

# مجموعه‌های فازی روشی برای انتخاب منطقه برتر در اکتشاف بوکسیت

عبدالله صدری<sup>i</sup>؛ حمید موسی‌زاده<sup>ii</sup>

چکیده

آغاز و گسترش منطق فازی، اصولاً با اهداف کاربردی همراه بوده است. با گذشت بیش از سه دهه از ابداع نظریه مجموعه‌های فازی، این شاخه از علم کاربرد متعدد و متعددی یافته است. بکارگیری این نظریه در تصمیم‌گیری گزینه‌های چند معیاره یکی از کاربردهای آن است. تصمیم‌گیری برای تعیین اولویت مناطق بوکسیت به منظور ادامه مطالعات اکتشافی آن از طریق ارزیابی اطلاعات موجود با بکارگیری نظریه مجموعه‌های فازی صورت گرفت. بیست منطقه بوکسیتی، که اطلاعات آنها به دلیل همسنگ نبودن دقت متفاوتی دارند، با این روش ارزیابی شد. معیارهای تأثیرگذار مشترک به صورت میزان ذخیره، کیفیت ماده معدنی، نسبت باطله برداری جنس سنگ‌های پوشاننده ماده معدنی، میزان سهولت دسترسی به مناطق و مسافت هر منطقه تا کارخانه تولید آلومینا انتخاب شد. تابع تصمیم و عملگرهای مناسب همراه با توابع عضویت هر یک از معیارها مشخص و در نهایت مطلوبیت هر گزینه با ارزش فازی آن تعیین شد. عدد به دست آمده ملاک ارجحیت مناطق نسبت به یکدیگر قرار گرفت.

## کلمات کلیدی

اکتشاف، بوکسیت، تابع عضویت، عدد فازی، درخت تصمیم، تصمیم‌گیری، فازی، نظریه مجموعه‌ها

## *Application of fuzzy set theory in exploration of promised Bauxite deposits*

A.Sadri; H.Mosazadeh

### ABSTRACT

The main object of invention and further development of fuzzy set theory was its applicability to solve the decision making problems. Three decades after its invention, it is applied in various subjects. Application of this theory in multi criteria decision making is one of them. In this study we use this technique to evaluate various Bauxite deposits. In order to determine the priority order of twenty different Bauxite deposits for further exploration, this theory was applied. This had to be done because the data obtained about these deposits were not at the same accuracy level. Ore Reserve, Bauxite Quality, Stripping Ratio, Type of Overburden, Road Accessibility and the Market Distance were the selected common influential criteria. Decision Making Function and appropriate operators together with Membership Function of each of the selected criteria were determined and finally the desirability degrees of the possible alternatives were determined, using their appropriate Fuzzy Values. The obtained fuzzy values were used as the priority indicates for establishment of priority list of the studied Bauxite deposits.

### KEYWORDS

Exploration, Bauxite, Membership Function, Fuzzy Value, Decision Making Tree

<sup>i</sup> عضو هیأت علمی دانشکده معدن دانشگاه صنعتی امیرکبیر [asadri@aut.ac.ir](mailto:asadri@aut.ac.ir)

<sup>ii</sup> کارشناس ارشد مهندسی اکتشاف معدن، شرکت مهندسین مشاور کان آذین: [Hamid\\_mosazadeh@yahoo.co.uk](mailto:Hamid_mosazadeh@yahoo.co.uk)

## ۱- مقدمه

بندی این گزینه‌ها می‌باشد. اطلاعات در روش موردنظر زبانی و کیفی است.

برای تبدیل این اطلاعات به صورت عددی و صریح از فرآیند فازی استفاده شده و در نهایت مطلوبیت گزینه‌ها با عددفازی بیان می‌شود. برای نیل به چنین مقصودی گام‌های زیر برداشته شده است [۲] :

- انتخاب معیارهای پایه و ملاک ارزشی آنها
- تشکیل درخت تصمیم
- گزینش عملگرها
- ارائه توابع عضویت
- محاسبه میزان مطلوبیت هرگزینه

