# تحلیل شبکه‌های تهویه معادن با روش نیوتن ـ رفسون براساس معادلات $\Delta Q$

حسن مدنی[i]؛بیژن ملکی[ii]

## چکیده

در بسیاری موارد، تحلیل شبکه‌های تهویه معادن با استفاده از ریاضیات معمولی امکان‌پذیر نیست و در حالت کلی باید از روش‌های تقریبی کمک گرفت. روش هاردی ـ کروس یکی از روش‌هایی است که استفاده از آن بسیار متداول است و بسیاری ازنرم‌افزارهای تحلیل شبکه‌های تهویه براین اساس طراحی شده‌اند. ازجمله روش‌های‌تقریبی دیگری که بدین‌منظور می‌توان از آن کمک گرفت، روش نیوتون ـ رفسون است که‌از دیرباز برای حل تقریبی معادلات ریاضی به کار می‌رفته است. اگرچه روش نیوتن ـ رفسون برای تحلیل شبکه‌های آب استفاده می‌شود، اما در شبکه‌های تهویه از آن کمتر استفاده شده است. در این مقاله، پس از شرح مختصری از مبانی این روش، چگونگی استفاده از آن در تحلیل شبکه‌های تهویه با استفاده از معادلات ΔQ بررسی شده است.

# *Analysis of Mine Ventilation Networks, by Newton - Rephson Method, Using $\Delta Q$ Equations*

Hassan Madani, Bijan Malaki

*ABSTRA[iii]CT*

In many cases, analysis of mine ventilation networks by ordinary mathematics is impossible and we have to use numerical methods. Newton - Rephson method is one of them which is being used for solving the mathematical equations.Althoug this method is used for analysis of water distribution networks, but in mine ventilation networks has not been used. In this paper, using of this method for solving the ΔQ equations is discussed.

## ۱- مقدمه

اجرای سیستم تهویه صحیح یکی از مهم‌ترین مسائل معادن زیرزمینی از نقطه‌نظرایمنی است. این امر علاوه‌بر تامین سلامتی افراد و نیز جلوگیری از خطراتی نظیر انفجارگاز و یا گردهای قابل انفجار، از جنبه بازده کار نیز بسیار مهم است.اجرای صحیح سیستم تهویه مستلزم طراحی دقیق و مناسب و نیز تحلیل حرکت هوادر شاخه‌های تهویه است. در معادن کوچک، که شبکه تهویه پیچیده‌ای ندارند، گاه می‌توان شبکه تهویه را به روش دستی طراحی و تحلیل کرد، اما در حالت کلی،بدین‌منظور باید از روش‌های تقریبی ریاضی کمک گرفت.

ازجمله روش‌های تقریبی حل معادلات، روش قدیمی نیوتن ـ رفسون است که ازمدت‌ها پیش بدین‌منظور به کار می‌رفته است.

این روش در بعضی از فرایندهای صنعتی‌نظیر تحلیل شبکه‌های توزیع آب و فاضلاب نیز به کار رفته است، اما در مورد شبکه‌های تهویه، کمتر به آن پرداخته شده است. در این مقاله، چگونگی استفاده از این روش برای تحلیل‌شبکه‌های پیچیده بررسی شده است. یادآوری می‌شود که برای تحلیل‌شبکه‌های تهویه می‌توان سیستم معادلات Q (شدت جریان) و یا H (فشار) را بررسی کرد که در این مقاله تنها به شرح سیستم معادلات Q پرداخته‌ایم.

---

[i] استادیار، دانشگاه صنعتی امیر کبیر

[ii] ، عضو هیئت علمی دانشگاه بین‌المللی امام خمینی

## ۲- سیستم معادلات شبکه‌های تهویه معادن

در حالت کلی، یک شبکه تهویه از تعدادی حلقه تشکیل شده است که هر حلقه‌شاخه‌هایی را دربردارد. به عنوان مثال در شکل (۱)، یک شبکه ساده تهویه نشان داده‌شده است که چهار حلقه و ۱۲ شاخه دارد. مقصود از تحلیل چنین شبکه‌ای آن است که با معلوم بودن شدت جریان کلی Q که در نقطه A به شبکه وارد می‌شود، مجهولات‌زیر به دست آید [۱]:

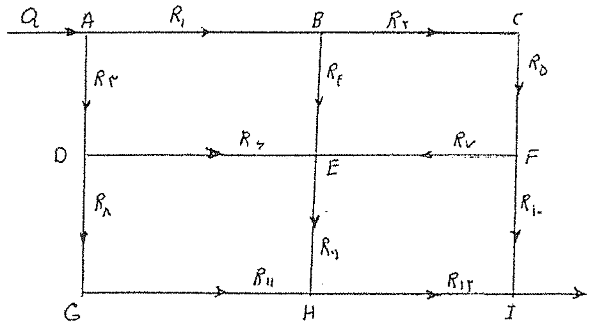
الف ـ شدت جریان هوا در شاخه‌های ۱۲ گانه

ب ـ جهت جریان در شاخه‌هایی که در آنها جهت صحیح حرکت هوا از ابتدا معلوم‌نیست (مثل شاخه‌های DE، FE و EH)

ج ـ مقاومت کلی شبکه

د ـ افت فشار کلی شبکه

برای تعیین این مجهولات مجموعه معادلاتی را به شرح زیر می‌توان نوشت:




شبکه ساده تهویه شکل( ۱): یک

الف ـ در مورد هر یک از شاخه‌ها، رابطه زیر صادق است:

$$\Delta P_i = R_i Q_i^{\,2} \qquad (۱)$$

که در آن $\Delta P_i$ افت فشار شاخه، $R_i$ مقاومت شاخه و $Q_i$ شدت جریان عبوری از شاخه‌است.

ب ـ در مورد هر گره، رابطه زیر را می‌توان نوشت:

$$\sum Q_i = 0 \qquad (۲)$$

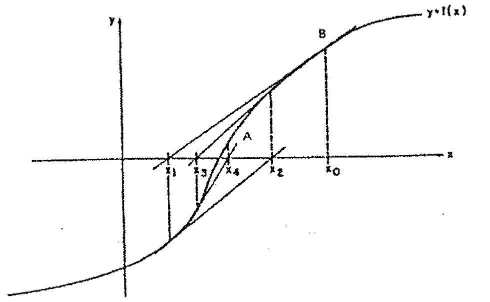
ج ـ سرانجام در مورد هر حلقه، رابطه زیر وجود دارد:

$$\sum R_i Q_i^{\,2} = 0 \qquad (۳)$$

مجموعه معادلات ۱ تا ۳، سیستم معادلات تحلیل شبکه را تشکیل می‌دهند که درحالت کلی حل آنها با روش‌های معمولی امکان‌پذیر نیست و باید از روش‌های تقریبی‌کمک گرفت. از جمله این روش‌ها، روش نیوتن - رفسون است که در ادامه به شرح مبانی وچگونگی استفاده از آن در تحلیل شبکه‌ها می‌پردازیم.

## ۳- مبانی ریاضی روش نیوتن ـ رفسون

روش نیوتن - رفسون برای حل تقریبی معادلات به کار می‌رود. برای تشریح روش،معادله‌ای مانند $y = f(x)$ را که به روش‌های متداول قابل حل نیست در نظر می‌گیریم. این‌معادله را می‌توان به‌طور تدریجی از طریق نزدیک شدن به محل تقاطع منحنی $f(x)$ بامحور x ها حل کرد (شکل ۲). اگر نقطه A محل تقاطع منحنی با محور x ها باشد و در نقطه $B\Big|_{y_0}^{x_0}$ خطی بر این




شکل( ۲): مبانی روش نیوتن ـ رفسون [۲]

منحنی مماس رسم شود، ضریب زاویه، این خط خواهد شد:

$$y' = f'(x) = m \qquad (۴)$$

و معادله خط مماس خواهد شد:

$$y - f(x_0) = f'(x)\,(x - x_0) \qquad (۵)$$

اگر $x_1$ طول نقطه تقاطع خط مماس با محور x ها باشد، واضح است که مختصات آن‌باید در معادله خط صدق کند.یعنی:

$$0 - f(x_0) = f'(x_0)\,(x_1 - x_0) \qquad (۶)$$

و:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \qquad (۷)$$

اگر $x_2$ طول نقطه تقاطع مماس بعدی بر منحنی با محور x ها باشد، نظیر رابطه ۷ را درمورد آن نیز می‌توان نوشت:

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \qquad (۸)$$

و

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} \qquad (۹)$$

و سرانجام رابطه کلی را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \qquad (۱۰)$$

عمل تصحیح یا تکرار تصحیح آنقدر ادامه می‌یابد که مقدار $x_{n+1}$ ریشه واقعی معادله $y = f(x)$ را به دست دهد. درواقع، این روش، محل برخورد منحنی موردنظر با محور x ها را با تقریب دلخواه ارائه می‌کند.

## ٤- بررسی همگرایی در روش نیوتن ـ رفسون

با فرض $\varphi(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$ دستور تکرار نیوتن ـ رفسون را می‌توان به شکل زیرنوشت [۴]:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = \varphi(x_n) \qquad (۱۱)$$

به‌طورکلی، وقتی یک روش تکراری همگراست که شرط زیر برقرار باشد [۱] :

$$|\varphi'(x)| \prec 1 \qquad (۱۲)$$

اگر از رابطه ۱۱ مشتق بگیریم، خواهیم داشت:

$$\varphi'(x) = 1 - \frac{[f'(x)]^2 - f''(x) f(x)}{[f'(x)]^2} = \frac{f(x) f''(x)}{[f'(x)]^2} \qquad (۱۳)$$

بنابراین، شرط همگرایی روش نیوتن ـ رفسون با توجه به رابطه ۱۲ خواهد شد:

$$\left| \frac{f(x) f''(x)}{[f'(x)]^2} \right| < [f'(x)]^2 \Rightarrow |f(x) f''(x)| < 1 \qquad (۱۴)$$

برای بررسی سرعت همگرایی مجدداً رابطه ۱۰ را در نظر می‌گیریم:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

اگر $\alpha$ جواب واقعی معادله باشد، میزان خطا در تکرار n+1 که آن را با $e_{n+1}$ نشان‌می‌دهیم، خواهد شد:

$$e_{n+1} = \alpha - x_{n+1} = \alpha - x_n + \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = e_n + \frac{f(\alpha - e_n)}{f'(\alpha - e_n)} \qquad (۱۵)$$

که در آن $e_n$ خطای تکرار nفرض شده است. اگر صورت و مخرج رابطه ۱۵ را بااستفاده از بسط تیلور بسط دهیم، خواهیم داشت:

$$e_{n+1} = e_n + \frac{f(\alpha) - e_n f'(\alpha) - \frac{e_n^2}{2} f''(\alpha) - \ldots}{f'(\alpha) - e_n f''(\alpha) - \frac{e_n^2}{2} f'''(\alpha) - \ldots} = e_n - e_n + \frac{e_n^2 f''(\alpha)}{2f'(\alpha)} + \ldots \qquad (۱۶)$$

و اگر$e_n$ به حد کافی کوچک باشد، خواهیم داشت:

$$e_{n+1} \approx \frac{e_n^2 f''(\alpha)}{2f'(\alpha)} \qquad (۱۷)$$

این نتیجه به معنی آن است که خطا در تکرار مرحله n+1، با مجذور خطا در تکرارمرحله n متناسب است. چنین تقاربی را تقارب درجه ۲ می‌گویند و به طور ساده، به این معنی است که میزان خطا در هر تکرار، با مجذور خطای تکرار مرحله قبل متناسب است.به عنوان مثال، اگر خطای مرحله اول ۲۰ درصد (۰/۲) باشد، در تکرار بعدی میزان آن ٤درصد و در تکرار بعد از آن ۱/٦ درصد خواهد بود.

## ٥- مسایل کلی در مورد تحلیل شبکه‌های تهویه به روش نیوتن - رفسون

روش نیوتن - رفسون را می‌توان در سه حالت دستگاه معادلات زیر به کار برد:

الف ـ معادلات Q ها یا شدت جریان مجهول در شاخه‌های شبکه.

