

# بررسی اثرات زبری جدار مجرا بر میدان جریان مغشوش در

## داخل مجرا

احسان کارآمد<sup>i</sup>؛ حسن رحیم زاده<sup>ii</sup>؛ مهرزاد شمس<sup>iii</sup>

### چکیده

اثرات زبری جدار بر میدان جریان سیال مغشوش در یک مجرای مستطیلی به طور مستقیم و بدون استفاده از مدل‌سازی زبری که تا کنون مرسوم بوده است، بررسی شده است. این کار برای اولین بار به وسیله مولفان انجام شده است و سابقه ندارد. جدار مجرا به صورت یک سطح زبر (مشابه تیغه اره با زبری‌های مثلثی شکل و ارتفاع‌های تصادفی) در نظر گرفته شده است. روش‌های سنتی موجود، اثر زبری را با استفاده از مدل‌سازی لحاظ می‌کنند، یعنی با توجه به میزان زبری، توابع دیوار<sup>1</sup> اصلاح می‌کنند در این مقاله، تنش‌های رینولدزی ظاهر شده در معادلات ناویراستوکس با استفاده از روش انتقال تنش‌های رینولدز (RSTM) با ضرایب تصحیح شده مدل‌سازی شده‌اند. حل عددی معادلات میدان جریان با استفاده از روش SIMPLE و به کمک نرم افزار FLUENT صورت گرفته است. برای به دست آوردن مولفه‌های نوسانی سرعت سیال از مدل اغتشاش سفید فیلتری پیوسته (CFWN) استفاده شده است. مولفه‌های نوسانی سرعت ناشی از اغتشاش جریان برای سطح زبر به دست آمده از پژوهش حاضر همخوانی بسیار بهتری نسبت به روش‌های سنتی موجود با نتایج آزمایشگاهی دارد.

### کلمات کلیدی

جریان مغشوش، سطح زبر، روش انتقال تنش‌های رینولدز

## *The Study of Effect of Surface Roughness on Turbulent Flow Field in a Duct*

E. Karamad; H. Rahimzadeh; M. Shams

### ABSTRACT

In this research effects of surface roughness on turbulent flow field (2-D) in a rectangular duct are investigated by Direct Roughness Simulation (DRS) for the first time. In traditional methods, wall functions are normally corrected and applied for considering surface roughness. However, in present method Direct Roughness Simulation (DRS) without using roughness modeling. In this way, the wall surface roughness scheme is considered like a saw tooth with triangular shape and random height. Reynolds stresses which appear in the Navier-Stock equations are modeled with RSTM method (with corrective coefficients) and solved with the SIMPLE method, using the FLUENT software. The fluctuating components of fluid velocity are determined by CFWN model.

In compare with the traditional methods, the present method results for fluctuating components of fluid velocity are more compatible with experimental data.

### KEYWORDS

Turbulent flow field, Rough surface, Reynolds stress model

<sup>i</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد؛ دانشکده مهندسی مکانیک؛ دانشگاه صنعتی امیرکبیر: kasanic2001@yahoo.com

<sup>ii</sup> دانشیار؛ دانشکده مهندسی مکانیک؛ دانشگاه صنعتی امیرکبیر: rahimzad@cic.aut.ac.ir

<sup>iii</sup> استادیار؛ دانشکده مهندسی مکانیک؛ دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی: shams@me.kntu.ac.ir

اصلاح می‌شوند بدون اینکه الگوی واقعی جریان در نزدیک دیوار مشخص باشد. با پیشرفت و توسعه روش‌های عددی در سالهای اخیر و رشد فزاینده سرعت کامپیوترها، مولفان به این نتیجه رسیدند که روش شبیه سازی مستقیم زبری (Direct Roughness Simulation) امکان پذیر است؛ و برای اولین بار این روش را بررسی کرده‌اند. با استفاده از این روش، ضمن اینکه الگوی واقعی جریان در نزدیک دیوار به دست می‌آید، تاثیر زبری بر روی پارامترهایی مثل مولفه‌های نوسانی سرعت نیز مشخص می‌شود.

برای تولید یک سطح زبر از زبری‌های مثلثی شکل استفاده شده است؛ یعنی، جدار مجرا به صورت یک سطح زبر (مشابه تیغه اره با زبری‌های مثلثی شکل) در نظر گرفته شده و ارتفاع زبری به صورت تصادفی تولید شده است.

علاوه بر سرعت‌های متوسط جریان، مولفه‌های نوسانی سرعت ناشی از اغتشاش نیز مطالعه شده‌اند. با توجه به اینکه مولفه‌های نوسانی سرعت جریان عمود بر دیوار در مطالعه پدیده‌هایی نظیر رسوب ذرات داخل جریان روی دیوار نقش مهمی دارند، در مدل مورد استفاده؛ که باید قابلیت محاسبه دقیق نوسانات سرعت نزدیک دیوار را داشته باشد، ضرایب ثابت مورد استفاده در مدل انتقال تنش‌های رینولدز اصلاح شده‌اند.

## ۲- معادلات حاکم بر جریان سیال

در یک سیال تراکم ناپذیر، معادله پیوستگی و معادله ممنتوم در حالت پایدار به شرح زیر است:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} R_{ij} \quad (2)$$

$\bar{u}_i$  سرعت متوسط،  $\bar{p}$  فشار متوسط،  $\rho$  چگالی (ثابت)،  $\nu$  لزجت سینماتیک و  $R_{ij} = \overline{u'_i u'_j}$  تانسور تنش‌های رینولدز است. در اینجا  $u'_i = u_i - \bar{u}_i$  مولفه نوسانی سرعت در جهت  $i$  و  $u_i$  سرعت لحظه ای می‌باشند. برای حل دستگاه معادلات (۱) و (۲) از مدل انتقال تنش‌های رینولدزی (RSTM) استفاده شده است. این مدل، معادلات انتقال برای تنش‌های رینولدز را به همراه یک معادله برای نرخ استهلاك حل می‌کند؛ بنابراین برای یک جریان دو بعدی باید چهار معادله اضافی حل شوند. مدل انتقال تنش‌های رینولدزی برای جریان‌های پیچیده در مقایسه؛ مدل‌های یک معادله‌ای و دو معادله‌ای

جریان سیال در تماس با سطوح زبر در بسیاری از مسائل مکانیک مشاهده می‌شود. به عنوان مثال می‌توان از جریان سیال حول سطوح هواپیماها، کشتی‌ها، توربوماشین‌ها، مبدل‌های حرارتی، سیستم‌های پایپینگ و لایه مرزی اتمسفریک بر فراز پستی و بلندی‌های زمین نام برد. زبری سطح، تاثیر زیادی بر نیروی پسا و انتقال حرارت و جرم بر روی دیوارها دارد.