## ۳- مناطق بوکسیتی

در مجاورت یکی از معادن بوکسیت در ایران، کارخانه تولید آلومینیا احداث شده است. برای تأمین بار اولیه این کارخانه علاوه بر معدن موردنظر به متابع بوکسیت دیگری نیاز است. طرح تولید ماده اولیه بوکسیت در نظر دارد از بین ذخایری که قبلاً شناسایی شده است مناسب ترین ذخایر را برای اکتشاف بیشتر و در نهایت بهره‌برداری از آن انتخاب کند. کلیه ذخایر شناسایی شده بر اساس حداقل عیار اقتصادی، ارزیابی و از بین آنها ۲۰ منطقه که ملاک مورد نظر را دارا بودند، برگزیده شدند. این مناطق با شماره‌های ۱ الی ۲۰ در جدول (۱) معرفی شده است. بررسی اولیه اطلاعات، گویای نادقيق و ناکافی بودن اطلاعات مناطق مختلف است. با در نظر گرفتن این اصل که ناهمگنی در اطلاعات را می‌توان به عنوان تقریبی بودن آن تلقی کرد، تصمیم بر آن شد تا بتوان به موازات روش‌های مرسوم، از منطقه فازی نیز برای مطالعات استفاده شود. برای این منظور به اطلاعات عواملی نیاز بود که هر یک در هزینه‌های تولید ماده معدنی نقش اساسی دارند. بنابر این از گزارش‌ها و نقشه‌های هر منطقه اطلاعاتی مانند ضخامت، گسترش، کیفیت ماده معدنی و سنگ‌های در برگیرنده، نحوه دسترسی به سنگ معدن برای استخراج و همچنین فاصله مناطق نسبت به کارخانه تولید آلومینیا، جمع‌آوری شد. ذخیره کاسنار از اطلاعات موجود برای تعیین ذخیره عمق کم، ۲۰ متر در این مرحله برآورد شد و در نهایت کلیه داده‌ها در جدول شماره یک جمع‌آوری شد [۱].

منطق، علم روش‌ها و اصول استدلال تعریف شده است. منطق کلاسیک، که بیرینگی آن به دوره ارسطو باز می‌گردد، تنها با مفاهیم و استدلال‌های دقیق سروکار دارد. انسان در زندگی روزمره، تصمیمات خود را براساس استدلال‌هایی اتخاذ می‌کند که بذریت دقیق دارد که بتوان آنها را در چارچوب منطق کلاسیک ارزیابی کرد. در این روش‌ها مکرر از مفاهیم نادقيق تقریبی استفاده می‌شود. در چند دهه اخیر با ارائه منطق فازی توسعه داشتمد ایرانی ابزار مناسب این گونه استدلال‌ها فراهم آمده است [۲].

در تصمیم گیری مهندسی متداول‌ترین راه کار برای مقایسه گزینه‌های مختلف، بکارگیری روش‌های اقتصادی است. معیارهای مختلف و موثر در تصمیم که با یکدیگر همسنگ نمی‌باشند، به واحدی یکسان، قیمت یا هزینه، تبدیل شده و گزینه مناسب انتخاب می‌شود. زمانی که متغیرهای سیستم، ارزش‌های مختلفی داشته باشند که تبدیل آنها به قیمت یا هزینه امکان نداشته باشد، استفاده از روش‌های چند معیاره مناسب است. در هر فرآیند تصمیم گیری، می‌توان متغیرهای مختلفی را یافت که اعتبار آنها برای گزاره‌ها یا مجموعه‌های دقیق تعریف نشده باشد. بنابراین به ناچار باید آنها را به متغیرهای زبانی تبدیل کرد. نظریه فازی ابزار بسیار جالبی برای بیان عدم قطعیت ناشی از اطلاعات مبهم، نادقيق و ناکافی است. برخی از اطلاعات مربوط به یک موضوع خاص ممکن است از قضایت شخص خبره ناشی شود. یکی از روش‌های رایج برای بیان اطلاعات، زبان طبیعی است. اگرچه زبان طبیعی نادقيق و مبهم می‌باشد، ولی یکی از قدرتمندترین ابزارها برای بیان اطلاعات و ارتباطات است [۴].

دقت بیشتر در مسایل مهندسی مستلزم صرف هزینه زیاد است، به طوری که در برخی موارد می‌توان در سطح دقت مورد نظر با صرف هزینه اندک و بکارگیری اطلاعات زبانی و قضایت‌های شخصی که به وسیله نظریه فازی بیان می‌شوند با دقت مناسبی تصمیم گیری نمود [۵]. در این مقاله تلاش شده است تا از نظریه مجموعه‌ها برای تصمیم در انتخاب منطقه مناسب بوکسیت کشور استفاده شود.

