

# تحلیل استاتیکی نیرو در میز هگزاپاد ماشین فرز CNC

میرامین حسینی<sup>iii</sup>؛ محمد جواد ناطق<sup>ii</sup>؛ حامد فرخنده‌حال

## چکیده

مدل یک میز هگزاپاد از جنس پلی‌اتیلن بر پایه مکانیزم استوارت - گوج با شش درجه آزادی طراحی و ساخته شد. با نصب میز هگزاپاد به جای میز یک ماشین فرز CNC می‌توان آن را به یک ماشین ششم‌محوره تبدیل کرد. نیروی محوری پایه‌ها و نیز تغییرات نیروی پایه در بحرانی‌ترین موضع مرکز میز ماشین ابزار بررسی و به صورت نمودار نمایش داده شده است. با تغییر محدوده فضای کاری میز ماشین ابزار به ازای شرایط ماشینکاری معین و موقعیت قرارگیری مفاصل کروی و یونیورسال در مختصاتی مشخص، می‌توان از این نمودارها برای انتخاب شرایطی که کمترین نیروی محوری بر پایه‌ها اعمال شود، استفاده کرد. صحت نتایج تحلیلی با آزمایش فیزیکی روی مدل پلی‌اتیلنی تأیید شده است.

## كلمات کلیدی

تحلیل نیرو، ماشین ابزار، هگزاپاد، سکوی استوارت

## Statical Analysis of Forces Occurring in the Hexapod Table of a CNC Milling Machine

M.A.Hosseini; M.J.Nategh; H.Farkhondehal

### ABSTRACT

The poly-ethylene model of a hexapod table with six degrees of freedom has been developed by the authors on the basis of Stewart-Gough mechanism. A conventional CNC milling machine can be converted into a six axis machine by installing the hexapod table in place of the table of the machine. The axial forces of the struts and their changes have been investigated with the table center situated at its most critical position .The diagrams illustrating these changes can be employed to decide the workspace involving minimum axial forces in the struts for specific machining conditions and placement of the spherical and universal joints.

The analytical results have been verified with the experiments carried out on the model.

### KEYWORDS

Force Analysis; Machine Tool; Hexapod; Stewart Platform

<sup>i</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد ساخت و تولید، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده فنی و مهندسی، خیابان جلال آل احمد، صندوق پستی

۱۴۲-۱۴۱۰: am2hosseini@yahoo.com

<sup>ii</sup> نویسنده مسئول، استادیار، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده فنی و مهندسی، خیابان جلال آل احمد، صندوق پستی

۱۴۳-۱۴۱۱۰: nategh@modares.ac.ir

<sup>iii</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد ساخت و تولید، دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده فنی و مهندسی، خیابان جلال آل احمد، صندوق پستی

۱۴۲-۱۴۱۱۵: hfarkhondehal@yahoo.com

## ۱- مقدمه

میز هگزاباد نیاز است. با توجه به اینکه میز هگزاباد مکانیزمی موازی دارد، سینماتیک موازی معکوس برای بررسی ارتباط اجزای آن بکار می‌رود. سینماتیک معکوس ناظر بر روابطی است که بین طول، سرعت و شتاب خطی پایه‌ها از یک طرف و موقعیت، سرعت و شتاب سکوی متحرک از طرف دیگر برقرار است و با داشتن مشخصات سکوی متحرک، از این روابط برای محاسبه طول، سرعت و شتاب خطی پایه‌ها استفاده می‌شود. بعضی از پژوهشگران [۶]، [۷] سینماتیک معکوس و بار وارد بر پایه‌ها را بررسی و روابط حاکم را ارائه کرده‌اند. در اینجا این روابط به گونه‌ای که در بخش‌های بعد قابل استفاده باشد، ارائه می‌شوند.

به منظور مشخص کردن شش درجه آزادی میز ماشین ابزار، لازم است شش مختصه شامل سه مختصه قرارگیری مرکز میز و سه مختصه زوایای دوران میز مشخص شوند. به این منظور یک دستگاه مختصات ثابت در مرکز سکوی ثابت با محورهای  $X, Y, Z$  و  $x, y, z$  به نام  $W(X, Y, Z)$  قرار داده شده است (شکل ۱). دستگاه مختصات دیگری با محورهای  $z, y, x$  به نام  $Q(x, y, z)$  به مرکز میز جابجا می‌شود و محورهای آن همراه دوران های میز حول محورهای دستگاه مختصات  $(x', y', z')$  در نقطه  $c$  دوران می‌کند. دستگاه  $P$  نیز به مرکز سکوی متحرک ( نقطه  $c$  در شکل ۱ ) متصل است و با آن جابجا می‌شود، ولی محورهای آن، که  $z', y', x'$  نامیده می‌شوند، همیشه به موازات محورهای  $Z, Y, X$  باقی می‌مانند و دورانی ندارند. شش میله، سکوی ثابت را به سکوی متحرک وصل می‌کند. این اتصال با شش مفصل کروی  $m_i$  ( $i = 1$  تا  $6$ ) در بالا، که هریک سه درجه آزادی دارند و شش مفصل یونیورسال  $b_i$  ( $i = 1$  تا  $6$ ) در پایین که هریک دو درجه آزادی دارند، برقرار است.

