مدل های تعمیم یافته تحلیل پوششی داده‌های معکوس

محمدرضا علیرضائی[i]، مسعود خلیلی[ii]، وحید تسلیمی تهرانی[iii] و محسن افشاریان[iv]

چکیده

مدل‌های IDEA (تحلیل پوششی داده‌های معکوس) درباره مسائلی از قبیل تخمین میزان ورودی‌ها (خروجی ها) در برابر افزایش خروجی ها (ورودی ها) ضمن ثابت ماندن کارایی بحث می‌کنند. نکته مشترک در این نوع مسائل آن است که تغییرات ورودی ها و خروجی ها در ضمن ثابت ماندن کارایی بررسی می‌شوند؛ ولی در بعضی از مسائل واقعی تخمین تغییرات ورودی ها (خروجی ها) در قبال تغییرات خروجی ها (ورودی ها) به همراه افزایش کارایی مد نظر است. مساله رشد بهره‌وری کل عوامل از این نوع مسائل است که در آن، ورودی ها و خروجی های یک واحد در دوره آتی باید به گونه‌ای افزایش یابند که کارایی نیز به میزان معینی افزایش یابد. در این مقاله به بررسی این گونه از مسائل می‌پردازیم و مدل‌های IDEA را به گونه‌ای تعمیم می‌دهیم که جوابگوی نیاز مطرح شده باشند.

کلمات کلیدی

مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های معکوس

The Generalized Models of Inverse Data Envelopment Analysis

M.R. Alirezaee, M. khalili; V.Taslimi Tehrani; M.Afsharian

ABSTRACT

The inverse DEA models discuss about problems such as estimating inputs (outputs) quantities when the outputs (inputs) quantities are increased and efficiency level remains unchanged. The same point in all inverse DEA problems is that the changes in inputs and outputs are assessed whereas the efficiency level of DMU is remained unchanged but in some real problems we need to estimate the changes of inputs due to outputs changes and efficiency growth.

One of the problems of this kind is TFP problem. In this problem the inputs and outputs quantities of a DMU in the next period should be increased such that we have predefined percent of efficiency growth. In this paper we discuss about this type of problems and we generalize the inverse DEA models such that they can be used for solving foregoing problems.

KEYWORDS

Inverse Data Envelopment Analysis

۱- مقدمه

در مسائل بهینه‌سازی، روش معمول این است که با وجود سیستمی با پارامترهای معلوم می‌خواهیم یک تابع هدف را تحت مجموعه‌ای از قیود مینیمم یا ماکزیمم کنیم؛ ولی در مسائل معکوس، وضعیت کمی متفاوت است. در این نوع مسائل، جواب بهینه‌ای را برای تخمین پارامترها به کار می‌بریم و به طور دقیق تر، یک جواب شدنی موجود را؛ که در شرایط فعلی بهینه نیست، با تغییر پارامترها به جواب بهینه تبدیل می‌کنیم.

[i] عضو هیات علمی دانشگاه علم و صنعت ایران (mralireza@iust.ac.ir)

[ii] دانشجوی دانشکده ریاضی دانشگاه علم و صنعت ایران (khalili26@yahoo.com)

[iii] دانشجوی دانشکده ریاضی دانشگاه علم و صنعت ایران (mtt11598@yahoo.com)

[iv] دانشجوی دانشکده ریاضی دانشگاه علم و صنعت ایران (afsharian_mohsen@yahoo.com)

این نگرش در مدل های DEA تحت عنوان مدل‌های IDEA وارد شده است [۱]. به طور خلاصه می‌توان گفت که در مسائل DEA مقادیر تمام ورودی‌ها و خروجی‌ها داده می‌شوند و محاسبه کارایی مطلوب است؛ ولی در مسائل IDEA مقدار کارایی داده شده و مطلوب این است که مقادیر ورودی ها و خروجی ها به گونه‌ای تعیین شوند که مقدار کارایی برابر با مقدار داده شده باشد. در IDEA به مسائلی از این قبیل پرداخته می‌شود:

اگر واحد k ام بخواهد در دوره بعد، خروجی‌هایش را افزایش دهد، هر یک از ورودی‌هایش به چه میزان باید افزایش یابد تا کارایی تغییر نکند؟

اگر واحد k ام بخواهد در دوره بعد، ورودی هایش را افزایش دهد، خروجی‌هایش به چه میزان باید افزایش یابد تا کارایی تغییر نکند؟