برای سالیان مدیدی باور بر این بود که نوسانات سرعت ناشی از جریان مغشوش کاملاً تصادفی است و هیچگونه ساختار مشخصی بر آن حاکم نیست. مشاهدات آزمایشگاهی متعدد شراب (Schraub) و همکاران [۲۵]؛ کلین (Kline) و همکاران [۱۷] و شبیه سازی عددی مستقیم (DN $\S$ ) کیم (Kim) و همکاران [۱۶]؛ اونیس (Onnis) و همکاران [۲۱] نشان داد که جریان مغشوش در نزدیک دیوار، تحت تاثیر ساختارهای گردابی است که به طور چرخه ای دچار ترکیبگی می‌شوند. مور (Moore) [۸]، پیشنهاد کرد که شرایط سیال نزدیک دیوار زبر در یک لایه مرزی مغشوش را می‌توان مشابه شرایط سیال نزدیک دیوار صاف در نظر گرفت با این تفاوت که در سطح زبر باید پروفیل سرعت نسبت به پایه زبری‌ها تا ارتفاع معینی جابجا شود. پری (Perry) و همکاران [۲۲]؛ روتا (Rotta) [۲۴]؛ گراس (Grass) [۱۴] و هینز (Hinze) [۳] داده‌های آزمایشگاهی موجود برای جریان‌های لایه مرزی مغشوش بر روی سطوح صاف و زبر را جمع بندی کرده‌اند. طبق نظر هینز اگر چه زبری، سرعت برشی (تنش برش روی دیوار) را زیاد می‌کند؛ ولی بر روی پروفیل میانگین مربعات مولفه های نوسانی سرعت در نواحی دور از دیوار تاثیر زیادی ندارد. به دلیل عدم وجود داده های معتبر، اثر زبری بر روی مولفه‌های نوسانی سرعت هنوز به خوبی شناخته نشده است. پیمنتل (Pimentel) و همکاران [۲۳] با استفاده از یک مدل اصلاح شده برای نمایش زبری سطح در جریان مغشوش، میدان جریان را در مجرا با زبری‌های متفاوت حل کردند. دورباین (Durbin) و همکاران [۱۲] برای اعمال مدل k- $\epsilon$  بر سطوح زبر، فرمول بندی جدیدی را توسعه دادند. برگستروم (Bergstrom) و همکاران [۹] در چهار زبری متفاوت، پروفیل سرعت متوسط را از طریق آزمایش به دست آوردند.

هدف این پژوهش، مطالعه جریان در داخل یک مجرا با جدارهای زبر است. در روش‌های سنتی موجود برای مطالعه زبری، توابع دیوار (Wall Functions) با توجه به میزان زبری

## ۶- شبیه سازی مولفه های نوسانی سرعت

نوسانات سرعت در جریان مغشوش، توابعی تصادفی از مکان و زمان هستند. در این مطالعه، مدل اغتشاش سفید فیلتری پیوسته (Continuous Filter White-Noise; CFWN) که توسط تامسون (Thomson) (۱۹۸۷) بیان شد، برای تولید مؤلفه های نوسانی سرعت سیال استفاده شده است. بر طبق این مدل i-امین مؤلفه سرعت لحظه ای سیال از رابطه زیر به دست می آید:

$$\frac{du_i}{dt} = -\frac{u_i - \bar{u}_i}{T_i} + \left(\frac{2\bar{u}_i'^2}{T_i}\right)^{1/2} \zeta_i(t) \quad (7)$$

در این معادله  $\bar{u}_i'^2$ ، میانگین مربعات i-امین مؤلفه سرعت نوسانی است و قرارداد جمع اندیسی برای اندیسی؛ که زیر آن خط کشیده شده است، به کار برده نمی شود.

در معادله (۷)  $T_i$  زمان انتگرالی ذره می باشد که متوسط زمان سپری شده به وسیله ذره در گردابه های اغتشاش در طول مسیر حرکت ذره است و به صورت زیر معرفی می شود:

$$T_i = \int_0^\infty \frac{u_p'(t)u_p'(t+s)}{u_q'u_q'} ds \quad (8)$$

در این معادله  $u_p'(t)$  مولفه نوسانی سرعت حرکت ذره،  $t$  زمان،  $s$  مسیر حرکت ذره و  $q$  اندیس دامی است. برای ذرات کوچک؛ که به وسیله سیال حرکت می کنند، زمان انتگرالی ذره می تواند با زمان انتگرالی لاگرانژی نقطه سیال می تواند با زمان انتگرالی لاگرانژی (Fluid Point Lagrangian Integral Time)،  $T_L$ ، تقریب زده شود. زمان انتگرالی لاگرانژی با رابطه زیر به انرژی جنبش اغتشاش و نرخ استهلاك مرتبط می شود:

$$T_i = C_L \frac{k}{\varepsilon} \quad (9)$$

که در آن  $C_L \approx 0.3$  مقدار ثابت است [۱۱]. بنابراین:

$$T_i \approx T_L \approx 0.30 \frac{k}{\varepsilon} \quad (10)$$

در معادله (۷)،  $\zeta_i(t)$  یک فرآیند تصادفی اغتشاش سفید گوسی با شدت طیفی (Spectral Intensity)،  $S_{ij}^n$ ، است که به صورت زیر معرفی می شود:

$$S_{ij}^n = S_0 \delta_{ij} \quad (11)$$

که در آن:

$$S_0 = \frac{1}{\pi} \quad (12)$$

دقت بیشتری دارد و شامل محاسبات تنش های اغتشاش،  $R_{ij}$ ، با استفاده از معادله دیفرانسیل انتقال می باشد؛ سپس تنش های رینولدزی برای حل معادله ممنوم (۲) استفاده خواهند شد. شکل دقیق معادله انتقال تنش های رینولدز با یک بار ضرب کردن معادله دقیق ممنوم در  $u_i'$  و یک بار ضرب کردن معادله دقیق ممنوم در  $u_j'$  و جمع کردن دو معادله به دست آمده و سپس میانگین گیری از آن بدست می آید.

