

فلاتر صفحات ساخته شده از مواد مرکب با تکیه گاه های الاستیک

جلیل رضائی پژندⁱ، جلیل اسماعیلیⁱⁱ

چکیده

در این مقاله مشخصه فلاتر صفحات تخت ماده مرکب چند لایه که خواصی معادل صفحات ارتوتروپیک دارند با تکیه گاه الاستیک مورد بررسی قرار گرفته است. تکیه گاه الاستیک با فنرهای پیچشی (q_x, q_y) مدل شده اند. صفحه تحت تاثیر جریان فراصوتی سیال قرار دارد و در محل تکیه گاههای الاستیک تحت نیروهای داخل صفحه N_x, N_y قرار دارد. تحلیل حاضر برای صفحاتی با شرایط تکیه گاهی ساده ($q_x = q_y = 0$)، گیردار ($q_x = \infty$) و یا بین این دو حالت ($q_x \neq 0, q_y \neq 0$) صادق است. در سازه های هوافضا شرایط مرزی المانهای سازه ای پوسته خارجی سازه به حالت ($q_x \neq 0, q_y \neq 0$) است. از این رو به دست آوردن مشخصه فلاتر برای این حالت بسیار مهم است. معادله فرکانسی ناشی از حل تحلیلی صفحه به صورت عددی حل شده. آنچه از نتایج حاصل برداشت می شود این است که اختلاف زیادی بین مرز فلاتر یک صفحه تخت با تکیه گاه ساده و گیردار وجود دارد. این تفاوت ها بخصوص با تغییر خواص ماده مرکب و حضور نیروهای ایجاد کننده کمانش بسیار برجسته می شوند.

کلمات کلیدی

ماده مرکب، فلاتر، صفحه ارتوتروپیک، تکیه گاههای الاستیک، بار داخل صفحه.

Flutter of Composite Plates with Elastic Supports

Jalil Rezaeepazhand
Assistant Professor
Department of Mechanical Engineering,
Ferdowsi University of Mashhad
jrezaeep@ferdowsi.um.ac.ir

Jalil Esmaili
Graduate Student
Department of Mechanical Engineering,
Ferdowsi University of Mashhad

ABSTRACT

This study aims at flutter characteristics of orthotropic plates subjected to supersonic flow. The plate is subjected to uniform in-plane forces (N_x, N_y) and its edges are assumed to be elastically restrained (with various degree) against rotation. This type of boundary conditions covered a wide range of B.C's from simply support to clamped supports. The analytical solution is obtained using classical plate theory. Frequency equations of these systems are very large and difficult to solve. A simple method of solving this type of equations has been used in order to investigate the flutter characteristics of orthotropic plates. The effect of plate geometry, material properties, in-plane load and boundary condition are presented and discussed.

KEYWORDS

Flutter, Elastic Supports, Orthotropic Plates, Composites, In-plane Load.

ⁱ استادیار، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، jrezaeep@ferdowsi.um.ac.ir

ⁱⁱ کارشناس ارشد مکانیک، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

فراصوتی با استفاده از تبدیلات افین [۳].

۲- تئوری فلاتر صفحه با اثرات استهلاک [۴].

۳- تئوری فلاتر آئروالاستیکی برای صفحات با نسبت ابعاد خیلی کوچک [۵].

سال ۱۹۹۳ می (Mei) و گرای (Gray) تحلیل فلاتر به روش اجزای محدود با دامنه های بزرگ را برای صفحات ارتوتروپیک در جریان های پیرسونیک انجام دادند [۶]. در این بررسی برای تعیین مشخصات فلاتر غیر خطی صفحات مرکب چند لایه از تئوری مرتبه سوم کامل پیستون، تئوری بار عرضی و تئوری آئرودینامیک با به کارگیری روش المان محدود، استفاده شده است. لیاو (Liao) و سان (Sun) تحلیل فلاتر صفحات و پوسته های مرکب چند لایه را در جریان فراصوتی با استفاده از اصل هامیلتون انجام دادند [۷].

سال ۱۹۹۶ چسینیک (Cesnik) و همکارانش به تحلیل آئروالاستیک بالهای ساخته شده از مواد مرکب پرداختند [۸]. شیایو (Shiau) در سال ۱۹۸۹ و پیداپارتی (Pidaparti) در سال ۱۹۹۷ فلاتر صفحات ساخته شده از مواد مرکب را به روش اجزای محدود مورد بررسی قرار دادند. در این تحقیقات صفحات سالم [۹] و خسارت دیده در نظر گرفته شده اند [۱۰].

سال ۲۰۰۱ بررسی اثرات بارهای عرضی روی فلاتر صفحات تیری شکل مرکب چند لایه با تکیه گاههای ساده توسط چن (Chen) و شیایو (Shiau) صورت پذیرفت [۱۱]. تئوریهای مورد استفاده در این تحلیل تئوری خطی صفحه و تئوری آئرودینامیک فراصوتی شبه یکنواخت بوده است.

