 \quad \text{و} \quad \theta_{01} = 4$$

$$k_2 = 1146.45 \quad \text{و} \quad c_2 = 0.684 \quad \text{و} \quad \theta_{02} = 6$$

خواص انتروپومتریکی فوق مربوط به انسانی با قد ۱۸۰ cm و اندازه تنه برابر ۸۶ cm و وزن تنه برابر ۴۴ kg و ممان اینرسی کل تنه (حول مرکز جرم خود) برابر  $2 \text{ /kgm}^2$  می باشد [۹].

#### ۳- ارزیابی مدل سازی

برای ارزیابی این مدل سازی لازم است که نتایج آن، با نتایج تحقیقات آزمایشگاهی مقایسه شود. برای این منظور، خروجی های اصلی این مدلسازی، یعنی  $\theta_1$  و  $\theta_2$  را با مقادیر تجربی آن به صورت کیفی مقایسه می کنیم. بر اساس تحقیقات انجام شده آزمایشگاهی، نمودار  $\theta_1$  و  $\theta_2$  به صورت یک موج تقریباً سینوسی و همفاز هستند [۱۰]، [۱۱]. همچنین این نمودارها مبین یک حرکت پایدار پریودیک می باشند که بر اساس مکانیزم های داخلی (مثل سیستم عصبی-عضلانی) متعادل و کنترل می شوند [۹]. در مدل ارائه شده در این تحقیق نیز معیار پایداری حرکت (همگرا یا واگرا شدن نمودارهای  $\theta_1$  و  $\theta_2$  در گام های پی در پی) رعایت شده و حتی در صورت وجود اغتشاش و ناهماهنگی در شرایط اولیه، باز هم حرکت به صورت پریودیک و متعادل و پایدار ادامه می یابد. همچنین معیار کنترل وضعیت بدن (Back Angle) نیز در مدل دیده شده است. به عبارتی وقتی که در مدل، عضلات تنه سوارکار ( $k_1$  و  $k_2$ ) تقویت می شوند، راستای تنه بیشتر در امتداد محور عمودی قرار می گیرد و همخوانی بین این نتایج و نتایج تحقیقات کلینیکی هیل و همکارانش واضح تر می شود. نهایتاً، به دلیل صحت خروجی های این مدل سازی، یعنی  $\theta_1$  و  $\theta_2$  و پارامتر کنترل وضعیت بدن و حفظ تعادل و پایداری حرکت، می توان از آن برای انجام محاسبات استفاده کرد.

جهت  $x$  ها و همچنین قرار گرفتن تنه سوارکار در راستای عمودی است. با توجه به تاثیر بیشتر فرکانس گام برداشتن اسب بر نیروهای مفصلی تنه سوارکار (نسبت به سایر پارامترها در سیستم اسب و سوارکار)، می توان دریافت که اگر دو اسب با اندازه های متفاوت، با یک سرعت حرکت کنند، این نیروها در سوارکاری که از اسب کوچک تر استفاده می کند، نسبت به دیگری بیشتر خواهد بود و بنابراین در هیپوترایی (با یک سرعت ثابت حرکت) باید ترجیحاً از اسبی با اندام بزرگ تر استفاده کرد.

## ۶- مراجع

Nancy H, McGibbon.; Carla-Krystin Andrade.; Holly Lea Cintas.; "Effect of an Equine-movement Therapy Program on Gait, Energy Expenditure, and Motor Function in Children with Spastic Cerebral Palsy : A Pilot Study", *Developmental Medicine Child Neurology*, vol. 40, p.p.751-762, 1998

Barbara Heine.; "Hippotherapy : A Multi system Approach to the Treatment of Neuromuscular Disorders", *Australian Physiotherapy*, vol. 43, No2, p.p.145-149, 1997

Barbara Heine.; "Introduction to Hippotherapy", *NAHARA Strides Magazine*, vol. 3, No.2, 1997

Bertito DB.; "Effect of Therapeutic Horseback Riding on Posture in Children With Cerebral Palsy", *Phys Ther*, vol. 68 p.p.1505-1512 1988

Victoria Haehl.; Carol Giuliani.; "Influence of Hippotherapy on the Kinematics and Functional Performance of Two Children with Cerebral Palsy", *Pediatric Physical Therapy*, vol.11 p.p.89101 , 1999.