## ۳- معادله انتقال تنش های رینولدز

مدل انتقال تنش های رینولدز شامل محاسبات تنش های اغتشاش،  $R_{ij}$ ، با استفاده از معادله دیفرانسیل انتقال است که به صورت زیر نوشته می شود [۵]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_k} R_{ij} &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{v_i}{\sigma^k} \frac{\partial}{\partial x_k} R_{ij} \right) - \left[ \overline{u_i' u_k'} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} + \overline{u_j' u_k'} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \right] \\ &- C_1 \frac{\varepsilon}{k} \left[ R_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right] - C_2 \left[ P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right] - \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن جمله تولید به صورت زیر تعریف می شود:

$$P_{ij} = -\overline{u_i' u_k'} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} - \overline{u_j' u_k'} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k}, P = \frac{1}{2} P_{ii} \quad (4)$$

در رابطه (۳)،  $v_i$  ویسکوزیته ی اغتشاش

،  $C_1 = 1.8$  و  $C_2 = 0.6$  ضرایب تجربی هستند [۱۹]. همچنین  $k = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'}$  انرژی جنبشی نوسانی و  $\varepsilon$  نرخ استهلاك اغتشاش است که معادله حاکم بر آن به شرح زیر است:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \nu + \frac{v_i}{\sigma^\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] - C^{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} R_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \\ &- C^{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (5)$$

طبق [۵] مقادیر ثابت های معادله (۵) به شرح زیر هستند:

$$\sigma^\varepsilon = 1.3, C^{\varepsilon 1} = 1.44, C^{\varepsilon 2} = 1.92 \quad (6)$$

در پژوهش حاضر از مدل انتقال تنش های رینولدز؛ که روابط آن در بخش فوق ارائه شد، برای حل میدان جریان استفاده شده است. حل معادلات میدان جریان به کمک نرم افزار FLUENT انجام شده است.

فرمول تجربی به صورت زیر ارائه کرده است :

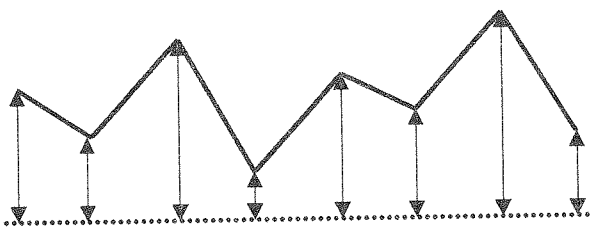
$$\frac{1}{f^{1/2}} = -1.8 \log \left[ \frac{6.9}{2\text{Re}} + \left( \frac{k/h}{14.8} \right)^{1.11} \right] \quad (17)$$

که در آن  $k$ ، ارتفاع متوسط زبری،  $h$  نصف عرض مجرا و  $\text{Re}$  عدد رینولدز جریان بر مبنای  $h$  است.

### ۶- روش تولید سطح زبر

برای تولید هندسه سطح زبر، سطح مجرا به بازه‌هایی که طول آنها در سرتاسر جدار مجرا ثابت است، تقسیم شده است. این بازه‌ها در شکل (۱) به صورت ۱-۲، ۲-۳ و ... نشان داده شده‌اند. طول همه بازه‌ها با هم مساوی و برابر اندازه متوسط زبری سطح،  $k$ ، می‌باشد. برای هر بازه یک زبری متوسط تعریف شده است که نماینده متوسط زبری سطح در کل بازه می‌باشد. این زبری‌های متوسط در شکل (۱) که با  $k_1$ ،  $k_2$ ، ... و  $k_i$  نشان داده شده‌اند، دارای توزیع نرمال با میانگین  $k$  (اندازه متوسط زبری سطح) و انحراف معیار  $\sigma_k = 0.5k$  می‌باشند. البته برونه (Browne) [۱۰] استفاده از  $\sigma_k = 0.17k$  را پیشنهاد کرده است. استفاده از  $\sigma_k = 0.17k$  باعث تولید یک سطح بسیار مشابه با سطح صاف می‌شود و به همین خاطر در این مطالعه از  $\sigma_k = 0.5k$  استفاده شده است.

استفاده از الگوی مثلثی برای زبری با توجه به محدودیت‌های محاسباتی خصوصاً سرعت پردازش کامپیوترهای کنونی و در نظر گرفتن حجم محاسبات، انتخاب شده است و الگوی زبری واقعی به جنس سطح و روش تولید آن بستگی دارد و با بالا رفتن سرعت کامپیوترها می‌توان سایر الگوها را نیز در نظر گرفت.



شکل (۱): شکل شماتیک سطح زبر مورد استفاده

### ۷- مدل مورد استفاده برای لحاظ کردن اثر زبری سطح

همان طوری که قبلاً ذکر شد در این مطالعه زبری سطح به صورت مستقیم در تحلیل عددی دیده شده است؛ ولی برای مقایسه، نتایج حاصل از مدل کردن زبری نیز آورده شده است.

در شبیه سازی عددی، دامنه  $(t)$  در هر گام زمانی با رابطه زیر به دست می‌آید :

$$\zeta_i(t) = \frac{G_i}{\sqrt{\Delta t}} \quad (14)$$

که در آن،  $G_i$  یک عدد تصادفی گوسی مستقل با میانگین صفر و انحراف معیار واحد و  $\Delta t$  گام زمانی مورد استفاده برای شبیه سازی است.

روش فوق، چندین مزیت نسبت به سایر روش‌ها دارد [۱۵]: اولاً باعث تولید صحیح شدت اغتشاش می‌شود. ثانیاً این مدل منجر به به دست آمدن مقادیر صحیح برای نفوذ اغتشاش می‌شود. ثالثاً از نظر محاسباتی مقرون به صرفه است.

### ۵- تصحیح ضرایب ثابت مورد استفاده در مدل

#### تنش‌های رینولدز

مقادیر پیش فرض مورد استفاده  $C_1$  و  $C_2$  در معادله (۳) با انطباق میانگین مربعات مولفه نوسانی سرعت محوری  $u'^2$  با داده های آزمایشگاهی به دست آمده‌اند. در زیر لایه لزج نزدیک دیوار، مدل تنش‌های رینولدز؛ که با معادله (۳) بیان شده است، نشان می‌دهد که میانگین مربعات مولفه نوسانی سرعت عمود بر دیوار،  $v'^2$  نصف میانگین مربعات مولفه نوسانی سرعت محوری،  $u'^2$  است که این مقدار بیش از مقادیر تخمینی برای نوسانات سرعت عمود بر دیوار است. برای بیان مناسب تر تغییرات  $v'^2$ ، هی (He) و احمدی [۱۵] مقادیر ثابتهای  $C_1$  و  $C_2$  را با انطباق معادله (۳) و میانگین داده های آزمایشگاهی برای  $v'^2$  در زیر لایه لزج مجدداً به دست آورده‌اند. در این روش، مقادیر  $C_1 = 1.5$  و  $C_2 = 0.1$  کاهش یافته است که در این پژوهش از این مقادیر برای محاسبات استفاده شده است. نکته این است که لازم است که مولفه های نوسانی سرعت به صورت زیر بی بعد شده‌اند :

$$u^+ = \frac{\sqrt{u'^2}}{u^*}, \quad v^+ = \frac{\sqrt{v'^2}}{u^*} \quad (15)$$

