

# تعیین ضریب شدت تنش ترک‌های نیم بیضوی در مخزن استوانه‌ای جدار ضخیم با استفاده از تابع وزنی حاصل از تابع جابجایی صفحه ترک

عباس راستگو<sup>i</sup>، کامران ازدری<sup>ii</sup>، مهدی احمدی<sup>iii</sup>

## چکیده

روش تابع وزنی به عنوان یک روش قوی، امروزه برای تخمین ضریب شدت تنش استفاده می‌شود. در این روش، در صورتی که حل کامل مساله ترک (جابجایی صفحه ترک و ضریب شدت تنش) در یک بارگذاری شناخته شده باشد، با استفاده از آن می‌توان ضریب شدت تنش را در هر بارگذاری دیگر به دست آورد. با توجه به پیچیدگی به دست آوردن تابع وزنی، در ابتدا تابع وزنی را بر مبنای تابع جابجایی صفحه ترک برای یک مخزن با وجود دو ترک سرتاسری به دست آورده و در ادامه تابعی بر حسب هندسه مخزن و ترک برای تبدیل ضریب شدت تنش حاصل ارائه شده است. در این مقاله، بر مبنای تخمین تابع جابجایی ترک با استفاده از مدل سازی در نرم افزار Ansys9 تابع وزنی در یک هندسه خاص مخزن به دست آورده شده است؛ سپس با استفاده از تابع وزنی حاصل ضریب شدت تنش مخزن ذکر شده به دست آمده و با نتایج موجود مقایسه شده است؛ که این مقایسه بیانگر دقت بالای این روش است.

## کلمات کلیدی

مخزن جدار ضخیم، ضریب شدت تنش، تابع جابجایی، تابع وزنی، ترک سرتاسری، ترک نیم بیضوی

## *The Determination of Coefficient of Stress Intensity Factor for Semi-Elliptical Crack in Thick Wall Vessel by Using the Weight Function of Crack Face Displacement Function*

A. Rastgoo, K. Azhdari, M. Ahmadi

### ABSTRACT

The stress intensity factor (SIF) of an internal surface straight or curve fronted crack (semi-elliptical) of an internally pressurized thick cylinder at its deepest point is an essential parameter for calculation of fatigue life and crack behavior prediction. The weight function method is a widespread method for SIF determination in fracture mechanics. It was shown that; if for one loading system we have a known complete solution for a crack problem (crack face displacement & SIF) then for any other loading system the SIF will be solved directly. In this paper, a new method using FEM based on the crack face displacement applied to evaluate a weight function to a specific geometry. Comparison of the result with other approved data shows this method is efficient.

### KEYWORDS

Stress intensity factor, crack face displacement, semi-elliptical crack and weight function

<sup>i</sup>دانشیار دانشکده مکانیک، دانشگاه تهران: arastgo@ut.ac.ir

<sup>ii</sup>کارشناسی ارشد مکانیک، دانشگاه تهران

<sup>iii</sup>کارشناس ارشد مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان



در ادامه، یک تابع عمومی بر حسب هندسه مخزن و ترک برای تبدیل ضریب شدت تنش به دست آمده از تابع وزنی به ضریب شدت تنش مربوط به داخلی ترین نقطه یک ترک نیم بیضوی با هندسه معلوم ارائه شده است. در انتها، نتایج به دست آمده از روش فوق با دیگر نتایج موجود مقایسه و صحت روش استفاده شده نشان داده شده است.

## ۲- تئوری

در صورتی که ضریب شدت تنش مد  $I$   $K_{Ir}(a)$  و میدان جابجایی  $U_{Ir}(x, a)$  برای مخزن بارگذاری شده (که تحت عنوان حالت مرجع شناخته می‌شود) معین باشد تابع وزنی مربوط به مد  $I$  به صورت زیر تعیین می‌شود [۲]:

$$h_I(x, a) = \frac{E'}{K_{Ir}(a)} \frac{\partial U_{Ir}(x, a)}{\partial a} \quad (1)$$

در معادله بالا  $E' = E$  در حالت تنش صفحه‌ای و  $E' = E/(1-\nu^2)$  در حالت کرنش صفحه‌ای،  $E$  مدول الاستیسیته و  $\nu$  ضریب پواسون است.

