

# تحلیل و طراحی ستون‌های جعبه‌ای بتنی با مقاومت بالا و رسم نمودارهای تداخلی (HSC)

علی سینائی

استاد

بخش مکانیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان

علی اکبر مقصودی

استادیار

بخش عمران، دانشگاه شهید باهنر کرمان

## چکیده

برای تحلیل ستون‌های جعبه‌ای که دارای بتن با مقاومت بالا HSC هستند، ابتدا به این دو روش عمل شده است: (الف) با حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر جدارهای نازک مقطع بتنی - که مانند یک صفحه‌ای اوتوتربوب عمل می‌کند، باز بحرانی این صفحه محاسبه شده است؛ (ب) به روش انرژی کوئنی، باز کمانشی صفحه نیز محاسبه گشته است سپس با بررسی‌های صورت گرفته، چنین نتیجه‌گیری شده است که برای نسبت‌های بزرگتر از  $60/0$  در ضخامت به ضلع بزرگتر مقطع، کمانش موضعی مطرح نیست و شکست مقاطع با رسیدن بار به ظرفیت نهایی، قبل از کمانش موضعی اتفاق می‌افتد.

برای آنالیز و طراحی ستون‌های جعبه‌ای HSC از یک روش ساده استفاده شد و به سه‌مک این روش و برنامه نویسی کامپیوتری (در محیط نرم افزار MATLAB)، نمودارهای تداخلی ترسیم شد. با استفاده از این نمودارها، نمودارهای بدون بعد نیز ترسیم شد و بر اساس نمودارهای بدون بعد نتیجه گرفته شد که تنها با در اختیار داشتن یک نوع از این نمودارها، مثلاً نمودارهای تداخلی مقاطع توپر دارای HSC و اعمال نسبت مساحت مقطع تواخالی به توپر به نمودار تداخلی مربوط، ظرفیت بار محوری و خمشی مقاطع تواخالی به آسانی تعیین می‌شود.

## کلمات کلیدی

ستون‌های جعبه‌ای بتنی، بتن با مقاومت بالا، کمانش موضعی، نمودارهای تداخلی.

## Analysing and Design of High Strength Concrete (HSC) Box Columns and their Interaction Diagrams

A. A. Maghsoudi  
Assistant Professor

A. Sienaei  
Professor

Mechanical Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman

### Abstract

For the analysing purpose of the High Strength Concrete (HSC) box columns first, by two methods (i); by solving the governing differential equations of a thin-wall concrete section which act similar to an orthotropic plate and (ii), by the strain energy method the critical load of orthotropic plate was calculated. Then, by investigation, it was concluded that the local buckling is not an important aspect for the ratios of  $\frac{h}{a} \geq 0.06$  (the ratio of thickness to the larger dimensions of the section) and therefore the sections failure will be occurred while the load is reached to its ultimate capacity i.e., prior to the local buckling.

*A simple and easy method was adapted to analyse and design the HSC box columns then, by use of this method and a computer program written (MATLAB Package) the interaction diagrams of such sections were plotted. Now, with availability of these type of diagrams, the non-dimensional diagrams were plotted too. Based on the nondimensional diagrams it was concluded that, by availability of only one type of these diagrams, for example, the interaction diagrams for solid sections having HSC and applying the ratio of  $\frac{Ah}{A}$  (the ratio of area of box section to that of the solid section) to its interaction diagrams, the axial load and bending capacity of box sections can be determined quite easily.*

## Keywords

*box concrete columns, HSC, local buckling, interaction diagrams.*

## مقدمه

یکی از عوامل مؤثر برای کاهش نیروی زلزله بر ساختمان‌های بتونی، کاهش وزن سازه است و راه کاهش وزن، کاهش حجم مصالح مصرفی است. بدین منظور از ستون‌های توخالی با جداره نازک استفاده می‌شود. این ستون‌ها نسبت به مقاطع توپر، ابعاد بزرگتری خواهند داشت. برای کاهش ابعاد مقطع بتن با مقاومت بالا (HSC) قابل دستیابی است.

امروزه برای ایمن سازی و بهینه‌سازی ساختمان‌ها، استفاده از بتن‌های با مقاومت بیش از 100 MPa در سازه‌ها به دلیل دوام و عمر بیشتر، ساخت سریع و کاهش هزینه، کاربرد فراوانی یافته است. بیشترین استفاده‌ی این بتن‌ها در ستون‌های دارای دلیل سطح مقطع کمتر در طبقات، موجب اقتصادی شدن طرح می‌شود.