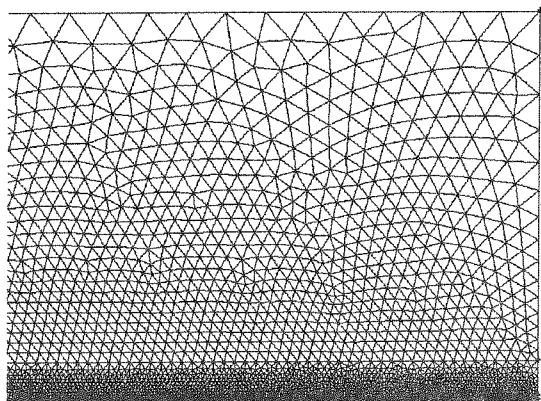
در رابطه (۱۵)،  $u^* = \sqrt{\tau_w / \rho}$  (۱۵) سرعت برشی (Shear Velocity) است که در آن  $\rho$ ، چگالی سیال و  $\tau_w$  تنش برشی روی دیوار است که با توجه به رابطه زیر به ضریب اصطکاک  $f$  مربوط می‌شود :

$$f = \frac{4\tau_w}{\rho u^2} = \frac{8u^{*2}}{u^2} \quad (16)$$

وایت (White) [۶] برای محاسبه ضریب اصطکاک یک

میدان سرعت برای یک مجرا به عرض ۲ سانتی متر و طول ۴۰ سانتی متر تحلیل شده است. جریان داخل مجرا متقارن می-باشد، لذا محاسبه تنها در نیمی از عرض مجرا انجام شده است. هوا در دمای ۲۸۸ K، لزجت  $1.84 \times 10^{-5} \text{ Nsm}^{-2}$ ، چگالی  $\text{kgm}^{-3}$  ۱/۱۲۵، سرعت متوسط در درون مجرا ۵ m/s و عدد رینولدز برابر ۶۶۵۷ است و جریان در حالت مغشوش قرار دارد. شرط مرزی ورودی جریان، سرعت یکنواخت  $u=5 \text{ ms}^{-1}$  با شدت اغتشاش ۲ درصد در نظر گرفته شده است. شرط مرزی جریان در ناحیه خارج شدن جریان از میدان محاسباتی، شرط خروجی (Outflow) فرض شده است. از مدل انتقال تنش‌های رینولدز با ضرایب تصحیح شده، برای حل جریان استفاده می‌شود.

در این بخش، نتایج حاصل برای میدان جریان در مجرا با جداره‌های زبر ارائه خواهد شد. همان طوری که قبلاً ذکر شد در این مطالعه زبری سطح به صورت مستقیم در تحلیل عددی دیده شده و از زبری‌های مثلثی شکل استفاده شده است. دو سطح زبر با زبری‌های متوسط  $k=0.1 \text{ mm}$  و  $k=0.04 \text{ mm}$  مطالعه شده‌اند. شبکه محاسباتی مورد استفاده به دلیل نامتقارن بودن سطح زبر، مثلثی در نظر گرفته شده است. شکل‌های (۲-الف و ب) بخش‌هایی از شبکه محاسباتی جریان را نشان می-دهند:



شکل (۲-الف): شمای شبکه محاسباتی در بخشی از میدان جریان در مجرا با جداره های زبر

همان طوری که در شکل‌های (۲-الف و ب) نشان داده شده، در این پژوهش از الگوی زبری مثلثی استفاده شده است؛ لذا به دلیل پیچیده بودن هندسی مرز جریان و تطابق با شرایط مرزی، ناگزیر از شبکه مثلثی استفاده شده است. در ضمن، تست شبکه (grid refinement test) انجام و استقلال نتایج از شبکه اثبات شده است که به دلیل بالا رفتن حجم مقاله از ذکر آن خودداری شده است. اندازه شبکه محاسباتی در همه جا

در مدل کردن اثرات زبری، قوانین دیوار به صورت زیر اصلاح می‌شوند:

$$\frac{u_P u^*}{\tau_w / \rho} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( E \frac{\rho u^* y_P}{\mu} \right) - \Delta B \quad (18)$$

که در آن  $u^* = C_\mu^{1/4} k^{1/2}$ ،  $C_\mu$  ثابت تجربی (۰/۰۹)،  $k$  انرژی جنبشی اغتشاش،  $u_P$  سرعت متوسط جریان،  $\rho$  چگالی سیال،  $\tau_w$  تنش برشی روی دیوار،  $\kappa$  ثابت وان کارمن (۰/۴۲)،  $E$  ثابت تجربی (۹/۸۱)،  $y_P$  فاصله از دیوار،  $\mu$  لزجت دینامیکی سیال و  $\Delta B$  تابع زبری است که برای لحاظ کردن اثر زبری پروفیل سرعت را جابجا می‌کند. به طور عمومی  $\Delta B$  به نوع و اندازه زبری بستگی دارد. هیچ تابع زبری عمومی برای همه انواع زبری وجود ندارد. برای سطوح با زبری یکنواخت،  $\Delta B$  به ارتفاع زبری بدون بعد  $K_S^+ = \rho K_S u^* / \mu$  وابسته است که  $K_S$  ارتفاع زبری فیزیکی می‌باشند. آنالیز داده‌های آزمایشگاهی نشان داده است که  $\Delta B$  تنها تابعی از  $K_S^+$  نیست؛ بلکه بسته به مقدار  $K_S^+$  اشکال متفاوتی پیدا می‌کند.