موقعیت سکوی متحرک را در دستگاه  $W$  می‌توان با ماتریس  $W_{6 \times 1}$  نشان داد.  $W$  شامل سه مختصه نقطه  $c$  و سه زاویه دوران سکو، حول محورهای دستگاه  $P$  است.

موقعیت مفاصل کروی نسبت به دستگاه  $W$  با بردار  $a_i$  نشان داده می‌شود و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$a_i = X + Rcm_i \quad (1)$$

یکی از مکانیزم‌هایی که در تأمین درجات آزادی مطلوب، در کاربردهای مختلف، بسیار مورد توجه قرار گرفته، مکانیزم استوارت - گوج است. از مزایای این مکانیزم می‌توان به این موارد اشاره کرد: تأمین درجات آزادی دلخواه، صلیبت زیاد، دقیق بالا، نسبت بار به وزن زیاد و سرعت عملکرد بالا. این عوامل باعث شده است که این مکانیزم در صنایعی نظیر ماشین‌ابزار، مخابرات، علوم پزشکی و نظامی و شبیه‌سازهای خودرو، هواپیما و بالگرد به کار گرفته شود.

در سال ۱۹۵۶، گوج (Gough) [۴] این مکانیزم را ارائه داد و از آن در آزمایش تایر خودرو استفاده کرد. در سال ۱۹۶۵ استوارت [۵] این مکانیزم را در شبیه‌ساز هواپیما بکار برد و از آن پس به مکانیزم استوارت مشهور شد. در این مکانیزم سکوی متحرک شش درجه آزادی خود را از حرکت خطی شش پایه می‌گیرد. پایه‌ها از طرفی از طریق شش مفصل کروی هر یک با سه درجه آزادی به سکوی متحرک، و از طرف دیگر از طریق شش مفصل یونیورسال، هر یک با دو درجه آزادی، به سکوی ثابت مکانیزم متصل می‌شوند. قرار گرفتن پایه‌ها به صورت موازی و تغییر طول همزمان آنها به منظور موقعیتدهی به سکوی متحرک، سینماتیک و روابط دینامیکی متقاوتی را نسبت به مکانیزم‌های سری پدید آورده است.

هرچند بعضی از شرکت‌ها، ماشین‌ابزارهایی بر اساس مکانیزم استوارت ارائه کرده‌اند، ولی این ماشین‌ها هنوز رواجی نیافتدند. بررسی‌های تحلیلی و عملی بیشتری برای کاهش محدودیت‌های ترویج این نوع ماشینهای ابزار لازم است. نیروهایی که از نظر بارهای ماشینکاری و وزن‌های مرده در پایه‌های میز هگزاباد یک ماشین ابزار، اثر دارند، عامل محدود کننده‌ای جدی در عملکرد این میزهاست. در حقیقت این نیروها در حالتی که میز در وضعیت بحرانی قرار می‌گیرد به بررسی بیشتری نیاز دارند. وضعیت بحرانی به موقعیتی مربوط است که بیشترین نیرو به یکی از پایه‌ها اعمال می‌شود. در این مقاله ضمن بررسی این نیروها نتایج آزمایش‌های عملی بر روی یک مدل پلی‌اتیلنی ارائه می‌شود. این مدل که نویسنده‌گان آن را طراحی و ساخته‌اند، مدل یک میز هگزاباد شش محوره است. این میز برای تبدیل یک فرز CNC سه محوره به یک فرز CNC شش محوره در نظر گرفته شده است.

## ۲- سینماتیک میز و نیروی پایه‌ها

برای بررسی نیروها به مطالعه روابط سینماتیکی حاکم بر

استاتیکی، نیروی محوری پایه‌ها اهمیت دارند. )، رابطه زیر برقرار است:

$$Fa_{6 \times 1} = J^T F \quad (6)$$

که در آن  $J^T$  ترانهاده ماتریس ژاکوبین است.  
نحوه محاسبه نیروهای محوری، در ضمیمه آمده است.