ب ـ معادلات H ها یا ارتفاع نظیر انرژی مجهول در گره‌ها.

ج ـ معادلات $\Delta Q$ ها یا شدت جریان اصلاح‌کننده شاخه‌ها در حلقه‌ها.

بسته به اینکه کدامیک از مشخصه‌های یادشده در شبکه‌های تهویه به عنوان مجهول‌انتخاب شود، می‌توان از روش نیوتن رفسون استفاده کرد.

بدین‌ترتیب استفاده از روش نیوتن - رفسون در حل معادلات Q (یعنی وقتی که شدت‌جریان هوا در شاخه‌های شبکه مجهول است)، در تحلیل شبکه‌ها پیشنهاد نمی‌شود،حال آنکه حل دو سیستم معادلات، دیگر که تعداد معادلات کمتری دارند، با روش نیوتن - رفسون مناسب‌تر است. در مورد شبکه‌های بزرگ، کاهش تعداد معادلات، حسن بزرگی‌در انتخاب روش نیوتن - رفسون است، زیرا به حافظه کامپیوتری کمتری برای تعداد معینی‌معادله نیاز دارد.

حل همزمان سیستم معادلات شبکه‌ها با استفاده از رابطه عمومی نیوتن ـ رفسون به‌شرح زیر انجام می‌گیرد [۴]:

$$\vec{x}_{n+1} = \vec{x}_n - D^{-1} f(x_n) \qquad (۱۸)$$

درواقع، بردارهای $\vec{x}$ و $\vec{f}(x)$ جانشین متغیر x و تابع f شده‌اند و معکوس ماتریس‌ژاکوبین یا $D^{-1}$ همان مقدار $\frac{1}{df/dx}$ در فرمول نیوتن ـ رفسون برای حل معادله منفرد است.

اگر معادلات $\Delta Q$ ها، یعنی شدت جریان اصلاح کننده شاخه‌ها در هر حلقه هدف قرارگیرد، بردار $\vec{x}$ تبدیل به بردار $\Delta\vec{Q}$ خواهد شد. بنابراین، برای حل معادلات $\Delta Q$ هاخواهیم داشت:

$$\Delta\vec{Q} = \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta Q_L \end{bmatrix} \qquad (۱۹)$$

ماتریس ژاکوبین D نیز شامل مشتقات تابع f نسبت به ΔQ خواهد بود. یعنی:

$$D=\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_L} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_L} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_2} & \cdots & \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_L} \end{bmatrix} \qquad (۲۰)$$

به‌طوری که گفتیم، در رابطه ۱۸ ، $D^{-1}$ ماتریس معکوس D است و نظر به اینکه‌محاسبه ماتریس معکوس D در کامپیوتر مستلزم برنامه‌نویسی و اشغال وقت کامپیوتر است، لذا بایستی مجهول معاون انتخاب شود. بدین‌منظور می‌توان نوشت:

$$\vec{Z}=\vec{D}^{-1}f(x_n) \qquad (۲۱)$$

و یا

$$D\vec{Z}=\vec{f}(x_n) \qquad (۲۲)$$

بدین‌ترتیب، رابطه عمومی نیوتن - رفسون با این تغییر متغیر خواهد شد:

$$\vec{x}_{n+1}=x_n-\vec{Z} \qquad (۲۳)$$

در مورد شدت جریان اصلاح‌کننده شاخه‌های یک شبکه تهویه به ازای هر حلقه‌می‌توان نوشت:

$$\Delta\vec{Q}_{n+1}+\Delta Q_n-\frac{f(H_n)}{\frac{\partial f_n}{\partial \Delta Q}}=\Delta\vec{Q}_n-D^{-1}\vec{f}(\Delta Q_n)=\Delta\vec{Q}_n-\vec{Z}_n \qquad (۲۴)$$

این رابطه را می‌توان به شکل زیر نوشت[ ۳ ] :