بر طبق داده‌های آزمایشگاهی، در رژیم جریانی هموار هیدرودینامیکی ( $K_S^+ < 2.25$ ) از اثرات زبری می‌توان صرف‌نظر کرد؛ ولی در رژیم‌های گذرا و کاملاً زبر اهمیت دارد. در این مطالعه، کل ناحیه تحت تاثیر زبری به سه رژیم تقسیم شده است و برای محاسبه تابع زبری،  $\Delta B$ ، فرمول‌های پیشنهاد شده به وسیله سبسی (Cebeci) و بردشاو (Bradshaw) [۱] که بر مبنای داده‌های نیکورادزه می‌باشند، استفاده شده است:

$$\Delta B = 0 \quad (19)$$

برای رژیم جریان گذرا ( $2.25 < K_S^+ < 90$ ):

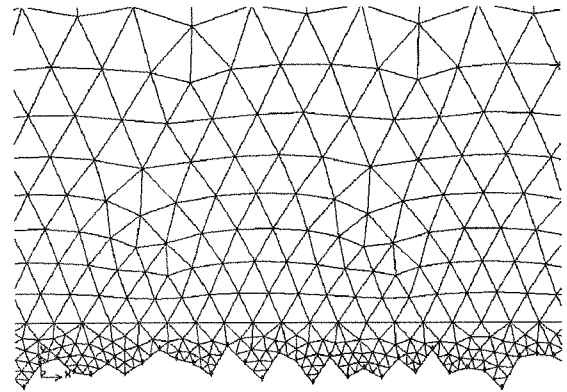
$$\Delta B = \frac{1}{\kappa} \ln \left[ \frac{K_S^+ - 2.25}{87.75} + C_{K_S} K_S^+ \right] \times \sin \left\{ 0.4258 \left( \ln K_S^+ - 0.811 \right) \right\} \quad (20)$$

که در آن  $C_{K_S}$  ثابت زبری است که به نوع زبری بستگی دارد و در این مطالعه  $C_{K_S} = 0.5$  در نظر گرفته شده است. برای رژیم جریان کاملاً زبر ( $K_S^+ > 90$ ):

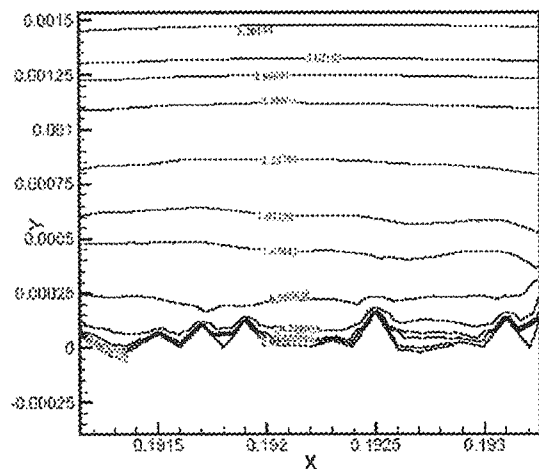
$$\Delta B = \frac{1}{\kappa} \ln \left( 1 + C_{K_S} K_S^+ \right) \quad (21)$$

سپس قانون دیوار اصلاح شده برای محاسبه تنش برشی بر روی دیوار و سایر مقادیر اغتشاش استفاده خواهد شد.

یکسان نیست و به طرف جدارها، ریزتر می‌شود. ذکر این نکته لازم است که در نواحی نزدیک به دیوار باید از شبکه محاسباتی خیلی ریز استفاده کرد تا اثر زبری بر میدان جریان مشخص شود. در این مطالعه، ابعاد شبکه در نزدیک دیوار برای  $k=0.04 \text{ mm}$  در حدود ۲۵ میکرون است که به افزایش شدید حجم محاسبات منجر می‌شود.



شکل (۲-ب): ناحیه بزرگنمایی شده در نزدیک دیوار



شکل (۳): کانتورهای سرعت جریان در نزدیک دیوار

شکل (۳) کانتورهای سرعت را در ناحیه نزدیک دیوار نشان می‌دهد. همان طور که از شکل مشخص است، زبری بر روی الگوی جریان در ناحیه نزدیک دیوار تاثیر زیادی دارد و باعث ایجاد مولفه سرعت متوسط در جهت عمود بر دیوار می‌شود که در مجرای صاف وجود ندارد. همچنین از شکل مشخص است که تاثیر زبری با افزایش فاصله از دیوار، کاهش می‌یابد. نزدیک شدن به دیوار سرعت به شدت کاهش می‌یابد.

مقادیر سرعت برشی برای مجرا با زبری‌های مختلف در جدول (۱) نشان داده شده است. با توجه به جدول، سرعت برشی با افزایش زبری افزایش می‌یابد؛ زیرا تنش برشی بر روی دیوار در اثر افزایش زبری، افزایش می‌یابد و این با نتایج به دست آمده به وسیله دیگران تطابق دارد [۲]. از طرفی تنش

برشی متوسط بر روی جدار با افت فشار جریان طبق رابطه  $\Delta p \times h = \tau_w \times L$  به هم مربوطند که  $\Delta p$  افت فشار متوسط مجرا در طول  $L$  و  $h$  عرض مجرا است. بنابراین افزایش تنش برشی باعث افزایش افت فشار نیز خواهد شد. همچنین نتایج این پژوهش نشان می‌دهد مقادیر به دست آمده از شبیه سازی مستقیم زبری برای سرعت برشی بیشتر از مقادیر به دست آمده از فرمول تجربی (۱۷) است.

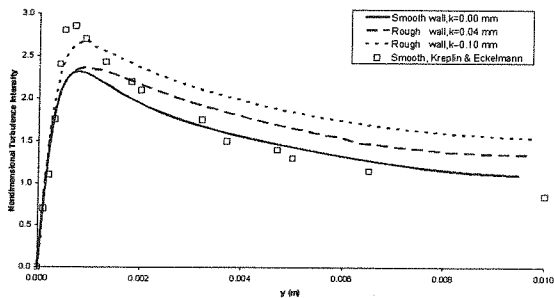
شکل (۴) پروفیل سرعت متوسط در جهت جریان را برای مجرا با زبری‌های مختلف جدار نشان می‌دهد. شکل (۴) نشان می‌دهد که زبری تاثیر زیادی بر پروفیل سرعت متوسط در جهت جریان خصوصا در نواحی دور از دیوار ندارد. داده‌هایی که با علامت لوزی توپر نشان داده شده‌اند، نتایج آزمایشگاهی به دست آمده به وسیله گاینه (Gayne) و احمدی [۷] برای مجرا با جدار صاف هستند. با توجه به شکل (۴) نتایج به دست آمده از این پژوهش تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهند. در شکل (۵) نیز پروفیل سرعت متوسط در جهت عمود بر جریان نشان داده شده است. همان گونه که در مقدمه نیز بیان شد در مطالعاتی که تاکنون بر روی زبری انجام شده است، به الگوی واقعی جریان نزدیک دیوار توجه نشده و صرفا برآیند و میانگین حاصل از آن مانند تنش برشی متوسط در نظر گرفته شده است. در این پژوهش با توجه به حل عددی جریان در نزدیک دیوار به الگوی جریان توجه شده است. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که اگرچه زبری تاثیر زیادی بر مولفه سرعت متوسط در جهت عمود بر جریان در نواحی دور از دیوار ندارد، ولی باعث تقویت مولفه سرعت متوسط عمود بر جهت جریان خصوصا در نواحی نزدیک به دیوار می‌شود. با افزایش زبری، مقدار مولفه سرعت متوسط در جهت عمود بر جریان در نزدیک دیوار، افزایش می‌یابد. تاثیر زبری بر مولفه‌های قائم سرعت متوسط در نواحی مرکزی جریان و دور از دیوار قابل صرف نظر کردن است.