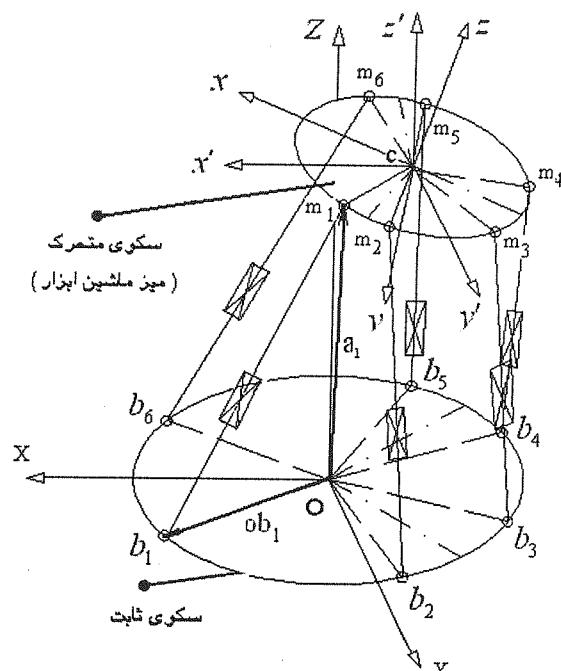
### ۳- اثر نیروهای ماشینکاری بر پایه‌ها

می‌توان با در نظر گرفتن شرایط بحرانی ماشینکاری و پارامترهای آن، نیروها و گشتاورهای ماشینکاری وارد بر میز را محاسبه و از آن، برای محاسبه نیروی محوری پایه‌ها استفاده کرد. نیروی ماشینکاری بیشینه ( $F$ ) را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$F = \text{Max}(F_{c1}, F_{c2}, \dots, F_{cn}) \quad (7)$$

که در آن  $F_{ci}$  با توجه به ظرفیت ماشینکاری فرز مورد نظر (FP4MB-CNC)، نیروی ماشینکاری بیشینه در فرآیند نام است که این ماشین قادر به انجام آن است. مؤلفه‌های  $F$  یعنی  $F_x$ ،  $F_y$  و  $F_z$  و گشتاورهای ناشی از آنها حول سه محور  $F_{xx}$ ،  $F_{yy}$  و  $F_{zz}$  برای جنس قطعه کار ۲، S150-2، ابزاری به قطر  $D=40mm$ ، با تعداد دندانه  $Z=12$  و عرض فرزکاری (برای حالت کف تراشی) برابر  $a_e = 30mm$ ، عمق براده برداری  $1mm$ ، پیشروی برای هر دندانه برابر  $f_z = 0.1mm$  و سرعت براده برداری  $V_c = 30m/min$  به دست می‌آیند که برابر خواهد بود با  $F_y = 791.1N$ ،  $F_z = -316.4N$ ،  $F_x = 435.1N$ . با توجه به مختصات نقاط اتصال مقاطع یونیورسال و کروی؛ که در جدول‌های (۱) و (۲) ذکر شد، و احتساب نیروهای وارد بر میز و گشتاورهای ناشی از آنها [۲]، تغییرات نیروی محوری ماکزیم پایه‌ها مطابق رابطه (الف) (که در ضمیمه نحوه محاسبه آن آمده است) در محدوده کاری میز ماشین به صورت شکل (۲) است.

بیشترین نیروی محوری پایه‌ها با مقایسه نیروهای محوری پایه‌ها در تمامی نقاط فضای کاری همراه با حرکت پله‌ای با گام مشخص، در شش راستای خطی و زاویه‌ای به دست آمده است.  $b_i m_i$  ( $i = 1 \text{ تا } 6$ ) پایه‌های اول تا ششم را در شکل (۱) نشان می‌دهد که تغییرات نیروی محوری آنها در بحرانی‌ترین شرایط ماشینکاری در نمودارهای شکل (۲) و تغییرات طول آنها در همین شرایط در نمودارهای شکل (۳) در بخش بعدی آمده است. بحرانی‌ترین شرایط زمانی است که با حرکت خطی و دورانی میز در کل فضای کاری بیشترین نیرو به پایه‌ها وارد می‌شود. شش حالت حدی وجود دارد که در هریک از این حالت‌ها یکی از پایه‌ها در معرض شرایط بحرانی قرار می‌گیرد.



شکل(۱): مکانیزم هگزاباد

که در آن  $X_{3 \times 1}$  مختصات نقطه  $c$  در دستگاه W،  $R_{3 \times 3}$  ماتریس چرخش دستگاه Q نسبت به دستگاه P و  $m_i$  بردار موقعیت  $b_i$  در دستگاه P است. بردار پایه نیز که با l نشان داده می‌شود، در دستگاه W به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$l_i = a_i - ob_i \quad (2)$$

که در آن  $ob_i$  بردار موقعیت  $b_i$  در مختصات W است.  
بردار یکه پایه‌ها نیز مطابق رابطه (۳) است.