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta Q_L \end{bmatrix}^{(n+1)}=\begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta Q_L \end{bmatrix}^{(n)}-\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_2} & \cdots & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial \Delta Q_L} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_2} & \cdots & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial \Delta Q_L} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_3}{\partial \Delta Q_2} & \cdots & \cdots & \frac{\partial f_3}{\partial \Delta Q_L} \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_1} & \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_2} & \cdots & \cdots & \frac{\partial f_L}{\partial \Delta Q_L} \end{bmatrix}^{(-1)}\times\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ f_L \end{bmatrix}^{(n)}= \qquad (۲۵)$$

$$=\begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta Q_L \end{bmatrix}^{(n)}-\begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ Z_L \end{bmatrix}^{(n)}$$

و یا :

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta Q_L \end{bmatrix}^{(n+1)}=\begin{bmatrix} \Delta Q_1-Z_1 \\ \Delta Q_2-Z_2 \\ \Delta Q_3-Z_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta Q_L-Z_L \end{bmatrix}^{(n)} \qquad (۲۶)$$

در این مورد نیز با انجام n تکرار، مقادیر $\Delta Q_1$، $\Delta Q_2$ ، $\Delta Q_3$ و ... و $\Delta Q_L$ و نیز $Z_1$، $Z_2$، $Z_3$ و ... و $Z_L$ محاسبه می‌شود و در تکرار مطلوب (n+1) مقادیر دقیق $\Delta Q_1$، $\Delta Q_2$ ، $\Delta Q_3$ و ... و $\Delta Q_L$ واقعی به دست می‌آید و در نتیجه می‌توان $Q_1$، $Q_2$ ، $Q_3$ و ... و $Q_L$، یعنی شدت جریان واقعی هریک از شاخه‌های شبکه تهویه را محاسبه کرد.

## ۶- مراحل تحلیل شبکه‌های تهویه به روش نیوتن- رفسون با استفاده ازمعادلات ΔQ

برای تشریح مراحل موردنظر، شبکه تهویه شکل( ۳ ) را در نظر می‌گیریم و مراحل‌مختلف را با توجه به این شکل تشریح می‌کنیم. شدت جریان در شاخه‌های ۱ ، ۶ ، ۷ و ۸ثابت و مقاومت شاخه‌ها برحسب کیلومورگ در شکل نوشته شده است. اندیس مقاومت هر شاخه،شماره آن را مشخص می کند.

الف - کلیه حلقه‌های شبکه را از ۱ تا L شماره‌گذاری می‌کنیم که در شبکه شکل (۳)، تعداد حلقه‌های حقیقی ۲ است.

ب - کلیه شاخه‌های حلقه‌های ۱ تا L را از ۱ تا N شماره‌گذاری می‌کنیم. در مثال‌موردنظر، ۹ شاخه وجود دارد.

ج - کلیه گره‌های شبکه را از ۱ تا J شماره‌گذاری می‌کنیم که در شبکه شکل( ۳ )، تعداد ۸گره وجود دارد.

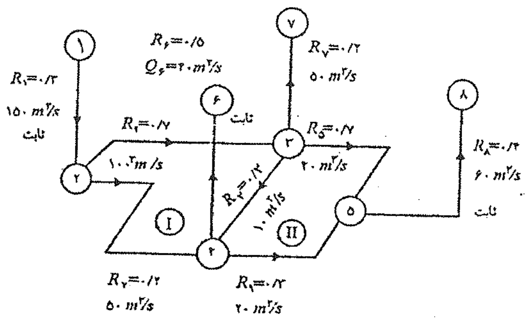
د - به منظور جلوگیری از اشتباه در شماره‌گذاری شاخه‌ها، تعداد حلقه‌ها، گرهها وشاخه‌ها را از رابطه موجود بین آنها کنترل می‌کنیم.

ه - جهت مثبت در کلیه حلقه‌های شبکه باید یکسان و تا انتهای حل مساله برای کلیه‌حلقه‌ها غیرقابل تغییر باشد. معمولاً جهت عقربه‌های ساعت به عنوان جهت مثبت‌فرض می‌شود. برای سهولت یافتن شاخه‌ها و گره‌ها، توصیه می‌شود که شماره‌گذاری‌گره‌ها و شاخه‌ها نیز در همین جهت انجام گیرد.