در مقاله حاضر صفحه مورد نظر (همسانگرد و غیر همسانگرد) تحت نیروهای داخل صفحه و شرایط مرزی مختلف مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. شرایط مرزی صفحه تکیه گاههای ساده، گیردار و تکیه گاه با فنرهای چرخشی است. حل نهایی مربوط به معادله فرکانسی بر حسب متغیرهای اصلی نسبت طول و عرض، نسبتهای سفتی، فرکانس و نیروهای عرضی است. با استفاده از معادله حاکم و اعمال شرایط مرزی به معادله فرکانسی رسید و با استفاده از یک روش حل عددی مناسب برای هر حالت دلخواه از شرایط مرزی و

فلاتر صفحه عبارت است از حرکت نوسانی خود تحریک پوسته خارجی وسایل پرند که مربوط به ناپایداری دینامیکی نیروهای اینرسی، الاستیکی و آئرودینامیکی سیستم است [۱]. این نوع ناپایداری آئروالاستیکی در ۴۰ سال گذشته به طور قابل توجهی مورد بررسی قرار گرفته است. از این رو این پدیده ویژه برای صفحات ساخته شده از مواد همسانگرد کاملاً شناخته شده است.

با توجه به تنوع رفتار مواد مرکب تا کنون در زمینه مشخصات فلاتر صفحات ساخته شده از مواد مرکب مطالعات زیادی صورت نگرفته است. به دلیل برتری نسبت مقاومت به وزن و سختی به وزن در مقایسه با مواد متداول مورد استفاده، مواد مرکب به طور گسترده ای در صنایع هوایی جایگزین فلزات در سازه های هواپیما و وسایل پرند به منظور کاهش وزن شده اند. اما به منظور استفاده بهینه از این مواد اطلاع کافی و مناسب از رفتار سازه ای و دینامیکی مواد مرکب تحت شرایط گوناگون اعمال بار مورد نیاز است.

سال ۱۹۶۲ پرلموتر (Perlmutter) تحقیقات خود را در مورد پایداری آئروالاستیک صفحات ارتوتروپیک در جریان فراصوتی سیال ارائه داد [۲]. در این مقاله نشان داده شد که در صورت ارزیابی مناسب اثرات پارامترهای طراحی می توان با یک عبارت ساده سرعت فلاتر را با تقریب بسیار خوب تخمین زد. سال ۱۹۶۷ کتر (Ketter) با استفاده از روش ریلی-ریتز فلاتر صفحات ارتوتروپیک با شرایط مرزی گوناگون را مورد مطالعه و بررسی قرار داد [۱].

سال ۱۹۷۴ تانگ (Tong) و روزتس (Rossettos) فلاتر صفحات غیر همسانگرد یکسر گیر دار را با استفاده از روش اجزای محدود تحلیل کردند [۱]. سال ۱۹۷۷ رفتار فلاتر مواد مرکب چند لایه توسط ساویر (Sawyer) با استفاده از روش اجزای محدود صورت گرفته است [۱]. اثرات جهت لایه، نسبت ابعاد و زاویه عبور سیال در تحلیلها در نظر گرفته شده است. نتایج به دست آمده نشان داد که خواص مواد مرکب اثر قابل توجهی بر مرزهای فلاتر دارد.

سال ۱۹۸۲ ایبو (Oyibo) سه تحقیق جداگانه روی فلاتر صفحات مرکب ارتوتروپیک انجام داد که عبارتند از:

۱- بررسی رفتار فلاتر صفحات ارتوتروپیک در جریان

مشخصات صفحه می توان سرعت بحرانی سیال را به دست آورد.

واقع در صفحه در واحد طول t ، زمان و L فشارعرضی ناشی از اثر آئرو دینامیکی حرکت سیال هستند. برای بدست آوردن فشار عرضی معادل از فرض تئوری پیستون ساده شده استفاده شده است که مقدار L از مراجع [۴] و [۱۲] به صورت زیر محاسبه می شود.

$$L = \frac{-2q}{\beta} \frac{\partial W}{\partial x} \quad (2)$$

$$\begin{cases} q = \frac{1}{2} \rho_{\infty} U^2 \\ \beta = \sqrt{M^2 - 1} \end{cases} \quad (3)$$

که در آن q فشار دینامیکی و β پارامتری بر حسب عدد ماخ (M) است.

شرایط مرزی صفحه به شرح زیر در نظر گرفته شده

است:

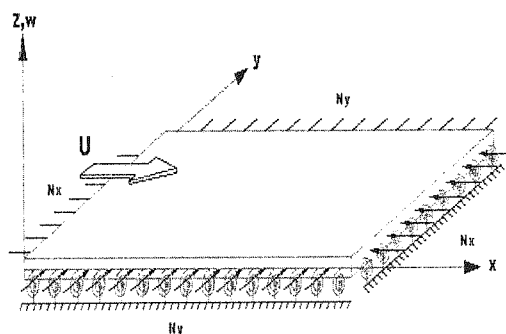
$$\begin{cases} D_{11} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - \theta_x \frac{\partial W}{\partial x} = 0, W = 0 \quad \text{at } x = 0 \\ D_{11} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \theta_x \frac{\partial W}{\partial x} = 0, W = 0 \quad \text{at } x = a \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} D_{22} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \theta_y \frac{\partial W}{\partial y} = 0, W = 0 \quad \text{at } y = 0 \\ D_{22} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \theta_y \frac{\partial W}{\partial y} = 0, W = 0 \quad \text{at } y = b \end{cases} \quad (5)$$