در مسائل فوق، محاسبه میزان تغییرات ورودی‌ها و خروجی‌ها در ضمن ثابت ماندن کارایی مد نظر است؛ ولی در بعضی از مسائل نیاز است که کارایی نیز به میزان معینی رشد یابد. برای مثال، در مسائل مربوط به رشد بهره‌وری کل عوامل (TFPG) تغییرات ورودی‌ها (خروجی ها) در دوره آتی به همراه رشد کارایی مطلوب است. در حالتی که تغییر کارایی نیز مورد انتظار است تعمیم مسائل فوق به صورت زیر بیان می‌شود:

اگر واحد k ام بخواهد خروجی‌هایش را در دوره بعد افزایش دهد و در ضمن، کارایی آن نیز به میزان معینی رشد یابد، حداکثر چقدر می‌تواند ورودی‌هایش را افزایش دهد؟

اگر واحد k ام بخواهد در دوره بعد، ورودی‌هایش را افزایش دهد و در ضمن، کارایی آن نیز به میزان معینی رشد یابد،خروجی هایش به چه میزان می‌تواند افزایش یابد؟

در این مقاله به ارائه مدل‌هایی برای حل این نوع مسائل می‌پردازیم. ضمن مرور مدل های DEA در بخش (۲)، مسائل IDEA در بخش (۳) بررسی خواهد شد. در بخش (٤) مدل های IDEA تعمیم یافته ارائه می‌شود و برخی از الگوهای افزایش ورودی‌ها و خروجی‌ها بررسی می شود. در بخش (٦) برای محاسبه TFP شرکت ملی نفت ایران و هدف گذاری ورودی‌ها و خروجی‌های بخش‌های مختلف آن مدل ارائه شده به کار می رود. در پایان، نتیجه‌گیری از مباحث مطرح شده ارائه خواهد شد.

۲- تعاریف

فرض کنید n واحد تصمیم گیرنده (DMU) موجود است که هر کدام شامل m ورودی و s خروجی هستند. ماتریس $m\times n$ ورودی‌ها را با X و ماتریس $s\times n$ خروجی‌ها را با Y نشان می‌دهیم. بعلاوه x_{ij} نشانگر i امین ورودی واحد j ام و y_{rj} نشانگر r امین خروجی واحد j ام است. همچنین x_j و y_j به ترتیب نمایانگربردارورودی و خروجی واحد j ام هستند. در مبحث DEA مدل‌های مختلفی با معانی مختلف اقتصادی موجود است. مدل CCR [۲] بازده به مقیاس ثابت و مدل BCC [۳] بازده به مقیاس متغیر دارد. مدل CCR-BCC بازده به مقیاس کاهشی و مدل BCC-CCR بازده به مقیاس افزایشی دارد. در ادامه بحث، از مدل کلی ارائه شده [٤] با ماهیت ورودی و با فرم پوششی استفاده می‌کنیم.

فرم پوششی مدل های DEA

$$\begin{aligned}
P0:&\ \mathrm{Min}\quad z\\
st\quad & \sum_{j=1}^{n}\mathbf{x}_j\lambda_j \le \mathbf{x}_p z\\
& \sum_{j=1}^{n}\mathbf{y}_j\lambda_j \ge \mathbf{y}_p\\
& \delta_1\left(\sum_{j=1}^{n}\lambda_j+\delta_2(-1)^{\delta_3}\nu\right)=\delta_1\\
& \lambda_j\ge 0,\nu\ge 0,\quad j=1,\dots,n
\end{aligned}$$

در این مدل سه پارامتر $\delta_1,\delta_2,\delta_3$ معرفی شده است که مقادیر صفر یا یک می‌گیرند و بازده به مقیاس‌های مختلف را برای مدل ایجاد می‌کنند. به عبارت دقیق تر:

اگر $(\delta_1,\delta_2,\delta_3)=(0,*,*)$ آنگاه مدل از نوع CCR است و بازده به مقیاس ثابت دارد.

اگر $(\delta_1,\delta_2,\delta_3)=(1,0,*)$ آنگاه مدل از نوع BCC است و بازده به مقیاس متغیر دارد.

اگر $(\delta_1,\delta_2,\delta_3)=(1,1,0)$ آنگاه مدل از نوع CCR-BCC است و بازده به مقیاس کاهشی دارد.