$$n_i = l_i / |l_i| \quad (3)$$

ارتباط سرعت خطی و زاویه‌ای میز متحرک و سرعت خطی پایه‌ها را می‌توان مطابق [۱]، به صورت زیر تعریف کرد:

$$\dot{l}_i = J^{-1} \dot{w}_i \quad (4)$$

که در آن  $J_{6 \times 1}^{-1}$  ماتریس ژاکوبین معکوس است و هر سطر آن را می‌توان به صورت زیر نوشت.

$$J_i^{-T} = [n_{ix} \ n_{iy} \ n_{iz} \ (Rcm_i \times n_i)_x \ (Rcm_i \times n_i)_y \ (Rcm_i \times n_i)_z ] \quad (5)$$

پانویس‌های  $x$ ،  $y$  و  $z$  نشان‌دهنده مختصه بردارهای مشخص شده در راستای محورهای X، Y و Z می‌باشند.  
درصورتی که نیروها و گشتاورهای اعمالی بر میز متحرک، با ماتریس  $F_{6 \times 1}$  و نیروهای محوری وارد بر پایه‌ها با ماتریس  $Fa_{6 \times 1}$  نشان داده شوند (ذکر این نکته لازم است در حالت

#### ۴- تغییر طول پایه ها در شرایط بار محوری بیشینه در پایه ها

به منظور بررسی ارتباط طول پایه ها با نوع و اندازه بار محوری پایه ها لازم است با در نظر گرفتن موقعیت مرکز میز همانند نمودارهای تغییر نیرو در شرایط بحرانی، تغییر طول پایه ها محاسبه گردد. شکل (۲) تغییر طول پایه را در همان شرایط تغییرات نیروی شکل (۲) نشان می دهد.

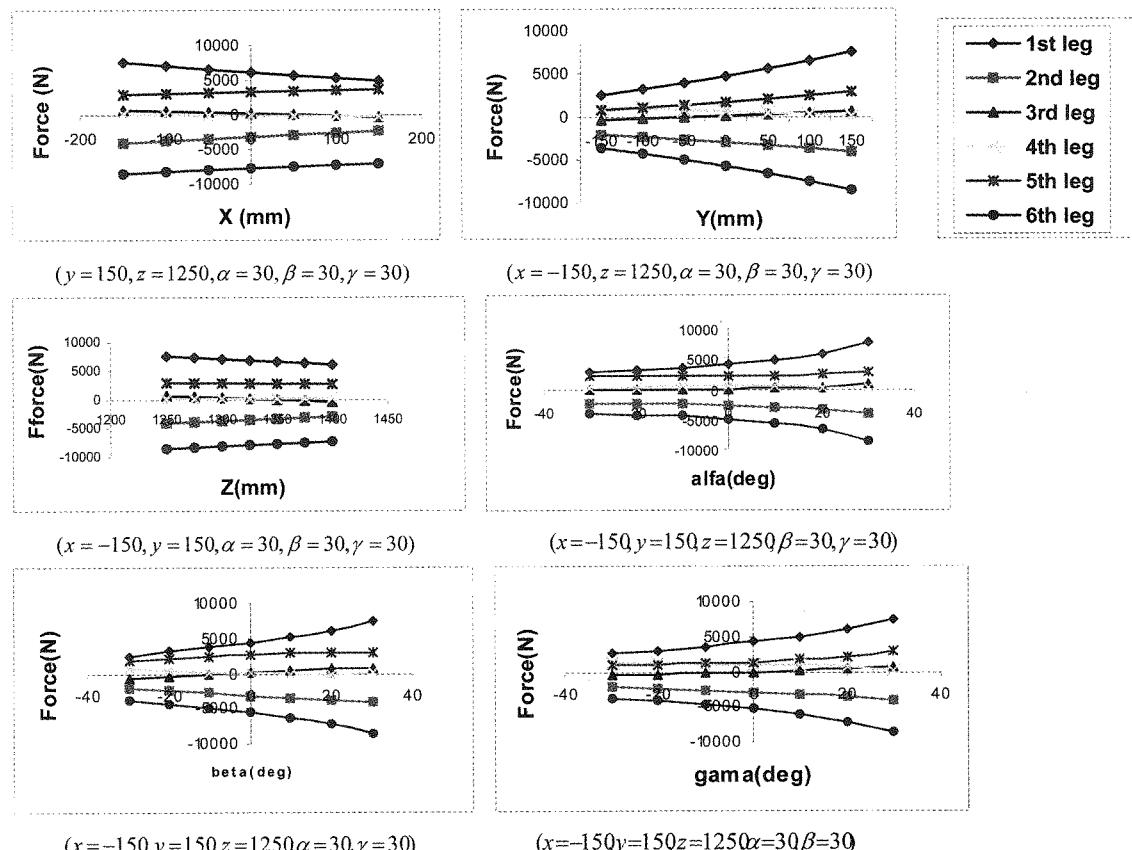
شرایط بحرانی برای هریک از پایه ها یکسان است. در شکل (۲) پایه ششم در معرض شرایط بحرانی است و در موقعیت مشخص شده در نمودار، بیشترین نیروی فشاری بر این پایه وارد می آید. موقعیت مرکز سکوی متحرك در امتداد و حول محورهای مختصات  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  و  $X, Y, Z$  به ترتیب با  $\gamma, \beta, \alpha$  نشان داده شده است.