در این روابط θ_x , θ_y ثابت های فنرهای چرخشی (در واحد طول) هستند که روی لبه های صفحه عمل می کنند. حل عمومی معادله دیفرانسیل (۱) را می توان به صورت زیر در نظر گرفت .

$$W(x, y, t) = X\left(\frac{x}{a}\right) Y\left(\frac{y}{b}\right) e^{i\omega t} \quad (6)$$

که در آن ω فرکانس صفحه است. در حالت کلی به دلیل وجود عبارت $\frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2}$ در (۱) توابع X , Y تفکیک پذیر نیست، پس حل در نظر گرفته شده معادله دیفرانسیل را ارضا نمی کند. برای این منظور از روش کانتروویچ [۱۲] برای حل معادله دیفرانسیل فوق استفاده می شود. در این روش اگر تابع $Y(y/b)$ به صورت یک تابع نامعلوم که شرایط مرزی (۵) را ارضا می کند، فرض شود، می توان معادله دیفرانسیل (۱) را به یک معادله تک متغیره کاهش



شکل (۱): هندسه صفحه مستطیل شکل.

۲- معادلات حاکم و شرایط مرزی

هندسه صفحه، سیستم مختصات و جهت جریان جریان سیال فقط از روی صفحه عبور می کند) برای صفحه تخت مستطیل شکل ارتوتروپیک که دارای طول a و عرض b است، در شکل (۱) نشان داده شده است. صفحه تحت نیروهای یکنواخت باشد N_x , N_y که در حالت فشاری مثبت در نظر گرفته می شوند قرار دارد. صفحه از لحاظ تکیه گاه طوری است که هیچگونه تغییر مکان عرضی در لبه ها وجود ندارد. علاوه بر این، لبه ها به صورت الاستیک در مقابل چرخش توسط فنرهای چرخشی یکنواخت که متناسب با شیب مرزهای صفحه است، مقید شده اند. جریان فراصوتی سیال با عدد ماخ M روی سطح صفحه در راستای محور x در نظر گرفته می شود. معادله دیفرانسیلی ارتعاشات عرضی صفحه تخت ارتوتروپیک، با ناچیز در نظر گرفتن عبارتهای شامل تغییر شکلهای برشی و در نظر داشتن عبارت اینرسی به صورت زیر است [۲].

$$\begin{aligned} D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \\ N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \rho_m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = L \end{aligned} \quad (1)$$

دراین معادله $H = D_{12} + 6D_{66}$, D_{22} , D_{11} عبارات معادل سفتی های خمشی صفحه هستند. N_x , N_y نیروهای

داد. از این رو خواهیم داشت:

$$X''''(\frac{x}{a}) + \pi^2 AX''(\frac{x}{a}) + \lambda X'(\frac{x}{a}) - \pi^4 BX(\frac{x}{a}) = 0 \quad (7)$$

که علامت پرایم مشتق نسبت به $(\frac{x}{a})$ بوده و پارامترهای A, B, λ به صورت زیر هستند:

$$A = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \left[K_x + 2 \left(\frac{H_1}{D_{11}} \right) \left(\frac{1}{\pi^2} \frac{C_1}{C_0} \right) \right] \quad (8)$$

$$B = \left(\frac{a}{b}\right)^4 \left[\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 - K_y \left(\frac{1}{\pi^2} \frac{C_1}{C_0} \right) - \left(\frac{D_{22}}{D_{11}} \right) \left(\frac{1}{\pi^4} \frac{C_2}{C_0} \right) \right] \quad (9)$$

$$\begin{cases} K_x = \frac{N_x b^2}{\pi^2 D_{11}} \\ K_y = \frac{N_y b^2}{\pi^2 D_{11}} \\ \omega_0^2 = \frac{\pi^4 D_{11}}{\rho_m b^4} \end{cases}, \quad \lambda = \frac{2qa^3}{\beta D_{11}} \quad (10)$$

ضرائب C_0, C_1, C_2 مربوط به انتگرال های شامل تابع $Y(\frac{x}{b})$ است که مقادیر آنها از روابط زیر به دست می آیند:

$$\begin{aligned} C_0 &= \int_0^1 Y^2(\frac{x}{b}) d(\frac{x}{b}) \\ C_1 &= \int_0^1 Y(\frac{x}{b}) Y''(\frac{x}{b}) d(\frac{x}{b}) \\ C_2 &= \int_0^1 Y(\frac{x}{b}) Y''''(\frac{x}{b}) d(\frac{x}{b}) \end{aligned} \quad (11)$$

علامت پرایم مشتق نسبت به $(\frac{x}{b})$ را مشخص می کند.