هینز (Hinze) [۲] داده‌های آزمایشگاهی موجود برای جریان‌های لایه مرزی مغشوش بر روی سطوح صاف و زبر را جمع بندی کرده است. طبق نظر وی اگر چه زبری، سرعت برشی (تنش برش روی دیوار) را زیاد می‌کند؛ ولی تاثیر زیادی

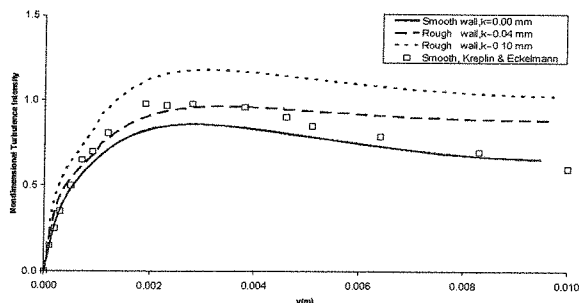
جدول (۱): نتایج به دست آمده برای سرعت برشی

شرایط جدار مجرا	سرعت برشی به دست آمده با استفاده از روش شبیه سازی مستقیم زبری	سرعت برشی به دست آمده از رابطه (۱۶) و (۱۷)
مجرا با جدار صاف $k=0.00$ mm	$U^*=0.330$	$U^*=0.312$
مجرا با زبری جدار $k=0.04$ mm	$U^*=0.420$	$U^*=0.320$
مجرا با زبری جدار $k=0.10$ mm	$U^*=0.455$	$U^*=0.332$

(۶) و (۷) نتایج آزمایشگاهی به دست آمده به وسیله کریپلین (Kreplin) و اکلمان (Eckelmann) [۱۸] برای مجرا با جدار صاف به وسیله مربع‌های توخالی نمایش داده شده‌اند.



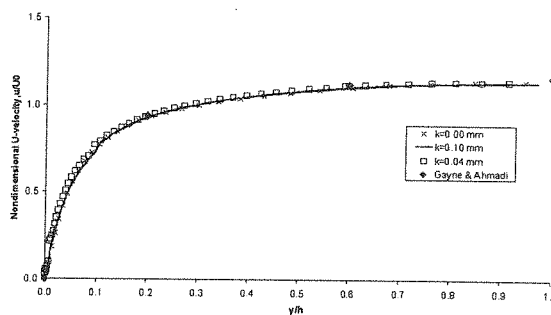
شکل (۶): مولفه نوسانی سرعت در جهت جریان برای مجرا با زبری‌های مختلف (در مقطع  $x=0.4$  m)



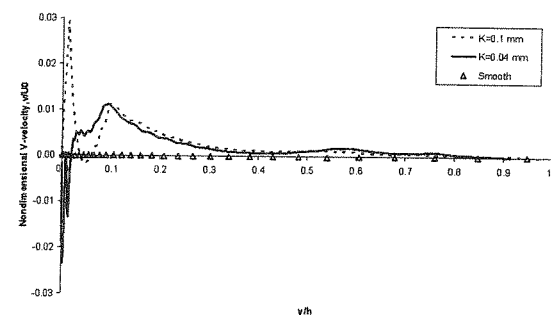
شکل (۷): مولفه نوسانی سرعت عمود بر جهت جریان برای مجرا با زبری‌های مختلف (در مقطع  $x=0.4$  m)

مشاهده می‌شود که نتایج به دست آمده از پژوهش اخیر با نتایج آزمایشگاهی همخوانی خوبی دارند و تنها در ناحیه کوچکی در نزدیک دیوار، مولفه‌های نوسانی سرعت در جهت جریان در این پژوهش تفاوت قابل ملاحظه‌ای با نتایج آزمایشگاهی کریپلین و اکلمان دارند. علل اختلاف در پایان این بخش بیان خواهند شد. شکل (۸) پروفیل سرعت در مقاطع مختلف در یک مجرا با زبری جدار  $k=0.1$  mm را نشان می‌دهد. با توجه به شکل و با بررسی‌هایی که روی گرادیان سرعت و فشار در مقاطع مختلف صورت گرفت و همچنین مراجعه به نتایج کارهای هی (He) و احمدی [۱۵] مشخص شد که عملاً از

بر روی پروفیل میانگین مربعات مولفه‌های نوسانی سرعت دور از دیوار ندارد. شکل (۶) نتایج حاصل از این پژوهش را برای مولفه نوسانی سرعت بی بعد (Turbulence Intensity) در جهت جریان (معادله (۱۵)) در مجرا با زبری‌های جدار متفاوت نشان می‌دهد. همان طور که از شکل مشخص است، زبری باعث افزایش مولفه نوسانی سرعت در جهت جریان می‌شود.

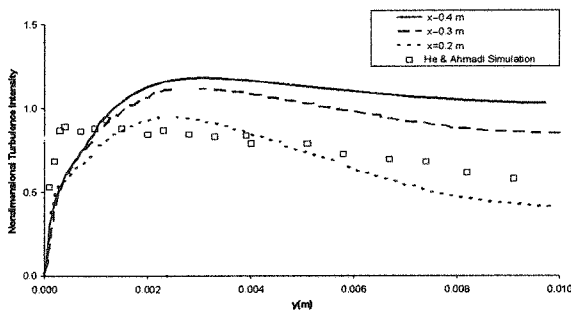


شکل (۴): پروفیل سرعت متوسط در جهت جریان برای مجرا با زبری‌های مختلف (در مقطع  $x=0.4$  m)



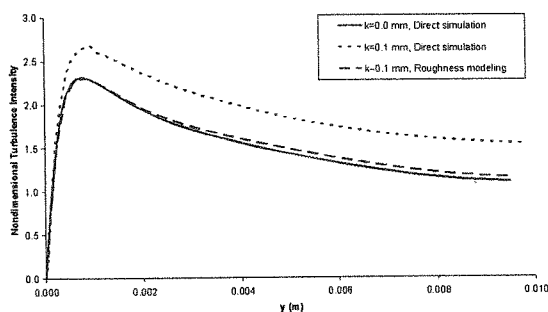
شکل (۵): پروفیل سرعت متوسط عمود بر جهت جریان برای مجرا با زبری‌های مختلف (در مقطع  $x=0.4$  m)