اگر $(\delta_1,\delta_2,\delta_3)=(1,1,1)$ آنگاه مدل از نوع BCC-CCR است و بازده به مقیاس افزایشی دارد.

در عبارات فوق مقادیر * می‌توانند صفر یا یک باشند.

مدل P0 به ازای هر DMU یک بار اجرا می‌شود و در آن مقدار z برابر با مقدار کارایی واحدp ام است. هنگامی که $z=1$ باشد گوییم که واحد p کارا یا کارای ضعیف و در غیر این صورت ناکارا است و میزان ناکارایی آن برابر با مقدار تابع هدف است.

۳- مساله IDEA

در این بخش به بررسی مسائل IDEA می‌پردازیم. دو نوع مساله در مبحث مدل های IDEA مطرح می‌شود که به شرح

زیر است:

فرض کنید خروجی‌های واحد p ام را افزایش داده‌ایم و می‌خواهیم کارایی آن تغییر نکند. ورودی‌های واحد p ام چقدر باید افزایش یابد؟ از این مساله برای تخصیص منابع می‌توان استفاده کرد.

فرض کنید ورودی‌های واحد P ام را افزایش داده‌ایم و می‌خواهیم کارایی آن تغییر نکند، خروجی‌های آن چقدر باید افزایش یابد؟ این مساله را می‌توان برای پیش بینی به کار برد.

برای مسائل IDEA نیز می‌توان مدل هایی مشابه مدل های DEA طراحی کرد. در ادامه، مدل IDEA را برای مسائل نوع اول بیان می‌کنیم. مطالب بیان شده با کمی‌تغییرات می‌توانند برای مسائل نوع دوم به کار روند.

فرض کنید $\mathrm{y_p}$ بردار خروجی ، $\mathrm{x_p}$ بردار ورودی ، $\Delta\mathbf{y}_\mathrm{p}$ میزان افزایش در خروجی و $\Delta\mathbf{x}_\mathrm{p}$ میزان افزایش در ورودی واحد p ام باشد که در آن $0 \quad \mathbf{y}_p \;,\; \Delta\mathbf{y}_p \geq 0$ و $0 \quad \mathbf{x}_p \;,\; \Delta\mathbf{x}_p \geq 0$. (حداقل یک مولفه از $\mathrm{y_p}$ افزایش یافته است) بردار خروجی افزایش یافته واحد p را با $\boldsymbol{\beta}_\mathrm{p}$ و ورودی افزایش یافته آن را با $\boldsymbol{\alpha}_p$ نمایش می‌دهیم.

$$\boldsymbol{\beta}_p = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_s) = \mathbf{y}_p + \Delta\mathbf{y}_p \in \Re^s$$
$$\boldsymbol{\alpha}_p = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m) = \mathbf{x}_p + \Delta\mathbf{x}_p \in \Re^m$$

فرض کنید که بردار خروجی واحد p به میزان $\Delta\mathbf{y}_p$ افزایش یافته است و $\boldsymbol{\beta}_p$ بردار خروجی جدید باشد. می‌خواهیم بردار ورودی $\boldsymbol{\alpha}_p$ را به گونه ای تخمین بزنیم که z_p (کارایی واحد p ام) تغییر نکند.

در [۱] یک مدل چند هدفه برای حل مسائل نوع اول بیان شده است که به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
\mathrm{V0}: &\ \mathrm{Min}\,(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)\\
st &\ \sum_{j=1}^{n} \mathbf{x}_j \lambda_j \leq z_p \boldsymbol{\alpha}_p\\
&\ \sum_{j=1}^{n} \mathbf{y}_j \lambda_j \geq \boldsymbol{\beta}_p\\
&\ \boldsymbol{\alpha}_p \geq \mathbf{x}_p\\
&\ \delta_1\left(\sum_{j=1}^{n} \lambda_j + \delta_2(-1)^{\delta_3}\nu\right) = \delta_1\\
&\ \lambda_j \geq 0, \nu \geq 0, j = 1, \dots, n
\end{aligned}$$

z_p در این مدل برابر با مقدار بهینه مدل P0 است و مقدار کارایی واحد p را قبل از افزایش خروجی ها نشان می‌دهد.