مناسبی برای $Y(\frac{x}{b})$ حدس زد که مشتمل بر پارامتر q_y نیز باشد. رابطه بین q_y و نسبت های $\frac{C_1}{C_0}$ برای مد شکل اول در شکل (۲) آورده شده است که مطابق با نتایج ارائه شده در مرجع [۱۴] است.

مسئله اصلی پیدا کردن حل مناسب برای معادله (۷) است که در شرایط مرزی زیر صادق باشد.

$$\begin{aligned} X(0) &= X(1) = 0 \\ X''(0) - q_x X'(0) &= 0 \\ X''(1) - q_x X'(1) &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$q_x = \frac{a\theta_x}{D_{11}}$ ضریب قید چرخشی می باشد. حل عمومی معادله (۷) بصورت زیر خواهد شد.

$$X(\frac{x}{a}) = A_1 e^{m_1(\frac{x}{a})} + A_2 e^{m_2(\frac{x}{a})} + A_3 e^{m_3(\frac{x}{a})} + A_4 e^{m_4(\frac{x}{a})} \quad (13)$$

A_1, A_2, A_3, A_4 ضرایب معادله فوق m_1, m_2, m_3, m_4 و ریشه های معادله مشخصه (۱۴) هستند.

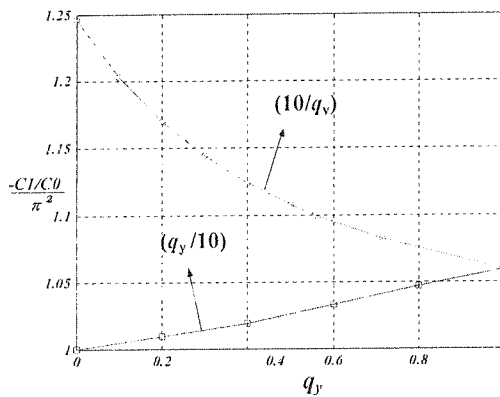
$$m^4 + \pi^2 Am^2 + \lambda m - \pi^4 B = 0 \quad (14)$$

با اعمال شرایط مرزی (۱۲) به (۱۳) دترمینان ضرایب تعیین می شود. معادله همگن در صورتی جواب دارد که دترمینان ضرایب صفر باشد (تابع F معادله مشخصه دترمینان در پیوست انتهای مقاله ارائه شده است).

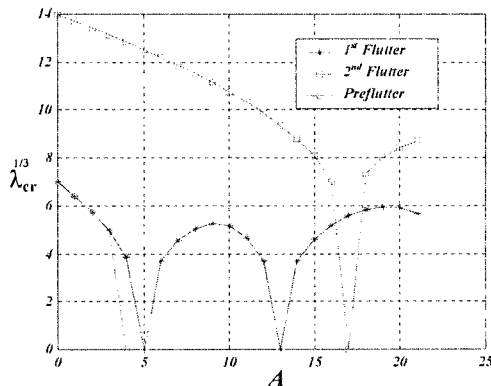
$$F(m_1, m_2, m_3, m_4, q_x) = 0 \quad (15)$$

۳- روش به دست آوردن نتایج عددی

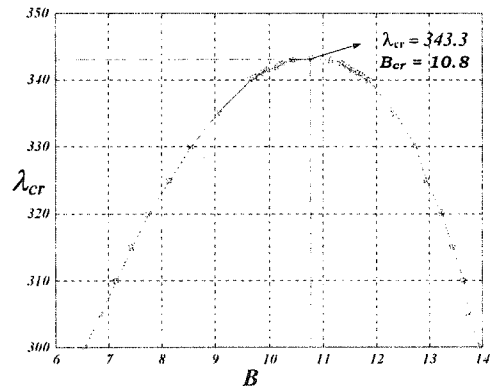
معادله (۱۵) به پارامتر فرکانسی صفحه برحسب پارامتر فشاردینامیکی λ اشاره می کند. هنگامی که دوفرکانس صفحه با هم یکی می شوند λ به مقدار بحرانی (λ_{cr}) می رسد. هر افزایش در λ بیشتر از λ_{cr} باعث می شود که ω^2 مختلط شود. بنابراین یکی از دو ریشه مربع بایستی دارای یک قسمت موهومی منفی باشد که به وسیله معادله (۶) یک حرکت واگرا (فلاتر) تولید می کند. نقطه ای که دو فرکانس طبیعی با هم یکی می شوند با شرط $\frac{\partial \lambda}{\partial B} = 0$ مشخص می شود. شکل (۳) روش بدست آوردن مقادیر λ_{cr} و B_{cr} را برای حالت $q_x = 0, A = 0$ بصورت نموداری



شکل (۲): تغییرات $\frac{C_1}{C_0}$ نسبت به q_y برای مد شکل اول. در حالت کلی که $q_y = \frac{b\theta_y}{D_{22}} \neq 0$ است، باید بتوان تابع



شکل (۴): تغییرات λ_{cr} با مقادیر مثبت A .



شکل (۳): روش بدست آوردن λ_{cr} برای مقادیر معلوم q_x, A .

افتادن دو فرکانس بالاتر بعدی به دست می آیند (دومین فلاتر).