از جمله‌ی تحقیقات اجرا شده، در زمینه‌ی ستون‌های توخالی، می‌توان به بررسی رفتار ستون‌های جعبه‌ای پیش‌تینیده توسط تیلور و همکاران [۱]، تعیین مقاومت نهایی مقاطع چند ضلعی با حفره‌های دایره‌ای ترک خورده تحت اثر خمش دو محوره برای بتن‌های معمولی (NSC) توسط نیلسن [۲] و نیز مرجع [۳] با عنوان بررسی رفتار ستون‌های جعبه‌ای توخالی جداره نازک تحت اثر همزمان نیروی محوری و خمش دو جانبه با NSC اشاره کرد. تحقیقاتی درباره‌ی ستون‌های جعبه‌ای دارای HSC مشاهده نشده و به همین دلیل، در پژوهش حاضر به این مقوله پرداخته شده است.

## ۱- روابط اساسی و شرایط مرزی صفحات بتن مسلح (ارتوتربوپ)

با توجه به ناچیز بودن تنش عمودی  $\sigma_z$  و کرنش‌های برش جانبی  $\gamma_{xz}$ ،  $\gamma_{yz}$  و نیز  $\epsilon_z$  در مقایسه با سایر مؤلفه‌های کرنش و تنش و با توجه به شکل (۱-الف)، نیروهای برشی عمودی برای صفحه‌ی ارتوتربوپ از روابط زیر قابل تعیین است [۴]. همچنین ستون دارای تکیه گاه مفصلی در دو انتهای این صفحه مطابق شکل (۱-ب) فرض می‌شود [۵].

$$Q_x = -\frac{\partial}{\partial x} \left( D_x \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + H \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$Q_y = -\frac{\partial}{\partial y} \left( D_y \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + H \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \quad (2)$$

که در آن:

$$D_x = \frac{E_c}{1 - v_c^2} \left[ I_{cx} + \left( \frac{E_s}{E_c} - 1 \right) I_{sx} \right] \quad (3-الف)$$

$$D_y = \frac{E_c}{1-\nu_c} \left[ I_{cy} + \left( \frac{E_s}{E_c} - 1 \right) I_{sy} \right] \quad (3)$$

$$H = \sqrt{D_x D_y} \quad (3)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + P + N_x \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = 0 \quad (4)$$

با قراردادن (۱) و (۲) در (۴) و با فرض این که نیروی صفحه‌ای تنها در جهت  $x$  وجود دارد و  $P = 0$  است، خواهیم داشت:

$$D_x \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} + N_x \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0 \quad (5)$$

## ۲- تعیین بار بحرانی صفحات بتن مسلح

برای صفحه‌ی بتن مسلح، تحت تاثیر بار محوری صفحه‌ای (غشایی) به شدت  $N_x$  بر واحد طول لبه، که در دو لبه  $x=0, L$  دارای تکیه‌گاه مفصلی و دو لبه  $y=0, b$  دارای تکیه‌گاه گیردار است (شکل ۱- ب)، شرایط مرزی عبارتست از:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0 ; \quad W = 0 ; \quad x = 0, L \quad (6)$$

$$W = 0 \quad y = 0, b ; \quad \frac{\partial W}{\partial y} = 0 \quad (7)$$

تابع تغییر شکلی که در شرایط تکیه‌گاهی  $x=0, L$  صدق کند، به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$m=1,2,3 \quad W(x, y) = F(y) \sin \frac{m\pi x}{L} \quad (8)$$

با قرار دادن این تابع در معادله‌ی دیفرانسیل (۵):

$$\frac{d^4 F}{dy^4} - 2 \frac{H}{D_y} \left( \frac{m\pi}{L} \right)^2 \frac{d^2 F}{dy^2} + \left[ \frac{D_x}{D_y} \left( \frac{m\pi}{L} \right)^4 - \frac{N_x}{D_y} \left( \frac{m\pi}{L} \right)^2 \right] F = 0 \quad (9)$$

معادله‌ی (۹) یک معادله‌ی دیفرانسیل مرتبه‌ی چهارم با ضرایب ثابت است که جواب آن عبارتست از:

$$F(y) = c_1 e^{-s_0 y} + c_2 e^{s_0 y} + c_3 \cos(t_0 y) + c_4 \sin(t_0 y) \quad (10)$$