تابع وزنی عنوان شده فقط تابع هندسه قطعه و ترک تحت بررسی و مستقل از بارگذاری است. همانه گونه که عنوان شد در صورتی که تابع وزنی به یک قطعه ترک خورده معین مربوط باشد مستقیماً می‌توان با استفاده از آن، ضریب شدت تنش ناشی از هر نیروی سطحی و بدنه‌ای را تعیین کرد. برای تعیین تابع وزنی معادله (۱) همان گونه که ذکر شد از یک بارگذاری مرجع بایستی استفاده شود. یک حالت ساده، بارگذاری یکنواخت فشاری بر روی صفحات ترک است که چنین بارگذاری در این مقاله انتخاب شده است. مطلوب در این مقاله، تعیین ضریب شدت تنش است. در صورتی که تابع وزنی برای یک هندسه مورد نظر تعیین شود، ضریب شدت تنش برای هر سیستم بارگذاری و هندسه بیان شده با استفاده از فرمول (۲) قابل محاسبه است [۲].

$$K_I = \int_0^a \sigma(x) \cdot h(x, a) dx \quad (2)$$

$\sigma(x)$  مؤلفه تنش مماسی عمود بر راستای ترک در اثر بارگذاری اعمالی، با حذف کردن ترک از قطعه است. این مؤلفه تنش در مخزن‌های شامل مؤلفه تنش مماسی ناشی از فشار داخلی و فشار داخلی اعمال شده بر صفحات ترک می‌باشد.

تعیین تابع وزنی برای قطعات ترک خورده گوناگون با روش‌های تحلیلی مشکل است؛ بنابراین استفاده از روش‌هایی چون المان محدود و المان مرزی برای تعیین تابع وزنی رواج یافته است. مبنای این مقاله براساس تخمین میدان جابجایی  $U_{Ir}(x, a)$  با استفاده از نتایج به دست آمده از المان

در بسیاری از قطعات در حین پروسه تولید یا در طول کارکرد ممکن است که در سطح قطعه ترک یا معیابی ایجاد شود. اعمال بارگذاری سیکنی سبب گسترش ترک‌های ذکر شده یا جوانه زنی ترک در محل معایب موجود خواهد شد.

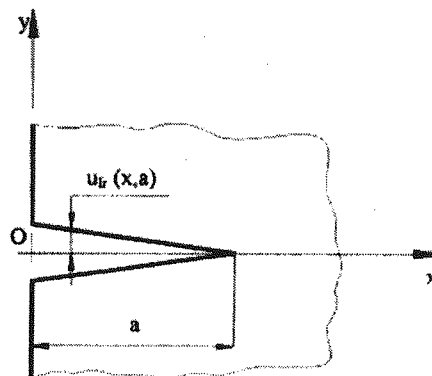
اکثر ترک‌های ایجاد شده ناشی از بارگذاری خستگی، شکل نیم بیضوی دارند که به طور معمول دارای نسبت طول به عمق ۰.۳ تا ۴ می‌باشند [۱]. ترک‌های اولیه ایجاد شده در لوله‌های توپ در صورت عدم معایب سطحی اولیه ناشی از شک حرارتی ناشی از انفجار ایجاد شده در لوله توپ می‌باشد. گرادیان ناشی از انفجار به حدی است که پس از چند سیکل کاری، ترک‌هایی را در جدار داخلی لوله ایجاد می‌کند که به عنوان ترک‌های اولیه خستگی شروع به رشد می‌کند.

ضریب شدت تنش به عنوان یک پارامتر پایه‌ای در مکانیک شکست خطی در بررسی شکست قطعات استفاده می‌شود. تحقیقات و بررسی‌های گوناگونی برای تعیین مقدار ضریب شدت تنش به طرق تحلیلی، عددی و تجربی صورت گرفته است. امروزه از روش‌های متفاوتی برای به دست آوردن مقدار ضریب شدت تنش استفاده می‌شود. استفاده از FEM در تعیین مقدار ضریب شدت تنش به طور گسترده رواج یافته است؛ ولیکن نیاز به تکرار پروسه حل برای یک ترک خاص در حل هر میدان بارگذاری اعمالی از معایب معمول این روش می‌باشد. برخلاف روش FEM، استفاده از روش تابع وزنی جزء روش‌هایی که می‌توان با استفاده از آن با دانستن تابع وزنی مربوط به هر هندسه در هر میدان بارگذاری اعمالی مقدار ضریب شدت تنش را به دست آورد [۲].

روش تابع وزنی را به عنوان یک روش قوی و دقیق برای اولین بار Bueckner (۱۹۷۰) برای تعیین ضرایب شدت تنش ناشی از اعمال بارگذاری‌های مکانیکی ارائه داده است.