جدول (۱): موقعیت مفاصل یونیورسال روی سکوی ثابت نمونه اصلی

	b1	b2	b3	b4	b5	b6
X(mm)	۲۵۴.۵۲۱	-۱۲۲.۱۲۷	-۲۲۱.۴۰۳	-۲۳۱.۴۰۳	-۱۲۲.۱۲۷	۲۵۴.۵۲۱
Y(mm)	۶۲۵.۱۲	۳۲۸.۲۸۹	۲۷۵.۷۷۶	-۲۷۵.۷۷۶	-۳۲۸.۲۸۹	-۶۲۵.۱۲
Z(mm)	.	.	.	.	.	.

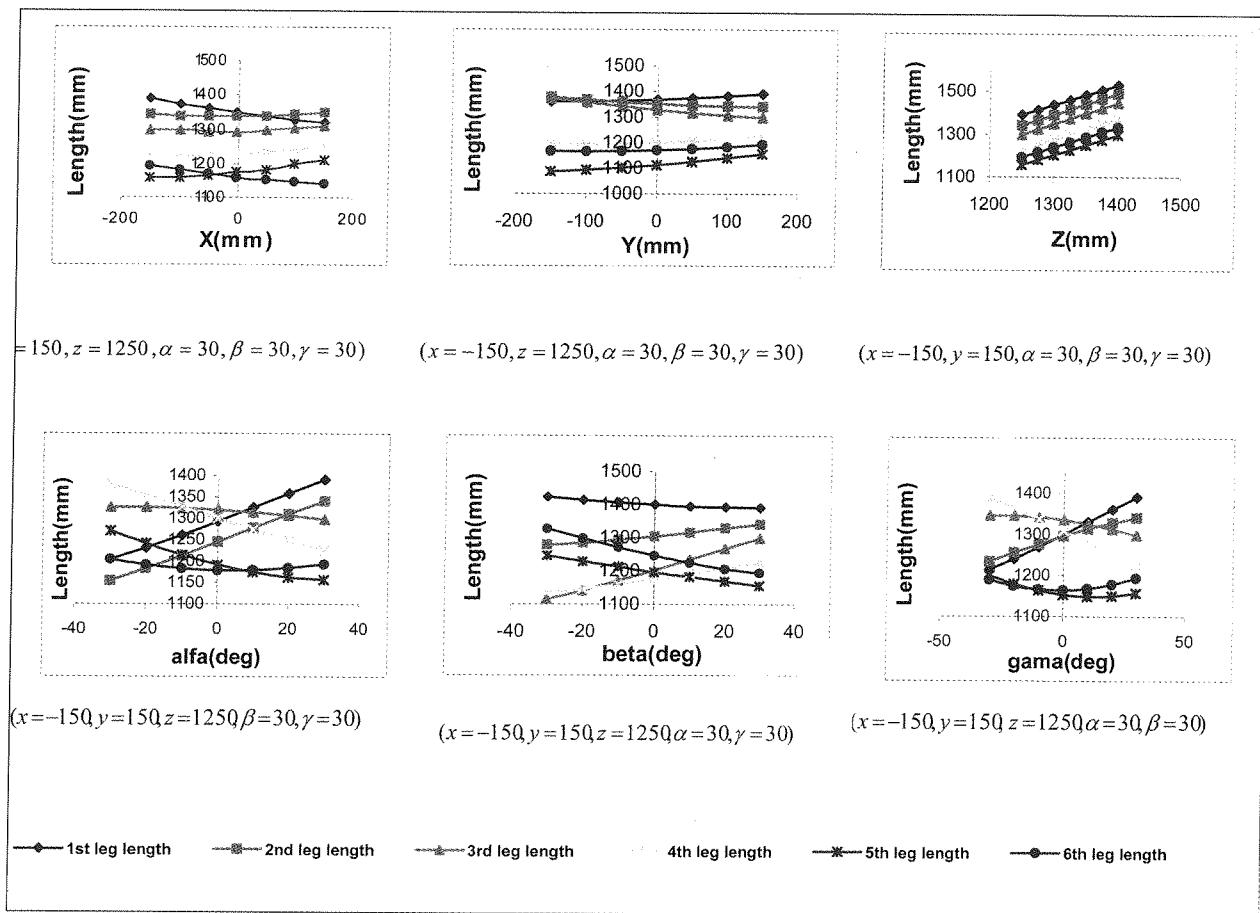
جدول (۲): موقعیت مفاصل کروی زیر میز متحرك نمونه اصلی (قبل از جابجایی و دوران میز)

	m1	m2	m3	m4	m5	M6
X(mm)	۱۵۲.۲۰۹	۲۴.۷۲۰	-۱۸۷.۹۳۹	-۱۸۷.۹۳۹	۲۴.۷۲۰	۱۵۲.۲۰۹
Y(mm)	۱۲۸.۵۵۷	۱۹۶.۹۶۲	۶۸.۴۰۴	-۶۸.۴۰۴	-۱۹۶.۹۶۲	-۱۲۸.۵۵۷
Z(mm)	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰



شکل (۲): تغییرات نیروی محوری پایه ها رساندن به بحرانی ترین شرایط ماشینکاری





شکل (۳): تغییر طول پایه ها تا رسیدن به بحرانی ترین شرایط ماشینکاری

موقعیت های مختلف میز متحرک، برنامه ای مطابق با روابط ذکر شده در زبان برنامه نویسی C نوشته شد و نیروی محوری و طول پایه ها در شرایط بارگذاری فیزیکی موردنظر به دست آمد. در آزمایش روی مدل ماتریس بارگذاری برابر  $F^T = [0\ 0\ 400\ 0\ 0\ 0]$  نیوتون و نشان دهنده آن است که بار ۴۰۰ نیوتونی تنها در راستای محور Z بر سکوی متحرک وارد می شود. نیروی قائم وارد بر میز مدل اندازی بیش از حداکثر نیروی  $F_z$  و به منظور گرفتن لقی مفاصل انتخاب شده است. تغییرات نیروی پایه ها مطابق خروجی برنامه با جابجایی میز از مختصات  $(0, 0, 0, 0, 0, 0)$  تا مختصات  $(0, 0, 650, 650, 100, 100)$  در شکل (۴) و تغییرات طول پایه ها در همین راستا در خروجی برنامه در شکل (۵) مشاهده می شود.

همان گونه که از مقایسه دو نمودار (۲) و (۳) بر می آید، با فرض تقارن حرکتی؛ که در ماشین ابزار، معمول و مورد انتظار است و نیز در کورس های عملی، برای این سری آزمایش ها می توان نتیجه گرفت، پایه ای که نسبت به بقیه بیشتر باز شده است تحت کشش بوده و خطر کمانش در آن موقعیت برای آن منتفی است، بیشترین نیروی فشاری نیز در پایه ای اتفاق می افتد که طول ماقزیم ندارد و این دو نتیجه به نفع پایداری استاتیکی مکانیزم است.

## ۵- مقایسه نتایج حاصل از برنامه و آزمایش فیزیکی

بعد از طراحی شماتیک اولیه از میز اصلی، با توجه به ابعاد و اندازه های سازه ماشین، مدل فیزیکی با مقیاس تقریبی  $1/2$  از سازه میز هگزاباد از جنس پلی اتیلن، ساخته شد (مفاصل مختصات مدل در جداول ۳ و ۴ آمده است.). به منظور محاسبه و بررسی نیروهای محوری و طول پایه ها در

جدول (۳): موقعیت مفاصل یونیورسال روی سکوی ثابت مدل

	b1	b2	b3	b4	b5	b6
X(mm)	۱۶۴,۴۴۷	-۲۰,۳۸۸	-۱۳۴,۰۵۸	-۱۲۴,۰۵۸	-۲۰,۳۸۸	۱۶۴,۴۴۷
Y(mm)	۵۹,۸۵۲	۱۷۲,۸۴۱	۱۱۲,۸۸	-۱۱۲,۹۸۸	-۱۷۲,۸۴۱	-۵۹,۸۵۲
Z(mm)	.	.	.	.	.	.

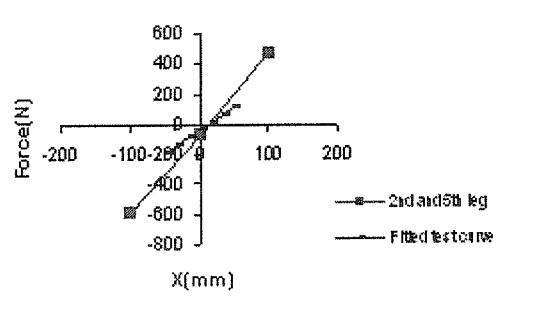
جدول(۴) : موقعیت مفاصل کروی زیر میز متحرک مدل (قبل از جابجایی و دوران میز)

	m1	m2	m3	m4	m5	m6
X(mm)	79.335	120.053	-92.388	-92.388	120.053	79.335
Y(mm)	60.876	99.144	28.268	-28.268	-99.144	-60.876
Z(mm)	600	600	600	600	600	600