شکل (۷) نتایج حاصل برای مولفه نوسانی سرعت در جهت عمود بر جریان را نشان می‌دهد. با توجه به شکل، افزایش زبری جدار مجرا باعث افزایش مولفه‌های نوسانی سرعت در جهت عمود بر جریان خواهد شد. ذکر این نکته لازم است که نتایج حاصل نشان می‌دهد که تاثیر زبری بر مولفه‌های نوسانی سرعت عمود بر جریان بیش از مولفه‌های نوسانی سرعت در جهت جریان است. هر چند که برای نوسانات سرعت در جهت جریان نزدیک دیوار، زبری تاثیر کمتری دارد. در شکل

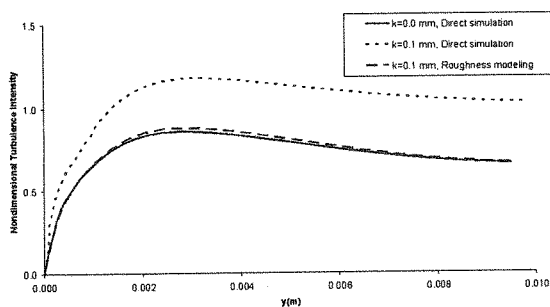


شکل (۱۰): مولفه نوسانی سرعت در جهت عمود بر جریان در مقاطع مختلف یک مجرا زبر ک=0.1 mm

همان طوری که قبلاً نیز بیان شد در این مطالعه زبری سطح به صورت مستقیم در تحلیل عددی دیده شده است. در روش‌های متعارف موجود، برای مطالعه زبری توابع دیوار مطابق معادله (۱۸) اصلاح می‌شوند. نتایج حاصل از دو روش برای مولفه‌های نوسانی سرعت در شکل‌های (۱۱) و (۱۲) آورده شده است.

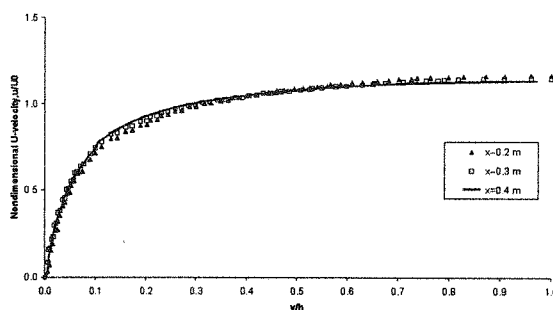


شکل (۱۱): مقایسه مولفه نوسانی سرعت در جهت جریان برای یک مجرا با زبری k=0.1mm به دست آمده از روش شبیه سازی مستقیم زبری و مدل سازی زبری (در مقطع x=0.4 m)



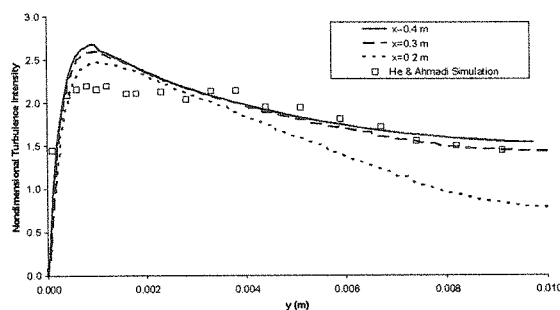
شکل (۱۲): مقایسه مولفه نوسانی سرعت در جهت عمود بر جریان برای یک مجرا با زبری k=0.1mm به دست آمده از روش شبیه سازی مستقیم زبری و مدل سازی زبری (در مقطع x=0.4 m) نتایج نشان می‌دهد مقادیر حاصل برای مولفه‌های نوسانی

مقطع x=0.2 m به بعد، جریان به مرحله توسعه یافته (Fully Developed) رسیده است.



شکل (۸): پروفیل سرعت در مقاطع مختلف یک مجرا با زبری جدار k=0.1 mm

در شکل‌های (۹) و (۱۰) نیز مولفه‌های نوسانی سرعت در مقاطع مختلف یک مجرا نشان داده شده است. مجرای مورد استفاده دارای زبری متوسط k=0.1 mm دارد. با توجه به شکل‌ها مشخص می‌شود که هر چه جریان به مرحله توسعه یافته نزدیک‌تر می‌شود، مقدار مولفه‌های نوسانی سرعت در جهت جریان و در جهت عمود بر جریان افزایش می‌یابد.



شکل (۹): مولفه نوسانی سرعت در جهت جریان در مقاطع مختلف یک مجرا زبر k=0.1mm

در شکل‌های (۹) و (۱۰) داده‌هایی که با علامت مربع توخالی نشان داده شده‌اند، به وسیله هی و احمدی [۱۵] برای مجرا با جدارهای صاف شبیه سازی شده‌اند. آنها با در نظر گرفتن ۱۰۰۰ المان سیال در نقاط مختلف و استفاده از مدل اغتشاش سفید فیلتری پیوسته (CFWN) این نتایج را به دست آورده‌اند. نتایج هی و احمدی نشان می‌دهد که اگرچه ابعاد مجرای مورد مطالعه آنها با مجرای مورد استفاده در این پژوهش یکسان است، ولی به دلیل صاف بودن جدار آن، جریان هنوز به مرحله توسعه یافته کامل نرسیده است.



برشی متوسط روی دیوار به دست آمده از این پژوهش کمی بیشتر از نتایج به دست آمده از طریق فرمول‌های تجربی است.