تابع وزنی به عنوان یک تابع عمومی فقط تابعی از هندسه ترک و قطعه و مستقل از بارگذاری است. در صورتی که تابع وزنی برای یک حالت ساده بارگذاری به دست آید، از آن می‌توان برای محاسبه ضریب شدت تنش ناشی از هر میدان بارگذاری در همان هندسه استفاده کرد. با توجه به گستردگی کاربرد مخزن‌های جدار ضخیم در صنایع مختلف بخصوص لوله‌های استفاده شده در تسلیحات نظامی در این مقاله به بررسی چگونگی به دست آوردن تابع وزنی برای یک استوانه جدار ضخیم پرداخته شده است. روش فوق برای به دست آوردن تابع وزنی در یک هندسه خاص مخزن برای ترک‌های سرتاسری استفاده و تابع وزنی مورد نظر به دست آمده است.

محدود استوار است. برای تعیین تابع وزنی معادله (۱) علاوه بر تعیین معادله جابجایی  $U_{II}(x, a)$  مربوط به بارگذاری مرجع به دانستن مقدار  $K_{II}(a)$  در این هندسه نیز نیاز است. در شکل (۱) چگونگی قرار گیری محور مختصات در یک ترک داخلی و جابجایی عنوان شده نشان داده شده است.



شکل (۱): قرار گیری محور مختصات و جابجایی در طول ترک

برحسب طول ترک  $a$  و  $L$  بعد مشخصه‌ای در قطعه مورد بررسی می باشد (در مخزن‌های استوانه‌ای بعد مشخصه  $t$  است). یک تقریب مناسب برای بیان معادله جابجایی به صورت یک سری قابل بیان است که جمله اول آن به صورت  $C_1(a)(a-x)^{0.5}$  می باشد. جمله‌های دیگر این سری به صورتی است که مقادیر آنها با نزدیک شدن به نوک ترک به سمت صفر میل می کند. سری ذکر شده به صورت معادله (۴) نمایش داده می شود.

$$u(x, a) = \sum_{n=0} C_n(a) \frac{1}{2^{1+n}} (a-x)^{\frac{1}{2}+n} \quad (4)$$

[۴] Achenbach برای به دست آوردن معادله جابجایی از دو جمله اول این سری برای به دست آوردن تابع جابجایی مورد نظر به صورت زیر استفاده کرده اند:

$$u(x, a) = c_1 \left(\frac{a}{t}\right) a^{\frac{1}{2}} (a-x)^{\frac{1}{2}} + c_2 \left(\frac{a}{t}\right) a^{\frac{1}{2}} (a-x)^{\frac{3}{2}} \quad (5)$$

خطای ناشی از حذف بقیه جملات بر روی مقادیر به دست آمده از تابع (۵) ناچیز است. این در حالی است که مقدار این خطا بر روی مقدار ضریب شدت تنش به دست آمده با استفاده از این تابع جابجایی کمتر از خطای ایجاد شده بر روی مقدار جابجایی می باشد [۷].

با استفاده از فرم معادله جابجایی که Achenbach ارائه کرده است و مقادیر به دست آمده از جابجایی نقاط برای هندسه مخزن و طول ترک‌های مختلف انتخاب شده می توان معادلات جابجایی مورد نیاز را به دست آورد. هندسه و شرایط کاری انتخاب شده در این مقاله بر مبنای هندسه مورد استفاده در ساخت لوله‌های توپ 155mm استوار است. مقادیر استفاده شده به صورت  $R_o/R_i = 2.05$ ،  $t = 81.5mm$  و فشار کاری  $P = 330MPa$  در نظر گرفته شده است.

حل صورت گرفته تنها بر مبنای اعداد بیان شده در بالا استوار است. ذکر این نکته لازم است که روش استفاده شده یک روش کلی بوده و برای هر هندسه دیگر قابل تطبیق است.

با بررسی ضرایب شدت تنش ناشی از ترک‌های داخلی ایجاد شده در مخزن داخلی استوانه جدار ضخیم می توان دریافت که خطرناک ترین حالت تعداد ترک‌ها در جدار داخلی وجود دو ترک متقارن سرتاسری در جدار داخلی این گونه از مخازن است [۸]، [۹]. با توجه به فرض وجود دو ترک سرتاسری متقارن داخلی، مدل سازی یک چهارم مخزن در نرم افزار مورد استفاده Ansys9 کافی می باشد. مدل سازی در حالت بارگذاری مرجع با فرض تنش صفحه‌ای و استفاده از المان *plane82* و المان گذاری سینگولار در نوک ترک ایجاد

[۴] Achenbach و [۵] Fett توابعی برای تخمین میدان جابجایی صفحات ترک در هندسه‌های مختلف ورق‌ها و پوسته‌ها ارائه کرده اند.