## ۴- روش شناختی

روش تصمیم گیری با معیارهای چندگانه شامل مجموعه‌ای از معیارها و گزینه‌های است. هدف تصمیم گیری، ترکیب مناسب داده‌ها با استفاده از ارتباط آنها به یکدیگر و در نهایت رتبه

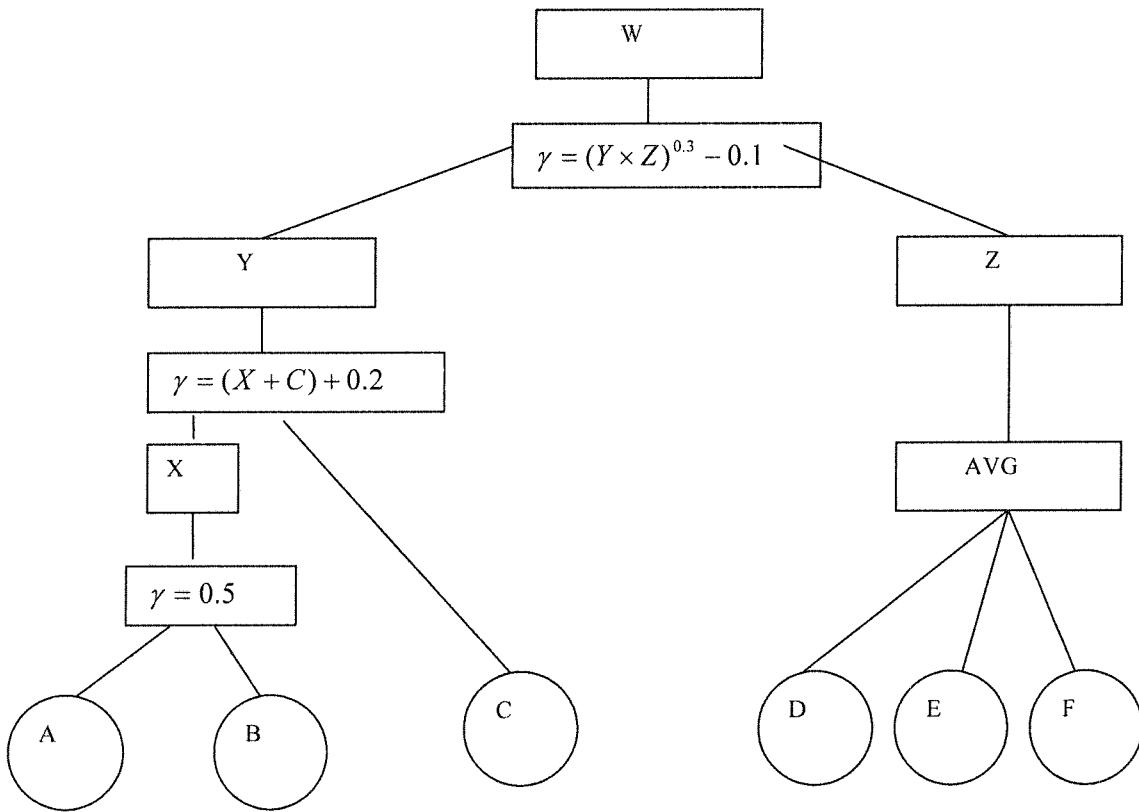
جدول (۱): معیارها و ارزش مقایسه‌ای مناطق مختلف بوکسیت