که در آن  $t_0, s_0$  به صورت زیر است:

$$s_0 = \sqrt{\frac{H}{D_y} \left( \frac{m\pi}{L} \right)^2 + \sqrt{\left[ \left( \frac{H}{D_y} \right)^2 - \frac{D_x}{D_y} \right] \left( \frac{m\pi}{L} \right)^4 + \frac{N_x}{D_y} \left( \frac{m\pi}{L} \right)^2}} \quad (11)$$

$$t_0 = \sqrt{-\frac{H}{D_y} \left( \frac{m\pi}{L} \right)^2 + \sqrt{\left( \frac{H}{D_y} \right)^2 - \frac{D_x}{D_y}} \left( \frac{m\pi}{L} \right)^4 + \frac{N_x}{D_y} \left( \frac{m\pi}{L} \right)^2}} \quad (11-ب)$$

با قراردادن تابع (۱۰) در (۸) و اعمال شرایط مرزی رابطه‌ی (۷) و با حل دستگاه معادلات همگن، رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$4s_0 t_0 + 2(t_0^2 - s_0^2) \tanh(s_0 b) \tan(t_0 b) - \frac{4s_0 t_0}{\cos(t_0 b) \cosh(s_0 b)} = 0 \quad (12)$$

حال با روش سعی و خطأ ابتدا یک مقدار فرضی برای  $N_x$  انتخاب می‌شود و در صورتی که این مقدار فرضی منجر به منفی شدن زیر رادیکال در (۱۱) نشود و روابط (۱۱) در معادله (۱۲) صدق کند، بار کمانشی تعیین می‌شود.

در جدول - ۱ براساس روش مزبور برای ستون‌های توالی HSC با مقاطع مربع شکل بر حسب ضخامت‌های مختلف جداره  $h$  و درصدهای مختلف فولاد  $p_h$  تنش کمانش موضعی محاسبه و با مقادیر تنش حاصل از شکست مقایسه شده است. همچنین برای درک بهتر مقادیر جدول (۱) نمودارهای شکل (۲) بر این اساس ترسیم شده است.

در نمودار شکل (۲-الف) که برای نسبت  $\frac{h}{a} = 0.04$  ترسیم شده است، مشاهده می‌شود که برای همه درصدهای میلگرد

در نسبت  $\frac{e}{b} = 0.1$  و همچنین برای  $0.03 < p < 0.2$   $\frac{e}{b}$  تنش کمانش موضعی کمتر از مقادیر تنش نهایی ناشی از

شکست مصالح است، برای همین در این محدوده، کمانش موضعی روی می‌دهد. در شکل (۲-ب) که برای  $0.05 = \frac{h}{a}$  ترسیم

شده است، فقط در نسبت  $0.1 = \frac{e}{b}$  و با درصد فولاد بزرگتر از ۰.۰۳ تنش کمانش موضعی، مقدم بر تنش نهایی ناشی از

شکست مصالح اتفاق می‌افتد. برای محاسبه تنش نهایی ناشی از شکست مصالح، فرض شده است برای مثال بر مقطعی همانند شکل (۳-الف) بار نهایی (Dead Load)  $P_u = 1.4$  (Live Load)  $+ 1.7$  و لنگر نهایی  $e_u = P_u M_u$  اعمال شود و به ترتیب کرنش در بتن  $\epsilon_u$  در بحرانی ترین تار فشاری بزرگتر یا برابر با کرنش نهایی بتن  $\epsilon_u = 0.003$  (شکل ۳-ب) و در میلگردهای ردیف ۱ نیز بزرگتر یا برابر با کرنش تسلیم  $\epsilon_y$  شود. به بیان دیگر مقادیر کرنش مصالح مقطع، تحت تأثیر بار و لنگر نهایی، عبارتند از  $\epsilon_u \geq \epsilon_y$  و  $\epsilon_y > \epsilon_u$ . شکست چنین مقطعی اصطلاحاً در اثر شکست مصالح است و بنابراین کمانش موضعی در آنها مطرح نیست.

در شکل (۲-ج) که برای نسبت  $0.06 = \frac{h}{a}$  ترسیم شده است برای تمامی نسبت‌های مختلف خروج از مرکزیت به ارتفاع

مقطع  $(\frac{e}{b})$ ، شکست مصالح مقدم بر کمانش موضعی است. زیرا همه نمودارهای شکست بر اساس  $\frac{e}{b}$ ، پایین نمودار کمانش

موضعی قرار دارند. بنابراین برای مقادیر  $0.06 \geq \frac{h}{a}$  کمانش موضعی مطرح نیست و شکست مصالح مقدم بر کمانش موضعی

است. از آنجا که در این روش برای حدس مقدار بار موضعی ( $N_x$ ) نیاز به سعی و خطای زیاد است، می‌توان از روش تقریبی انرژی کرنشی استفاده کرد.