مقدار قید چرخشی q_x لبه ها به صورت قابل توجهی بر رفتار صفحات تحت تنش های فشاری اثر می گذارند. این اثر شرایط مرزی به صورت روشن در شکل (۵) نشان داده شده است. در این شکل $\lambda_{cr}^{\frac{1}{2}}$ در مقابل نسبت تنش بار اعمالی به بار کمانشی صفحه $(\frac{k_x}{k_{xb}})$ برای یک صفحه با هندسه و خواص مواد ثابت و برای چندین مقدار q_x رسم شده است. از این شکل نتیجه که برداشت می شود این است که در k_x های نزدیک به صفر اثر شرایط مرزی بر اثر بار k_x غلبه می کند و این شرایط تا مقدار $\frac{k_x}{k_{xb}}$ حدود ۰/۳۳ ادامه دارد و از آن به بعد شرایط برعکس می شود. لازم به ذکر است که نتایج ارائه شده در شکل های (۶) - (۴) مطابق با نتایج ارائه شده در مرجع [۱۴] است.

پارامتر A تابعی از نسبت ابعاد (a, b) و خواص ماده سازنده صفحه (D_{ij}) ، بار اعمالی (N_x) و شرایط مرزی (C_1/C_2) صفحه است.

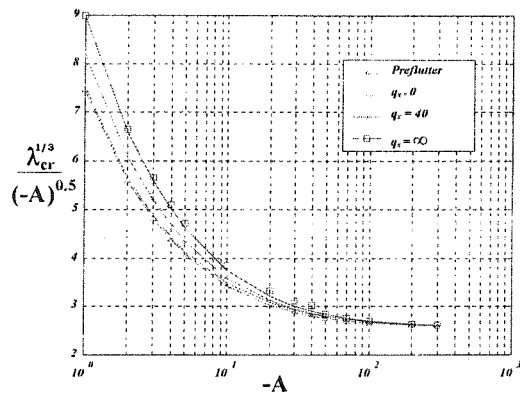
با توجه به شکل پارامتر A (رابطه ۸) مشاهده می شود که به علت منفی بودن مقدار (C_1/C_2) در حالتی که باری به صفحه اعمال نمی شود $(N_x=0)$ مقدار A منفی خواهد بود. از طرف دیگر اگر بار فشاری اعمالی مخالف صفر $(N_x \neq 0)$ باشد با توجه به مقدار بار اعمالی پارامتر A می تواند مقداری مثبت $(A > 0)$ ، صفر $(A = 0)$ و یا منفی $(A < 0)$ داشته باشد.

نشان می دهد. لازم به یادآوری است که برای شرایط مرزی q_x و هندسه مختلف مقادیر λ_{cr} و B_{cr} مربوطه مشابه شکل (۳) به دست خواهد آمد که کاری بسیار دشوار و وقت گیر است. برای به دست آوردن مقادیر بحرانی فوق، برنامه ای نوشته شده است که برای هر ورودی مشخص A و q_x به ازای هر مقدار انتخابی $0 \leq \lambda \leq \infty$ مقدار تابع $F(m_i)$ را برای مقادیر مختلف پارامتر B در بازه $-\infty \leq B \leq +\infty$ محاسبه می کند و مقادیری از B و λ که مقدار تابع را برابر صفر می کند $(F(m_i)=0)$ مقادیر بحرانی این دو پارامتر را مشخص می کنند.

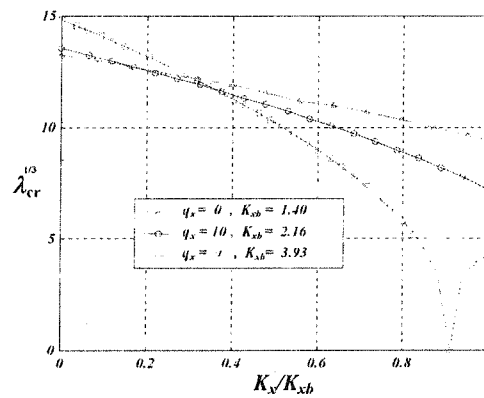
۸- بحث و نتیجه گیری

با استفاده از برنامه نوشته شده به روش حل عددی که در بخش قبل توضیح داده شد، در اینجا به بررسی تأثیر پارامترهای مختلف بر فرکانس فلاتر و چگونگی رفتار آن پرداخته می شود.