تعریف: فرض کنید $(\overline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\lambda}}, \overline{\nu}) \in (\Re^m \times \Re^n \times \Re)$ یک نقطه شدنی در مساله چند هدفه V0 باشد. اگر هیچ جواب شدنی دیگری مانند $(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\lambda}, \nu)$ موجود نباشد به طوری که $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha\ ) < (\overline{\alpha}_1, \overline{\alpha}_2, \dots, \overline{\alpha}\ )$ آنگاه $(\overline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\lambda}}, \overline{\nu})$ یک جواب پارتو ضعیف مساله V0 است.

قضیه ۱: فرض کنید که $(\overline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\lambda}}, \overline{\nu})$ یک جواب پارتو ضعیف برای مدل V0 باشد؛ آنگاه مقدار بهینه مدل زیر z_p است:

$$\begin{aligned}
\mathrm{P1}: &\ \mathrm{Min}\ z\\
st &\ \sum_{j=1}^{n} \mathbf{x}_j \lambda_j \leq \overline{\boldsymbol{\alpha}}\, z\\
&\ \sum_{j=1}^{n} \mathbf{y}_j \lambda_j \geq \boldsymbol{\beta}_p\\
&\ \delta_1\left(\sum_{j=1}^{n} \lambda_j + \delta_2(-1)^{\delta_3}\nu\right) = \delta_1\\
&\ \lambda_j \geq 0, \nu \geq 0,\ j = 1, \dots, n
\end{aligned}$$

قضیه ۲: فرض کنید که $(\overline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\lambda}}, \overline{\nu})$ جواب شدنی مساله چند هدفه V0 باشد. اگر مقدار بهینه مدل P1 برابر با z_p باشد که $(\overline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\lambda}}, \overline{\nu})$ جواب پارتو مدل V0 است.

لذا حل مساله IDEA به حل مدل چند هدفه V0 منجر می‌شود و با استفاده مطالب فوق می‌توان گفت که جواب مدل V0، جواب مساله IDEA است.

٤- تعمیم مساله IDEA

همان طور که در بخش های قبل نیز ذکر شد در مسائل مربوط به IDEA تغییرات ورودی‌ها و خروجی‌ها بدون تغییر در کارایی بررسی شده‌اند؛ ولی در بعضی از مسائل واقعی نیاز است که تغییرات ورودی ها (خروجی ها) در قبال تغییرات خروجی ها (ورودی‌ها) و کارایی سنجیده شود. لذا در این بخش به تعمیم مدل های IDEA می‌پردازیم.

در حالتی که تغییرات کارایی نیز مد نظر است مساله به صورت زیر مطرح می‌شود:

فرض کنید واحد p ام می‌خواهد خروجی‌های خود را به میزان $\Delta\mathbf{y}_p$ افزایش دهد. همچنین کارایی آن نیز به اندازه Δz_p افزایش یابد حداکثر افزایش ورودی‌هایش به چه میزان می‌تواند باشد؟

مدل زیر را برای حل مساله فوق معرفی می‌کنیم:

$$GV0:\mathrm{Min}\,(\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m)$$
$$\begin{aligned} st \quad & \sum_{j=1}^{n}\mathbf{x}_j\lambda_j \le e_p\boldsymbol{\alpha}_p \\ & \sum_{j=1}^{n}\mathbf{y}_j\lambda_j \ge \boldsymbol{\beta}_p \\ & \boldsymbol{\alpha} \ge \mathbf{x}_p \\ & \delta_1\left(\sum_{j=1}^{n}\lambda_j+\delta_2(-1)^{\delta_3}\nu\right)=\delta_1 \\ & \lambda_j \ge 0,\nu \ge 0,\ j=1,\ldots,n \end{aligned}$$

که در آن e_p کارایی افزایش یافته است:

$$e_p = z_p + \Delta z_p$$

بدیهی است که Δz_p حداکثر می‌تواند برابر با $1-z_p$ باشد.

مقدار مجاز برای $\Delta\mathbf{y}_p$ در حالتی که بازده به مقیاس مدل متغیر یا کاهشی باشد؛ یعنی، هنگامی‌که از مدل BCC یا -CCR BCC استفاده می‌کنیم هر مقدار دلخواهی نمی‌تواند باشد. در این حالت، حداکثر مقدار مجاز از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta y_{rp} = \max_j\{|\,y_{rp}-y_{rj}\,|\} \qquad (۱)$$

اگر از مدل هایی با بازده به مقیاس ثابت یا افزایشی مانند CCR یا BCC-CCR استفاده کنیم آنگاه $\Delta\mathbf{y}_p$ هر مقدار دلخواهی می‌تواند باشد.