### ۳- روش انرژی کرنشی

به کار گیری این روش، برای حالت‌هایی که مستلزم بارهای غیر یکنواخت، سطح مقطع متغیر و مواد ناهمسان‌گرد باشد، بسیار موثر است [۴]. انرژی کرنشی کل، کار انجام یافته و تابع تغییر شکلی که شرایط مرزی هندسی را ارضا نماید، به صورت زیر است [۶]:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^L D_x \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_{xy} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} * \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) + D_y \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)^2 + 4G_{xy} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y \partial x} \right)^2 dx dy \quad (13)$$

$$V = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^L N_x \left( \frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 dx dy \quad (14)$$

$$W = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \sin \frac{n\pi x}{b} \sin \frac{m\pi y}{L} \quad (15)$$

که در آن  $C_{mn}$ ، ضرایب سری دوگانه‌ی سینوسی فوریه است. با قرار دادن مشتقهای  $W$  در روابط (13) و (14) و شرط حداقل انرژی پتانسیل [۱۰ و ۳] و  $\varphi = \frac{L}{b}$  خواهیم داشت:

$$N_x = \frac{\pi^2}{b^2} \left[ D_x \left( \frac{m^2}{\varphi^2} \right) + H \left( \frac{8}{3} \right) + D_y \left( \frac{16\varphi^2}{3m^2} \right) \right] \quad (16)$$

برخلاف روش بند ۲، رابطه‌ی بالا نیاز به سعی و خطای ندارد و به طور تقریبی، بار کمانش موضعی را محاسبه می‌کند. همچنین براساس روش مذبور در مرجع [۵] بار کمانش موضعی برای ستون‌های توخالی دارای NSC با مقاطع مربع شکل بر حسب ضخامت‌های مختلف جداره  $h$  و درصدهای مختلف فولاد  $p_h$  محاسبه شد و از بررسی نتایج، دریافتیم که با افزایش درصد آرماتور  $p_h$  و یا ضخامت جداره  $h$  باربری کمانش موضعی افزایش می‌یابد.

#### ۴- آنالیز و طرّاحی ستون‌های جعبه‌ای دارای HSC و رسم نمودارهای تداخلی

برای آنالیز چنین مقاطعی و به دلیل استفاده از HSC، در مراجع [۵ و ۷] به طور نسبتاً جامعی به موارد اختلاف خواص مکانیکی آنها در مقایسه با بتون معمولی NSC پرداخته شده است و از بررسی و مقایسه نتایج تحقیقاتی [۹ و ۸] در مورد پارامترهای  $\alpha$  و  $\beta_1$  مربوط به بلوک تنش فشاری معادل شکل (۳) با دیگر محققین و استانداردها چنین نتیجه می‌شود که برای بتون‌های با مقاومت بالا، روابط پیشنهادی استاندارد نیوزلند (در (۱۷) و (۱۸)) نسبت به نتایج آزمایشگاهی در محدوده قابل قبول‌تری است و به این دلیل، این روابط مورد استفاده قرار گرفته است:

$$0.75 \leq \alpha \leq 0.85 \quad \alpha = 0.85 - 0.004(f'_c - 55) \quad \text{MPa} \quad (17)$$

$$0.75 \leq \beta_1 \leq 0.85 \quad \beta_1 = 0.85 - 0.008(f'_c - 30) \quad \text{MPa} \quad (18)$$

در مقاله‌ی حاضر از روابط فوق و ساده‌ترین روش برای آنالیز مقاطع دارای HSC استفاده شده است، به نحوی که نیاز به تعیین فرمول‌های مربوط به شکست در حالت‌های مختلف مقطع (شکست فشاری، کششی یا متداول) و فرض ارتفاع تار خنثی برای یک خروج از مرکزیت مشخص همراه با سعی و خطای برای رسیدن به مقدار دقیق آن نیست. همچنین از این روش می‌توان برای دو حالت توزیع آرماتور در دو وجه و یا پیرامون مقطع مورد نظر در تحقیق، با اندکی تغییر استفاده کرد (توضیحات کامل در مرجع [۵] موجود است). بدین منظور، همه‌ی تنش‌ها، کرنش‌ها و نیروهای فشاری با علامت مثبت و مقادیر نظیر کششی با علامت منفی منظور می‌شوند و نسبت کرنش ردیف ۱ (بیشترین کرنش کششی) به کرنش تسلیم فولاد مربوط، با حرف  $z$  نمایش داده شده است. شکل (۳)

$$z = \frac{\varepsilon_{s1}}{\varepsilon_y} \Rightarrow \varepsilon_{s1} = z \varepsilon_y \quad (19)$$