[۶] Petroski یک تابع تقریبی برای تخمین مقدار  $\partial u(x, a) / \partial a$  برای تعیین تابع وزنی مربوط به ترک‌های گوشه‌ای قرار گرفته در صفحات ارائه کرد. توزیع این نکته لازم است که هنوز یک تابع عمومی برای جابجایی صفحات ترک ارائه نشده است. تابع وزنی ارائه شده در این مقاله بر مبنای تعیین میدان جابجایی  $U_{II}(x, a)$  و استفاده از این میدان جابجایی در تعیین مقدار  $K_{II}$  در حالت بارگذاری مرجع استوار است. میدان جابجایی مورد نیاز با استفاده از روش جاسازی منحنی بر روی نتایج حاصل از المان محدود به دست آمده است. در نهایت، با استفاده از تابع جابجایی حاصل و به دست آوردن  $K_{II}$ ، تابع وزنی مربوطه به دست آمده است.

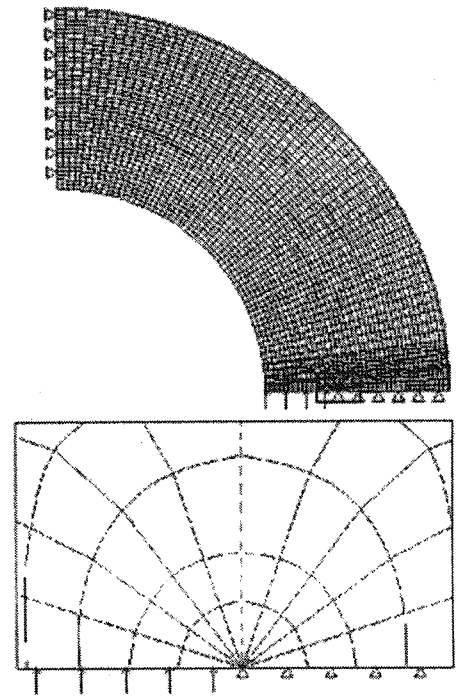
### ۳- تعیین جابجایی صفحه ترک

برای تعیین تابع وزنی معادله (۲)، لازم است تابع جابجایی صفحه ترک تعیین شود. مسأله اصلی، تعیین تابعی است که بر روی مقادیر جابجایی به دست آمده از المان محدود جاسازی شود. برای بارگذاری مد  $I$ ، جابجایی در نزدیک نوک ترک به صورت زیر قابل بیان است.

$$u(x, a) = \frac{4K}{E'} \left(\frac{a-x}{2\pi}\right)^{0.5} \quad (2)$$

مقدار ضریب شدت تنش  $K$  به صورت  $K = \sigma \sqrt{\pi a} F(a/L)$  قابل بیان است.  $F$  یک تابع بدون بعد

شده است. شکل (۲) مدل ایجاد شده در نرم افزار و بارگذاری مرجع را نشان می‌دهد:



شکل (۲): مدل المان محدود در بارگذاری مرجع فشاری  $\sigma(x) = 1 \text{ Mpa}$  بر روی صفحه ترک در  $a/t = 0.4$

با استفاده از روش جاسازی منحنی بر روی نتایج و فرم کلی معادله (۶) توابع جابجایی مربوط به هر طول نسبی ترک در هنگام اعمال بارگذاری مرجع به دست آمده است. مقادیر  $C_1$  و  $C_2$  مربوط به تابع جابجایی هر کدام از طول ترک‌های نسبی انتخاب شده در جدول (۱) نشان داده شده است. خطای ناشی از جاسازی کردن فرم کلی معادله (۵) بر روی نتایج موجود به طور معمول کمتر از ۱٪ است.

جدول (۱): مقادیر  $C_1$  و  $C_2$  بر حسب مقدار  $a/t$  در مخزن مورد بررسی در بارگذاری مرجع

a/t %	$C_1 (10^{-5})$	$C_2 (10^{-6})$
0.15	1.47	-0.634
0.25	1.50	-1.01
0.5	1.50	-1.08
0.75	1.49	-1.09
1	1.49	-1.11
2	1.49	-1.16
4	1.49	-1.28
6	1.49	-1.34
8	1.50	-1.44
10	1.52	-1.52
15	1.59	-1.65
20	1.67	-1.70
30	1.90	-1.42
40	2.18	-0.543
50	2.54	1.13
60	2.98	3.78
70	3.53	7.48
80	4.27	11.8