قضیه ۳: فرض کنید که $(\overline{\alpha},\overline{\lambda},\overline{\nu})$ یک جواب پارتو ضعیف برای مدل GV0 باشد، آنگاه مقدار بهینه مدل زیر e_p است:

$$P1:\min\ z$$
$$\begin{aligned} st \quad & \sum_{j=1}^{n}\mathbf{x}_j\lambda_j \le \overline{\boldsymbol{\alpha}}z \\ & \sum_{j=1}^{n}\mathbf{y}_j\lambda_j \ge \boldsymbol{\beta}_p \\ & \delta_1\left(\sum_{j=1}^{n}\lambda_j+\delta_2(-1)^{\delta_3}\nu\right)=\delta_1 \\ & \lambda_j \ge 0,\nu \ge 0,\ j=1,\ldots,n \end{aligned}$$

قضیه ۴: فرض کنید که $(\overline{\alpha},\overline{\lambda},\overline{\nu})$ جواب شدنی مساله چند هدفه GV0 باشد. اگر جواب بهینه مدل P1 برابر با e_p باشد آنگاه $(\overline{\alpha},\overline{\lambda},\overline{\nu})$ جواب پارتو مدل GV0 است.

۵- برخی از الگوهای افزایش مقادیر ورودی، خروجی و کارایی

در بخش های قبل دیدیم که مساله IDEA به یک مدل چند هدفه تبدیل می‌شود. در این بخش، بعضی از حالات خاص را مطرح می‌کنیم که در آنها کافی است که یک مدل خطی یک هدفه به جای مدل چند هدفه حل شود.

حالت اول: هنگامی‌است که ارزش هر واحد از ورودی ها مشخص باشد یا اینکه وزن اهمیتی ورودی‌ها نسبت به هم معین باشد؛ فرض کنید که $p_i > 0$ وزن اهمیتی یا ارزش هر واحد از ورودی i ام باشد؛ در این صورت تابع چند هدفه را می‌توان به صورت مجموع وزنی اهداف نوشت و به یک تابع تبدیل کرد:

$$\min(\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_m) \rightarrow \min\sum_{i=1}^{m}(p_i\alpha_i)$$

بدین ترتیب، مساله چند هدفه به مساله خطی یک هدفه تبدیل شده و با تکنیک های برنامه‌ریزی خطی قابل حل است.

حالت دوم: هنگامی‌است که افزایش ورودی‌ها، خروجی‌ها و کارایی به صورت درصدی از مقدار قبلی باشد، برای مثال افزایش خروجی r ام واحد p به میزان k_r % بدین معنی است که:

$$\beta_{rp} = (1+\frac{k_r}{100})y_{rp}$$

افزایش ورودی i ام واحد p به میزان l_i % بدین معنی است که:

$$\alpha_{ip} = (1+\frac{l_i}{100})x_{ip}$$

و افزایش کارایی واحد p به میزان f % بدین معنی است که

$$e_p = (1+\frac{f}{100})z_p$$

با استفاده از روابط فوق، مساله چند هدفه GV0 به مساله یک هدفه زیر تبدیل می‌شود:

$$GV1:\min\sum_{i=1}^{m}p_il_i$$
$$\begin{aligned} st \quad & \sum_{j=1}^{n}x_{ij}\lambda_j \le (1+\frac{f}{100})z_p(1+\frac{l_i}{100})x_{ip} \quad \forall i \\ & \sum_{j=1}^{n}y_{rj}\lambda_j \ge (1+\frac{k_r}{100})y_{rp} \quad \forall r \\ & \delta_1\left(\sum_{j=1}^{n}\lambda_j+\delta_2(-1)^{\delta_3}\nu\right)=\delta_1 \\ & \lambda_j \ge 0,\nu \ge 0,l_i \ge 0,\ j=1,\ldots,n \end{aligned}$$

توجه کنید که در مدل GV1 محدودیت $l_i \ge 0$ معادل قید $\boldsymbol{\alpha} \ge \mathbf{x}_p$ در مدل GV0 است. همچنین p_i وزن اهمیتی ورودی i ام در تخصیص منابع اضافی است.