همچنین از تنشیات هندسی شکل (۳-ب) چنین به دست می آید:

$$x = \frac{0.003}{0.003 - z \varepsilon_y} d_1 \quad (20)$$

$$\varepsilon_{si} = \left( \frac{x - d_i}{x} \right) 0.003 \quad (21)$$

رابطه‌ی (۲۰) این امکان را فراهم می کند که به جای انتخاب ارتفاع تار خنثای  $x$  (روش‌های رایج در کتب طراحی)، انتخابی برای ضریب  $z$  صورت گیرد، زیرا نه تنها مفهوم ساده‌تری دارد بلکه به سعی و خطا نیز نیازی نیست.

$$\text{در حالت شکست فشاری} \quad x = d_1 \Rightarrow z = 0 \quad (22)$$

$$\text{در حالت شکست متعادل} \quad z = -1 \Rightarrow \varepsilon_{s1} = -\varepsilon_y \quad (23)$$

$$\text{در حالت شکست کششی} \quad z < -1 \Rightarrow \varepsilon_{s1} > -\varepsilon_y \quad (24)$$

توسط روابط زیر تعیین می شود، زیرا ارتفاع تار خنثی با فرض یک مقدار مشخص برای  $z$  از رابطه (۲۰) قابل تعیین است. برای رسم منحنی تداخلی، ابتدا  $z$  را مساوی صفر فرض می کنیم و (۲۰) تا (۳۱) محاسبه می شود. سپس در گام‌های بعد مقدار ثابت کوچکی (مثلًا ۰/۰۱) از  $z$  کم و مجدداً (۲۰) تا (۳۱) محاسبه می شود. شرط توقف محاسبات این است که در (۰-۰) مقدار  $P_n$  مساوی صفر شود) در این صورت مقدار  $F_c$  بشرح زیر به دست می آید:

$$A_C = a\beta_1 x \leq h \quad \text{الف- اگر} \quad (25)$$

$$A_C = ah + 2(\beta_1 x - h)h \quad \text{ب- اگر} \quad h \leq \beta_1 x \leq b - h \quad (26)$$

$$A_C = 2ah + 2bh - 4h^2 + a\beta_1 x - ab \quad \text{ج- اگر} \quad b - h \leq \beta_1 x \leq b \quad (27)$$

$$A_C = 2ah + 2bh - 4h^2 \quad \text{د- اگر} \quad \beta_1 x \geq b \quad (28)$$

$$F_C = a f'_C A_C \quad (29)$$

با تعیین نیروی فشاری بتن،  $F_c$ ، و نیروی میلگرد،  $F_{si}$ ، ظرفیت نیروی محوری و خمشی اسمی مقطع عبارتند از:

$$P_n = F_c + \sum_{i=1}^n F_{si} \quad (30)$$

$$M_n = F_c \left( \frac{b}{2} - \frac{\beta_1 x}{2} \right) + \sum_{i=1}^n F_{si} \left( \frac{b}{2} - d_i \right) \quad (31)$$

که در آن  $d_i$  فاصله میلگرد رده  $i$  ام از تار بالای مقطع ستون و  $b$  ارتفاع مقطع ستون و  $n$  تعداد رده‌های طولی

ستون است.

به کمک روابط بالا، برنامه‌ی کامپیوتری در محیط نرم افزار MATLAB [۱۰] نوشته شده است و تعداد ۳۷۶ نمودار تداخلی برای مقادیر مختلف  $a/h/b/h/e/f/y$  و نحوه استقرار فولاد در دو وجه و یا پیramونی با سه مقاومت فشاری (۸۰، ۹۰ و ۹۰ مگاپاسکال) برای دو حالت: (الف) آنالیز و (ب) طراحی ستون‌های جعبه‌ای دارای HSC ترسیم شده است [۵] که نمونه‌ای از نمودارهای ترسیم شده در شکل‌های ۴ و ۵ قابل مشاهده است.