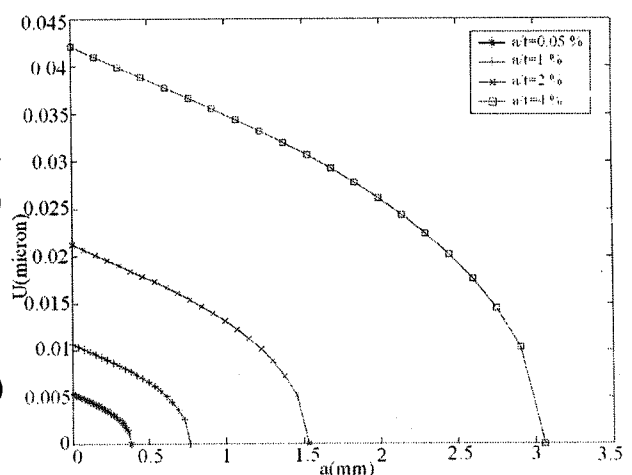
در این حالت، مرجع مختصات در نظر گرفته شده همانند شکل (۱) در دهانه ترک قرار داده شده است. با انجام مدل سازی، مقطع مخزن بیان شده و اعمال بار فشاری مرجع جابجایی در نسبت طول ترک‌های متفاوت به دست آورده شده است. نسبت طول ترک‌های استفاده شده در جدول (۱) نشان داده شده است. نتایج جابجایی ایجاد شده بر روی صفحه ترک در تعدادی از نسبت طول ترک‌های مختلف در شکل (۲) نشان داده شده است:

### ۴- تعیین ضریب شدت تنش در حالت بارگذاری مرجع

از روش ارائه شده در زیر برای به دست آوردن ضریب شدت تنش ناشی از بارگذاری مرجع در طول نسبی ترک‌های مختلف استفاده شده است. با قراردادن معادله (۱) در معادله (۲) خواهیم داشت:

$$K_I = \frac{E'}{K_{Ir}} \int_0^a \sigma(x) \frac{\partial u_{Ir}(x, a)}{\partial a} dx \quad (6)$$

با توجه به اینکه در حالت بارگذاری مرجع مقدار  $K_I = K_{Ir}$  (خود سازگاری) و قراردادی مقدار بارگذاری مرجع  $\sigma(x) = 1 \text{ Mpa}$  در معادله (۶) مقدار ضریب شدت تنش در حالت بارگذاری مرجع با استفاده از تابع جابجایی به صورت معادله (۷) بیان می‌شود:



شکل (۳): جابجایی صفحه ترک ناشی از بارگذاری مرجع در طول نسبی ترک‌های مختلف

یک از طول ترک‌های نسبی استفاده شده، بیان شده است. با توجه به اینکه مقادیر  $E$ ،  $F$  و  $G$  در این قسمت فقط تابعی از طول ترک هستند. می‌توان تابعی برحسب طول نسبی ترک  $a/t$  از آنها گذرانید. با استفاده از روش جاسازی منحنی بر روی نتایج توابع به دست آمده در این حالت به صورت زیر قابل نمایش هستند. مقادیر  $E$ ،  $F$  و  $G$  را می‌توان به صورت یک تابع دو ضابطه‌ای نشان داد. در جدول (۳) ضرایب فوق مربوط به هر طول نسبی ترک نشان داده شده است:

جدول (۳): ضرایب  $E$ ،  $F$  و  $G$  تابع وزنی در طول ترک‌های

مختلف

a/t %	E(1 <sup>-3</sup> )	F(1 <sup>-3</sup> )	G(1 <sup>-3</sup> )
0.1	5.29	6.31	0.34
0.2	5.85	7.28	0.477
0.5	9.09	11.6	0.835
0.75	11.0	14.2	1.05
1	12.7	16.4	1.22
2	17.7	23.2	1.082
4	23.8	33	3.08
6	29.2	40.6	3.78
8	32.3	47.5	5.06
10	37.1	53.8	5.55
15	46.2	68.6	7.53
20	54.8	83.5	9.56
30	84.6	113	9.58
40	130	145	5.24
50	196	181	-5.04
60	287	219	-22.7
70	405	262	-47.4
80	542	318	-74.5

برای به دست آوردن توابعی که ارائه کننده رفتار این ضرایب بر حسب طول نسبی ترک باشند، توابعی بر حسب  $a/t$  بر روی آنها جاسازی شده است. مقدار خطای ناشی از جاسازی کردن توابع ذکر شده بر روی نتایج موجود حداکثر ۲٪ است.

$$0 < a/t < 0.3$$

$$E = 0.5241 + 0.0064(a/t)^{-0.5}$$

$$F = 0.8185 - 0.0035(a/t)^{-0.5}$$

$$G = 0.0433 + 5.0741 \times 10^{-5} (a/t)^{-0.5}$$

$$0.3 < a/t < 0.8$$

$$E = 3.81 + 8.73(a/t)^{2.45}$$

$$F = 6.84 + 3.63(a/t)^{1.72}$$

$$G = 1.94 - 1.64(a/t)^{2.64}$$

$$K_{Ir}^2 = 16 E \int_0^a \left[ c_1 \left(\frac{a}{t}\right)^{0.5} (a-x)^{0.5} + c_2 \left(\frac{a}{t}\right)^{-0.5} (a-x)^{1.5} \right] dx \quad (7)$$