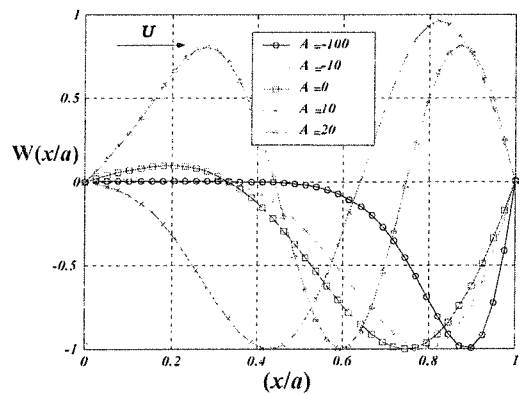
شکل (۴) تأثیر مقادیر مثبت A را بر تغییرات λ_{cr} برای صفحه با تکیه گاه های ساده نشان می دهد. برای صفحاتی که تحت نیروهای فشاری N_x هم جهت با جریان سیال هستند، A می تواند دارای مقادیر مثبت شود. دو سری مرز در این شکل نشان داده شده است. مرزهای با علامت ستاره که از یکی شدن پایین ترین دو فرکانس نتیجه شده است (اولین فلاتر) و مرزهای با علامت مربع که از روی هم



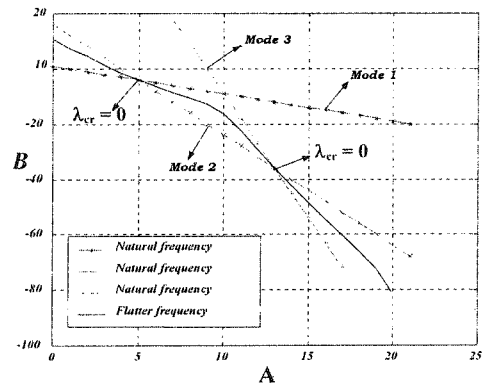
شکل (۶): تغییرات λ_{cr} با مقادیر منفی A .



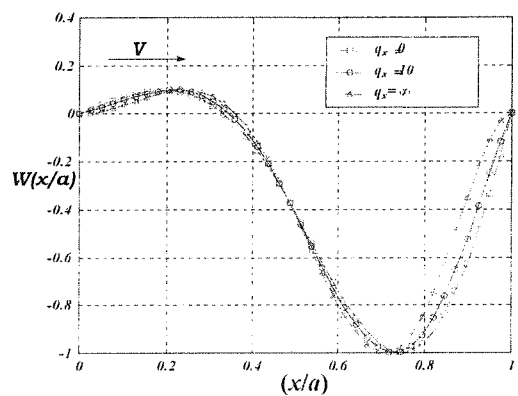
شکل (۵): تغییرات λ_{cr} با نسبت تنش (K_x/K_{xb}) .



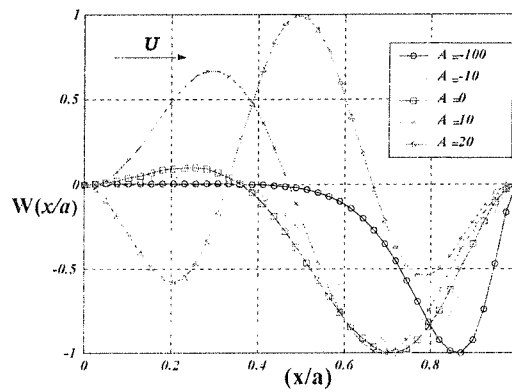
شکل (۸): مد شکل ها برای تکیه گاه ساده ($q_x=0$).



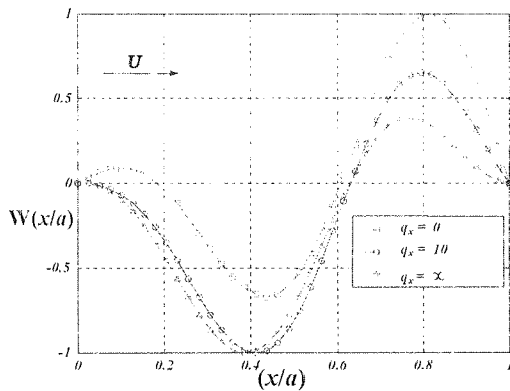
شکل (۷): تغییرات B با مقادیر مثبت A ($q_x=0$).



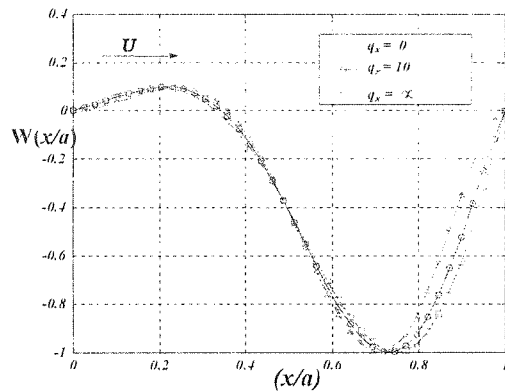
شکل (۱۰): تاثیر قید چرخشی (q_x) در شکل مدها ($A < 0$).



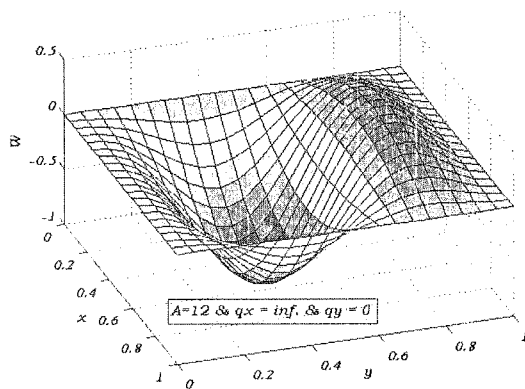
شکل (۹): مد شکل ها برای تکیه گاه گیردار ($q_x=\infty$).