و - با توجه به شدت جریان کلی ورودی و یا خروجی شبکه و در نظر گرفتن مقاومت‌شاخه‌ها، برای هریک از شاخه‌ها، شدت جریان اولیه‌ای همراه با جهت جریان آن درنظر می‌گیریم. بدیهی است در این انتخاب، باید رابطه پیوستگی و یا قانون شدت جریان‌کیرشف، رعایت شود.

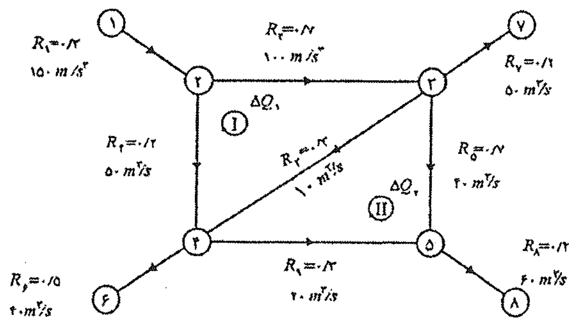
ز - براساس داده‌های موجود، دستگاه معادلات ΔQ را تشکیل می‌دهیم.

ح - پس از حل سیستم معادلات ΔQ، شدت جریان در شاخه‌های ۱ تا N و در نتیجه افت‌فشار شاخه‌ها با استفاده از فرمول $\Delta P=RQ^2$ محاسبه می‌شود.



شکل (۳): شبکه فرضی برای تشریح روش نیوتون ـ رفسون [۵]

اکنون به شبکه موردنظر برمی‌گردیم و پس از شماره‌گذاری گره‌ها، شاخه‌ها وحلقه‌ها، شدت جریان تخمینی اولیه شاخه‌ها را با توجه به شدت جریان‌های ثابت و قانون‌کیرشف انتخاب می‌کنیم و آنگاه نمودار ساده‌شده شبکه تهویه را مطابق شکل (۴) رسم‌می‌کنیم. اگر خطای حلقه‌های I و II را به ترتیب $\Delta Q_1$ و $\Delta Q_2$ فرض کنیم، با نوشتن قانون‌افت فشار کیرشف در مورد هر حلقه، توابع $f_1$ و $f_2$ به دست می‌آیند:



شکل (۴): نمودار ساده‌شده شبکه شکل ۳ [۵]

I: حلقه

$$f_1=\Sigma\Delta P=0.7(Q_2+\Delta Q_1)^2+0.3(Q_3+\Delta Q_1-\Delta Q_2)^2-0.2(Q_4-\Delta Q_1)^2=0$$

II: حلقه

$$f_2=\Sigma\Delta P=0.7(Q_5+\Delta Q_2)^2-0.3(Q_9-\Delta Q_2)^2-0.3(Q_3+\Delta Q_1-\Delta Q_2)^2=0$$

توابع $f'$، یعنی مشتقات این توابع نیز به شرح زیر حاصل می‌شوند:

$$\frac{\partial f_1}{\partial\Delta Q_1}=1.4(Q_2+\Delta Q_1)+0.6(Q_3+\Delta Q_1-\Delta Q_2)+0.4(Q_4-\Delta Q_1)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial\Delta Q_2}=-0.6(Q_3+\Delta Q_1-\Delta Q_2)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial\Delta Q_2}=-0.6(Q_3+\Delta Q_1-\Delta Q_2)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial\Delta Q_3}=1.4(Q_5+\Delta Q_2)\ +0.6(Q_9-\Delta Q_2)+0.6(Q_3+\Delta Q_1-\Delta Q_2)$$

برای اولین تکرار، معادله نیوتن ـ رفسون (رابطه ۲۵) را می‌نویسیم:

$$\begin{bmatrix}\Delta Q_1\\ \Delta Q_2\end{bmatrix}^{(1)}=\begin{bmatrix}\Delta Q_1\\ \Delta Q_2\end{bmatrix}^{(0)}-\begin{bmatrix}\frac{\partial f_1}{\partial\Delta Q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial\Delta Q_2}\\ \frac{\partial f_2}{\partial\Delta Q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial\Delta Q_2}\end{bmatrix}^{(-1)}\times\begin{bmatrix}f_1\\ f_2\end{bmatrix}^{(0)}$$