با استفاده از معادله (۷)، و قرار دهی توابع جابجایی به دست آمده در هر نسبت طول ترک می‌توان مقدار ضریب شدت تنش  $K_{Ir}$  را به دست آورد. با قراردادی توابع جابجایی به دست آمده، مقدار ضرایب شدت تنش  $K_{Ir}$  مربوط به هر طول نسبی ترک به صورت مقادیر ارائه شده در جدول (۲) به دست خواهد آمد:

جدول (۲): ضرایب شدت تنش در بارگذاری مرجع در نسبت طول

ترک‌های مختلف

a/t %	$K_{Ir} (Pa.m^{0.5})$
0.15	21239
0.25	27499
0.5	38787
0.75	47459
1	54754
2	77214
4	$1.09 \times 10^5$
6	$1.33 \times 10^5$
8	$1.54 \times 10^5$
10	$1.73 \times 10^5$
15	$2.17 \times 10^5$
20	$2.57 \times 10^5$
30	$3.38 \times 10^5$
40	$4.25 \times 10^5$
50	$5.23 \times 10^5$
60	$6.36 \times 10^5$
70	$7.65 \times 10^5$
80	$9.15 \times 10^5$

## ۵- تعیین تابع وزنی

مقدار ضریب شدت تنش به دست آمده با حل انتگرال معادله (۷) به صورت تابعی برحسب طول ترک  $a$  خواهد بود که به صورت فرم کلی  $K_{Ir} = f(a)$  قابل نمایش است. با قراردادی فرم کلی ضریب شدت تنش و تابع جابجایی معادله (۵) در معادله (۱) تابع وزنی حاصل به فرم کلی ارائه شده در معادله (۸) قابل بیان است.

$$h\left(\frac{a}{t}\right).a^{0.5} = E\left(1 - \frac{x}{a}\right)^{0.5} + F\left(1 - \frac{x}{a}\right)^{1.5} + G\left(1 - \frac{x}{a}\right)^{-0.5}$$

(۸)

ضرایب  $E$ ،  $F$  و  $G$  با قراردادی توابع جابجایی و ضریب شدت تنش حاصل از بارگذاری مرجع در هر کدام از طول ترک‌های نسبی عنوان شده در معادله (۱) قابل به دست آوردن است. در جدول (۳) مقادیر  $E$ ،  $F$  و  $G$  به دست آمده برای هر

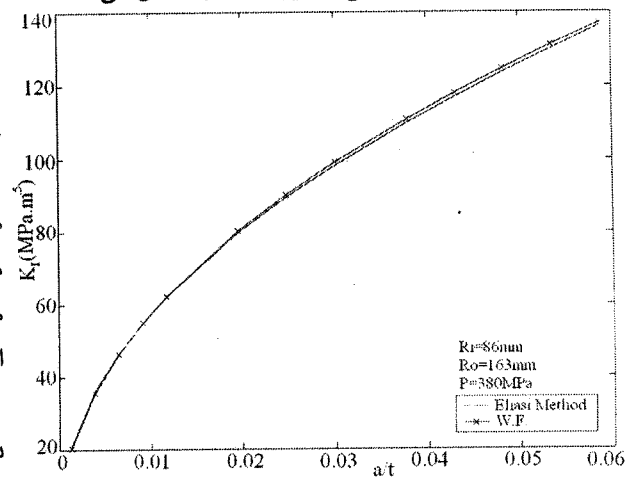
با استفاده از توابع ضرایب ارائه شده در بالا و جاگذاری آنها در معادله (۹) و همچنین داشتن تابع میدان تنش در میان جداره مخزن با استفاده از انتگرال گیری معادله (۲) می‌توان ضریب شدت تنش مربوط به هر طول ترک  $a$  را به دست آورد.