همان طور که قبلا ذکر شد هنگامی‌که از مدل های با بازده به مقیاس متغیر یا کاهشی استفاده می‌کنیم افزایش خروجی به طور دلخواه نمی‌تواند باشد. به طور مشابه در این مدل k_r هر مقدار دلخواهی نمی‌تواند باشد و می‌توان حداکثر مقدار مجاز برای k_r را از رابطه زیر محاسبه کرد.

$$k_r = \frac{\Delta y_{rp}}{y_{rp}} \times 100$$

که در آن Δy_{rp} از رابطه (۱) محاسبه می‌شود.

هنگامی‌که از مدل CCR استفاده می‌کنیم بدون استفاده از مدل فوق با استفاده از رابطه زیر می‌توان درصد افزایش در ورودی را محاسبه کرد:

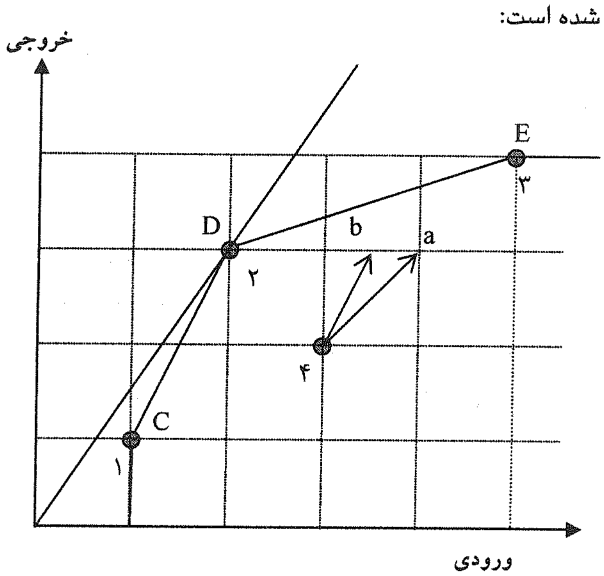
فرض کنید k, l و f درصد افزایش در ورودی، خروجی و کارایی باشند؛ آنگاه رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{100+k}{100+l} = 100+f \Rightarrow l = \frac{k-f}{100+f}$$

مثال: یک واحد تولیدی با یک ورودی و یک خروجی را در نظر بگیرید. مقادیر مربوط به ورودی و خروجی در ٤ سال متوالی به صورت زیر است:

سال	۱	۲	۳	۴
ورودی	۱	۲	۵	۳
خروجی	۱	۳	۴	۲

مرز کارایی حاصل از دوره‌های فوق در شکل زیر رسم شده است:



شکل (۱): مرز کارایی متشکل از مدل های مختلف DEA

کارایی در سال‌های مذکور با استفاده از مدل BCC عبارت است از :

سال	۱	۲	۳	۴
کارایی	۱	۱	۱	۰.۵

با توجه به رابطه (۱) خروجی در سال پنجم حداکثر می‌تواند ۱۰۰٪ رشد داشته باشد. فرض کنید می‌خواهیم خروجی در این سال ۵۰٪ و کارایی حداقل ۱۵٪ رشد داشته باشد. میزان افزایش ورودی در حداکثر به چه میزان می‌تواند باشد؟

با استفاده از مدل GV1 درصد افزایش ورودی در سال پنجم برابر با ۱۵،۹۳٪ به دست می‌آید؛ لذا مقدار ورودی در این سال حداکثر باید ۳،٤۷ باشد.

در جدول زیر حداکثر مقدار ورودی در سال پنجم با درصد افزایش‌های مختلف در کارایی محاسبه و نشان داده شده‌اند:

درصد افزایش کارایی	میزان کارایی	درصد افزایش نهاده	نهاده در سال ۵
٪۰	۰/۵	٪۳۳/۳۳	۴
٪۵	۰/۵۲۵	٪۲۷	۳/۸۱
٪۱۰	۰/۵۵	٪۲۱/۲	۳/۶۳
٪۱۵	۰/۵۷۵	٪۱۵/۹۳	۳/۴۷۸

با توجه به جدول فوق، میزان ورودی مورد نیاز بدون افزایش کارایی بیشتر از حالتی است که افزایش کارایی داریم. در شکل (۱) مسیر a افزایش ۵۰ درصدی خروجی را بدون افزایش در کارایی و مسیر b افزایش ۵۰ درصدی خروجی را به همراه افزایش ۱۵ درصدی در کارایی نشان می‌دهد. همان طور که در شکل نیز پیداست در مسیر b ورودی کمتری نسبت به مسیر a به کار می‌رود و در واقع به کار گیری ورودی کمتر با افزایش در کارایی جبران می‌شود.