منطقه	آلومنیا	یک تن	هزینه تولید	ذخیره (تن)	کیفیت ماده معدنی(درصد)	$SiO_2$	$Al_2O_3$	مسافت (کیلومتر)	(مترمکعب بر تن)	W/o	جنس کمر بالا	راه دسترسی	گروه
													گروه
1	246726	1	1	100463	11.4	43.37	35	3.72	4	جنس کمر بالا	راه دسترسی	4	
2	257453	2	2	65979	11.28	47.28	235	1.86	4	جنس کمر بالا	راه دسترسی	4	
3	314661	3	3	83361	8.46	46.98	915	1.35	3	جنس کمر بالا	راه دسترسی	3	
4	323649	4	3	40976	8.65	45.92	930	0.7	3	جنس کمر بالا	راه دسترسی	3	
5	324253	5	2	18651	7.16	47.13	995	0.44	2	جنس کمر بالا	راه دسترسی	2	
6	333883	6	3	385753	8.98	47.2	935	1.32	3	جنس کمر بالا	راه دسترسی	3	
7	344479	7	3	87111	10.58	46.22	935	0.68	3	جنس کمر بالا	راه دسترسی	3	
8	360489	8	1	45761	12.33	46.58	705	2.27	1	جنس کمر بالا	راه دسترسی	1	
9	361771	9	3	72015	10.7	44.13	945	0.6	3	جنس کمر بالا	راه دسترسی	3	
10	366900	10	3	33346	6.7	48.5	1310	0.57	3	جنس کمر بالا	راه دسترسی	3	
11	370392	11	1	537497	7.18	43.97	835	2.7	1	جنس کمر بالا	راه دسترسی	1	
12	357882	12	2	59565	9.99	47.68	1002	1.67	2	جنس کمر بالا	راه دسترسی	2	
13	383968	13	2	141778	10.11	45.43	415	5.37	2	جنس کمر بالا	راه دسترسی	2	
14	389303	14	3	31403	7.43	44.58	980	2.58	3	جنس کمر بالا	راه دسترسی	3	
15	408096	15	2	75341	6.74	51.25	1002	5.05	2	جنس کمر بالا	راه دسترسی	2	
16	410676	16	2	5476	10.13	44.15	950	2.43	2	جنس کمر بالا	راه دسترسی	2	
17	415760	17	3	22494	8.46	45.72	990	2.59	3	جنس کمر بالا	راه دسترسی	3	
18	442065	18	1	299207	6.93	45.99	1275	2.53	1	جنس کمر بالا	راه دسترسی	1	
19	475632	19	3	87428	9.84	46.77	1310	2.42	3	جنس کمر بالا	راه دسترسی	3	
20	492917	20	3	432765	11.8	44.29	1315	1.47	3	جنس کمر بالا	راه دسترسی	3	

تصمیم‌گیری انتخاب شد. این معیارها شامل ذخیره، کیفیت ماده معدنی (درصد اکسید آلومنیوم و اکسید سیلیسیوم) فاصله منطقه تا کارخانه تولید آلومنیا (مسافت)، نسبت باطله‌برداری (W/O) جنس کمر بالا و راه دسترسی به ذخیره در هر منطقه است. برای ارزیابی، چهار معیار اول به صورت عددی و دو معیار آخر، یعنی جنس کمر بالا و دسترسی به صورت زبانی و کیفی بیان شده است. رتبه‌های اختصاص یافته به معیارهای کیفی دارای ملاک‌هایی است که به آنها اشاره می‌شود:

**4- ارزیابی اطلاعات**  
ارزیابی اطلاعات هر منطقه بر اساس گام‌های مشخص شده در روش شناختی عمل شد.

**4-1- انتخاب معیارهای پایه و ارزش آنها**  
با توجه به اطلاعات موجود شش معیار اساسی برای



شکل (۱): درخت تصمیم برای انتخاب گزینه های بوکسیت

- گروه اول (۱) : راه دسترسی سهل - راه ایجاد شده از شیل (سنگ نرم) می‌گذرد و مسیر کوتاه است.
- گروه دوم (۲) : راه دسترسی نسبتاً سهل - راه از شیل عبور می‌کند و مسیر طولانی است.
- گروه سوم (۳) : راه دسترسی نسبتاً مشکل - راه در آهک (سنگ سخت) ایجاد می‌شود اما مسیر کوتاه است.
- گروه چهارم (۴) : راه دسترسی مشکل - راه دسترسی از آهک می‌گذرد و مسیر طولانی است.  
یادآور می‌شود که مسیرهای طولانی حداقل ۵۰۰ متر طول داشته و طول مسیر کوتاه، کمتر از ۱۰۰ متر است.