## ۶- میدان تنش

با توجه به فرمول (۲) برای به دست آوردن ضریب شدت تنش ناشی از یک بارگذاری با استفاده از تابع وزنی به دانستن میدان تنش در محل ترک در عدم حضور ترک نیاز است. در صورتی که تنها میدان بارگذاری اعمالی ناشی از فشار داخلی باشد مقدار تنش استفاده شده در معادله (۲) به صورت زیر خواهد بود [۱۰]:

$$\sigma(x) = \frac{PR_0^2}{R_0^2 - R_i^2} \left( 1 + \frac{(R_i + x)^2}{R_0^2} \right) + P \quad (9)$$

قسمت اول معادله بالا به تنش مماسی مربوط به فشار داخلی و قسمت دوم  $P$  به فشار وارد شده بر صفحات ترک مربوط می‌باشد. در نهایت، مقدار ضریب شدت تنش با قراردادی تابع وزنی حاصل معادله (۸) و تابع تنش (۹) می‌توان مقدار ضریب شدت تنش ناشی از هر فشار داخلی اعمالی را محاسبه کرد. نمودار ارائه شده در شکل (۴) مقدار ضرایب شدت تنش ناشی از فشار داخلی  $P = 380\text{MPa}$  و مقایسه آن با نتایج [۹] Eliasi در محدوده مورد بررسی در این مقاله را نشان می‌دهد:



شکل (۴): مقدار ضرایب شدت تنش به دست آمده با تابع وزنی ارائه شده در مقایسه با نتایج [۹] Eliasi در حالت وجود ترک سرتاسری

با توجه به نمودار شکل (۳) دیده می‌شود که ترک در مخزن مورد بررسی در طول نسبی حدود ۵٪ ( $K_{IC} = 129\text{Mpa}\sqrt{m}$ ) به طول بحرانی خود خواهد رسید.

بررسی نمودار شکل (۳) بیانگر این موضوع است که حداکثر خطا در محدوده ارائه شده در حدود ۲،۵٪ است که در ضریب شدت تنش ترک‌هایی با طول نسبی ۰،۱٪ رخ می‌دهد، مقدار خطای ذکر شده با افزایش طول نسبی ترک کاهش می‌یابد و مقدار آن با افزایش طول ترک به زیر ۱٪ کاهش پیدا می‌کند.

## ۷- تخمین عمر خستگی

با توجه به معادله (۳)، با داشتن خواص ماده  $c$  و  $n$  و تغییرات ضریب شدت تنش در طول ترک‌های مختلف می‌توان عمر خستگی قطعه را محاسبه کرد. با استفاده از انتگرال ارائه شده در معادله (۱۰) می‌توان عمر خستگی قطعه را به دست آورد:

$$N = \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{c(\Delta k)^n} \quad (10)$$

$a_i$ ، طول ترک‌های اولیه موجود در سطح و  $a_f$  طول نهایی ترک (ترک بحرانی) به طور معمول برابر با طول ترکی اختیار می‌شود که مقدار ضریب شدت تنش به مقدار ضریب شدت تنش بحرانی قطعه  $K_{IC}$  می‌رسد. به طور معمول فولاد مورد استفاده در ساخت مخازن استوانه‌ای جدار ضخیم، فولاد A732 می‌باشد. خواص این فولاد به صورت زیر است:

$$n = 3$$

$$c = 6.25 \times 10^{-12}$$

$$K_{IC} = 129\text{Mpa}\sqrt{m}$$

$$S_y = 1100\text{Mpa}$$

در حالت عنوان شده، با توجه به صفر بودن تنش در حالت عدم اعمال فشار داخلی ( $K_{min} = 0$ )،  $\Delta K = K_{max}$  می‌شود. با استفاده از ضریب شدت تنش به دست آمده برحسب طول ترک از معادلات (۷) و (۸) و قراردادی مقدار حاصل در معادله (۹) و استفاده از طول ترک اولیه  $a_i = 0.2\text{mm}$  (به طور معمول طول ترک‌های اولیه بین  $0.1\text{mm}$  تا  $0.2\text{mm}$  انتخاب می‌شوند) و طول ترک  $a_f = 2.84\text{mm}$  (در این حالت  $K_{max} = K_{IC}$ ) و فشار داخلی  $P = 380\text{MPa}$  عمر خستگی به دست آمده، ۱۸۴۵ سیکل کاری می‌باشد که در مقایسه با نتیجه به دست آمده [۹] Eliasi در همین شرایط هندسی و کاری؛ که ۱۸۷۲ سیکل است، کمتر از ۱/۵٪ خطا خواهد داشت. بررسی نتایج بیانگر این موضوع است که اکثر عمر خستگی قطعه صرف گسترش ترک‌هایی با طول کم می‌شود؛ بنابراین این با ارائه تابع وزنی؛ که در محدوده ترک‌های با طول نسبی کم دارای دقت بالایی باشد، می‌توان به تخمینی نسبتاً دقیق از عمر خستگی قطعه دست یافت.