## ۱- مراجع

- [۱] Cebeci, T.; Bradshaw, P.; *Momentum Transfer in boundary layers*, Hemisphere Publishing Corporation, 1977.
- [۲] Chen, C-J.; Jaw, Sh-Y.; *Fundamentals of turbulence modeling*, Taylor & Francis, 1998.
- [۳] Hinze, J.O.; *Turbulence*, 2nd ed., McGraw-Hill, 1975.
- [۴] Patankar, S.V.; *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere Publishing Corporation, 1990.
- [۵] Rodi, W.; *Turbulent models and their applications in hydraulics*, IAHR, Delft, 1984.
- [۶] White, F.M.; *Fluid Mechanics*, McGraw-Hill, 1986.
- [۷] Gayne, J.C.; Ahmadi, G.; *Experimental investigation of particle deposition and effect of rebound in a turbulent channel flow*, Report No. MAE-332, Clarkson University, Potsdam, NY, 1998.
- [۸] Moore, W.L.; *Ph.D. Thesis*, State University, Iowa, 1951.
- [۹] Bergstrom, D.J.; Kotey, N.A.; Tachie, M.F.; "The effects of surface roughness on the mean velocity profile in a turbulent boundary layer", *J. Fluids Engineering*, 124, 664-670, 2002.
- [۱۰] Browne L.W.B.; "Deposition of particles on rough surfaces during turbulent gas-flow in a pipe", *Atmos. Envir.* 8, 801-816, 1974.
- [۱۱] Daly, J.B.; Harlow, F.H.; "Transport Equations in Turbulence", *Phys. Fluids*, 13 2634-2649, 1970.
- [۱۲] Durbin, P.A.; Medic, G.; Seo, J. M.; Eaton J.K.; Song, S.; "Rough wall modification of two-layer  $k-\epsilon$ ", *J. Fluids Engineering*, 123, 1621, 2001.
- [۱۳] Fan, F-G.; Ahmadi, G.; "A sublayer model for turbulent deposition of particles in vertical ducts with smooth and rough surfaces", *J. Aerosol Sci.* 24, 45-64, 1993.
- [۱۴] Grass, A.J.; "Structural features of turbulent flow over smooth and rough boundaries", *J. Fluid Mech.* 50 233-255, 1971.
- [۱۵] He, Ch.; Ahmadi, G.; "Particle deposition in a nearly developed turbulent duct flow with electrohoresis", *J. Aerosol Sci.* 30, 739-758, 1998.
- [۱۶] Kim, J.; Moin, P.; Moser, R.; "Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number", *J. Fluid Mech.* 177, 133-166, 1987.
- [۱۷] Kline, S.J.; Reynolds, W.C.; Schraub, F.A.; Runstadler, P.W.; "The structure of turbulent boundary layers", *J. Fluid Mech.* 30, 741-773,

سرعت با استفاده از مدل‌سازی زبری برابر با مقادیر به دست آمده برای سطح صاف است در حالی که مقادیر مولفه‌های نوسانی به دست آمده از روش شبیه سازی مستقیم برای سطح زبر بیشتر از مقادیر سطح صاف است.

همان طوری که دیده شد، نتایج به دست آمده از این پژوهش در بیشتر موارد با نتایج تجربی دیگران همخوانی دارد؛ ولی در موارد اندکی با آنها اختلاف دارد که علل اختلاف ناشی از عوامل زیر است:

- همیشه مدل‌های جریان آشفته (مانند RSTM که در این پژوهش استفاده شد) خطا دارند. با استفاده از DNS می توان خطاهای ناشی از مدل‌سازی را تقلیل داد. مدل Enhanced Wall Treatment نیز برای دیوار زبر دقت مورد نظر را ندارد.
- مدل CFWN که تا حدی ایزوتوپ بودن مولفه‌های نوسانی در آن وجود دارد، یک عامل دیگر در بروز خطاست؛ البته باید ذکر کرد که این خطاها در حد قابل قبول است.

## ۹- نتیجه گیری و جمع بندی

نتایج حاصل از این پژوهش به صورت زیر قابل ارائه و جمع بندی است:

- زبری، تاثیر چندانی بر میدان سرعت متوسط در جهت جریان خصوصاً در نواحی دور از دیوار ندارد.
- تاثیر زبری بر روی سرعت متوسط در جهت عمود بر جریان قابل ملاحظه است. این تاثیرات در نزدیک دیوار کاملاً مشهود است و با افزایش زبری، میزان سرعت در جهت عمود بر جریان افزایش می‌یابد حال آنکه در مجرای صاف در جهت عمود بر جریان مولفه سرعت متوسط صفر است.
- مولفه‌های نوسانی سرعت نیز تابع میزان زبری سطح هستند. بدین معنا که با افزایش زبری، دامنه مولفه‌های نوسانی سرعت نیز افزایش می‌یابند. تاثیر زبری بر روی مولفه‌های نوسانی سرعت در جهت عمود بر دیوار خیلی بیشتر از مولفه‌های نوسانی سرعت در جهت جریان است.
- در روش‌های سنتی موجود، برای بررسی اثرات زبری از مدل‌سازی زبری استفاده می‌شود؛ ولی در این مطالعه زبری سطح به صورت مستقیم در تحلیل عددی دیده شده و از زبری‌های مثلثی شکل استفاده شده است. نتایج حاصل از این پژوهش نشان می‌دهد که استفاده از مدل‌سازی زبری نتایج خوبی در بخش میدان جریان ارائه نمی‌کند و نتایج به دست آمده از این روش مشابه نتایج به دست آمده برای مجرای صاف می‌باشد.
- زبری باعث افزایش تنش برشی بر روی دیوار می‌شود و افت فشار در مجرا با افزایش زبری، افزایش می‌یابد. مقدار تنش

- Kreplin, H.P.; Eckelmann, H.; "Behavior of the three fluctuating velocity components in the wall region of a turbulent channel flow", Phys. Fluids. 22, 1233-1239 1979. [۱۸]
- Lauder, B.E.; Reece, G.J.; Rodi, W.; "Progress in the development of a Reynolds-stress turbulent closure", J. Fluid Mech. 68 part 3, 537-566, 1975. [۱۹]
- Li, A.; Ahmadi, G.; "Computer simulation of deposition of aerosols in a turbulent channel flow with rough walls", Aerosol Sci. and Technology. 18, 11-24 1993. [۲۰]
- Ounis, H.; Ahmadi, G.; McLaughlin, J.B.; "Dispersion and deposition of Brownian particles from point sources in a simulated turbulent channel flow", J. Colloid Interface Sci. 147, 233-250, 1991. [۲۱]
- Perry, A.E.; Schofield, W.H.; Joubert, P.N.; "Rough wall turbulent boundary layers", J. Fluid Mech. 37 383-413, 1969. [۲۲]
- Pimentel, L.C.G.; Cotta, R.M.; Kakac, S.; "Fully developed turbulent flow in ducts with symmetric and asymmetric rough walls", J. Chem. Eng. 74, 147-153, 1999. [۲۳]
- Rotta, J.C.; "Turbulent boundary layers in incompressible flow", Progress in Aeronautical Sci., Vol.2, p.75 Macmillan, New York, 1962. [۲۴]
- Schraub, F.A.; Kline, S.J.; Henry, J.; Runstadler, P.W.; Littell, A.; "Use of hydrogen bubbles for qualitative determination of time-dependent velocity field in low-speed water flows", Trans. ASME (Ser D) 87 429-444, 1965. [۲۵]

## ۱۱- زیر نویس

### <sup>1</sup>WALL FUNCTION