مقادیر تخمینی اولیه شدت جریان شاخه‌ها به شرح زیر است:

$$Q_4=50m^3/S\ ، Q_3=10m^3/S\ ، Q_2=100m^3/S$$

$$Q_9=20m^3/S\ ، Q_5=40m^3/S$$

بنابراین، عناصر ماتریس‌های $D^{-1}$ و f با توجه به مقادیر اولیه شدت جریان و خطای‌تصحیح خواهد شد:

$$\frac{\partial f_1}{\partial\Delta Q_1}=1.4(100+0)+0.6(10+0-0)+0.4(50-0)=166$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial\Delta Q_2}=-0.6(10+0-0)=-6$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial\Delta Q_2}=-0.6(10+0-0)=-6$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial\Delta Q_3}=1.4(40+0)\ +0.6(20-0)+0.6(10+0-0)=74$$

$$f_1=7(100+0)^2+0.3(10+0-0)^2-0.2(50-0)^2=6530$$

$$f_2=\Sigma\Delta P=0.7(40+0)^2-0.3(20-0)^2-0.3(10+0-0)^2=970$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix}\Delta Q_1\\ \Delta Q_2\end{bmatrix}^{(1)}=\begin{bmatrix}\Delta Q_1\\ \Delta Q_2\end{bmatrix}^{(0)}-\begin{bmatrix}166 & -6\\ -6 & 74\end{bmatrix}^{(-1)}\times\begin{bmatrix}6530\\ 970\end{bmatrix}^{(0)}$$

با توجه به رابطه ۲۵ می‌توان نوشت:

$$\begin{bmatrix}Z_1\\ Z_2\end{bmatrix}^{(0)}=\begin{bmatrix}166 & -6\\ -6 & 74\end{bmatrix}^{(-1)}\times\begin{bmatrix}6530\\ 970\end{bmatrix}^{(0)}$$

ماتریس معکوس میانی را می‌توان به صورت حاصل ضرب ماتریس اول نوشت:

$$\begin{bmatrix}166 & -6\\ -6 & 74\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}Z_1\\ Z_2\end{bmatrix}^{(0)}=\begin{bmatrix}6530\\ 970\end{bmatrix}^{(0)}$$

و پس از ضرب دو ماتریس اول خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix}166Z_1-6Z_2\\ -6Z_1+74Z_2\end{bmatrix}^{(0)}=\begin{bmatrix}6530\\ 970\end{bmatrix}^{(0)}$$

و یا:

$$166Z_1 - 6Z_2 = 6530 \quad Z_1 = 39.93$$
$$-6Z_1 + 74Z_2 = 970 \Rightarrow Z_2 = 16.34$$

پس از جایگذاری در رابطه اول خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix}\Delta Q_1\\ \Delta Q_2\end{bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix}\Delta Q_1\\ \Delta Q_2\end{bmatrix}^{(0)} - \begin{bmatrix}39.93\\ 16.34\end{bmatrix}^{(0)} = \begin{bmatrix}0-39.93\\ 0-16.34\end{bmatrix}^{(0)}$$

و از آنجا:

$$\Delta Q_1 = -39.93 m^3/_S$$

$$\Delta Q_2 = -16.34 m^3/_S$$

اگر این فرایند را چندین‌بار تکرار کنیم، مقادیر $\Delta Q_1$ و $\Delta Q_2$ در تکرارهای چهارم وسوم تقریباً با هم مساوی و به شرح زیر به دست می‌آیند:

$$\Delta Q_1 = -49.8 m^3/_S$$

$$\Delta Q_2 = -12.3 m^3/_S$$

با توجه به مقادیر $\Delta Q$ به دست آمده برای حلقه‌ها، شدت جریان و افت فشار نهایی‌شاخه خواهد شد:

$$Q_2 = 100 + (-49.8) = 50.2 m^3/_S$$
$$\Delta P_2 = 0.7 \times (50.2)^2 = 1764.0 mmH_2O$$
$$Q_3 = 10 + (-49.8) - (-12.2) = -27.6 m^3/_S$$
$$\Delta P_3 = 0.3 \times (27.6)^2 = 228.5 mmH_2O$$
$$Q_4 = 50 - (-49.8) = 99.8 m^3/_S$$
$$\Delta P_4 = 0.2 \times (99.8)^2 = 541.0 mmH_2O$$
$$Q_5 = 40 + (-12.2) = 27.8 m^3/_S$$
$$\Delta P_5 = 0.7 \times (27.8)^2 = 541.0 mmH_2O$$
$$Q_9 = 20 + (-12.2) = 32.2 m^3/_S$$
$$\Delta P_9 = 0.3 \times (32.2)^2 = 311.0 mmH_2O$$

## ۷- برنامه کامپیوتری براساس روش نیوتون ـ رفسون

مبانی روش و نحوه کاربرد و تشکیل معادلات مختلف را دیدیم. واضح است که‌تحلیل شبکه‌ها با روش‌های دستی بسیار مشکل و وقتگیر است. بنابراین براساس روش‌نیوتون - رفسون، برنامه‌ای نوشته شد که قادر است شبکه‌های مختلف را تحلیل کند.

روایت اولیه این برنامه به زبان بیسیک نوشته شد که با وارد کردن اطلاعات کل شبکه‌از قبیل تعداد شاخه‌ها، تعداد حلقه‌ها، حداکثر دفعات تکرار لازم و تعداد بادبزن‌ها،شدت جریان نهایی شاخه‌ها محاسبه می‌شود.

روایت اصلاح شده این برنامه نیز در قالب یک پایان‌نامه تحصیلی در حال اجراست.

## ۸- نتیجه‌گیری

از آنجا که تحلیل شبکه‌های تهویه معادن با روش‌های دستی مشکل و در پاره‌ای مواردغیرممکن است، لذا اجباراً باید از روش‌های تقریبی حل معادلات کمک گرفت. در مقاله‌حاضر، معادلات $\Delta Q$ مبنای کار قرار گرفت و با استفاده از روش نیوتون - رفسون، روشی‌برای حل این معادلات ارائه شد. برنامه کامپیوتری که براساس این روش تهیه شده قادراست شبکه‌های تهویه معادن را در زمان کوتاهی تحلیل کند و در عین حال مشکلات‌روش هاردی کراس را ندارد [۵].

## ۹- پیشنهادها

از آنجا که علاوه بر معادلات $\Delta Q$، می‌توان سایر مشخصه‌های شبکه و از آن جمله‌ارتفاع نظیر انرژی کل در گره‌های شبکه را مبنا قرار داد و معادلات مربوط به آنها را باروش‌های تقریبی ریاضی حل کرد، لذا جای کار در این زمینه وجود دارد. همچنین برنامه‌کامپیوتری تهیه شده را می‌توان بازنگری کرد و آن را به روز درآورد تا با شیوه‌های‌آسان‌تری اجرا شود.

## ۱۰- فهرست منابع به ترتیب استفاده در متن


[۱] مدنی، حسن " تهویه در معادن"، جلد اول، چاپ سوم (۱۳۸۰)، انتشارات مرکزنشرد انشگاهی

[۲] هوسکینگ، ر.ج ، جویس، دس ـ ترنر، ج. س (۱۹۷۸) " نخستین گامها در آنالیزعددی "، ترجمه اسماعیل بابلیان ـ میرکمال میرنیا (۱۳٦٦) ، انتشارات مرکز نشردانشگاهی

[۳] Wanj, Y.I - Mutmansky, J.M. (1997 - Modelling Mine Ventilation NetworksUsing Five Basic Network Elements - Mining Engineering December 1997.

[٤] ملکی، بیژن (۱۳٦۹) " آنالیز شبکه‌های تهویه معدن به وسیله ریزکامپیوتر " پایان‌نامه‌کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

[٥] مدنی، حسن (۱۳۸۲) " تهویه در معادن " جلد دوم انتشارات دانشگاه صنعتی‌امیرکبیر