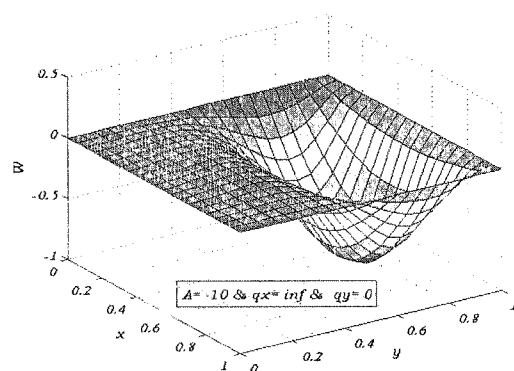
شکل (۱۲): تاثیر قید چرخشی (q_x) در شکل مدها ($A > 0$).



شکل (۱۱): تاثیر قید چرخشی (q_x) در شکل مدها ($A = 0$).



شکل (۱۴): مد شکل در حالت $A = 12$, $q_x = \infty$.



شکل (۱۳): مد شکل در حالت $A = -10$, $q_x = \infty$.

نحوه تغییر شکل مدهای فلاتر بترتیب برای $q_x = 0$ و $q_x = \infty$ نشان داده شده است. همانطوری که از نمودارها مشاهده می شود تاثیر مقدار پارامتر A زمانی که A عددی منفی است بر شکل مد فلاتر بسیار ناچیز است به طوری که شکل کلی آنها یکسان و فقط محل حداکثر دامنه (اوج) کمی جابجا شده است. در صورتی که برای مقادیر مثبت A علاوه بر محل، تعداد و مقدار نقاط حداکثر دامنه تغییر می کند به طوری که از یک اوج برای مقدار منفی A به سه عدد اوج در $A = 20$ افزایش می یابد. به عبارت دیگر شکل مد فلاتر برای هر دو شرط مرزی تغییر می کند.

شکل های (۱۲) - (۱۰) تاثیر شرایط مرزی (q_x) را در چگونگی تغییر شکل صفحه (شکل مد) به ترتیب برای مقادیر منفی، صفر و مثبت پارامتر A نشان می دهد.

از این رو با در نظر گرفتن سه حالت فوق برای پارامتر A می توان تمام حالت های بارگذاری، شرایط مرزی، نسبت ابعاد صفحه و خواص ماده (چند لایه های مختلف) را در تحلیل در نظر گرفت. نمودارهای زیر بررسی پارامترهای مختلف را برای این سه حالت ارائه می دهند.

تغییر فرکانس فلاتر در مقابل A در شکل (۷) برای شرط مرزی ساده ترسیم شده است، خطوط توپر بدون علامت مربوط به فرکانس فلاتر و خطوط علامت دار مربوط به فرکانسهای طبیعی هستند. در محدوده نشان داده شده، فرکانس های فلاتر بین فرکانس های طبیعی اول و دوم قرار می گیرند. بعلاوه با افزایش مقادیر A (بعنوان مثال افزایش شدت نیروی N_x) فرکانس طبیعی و هم فرکانس فلاتر کاهش می یابند. در شکل های (۸) و (۹) اثر تغییر مقدار A روی

۵-۲- رابطه معادله مشخصه F

تابع F معادله مشخصه دترمینال ضرائب معادله (۱۴) بصورت زیر می باشد.

$$\begin{aligned}
 F(m_i) = & (m_4^2 - m_3^2)(m_2^2 - m_1^2)(e^{m_3+m_4} + e^{m_1+m_2}) \\
 & + (m_4^2 - m_2^2)(m_1^2 - m_3^2)(e^{m_2+m_4} + e^{m_1+m_3}) \\
 & + (m_4^2 - m_1^2)(m_3^2 - m_2^2)(e^{m_1+m_4} + e^{m_2+m_3}) \\
 & + q_x(m_2 - m_1)(m_4 - m_3)[(m_1 + m_2) \\
 & - (m_3 + m_4)](e^{m_3+m_4} - e^{m_1+m_2}) \\
 & + q_x(m_2 - m_1)(m_4 - m_2)[(m_1 - m_2) \\
 & + (m_3 + m_4)](e^{m_2+m_4} - e^{m_1+m_3}) \\
 & + q_x(m_1 - m_3)(m_3 - m_2)[(m_2 - m_1) \\
 & + (m_3 - m_4)](e^{m_1+m_4} - e^{m_2+m_3}) \\
 & - q_x^2(m_4 - m_3)(m_2 - m_1)(e^{m_1+m_4} - e^{m_1+m_2}) \\
 & - q_x^2(m_4 - m_2)(m_1 - m_3)(e^{m_2+m_4} - e^{m_1+m_3}) \\
 & - q_x^2(m_4 - m_1)(m_3 - m_2)(e^{m_1+m_4} - e^{m_2+m_3}) = 0
 \end{aligned}$$