- Kendall, D. P.; "A Simple Fracture Mechanics Based Method for Fatigue Life Prediction in Thick-Walled Cylinders." Transactions of ASME, Vol. 108, pp. 490-494, NOVEMBER 1986.
- Ma, C.C.; Huange, J. I.; Tsai, C.H.; "weight function and stress intensity for axial crack in hollow cylinders," ASTM J. Pressure Vessel Technology, Vol. 116, pp 423-430, NOVEMBER 1994
- Glinka, G.; Shen, G.; "Universal features of weight functions for cracks in mode I." Engineering Fracture Mechanics, Volume 40, Pages 1135-1146, 1991.
- Petroski, HJ.; Achenbach, JD.; "Computation of the weight function from a stress intensity factor." Engineering Fracture Mechanics, Vol. 10 Pages 257-266, 1978;
- Fett, T.; Mattheck, C.; Munz, D.; "Calculation of crack opening displacement from the stress intensity factor." Engineering Fracture Mechanics, Vol. 27, Page 697-715, 1987
- Ojdrovic, RP.; Petroski, HJ.; "Weight functions from multiple reference states and crack profile derivatives." Engineering Fracture Mechanics, Vol. 39, Pages 105-111, 1991
- DE Matos, P.; Moreira, P.; Pasrama, S.; "The Precision of Crack Opening Values and the Computation of K Using the Weight Function Technique." Transactions of ASME, Vol. 108, Pages 490-494, NOVEMBER 1986.
- Banks-Sills, L.; Eliasi, R.; "Fatigue life analysis of a cannon barrel." Eng. Failure Analysis. Vol. 6, Pages 371-385, 1999
- Levy, C.; Perl, M.; Ma, Q.; "The Influence of Multiple Axial Erosions on the Fatigue Life of Autofrettagged Pressurized Cylinders." ASTM J. Pressure Vessel Technology, Vol. 123, Pages 293-297, AUGUST 2001.
- Perl, M.; Arone, R.; "Stress Intensity Factors for a Radially Multicracked Partially Autofrettagged Pressurized Thick-Walled cylinder." ASTM J. Pressure Vessel Technology, Vol. 110, Pages 147-153, MAY 1988.
- [۱] در این مقاله، روشی کلی برای به دست آوردن تابع وزنی مورد نیاز برای هر هندسه مخزن بر مبنای استفاده از فرم تابع جابجایی صفحات ترک در یک بارگذاری مرجع ارائه شده است.
- [۲] در ادامه، روش فوق برای به دست آوردن تابع وزنی در یک هندسه خاص مخزن با تعداد معینی ترک داخلی (دو ترک متقارن) استفاده شده است. مقایسه نتایج ضریب شدت تنش حاصل از این روش با نتایج ارائه شده در مقاله [۹] Eliasi بیانگر دقت بالای این روش در به دست آوردن ضریب شدت تنش است. در انتهای مقاله فوق، عمر خستگی مخزن ذکر شده با استفاده از ضریب شدت تنش به دست آمده از تابع وزنی به دست آورده شده است. مقایسه نتیجه حاصل از این روش با مقداری که Eliasi ارائه کرده گویای دقت این روش در به دست آوردن عمر خستگی قطعه فوق است. روش ارائه شده در این مقاله یک روش کلی است که برای هر هندسه مخزن با هر تعداد ترک داخلی یا خارجی و هر طول نسبی ترک قابل اعمال می‌باشد. تابع ارائه شده در این مقاله، به یک هندسه مخزن مربوط است که با مدل سازی و به دست آوردن تابع وزنی در هندسه‌های متفاوت مخزن می‌توان به تابع وزنی کلی در هندسه‌های مختلف مخزن دست یافت.

## ۹- نمادها

	$E$	مدول الاستیسیته
	$\nu$	ضریب پواسون
	$R_i$	شعاع داخلی مخزن
	$R_o$	شعاع خارجی مخزن
	$t$	ضخامت مخزن
	$a$	طول ترک در راستای شعاع مخزن
	$a_i$	طول ترک اولیه
	$a_f$	طول ترک نهایی
	$U$	جابجایی در راستای عمود بر ترک (محور $Y$ )
	$U_{Ir}$	جابجایی در راستای عمود بر ترک (محور $Z$ ) ناشی از بارگذاری مرجع
	$K_I$	ضریب شدت تنش در مد $I$ بارگذاری
	$K_{Ir}$	ضریب شدت تنش مد $I$ در هنگام بارگذاری مرجع
	$K_{min}$	حداقل ضریب شدت تنش در یک دوره بارگذاری
	$K_{max}$	حداکثر ضریب شدت تنش در یک دوره بارگذاری
	$\Delta K$	دامنه ضریب شدت تنش در یک دوره بارگذاری

[۱۰]