#### ۴-۲- درخت تصمیم

درخت تصمیم شامل پیشامدهای متغیر و گیت‌های منطقی است که با پیشامدهای مختلف به هم متصل می‌شوند. به طور کلی، درخت توالی یک نمودار رابطه‌ای درخت مانندی است که منطق علت و معلول یا رابطه‌های ژنتیکی در مقابل پیشامدهای مختلف در یک سیستم را به صورت پیشامد توصیف می‌کند. پیشامد بالایی به عنوان ریشه در نظر گرفته می‌شود که تنها از طریق ریشه رشد می‌کند و بعد از تنها شاخه قرار دارند. تنها و شاخه‌ها به طور معمول پیشامدهای میانی نامیده می‌شوند. بعد از شاخه‌ها، برگ‌ها قرار دارند که پیشامدهای پایه نامیده می‌شوند. این سیستم به

#### ۴-۱- معیار جنس کمر بالا

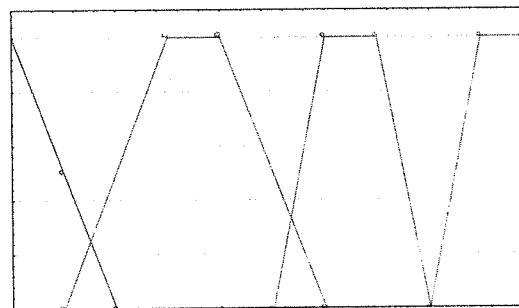
بوکسیت در تمامی مناطقی که یافت می‌شود، شبیدار بوده و برای استخراج ذخیره قابل بهره‌برداری می‌باشد تنها کمر بالای آن برداشت گردد. با توجه به نوع سنگ‌های پوشاننده ماده معدنی در مناطق مختلف و بر حسب نیاز به آتشباری، چهار گروه سنگ از یکدیگر تقسیک شده است. اعداد مذکور در جدول (۱) به هر یک از گروه‌هایی که در زیر به آن اشاره می‌شود اختصاص دارد:

- گروه اول (۱) : کمر بالا سخت - آتشباری کامل
- گروه دوم (۲) : کمر بالا نیمه سخت - آتشباری متوسط
- گروه سوم (۳) : کمر بالا نیمه سخت - آتشباری کم
- گروه چهارم (۴) : کمر بالا نرم - بدون آتشباری

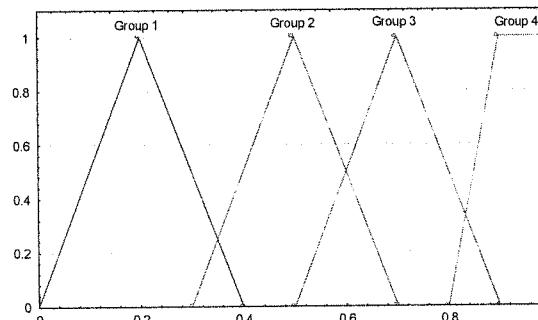
#### ۴-۲- راه دسترسی

برای استخراج بوکسیت به ایجاد راه دسترسی نیاز است. میزان سهولت دستیابی به ماده معدنی با نوع سنگ‌هایی که جاده از آن عبور می‌کند، فاصله تا دپوی مواد و طول راه مورد نیاز مشخص می‌شود. مشخصات راه دسترسی به صورت تقسیم‌بندی زیر انجام شده است. هر یک از رتبه‌های آمده در جدول (۱) معرف یکی از گروه‌های چهارگانه زیر است:

نسبت باطله برداری تابع نمایی و برای معیار مسافت از تابع خطی استفاده شده است که مشخصات آن در جدول(۲) آمده است. تابع عضویت فازی برای معیار جنس کمر بالا مطابق شکل(۲) و برای راه دسترسی در شکل(۳) آورده شده است.



شکل(۲): تابع عضویت جنس کمر بالا



شکل(۳): تابع عضویت راه دسترسی

با استفاده از توابع تعریف شده، اطلاعات مربوط به هر معیار، به ارزش‌های عددی تبدیل شده که مقادیر آن در جدول (۳) آمده است. با اعمال عملگرهای انتخاب شده در شکل(۱) ارزش عددی هر گزینه محاسبه می‌شود. این ارزش ملاک رتبه‌بندی است که الویت‌های هر منطقه را نسبت به مناطق دیگر مشخص می‌کند. جدول(۳) که بر اساس عددی فازی مرتب شده است الویت مناطق نسبت به یکدیگر را نشان می‌دهد.