جدول (۵) : جابجایی پایه دوم در محل اتصال کرنش سنج میلی متر)، در موقعیت های متغیر  $x = 850$ ،  $y = 0$  و  $z = 650$  و دوران های صفر درجه

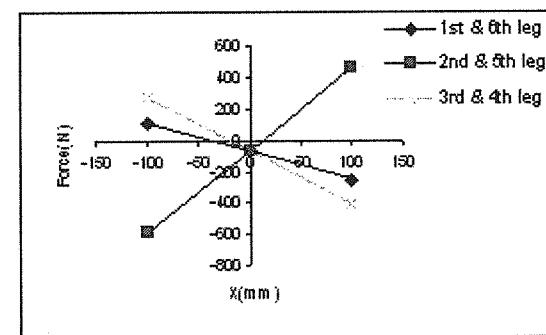
$\epsilon = \Delta L/L$	$\Delta L(\mu\text{m})$	X (mm)
0.00008	18	50
0.000044	10	30
-0.00009	-2	15
-0.000017	-4	0
-0.000053	-12	-15
-0.000058	-13	-30
-0.000089	-20	-50

در شکل (۶) میزان نیروی محوری پایه دوم در دو حالت حاصل از برنامه و حاصل از آزمایش در موقعیت های مختلف نشان داده شده است. در این نمودار، خط کوتاه تر (Fitted test curve) ، منحنی حاصل از آزمایش فیزیکی روی مدل پلی اتیلنی در فاصله ذکر شده است. کرنش های اندازه گیری شده در جدول (۵) آمده است.

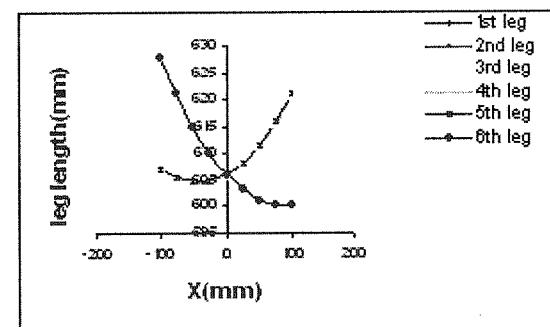


شکل(۶) : مقایسه تغییرات نیرو حاصل از برنامه و آزمایش فیزیکی

در تأیید بحث ناپایداری استاتیکی در پایه های مختلف در بخش قبل، شکل های (۴) - (۶) حاصل از خروجی برنامه و آزمایش فیزیکی نشان داده شده اند. همان گونه که انتظار می رود، بیشترین نیروی فشاری (مطابق شکل ۲) در پایه ششم اتفاق می افتد؛ ولی ناپایداری در پایه دوم و پنجم واقع می شود. شکل (۷) مدل دستگاه را هنگام آزمایش نشان می دهد:



شکل(۴) : تغییرات نیروی محوری پایه ها در آزمایش فیزیکی حاصل از برنامه



شکل(۵) : تغییرات طول پایه ها در آزمایش فیزیکی حاصل از برنامه

در شکل (۵) منحنی تغییرات پایه اول و ششم، دوم و پنجم و پایه های سوم و چهارم برهمنطبق است؛ ولی به دلیل نزدیک بودن طول پایه های دوم و پنجم با سوم و چهارم، این دو منحنی به طور تقریبی بر هم منطبق شده اند.

با اندازه گیری جابجایی پایه ها در راستای محور طولی و در نظر گرفتن طول ۲۲۵ میلی متر به عنوان طول اولیه پایه ها و داشتن ابعاد آنها و خصوصیات ماده شامل مدول الاستیسیته ( ۲.۰۲۴ GPa ) [۳] و محاسبه کرنش محوری میله ها در مدل، نیروی محوری مطابق (۸) و (۹) محاسبه می شود.

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (8)$$

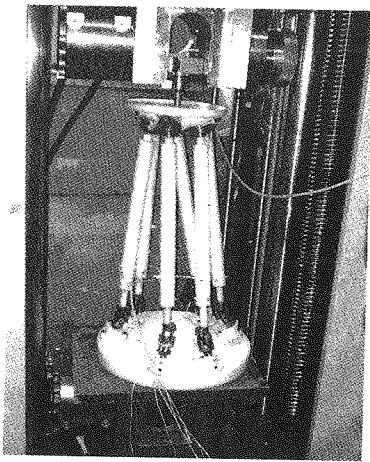
$$F_a = \sigma \pi (d_o^2 - d_i^2) / 4 \quad (9)$$

در این رابطه  $d_o$  و  $d_i$  به ترتیب قطر خارجی و قطر داخلی غلاف پایه ها و برابر ۴۰ و ۲۰ میلی متر است.