Alexander Bogdanov.; "Optimal Control of a Double Inverted Pendulum on a Cart", Department of Computer Science and Electrical Engineering, OGI School of Science and Engineering, OHSU Technical Report CSE-04006 , 2004

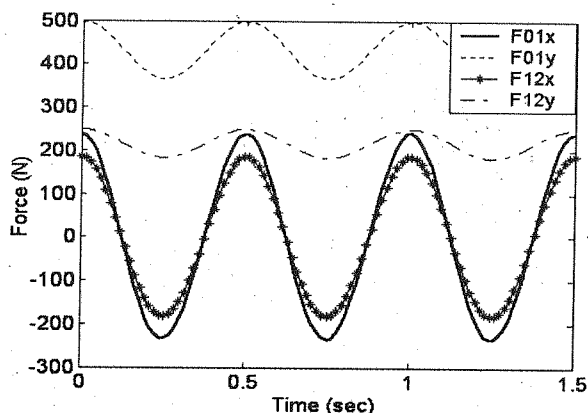
Wei Zhong.; Helmut Rock.; "Energy and Passivity Based Control of the Double Inverted Pendulum on a Cart", *Proceeding of the 2001 IEEE International Conference on Control Applications*, September5-7, Mexico City, Mexico, 2001.

Yvon Breniere.; Christian Ribreau.; "A Double-Inverted Pendulum Model for Studing the Adaptability of Postural Control to Frequency During Human Stepping in Place", *Biological Cybernetics*, vol. 9, p.p. 337-345, 1998

Kamran Iqbal.; Sheldon Simon.; "Stability and Control of a Frontal Four-Link Biped System", *Biomedical Engineering*, Vol. 40 No.10, 1993

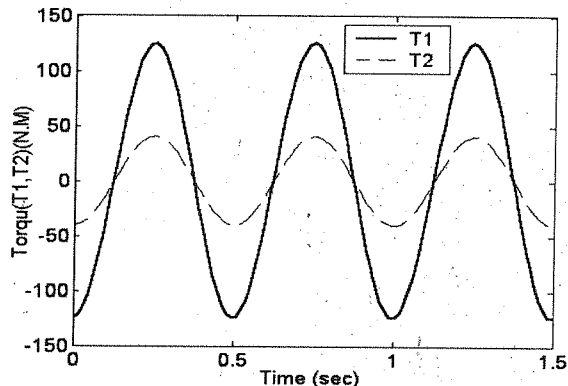
Lagard., J.; Kelso., A.S.; Peham., C.; Licka., T.; "Coordination Dynamics of the Horse-Rider System", *Journal of Motor Behavior*, Vol. 37, No. 6, p.p. 418-424, 2005

Thilo Pfau.; Thomas., H.; Witte Alan.; M., Wilson.; "A method for Deriving Displacement Data During Cyclical Movement Using an Inertial Sensor", *The Journal of Experimental Biology*, vol. 208, p.p.2503-2514, 2005



شکل (۸): نیروهای مفصلی تنه سوارکار بر حسب زمان

نباشد، لذا همواره اغتشاشاتی به سیستم اسب و سوارکار اعمال خواهد شد. تغییر کردن مقدار عددی دمپینگ و سختی عضلات تنه سوارکار (هنگام اسب سواری) باعث استهلاک این اغتشاشات و تضمین پایداری حرکت سیستم اسب و سوارکار می شود.



شکل (۹): مقادیر ممان های مفصلی تنه سوارکار بر حسب زمان

## ۵- نتیجه گیری

بر اساس تحقیق حاضر، هر بخش بیومکانیکی عضله، یعنی قسمت سختی عضله و قسمت دمپینگ آن، مسئول متعادل کردن یک سری از پارامترهای ورودی به مدل است. به عنوان مثال، بخش سختی عضله، باعث پریودیک شدن حرکت نوسانی تنه سوارکار میشود و پایداری حرکت را تضمین می کند و بخش دمپینگ عضلات نیز باعث استهلاک اغتشاشات خارجی غیر قابل پیش بینی می شود و عملکرد همزمان این دو قسمت باعث به وجود آمدن یک حرکت پایدار و متعادل می شود. نیروهای مفصلی نیز متناسب با توان دوم فرکانس گام برداشتن اسب تغییر می کنند، اما به دلیل بیشتر بودن فاصله امتداد نیروهای افقی تا مرکز جرم هر قسمت از تنه سوارکار، تأثیر نیروهای افقی ( $F_x$  ها) بسیار بیشتر از نیروهای عمودی ( $F_y$  ها) است. بنابر این، تنها راه کاهش این نیروها، کاهش تغییرات سرعت در