## ۵- بررسی‌های اقتصادی

هزینه تولید هر تن آلومینا در بررسی‌های اقتصادی کانسارها برآورد شده، و نتیجه آن در جدول(۱) اعمال شده است. ترتیب مناطق در جدول(۱) اولویت اقتصادی آنها را نسبت به هم نشان می‌دهند.

خاطر شکل درختی آن درخت تصمیم نامیده می‌شود.

معیارهای پایه به ترتیب با حروف A تا F مشخص شده و با عملگرهای مناسب آن در شکل(۱) نشان داده شده است. برای عملیات نمودار درختی عملگرهای توابع تصمیم به صورت گاما (۶)، یا متوسط هندسی (AND) در نظر گرفته شده است. شکل(۱) درخت تصمیم برای انتخاب گزینه‌های بوکسیت را نشان می‌دهد.

## ۴-۳- توابع عضویت

یکی از مباحث مهم در نظریه مجموعه‌های فازی تشکیل یا تعریف توابع عضویت است. به دلیل اینکه تمامی عملیات ریاضی مجموعه‌های فازی بر روی تابع عضویت صورت می‌گیرد، می‌توان گفت که اغلب مفاهیم مجموعه‌های فازی در تابع عضویت خلاصه می‌شود. تعیین تابع عضویت یک مقوله حسی و تجربی است. به دلیل اینکه نظریه مجموعه‌های فازی هم دارای مفهوم عینی و هم مفهوم ذهنی است، درجات تابع عضویت هم بر اساس داوری‌های شخصی و هم مشاهدات عینی و عملی صورت می‌گیرد. مفاهیم وجود دارند که جنبه‌های ذهنی آنها مدنظر است، در نتیجه تشکیل تابع عضویت این مجموعه‌ها با توجه به درک افراد از این مفاهیم و نوع استفاده از آنها متفاوت است. در مقابل مفاهیم وجود

نام معیار	فرم کلی تابع	پارامترهای تابع
ذخیره	$\gamma = e^{-\beta(x-u)^2}$	$x = \text{Ton}$ $\alpha = 800 * 10^3$ $\beta = 2.8 * 10^{12}$
کیفیت	$Z = e^{-\beta(y/10x-u)^2}$	$x = SiO_2\%$ $\alpha = 1$ $\beta = 2.772$
نسبت باطله برداری	$Y = e^{-\beta x}$	$y = Al_2O_3\%$ $\alpha = 0.231$
مسافت حمل	$Y = \alpha \cdot x + \beta$	$\beta = 1$ $\alpha = -1/1500$ مسافت
دارند که جنبه شخصی و ذهنی در آنها کمرنگ است و تابع عضویت بر اساس مشاهدات و تطبیقات عینی صورت می‌گیرد. البته در این موارد نیز		
جدول (۲): توابع عضویت معیارها		

ممکن است قضاوت افراد مختلف درباره میزان تطبیق متفاوت باشد ولی در هر صورت آنچه اصلی و اساسی است و به آن تکیه می‌شود شرایط عینی این مفاهیم می‌باشد [۲] برای همسان سازی اطلاعات و کمی نمودن آنها از شش تابع عضویت استفاده شده است. چهار تابع به صورت ریاضی و دو تابع دیگر زبانی است. برای معیارهای ذخیره و کیفیت، تابع گوسی،