۶- مراجع

- [۱] Shiau, L. C. and Chang, J. T., "Transverse shear Effect on Flutter of Composite Panels", Journal Aerospace Engineering, Vol.5, No.4, 1992.
- [۲] Perlmutter A. A., "On The Aeroelastic Stability of Orthotropic Panels in Supersonic Flow", Journal of the Aerospace Sciences, pp.1332-1338, 1962.
- [۳] Oyibo G. A., "Flutter of Orthotropic Panels in Supersonic Flow Using Affine Transformations", AIAA Journal, Vol. 21, No.2, pp. 283 - 289, 1983.
- [۴] Oyibo, G. A., "Unified Panel Flutter Theory With Viscous Damping Effects", AIAA Journal, Vol. 21, No.5, pp 767-773, 1983.
- [۵] Oyibo G. A., "Unified Aeroelastic Flutter Theory for Very Low Aspect Ratio Panels", AIAA Journal, Vol.21, No.11, pp.1581- 1587, 1983.
- [۶] Gray C. E. Jr. and Mei, C., "Large-Amplitude Finite Element Flutter Analysis of Composite Panels in Hypersonic Flow", AIAA Journal, Vol. 31, No 6, pp.1090-1099, 1993.
- [۷] Liao, C. L. and Sun, Y.W., "Flutter Analysis of Stiffened Laminated Composite Plates and Shells in Supersonic Flow". AIAA Journal, Vol.31, No.10, pp. 1897-1905, 1993.
- [۸] Cesnik, C. E. S. et al., "Aeroelastic Analysis Of Composite Wings", AIAA paper 96-1444-CP.
- [۹] Shiau, L.C. et. al., "Finite Element Analysis of Composite Panel Flutter", Proceeding of ECCM3 Conference, pp. 341-346, 1989.
- [۱۰] Pidaparti R. M. V., "Free Vibration and Flutter of Damage Composite Panels", Composite Structures, Vol.38, pp. 477-481, 1997.
- [۱۱] Shiau, L. C. and Chen, Y. S., "Effect of in-Plane Load on Flutter of Homogeneous Laminated Beam Plates with Delamination", Journal of Vibration and Acoustics, Vol.123, pp. 61-69, 2001.
- [۱۲] Bohon, H. L. and Anderson, M. S., "Role of Boundary Conditions on Flutter of Orthotropic Panels" AIAA Journal, Vol. 4, No.7, 1966.
- [۱۳] Reismann, H and Pawlik, P.S., *Elasticity, Theory and Application*, Wiley Interscience Pub. 1980.
- [۱۴] Erickson, L.L., "Supersonic Flutter of Flat Rectangular Orthotropic Panels Elastically Restrained Against Rotation". NASA TN D-3500, 1966.

همانطورى که مشاهده می شود برای مقادیر منفی و صفر پارامتر A تغییر شرایط مرزی از ساده به گیردار در شکل مد تاثیر بسیار ناچیز دارد (شکل ۱۰) در صورتی که برای $A > 0$ باعث جابه جایی و افزایش نقاط اوج می گردد (شکل ۱۲).

شکل های (۱۳) و (۱۴) تغییر شکل سه بعدی (مد شکل) صفحه ای با تکیه گاه های گیردار را برای $A = -10$ و $A = 12$ برای نمونه نشان می دهد.

در این مقاله ابتدا با اعمال شرایط مرزی صفحه به معادله حاکم، معادله فرکانسی مشخص شد. سپس روش حل عددی مناسب برای معادله فرکانسی مطرح و با استفاده از نتایج حل عددی تاثیر پارامتر های مختلف از قبیل خواص الاستیک صفحه، میزان قید چرخشی تکیه گاه ها و بار فشاری داخل صفحه بر رفتار فلاتر صفحه ارائه شد.

در ادامه کار ارائه شده بررسی رفتار ارتعاشی و فلاتر صفحات ساندویچی و چند لایه فلز - ماده مرکب، تاثیر جهت جریان و شرائط مرزی پیچیده تر (فترهای پیچشی همراه با فتر های خطی عرضی) می تواند مورد بررسی قرار گیرد.

۵- ضمایم

۵-۱- علائم و نشانه ها

- A : پارامتر معادل مشخصات فیزیکی صفحه
 A_1, A_2, A_3 : ضرائب معادله مشخصه
 B : پارامتر معادل مشخصات فرکانسی صفحه
 a, b : طول و عرض صفحه
 A_{ij}, B_{ij}, D_{ij} : اعضای ماتریس های سختی ماده مرکب
 q_x, q_y : ضرائب قیود پیچشی
 m_1, m_2, m_3, m_4 : ریشه های معادله مشخصه
 N_x, N_y : نیرو های فشاری داخل صفحه بر واحد طول
 t : زمان
 W : جابجایی صفحه در راستای Z
 X', X'', X''' : مشتق مرتبه اول، دوم و چهارم نسبت به (X/a)
 θ_x, θ_y : ثابت فنری فترهای پیچشی (الاستیکی)
 λ_{cr}, λ : پارامتر بی بعد فشار دینامیکی و فشار دینامیکی بحرانی
 ω_0, ω_n : فرکانس طبیعی و مرجع