۶- محاسبه TFP شرکت ملی نفت

در این بخش می‌خواهیم مدل تعمیم یافته GV1 را در محاسبه TFP شرکت ملی نفت و پیش‌بینی مقادیر ورودی‌ها برای سال‌های بعد استفاده کنیم.

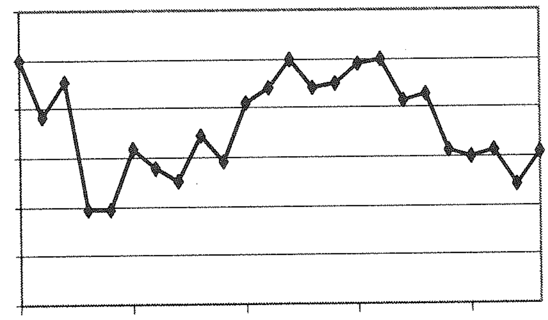
در ماده ۵ برنامه توسعه چهارم آمده است که همه دستگاه‌های اجرایی مکلفند سهم ارتقای بهره‌وری در رشد تولید مربوطه را تعیین و الزامات و راهکارهای لازم برای تحقق آنها را برای تحول کشور از یک اقتصاد ورودی محور به یک اقتصاد بهره‌ور محور مشخص کنند به طوری که سهم بهره‌وری کل عوامل در رشد تولید ناخالص داخلی حداقل به ۳۱/۳ درصد برسد. همچنین متوسط رشد سالانه بهره‌وری نیروی کار، سرمایه و کل عوامل تولید به مقادیر حداقل ۱/۳۵، ۱ و ۲/۵ درصد برسد.

برای رسیدن به این هدف باید میزان افزایش در ورودی‌ها و خروجی‌ها به گونه‌ای تعیین شود که رشد بهره‌وری ۲،۵ درصدی امکان تحقق داشته باشد؛ زیرا اگر ورودی‌ها را بیشتر از حد افزایش دهیم نه تنها موجب افزایش بهره‌وری نمی‌شود؛ بلکه آن را کاهش می‌دهد.

محاسبات TFP را با استفاده از ورودی‌های سرمایه و نیروی کار خروجی ارزش افزوده شرکت ملی نفت در سال های ۵٦ تا ۷۹ انجام داده‌ایم که در ادامه بیان می‌شود. مقادیر

ورودی‌ها و خروجی در این سالها در پیوست آمده است.

در شکل زیر نمودار TFP شرکت ملی نفت درسال‌های مختلف نشان داده شده است



نمودار بهره وری کل عوامل شرکت ملی نفت ایران در سالهای مختلف

آخرین سال در داده‌های فوق سال ۷۹ بوده و میزان بهره‌وری در این سال برابر با ۶۱٪ است. مقادیر ورودی و خروجی در این سال عبارتند از:

سال	نیروی کار	سرمایه	ارزش افزوده
۱۳۷۹	۱۱۳۴۹۷	۵۵۶۲/۶	۴۲۶۰۷/۶

در سال ۸۰ ارزش افزوده با رشد ٦ درصدی باید برابر با ٤٥١٦٤ باشد و میزان کارایی با رشد ۲/۵ درصدی باید برابر با ٦٣٪ باشد. ترکیب های مختلفی از درصد افزایش در سرمایه و نیروی کار موجود است که تضمین کننده افزایش کارایی به میزان مطلوب است و به صورت یک تابع خطی با استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها محاسبه می‌شود. در مثال فوق تابع مذکور به شکل زیر است:

$$y = -۰/۷x+ ۰/۸$$

که در آن y درصد افزایش در سرمایه و x درصد افزایش در نیروی کار است. مدیریت بر اساس محدودیت های موجود در افزایش نیروی کار یا سرمایه می‌تواند یک نقطه از خط فوق را به عنوان درصد افزایش ورودی‌ها انتخاب کند. البته حد پایین و بالای درصد افزایش در هر کدام از ورودی‌ها را نیز می‌توان تعیین و به مدل اضافه کرد. برای مثال نقطه (۳،۳/۷) بر روی خط فوق قرار دارد و بدین معناست که نیروی کار در سال ۸۰ می‌تواند رشد ۳ درصدی و سرمایه رشد ۳/۷ درصدی داشته باشد؛ لذا مقادیر ورودی و خروجی در سال ۸۰ بدین صورت پیش بینی می‌شود:

سال	نیروی کار	سرمایه	ارزش افزوده
۱۳۸۰	۱۱۶۹۰۱	۵۷۶۸٫۸	۴۵۱۶۴

حال وظیفه مدیریت این است که با نیروی کار و سرمایه فوق ارزش افزوده پیش بینی شده را کسب کند. اگر این امر محقق شود بهره‌وری در سال ۸۰ نسبت به سال ماقبل ۲/۵ درصد رشد یافته است. به همین ترتیب می‌توان مقادیر ورودی‌ها و خروجی‌ها را در سال های آتی پیش‌بینی کرد.

۷- نتیجه‌گیری

مدل های IDEA برای محاسبه میزان تغییرات ورودی ها به هنگام تغییر میزان خروجی‌ها در ضمن ثابت ماندن کارایی به کار می‌رود. در این مقاله، این مدلها بررسی شد و تعمیمی از آنها ارائه شد که امکان اعمال تغییرات در میزان کارایی را نیز علاوه بر تغییر ورودی‌ها و خروجی‌ها مهیا می‌کند. از مدل تعمیم یافته می‌توان در محاسبه TFP سازمان‌ها و هدف‌گذاری ورودی ها و خروجی ها دربخش های مختلف استفاده کرد به طوری که رشد مورد نظر TFP تضمین شود. در بخش (٦) روش به کارگیری مدل در محاسبه TFP شرکت ملی نفت ارائه شد.

۸- ضمائم

سال	ارزش افزوده	سرمایه	نیروی کار	سال	ارزش افزوده	سرمایه	نیروی کار
1356	100.000	100.000	100.000	1368	68.420	86.200	130.031
1357	86.191	103.769	103.107	1369	73.949	88.967	131.469
1358	77.236	103.458	104.425	1370	78.286	87.985	135.351
1359	47.521	101.572	105.232	1371	78.294	86.347	136.288
1360	48.924	100.321	103.417	1372	79.971	84.925	136.600
1361	69.998	100.985	110.351	1373	77.888	84.900	136.821
1362	70.603	102.675	113.724	1374	78.380	84.798	135.419

1363	63.890	102.953	116.474	1375	78.631	88.364	134.152
1364	64.384	101.025	117.586	1376	76.797	91.375	133.817
1365	60.381	99.293	117.951	1377	77.585	93.866	132.194
1366	64.025	96.503	117.798	1378	75.768	98.462	131.206
1367	66.405	93.669	123.109	1379	78.286	100.632	130.552

پیوست: داده‌های نرمال شده شرکت ملی نفت ایران

۹- مراجع

[۱]**علیرضایی، محمدرضا؛ افشاریان، محسن؛ تسلیمی تهرانی، وحید**؛ " ارائه راهکارهای منطقی بهبود عملکرد شعب بانک‌ها به کمک مدل های تعمیم یافته تحلیل پوششی داده‌ها با یک مطالعه موردی بر روی شعب یک بانک تجاری"؛ **پژوهشنامه اقتصادی؛ در حال چاپ**

[۲] Quanling W., Jianzhang Z., Xiangsun Z., (2000), "*An inverse DEA model for inputs / outputs estimate,* "European Journal of Operational Research, Vol. 121, pp 151-163.

[۳] Charnes, A., W. W. Cooper and E. Rhodes, (1978), "*Measuring the Efficiency of Decision Making Units,*" European Journal of Operation Research, Vol. 2, No.6, pp 429-444

[۴] Banker, R. D. 1984 "*Estimating Most Productive Scale Size using Data Envelopment Analysis,*" European Journal of Operation Research, 17,1, pp 35-44.

[۵] Yu G., Q.L. Wei, P. Brockett (1996), "*A generalized data envelopment analysis model: A unification and extension of existing methods for efficiency analysis of decision making units,* "Annals of Operations Research, Vol. 66pp . 47-89