## ۷- ضمیمه

راه ساده‌ای که در [۶] برای محاسبه نیروی محوری پایه‌ها ارائه شده به این صورت است که ضمن در نظر گرفتن ماتریس  $J^{-T}$  به طوری که هر ستون آن به صورت رابطه (۵) است، ماتریس  $H$  به‌گونه‌ای تعریف می‌شود که درایه‌های ماتریس  $F$  جایگزین درایه‌های ستون  $\lambda$  ماتریس  $J^{-T}$  شوند. به عنوان نمونه ماتریس  $H$  به صورت زیر است.

$$H_1 = \begin{bmatrix} F_x & n_{2x} & \dots & n_{6x} \\ F_y & n_{2y} & \dots & n_{6y} \\ F_z & n_{2z} & \dots & n_{6z} \\ F_{xx} & (Rca_2 \times n_2)_x & \dots & (Rca_6 \times n_6)_x \\ F_{yy} & (Rca_2 \times n_2)_y & \dots & (Rca_6 \times n_6)_y \\ F_{zz} & (Rca_2 \times n_2)_z & \dots & (Rca_6 \times n_6)_z \end{bmatrix}$$



شکل (۷): قرار گیری میز زیر جک فشاری و اعمال بار ۴۰۰ نیوتن

## ۸- نتیجه‌گیری

برای هر کدام از پایه‌ها مقدار نیروی محوری برابر است با:

$$F_{ai} = \frac{|H_i|}{|J^{-T}|} \quad (\text{الف})$$

## ۸- منابع و مراجع

فرخنده حال، حامد؛ "طراحی سینماتیکی ماشین ابزار هگزپاد و آزمایش با مدل"؛ (پایان نامه کارشناسی ارشد)، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۸۴.

حسینی، میرامین؛ "طراحی و ساخت میز هگزپاد برای ماشین فرز CNC سه محوره"؛ (پایان نامه کارشناسی ارشد)، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۸۴.

کدخدازاده، علی رضا؛ "طراحی و مدلسازی سازه ماشین تراش عمودی با تبدیل سازه ماشین تراش افقی TN71 و بررسی سفتی و پایداری استاتیکی آن"؛ (پایان نامه کارشناسی ارشد)، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، ۱۳۸۲.

Gough, V.E.; "Contribution to Discussion of Papers on Research in Automobile Stability, Control and Tire Performance", Proc. Auto Div. Inst. Mech. Eng. 1956-1957.

Stewart, D.; "A platform with Six Degree of Freedom", Proc. Inst. Mech. Eng., vol. 180, pt.1, no.15, pp. 371-386, 1965.

Merlet, J.-P.; *Parallel robots*, First Edition, Kluwer Academic Publishers, 2000

Harib, K.; Srinivasan, K. "Kinematic and Dynamic Analysis of Stewart Platform-Based Machine Tool Structures", Robotica, vol. 21, pp 541-554, 2003.

با توجه به افزایش نیروهای محوری پایه‌ها با افزایش محدوده حرکتی میزهای هگزپاد و نیز بروز مشکل در طراحی اجزاء و تأمین قطعات، لازم است محدوده حرکتی میز به منظور اعمال کمترین نیروی محوری بر پایه‌ها، کمتر شود و در نتیجه از این میز به منظور ماشینکاری قطعات پیچیده کوچک استفاده شود. همچنین با توجه به عدم ضرورت دوران حول محور  $Z$  می‌توان حدود این دوران را برای دستیابی به نیروهای محوری کمتر، کاهش داد.

صحت برنامه و بررسی‌های تحلیلی از نظر راستای تغییرات نیروی محوری پایه و اندازه‌های نسبی آنها و نیز پیش‌بینی پایه‌هایی که در معرض ناپایداری قرار می‌گیرند، برطبق نتایج عملی تأیید شد؛ ولی به دلیل برخی مسائل، مانند وجود اصطکاک در مفاصل کروی و یونیورسال و همچنین خطاهای ساخت و بروز ناپایداری استاتیکی و ایجاد کمانش در پایه مدل، مقدار نیروی محوری به اندازه‌ی زیادی (در بدترین مقدار برابر ۳۷٪ خطا نسبت به مقدار واقعی) از میزان واقعی، متفاوت بود.

همچنین با استفاده از نمودارها می‌توان حدود ناپایداری استاتیکی (به بیان دیگر فضای کاری دارای پایداری استاتیکی) را مشخص کرد.

نتایج حاصل از بررسی‌های تحلیلی و آزمایش‌های عملی نشان می‌دهد هرچند اگر تنها بر یک پایه بیشترین نیروی فشاری اعمال می‌شود، تقویت تمامی پایه‌ها برای جلوگیری از ناپایداری استاتیکی ضروری است.

ذکر این نکته لازم است تبدیل نتایج حاصل از آزمایش عملی روی مدل به سازه اصلی با اعمال ضرایب مناسب و بررسی آنها به منظور تعیین حدود ناپایداری سازه اصلی در حال انجام است.