جدول (۳): ارزش فازی معیارها و اولویت بندی گزینه ها بر اساس اعداد فازی

اولویت اقتصادی	اولویت فازی	ذخیره	کیفیت	مسافت	W/O	جنس کمربالا	راه دسترسی	عدد فازی
1	1	0.25	0.34	0.97	0.42	0.91	0.91	0.57
2	2	0.22	0.39	0.84	0.65	0.91	0.58	0.55
6	3	0.61	0.53	0.37	0.73	0.72	0.58	0.52
4	4	0.19	0.54	0.38	0.85	0.72	0.58	0.50
14	5	0.19	0.64	0.34	0.51	0.72	0.91	0.50
7	6	0.24	0.41	0.37	0.85	0.72	0.58	0.50
9	7	0.22	0.38	0.37	0.87	0.72	0.58	0.50
3	8	0.23	0.57	0.39	0.73	0.72	0.58	0.49
13	9	0.29	0.43	0.72	0.28	0.50	0.91	0.49
10	10	0.19	0.80	0.12	0.87	0.72	0.43	0.47
5	11	0.18	0.72	0.33	0.90	0.50	0.42	0.47
20	12	0.68	0.34	0.12	0.71	0.72	0.42	0.46
12	13	0.21	0.46	0.33	0.67	0.50	0.58	0.45
19	14	0.24	0.46	0.12	0.57	0.72	0.58	0.45
17	15	0.18	0.55	0.34	0.54	0.50	0.58	0.44
15	16	0.22	0.85	0.33	0.31	0.50	0.58	0.42
11	17	0.82	0.65	0.44	0.53	0.14	0.20	0.43
8	18	0.20	0.34	0.53	0.59	0.14	0.42	0.40
18	19	0.49	0.73	0.15	0.55	0.14	0.20	0.38
16	20	0.17	0.41	0.36	0.57	0.50	0.58	0.13

## ۷- نتیجه‌گیری

## ۶- بحث

در تصمیم گیری های چند متغیره، که متغیرها از ارزش عددی برخوردار نمی باشند و در واقع متغیرهای کیفی و زبانی و در نهایت نا دقیق و مبهم هستند، استفاده از روش های مقایسه ای اقتصادی برای تصمیم گیری مناسب و کارا نیست. استفاده از نظریه فازی به عنوان یک ابزار مناسب به منظور تبدیل مفاهیم و متغیرهای زبانی و کیفی به ارزش های عددی در این گونه مسایل می تواند بسیار مفید و ارزشمند باشد. بررسی های انجام شده نشان می دهد که نظرات شخص خبره در تصمیم گیری را می توان به راحتی در هنگام تشکیل درخت تصمیم و یا در تعریف توابع عضویت دخالت داد و از این طریق از یک سیستم هوشمند برای تصمیم گیری بهره برد. نتایج به دست آمده در این تحقیق نشان می دهد که اولویت بندی مناطق با استفاده از روش نظریه فازی منطقی تر و با واقعیت

مقایسه جداول (۱) و (۳) گویای تفاوت در ارزیابی دو روش اقتصادی و فازی است. ملاحظه می شود که مناطق (۱) و (۲) به دلیل نزدیکی به محل کارخانه در هر دو ارزیابی اولویت های نخستین بررسی را به خود اختصاص داده است. بررسی نشان می دهد که منطقه ۱۶ در ارزیابی اقتصادی دارای اولویت فازی اولویت آخر را کسب کرده است. منطقه ۱۴ از اولویت شانزدهم است در حالی که به دلیل داشتن ذخیره کم در روش فازی اولویت آن را کسب کرده است. منطقه ۸ از اولویت چهاردهم به پنجم انتقال یافته است. علت آن را می توان نسبت باتله برداری کم آن دانست. در جابجایی اولویت های اقتصادی ذخایر ۵ و ۸ می توان به میزان ذخیره کم آنها اشاره کرد. دیگر مناطق تغییرات فاحشی در ترتیب خود نداشته اند.

سازگارتر است.

## ۸- پیشنهادها

روش به کار گرفته شده برای ارزیابی عملیات اکتشافی، اولین قدم در نوع خود است و مسلمانًا خالی از اشکال نیست. اگر علاقمندی در به کارگیری این چنین روش‌ها، برای ارزیابی

## مراجع

- [۱] صدری ، عبدالله، اولویت‌های منابع معدنی بوکسیت کشور، مهندسین مشاور کان آذین، ۱۳۷۷.
- [۲] طاهری ، سید محمود، آشنایی با نظریه مجموعه‌های فازی، انتشارات جهاد دانشگاهی دانشگاه مشهد، ۱۳۷۵.
- [۳] موسی‌زاده، حمید، ارزیابی منابع اورانیوم به روش نظریه مجموعه‌های فازی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۱۳۷۸.
- [۴] M.Adamo, *Fuzzy decision tree*, IEEE, FFS 42:207-219,1998
- [۵] Ross J. Timothy, "Fuzzy logic with Engineering application", Mc Graw-Hill, Inc. 1997.
- [۶] Zimmerman H. "Fuzzy set theory and it's application", Kluwer publisher. Dordresht, Germany 1991.