## ۵- ارتباط بین دیاگرام‌های تداخلی ستون‌های توپر با جعبه‌ای (توخالی)

با استفاده از نمودارهای رسم شده، نمودارهایی براساس نسبت بدون بعد شده  $A_h/A$  (نسبت مساحت مقطع توخالی به توپر که در آن  $h/a=0.5$  است) و  $P_h/P$  (نسبت ظرفیت بار محوری اسمی مقطع توخالی به توپر) بر حسب خروج از مرکزیت‌های مختلف رسم شده است [۵] نمونه‌ای از آنها را در شکل (۶) می‌بینید. همان‌گونه که در این نمودارها مشاهده می‌شود، بین نسبت  $P_h/A$  رابطه مستقیم وجود دارد. از طرفی چون  $M_h$  و  $M$  نیز از حاصل ضرب  $P_h$  در  $e/b$  و  $A_h/A$  (نسبت خروج از مرکزیت به ارتفاع مقطع) به دست می‌آید، بنابراین نسبت  $M_h/M$  نیز همانند نسبت  $P_h/P$  با نسبت  $A_h/A$  رابطه مستقیم دارد.

در شکل (۶-الف) اگرچه مقدار  $P_h/P$  (در بعضی از مقادیر  $A_h/A$ ) بزرگتر از مقدار  $A_h/A$  است، لیکن برای اطمینان، از این اختلاف صرف نظر می‌شود (مثلاً در  $A_h/A=0.3$  مقدار  $P_h/P$  کمی بیشتر از ۰.۳ است) برای همین:  $P_h/P = A_h/A$ . در شکل (۶-ب) اگر چه مقدار  $P_h/P$  اندکی از مقدار  $A_h/A$  کمتر است، لیکن به دلیل ناچیز بودن این اختلاف، مثلاً در  $A_h/A=0.3$  مقدار  $P_h/P$  می‌باشد) می‌توان چنین بیان کرد:  $P_h/P = A_h/A$ . برای بتن‌های با مقاومت بالا و در نظر گرفتن متغیرهای بند-۴ بررسی‌های جامعی در مرجع [۵] صورت گرفته و چنین نتیجه‌گیری شده است:

$$P_h = P \frac{A_h}{A} \quad (32)$$

$P_h$ : ظرفیت بار محوری اسمی مقطع توخالی

$P$ : ظرفیت بار محوری اسمی مقطع توپر

$A_h$ : مساحت مقطع توخالی

$A$ : مساحت مقطع توپر

$$M_h = M \frac{A_h}{A} \quad (33)$$

$M_h$ : ظرفیت خمس محوری اسمی مقطع توخالی

$M$ : ظرفیت خمس محوری اسمی مقطع توپر

در صورت یکسان بودن مقدار مساحت فولاد در مقطع توخالی و توپر

$$\rho_h = \rho \frac{A}{A_h} \quad (34)$$

$\rho$ : درصد فولاد مقطع توخالی

$\rho$ : درصد فولاد مقطع توپر

به منظور آنالیز چنین ستون‌هایی به کمک نمودارهای تداخلی، در پیوست مسئله نمونه‌ای ارائه و حل شده است.

## نتیجه گیری

۱- کمانش موضعی با دوروش، دقیق و روش انرژی کرنشی برای ستون‌های جعبه‌ای دارای HSC بررسی شده است و چنین

نتیجه گیری شد که برای  $\frac{h}{a} \geq 0.06$  شکست مقطع قبل از کمانش موضعی روی می دهد.

۲- با توجه به پارامترهای مهم طراحی مقاطع دارای HSC با استفاده از یک روش بسیار ساده که نیاز به سعی و خطاب را محاسبه ارتفاع تار خنثی را، جهت آنالیز و طراحی مقطع منتفی می سازد، تعداد ۳۷۶ دیاگرام تداخلی برای مقادیر مختلف  $f_y/f_c$  و دو نحوه استقرار میلگردها برای ستون های جعبه ای دارای HSC ترسیم شد. با استفاده از این دیاگرامها، نمودارهای بدون بعد ترسیم شدند و از بررسی های صورت گرفته چنین نتیجه می شود که  $P_h/P$  و  $M_h/M$  متناسب با  $A_h/A$  می باشد. به عبارت دیگر با در دسترس داشتن یک نوع دیاگرام (مثلث نمودارهای تداخلی مقاطع توخالی) و اعمال نسبت  $A_h/A$  در دیاگرام مربوط مقادیر  $P$  و  $M$  برای دیاگرام های نوع دیگر (مثلث نمودارهای تداخلی مقاطع توپر) قابل تعیین است.

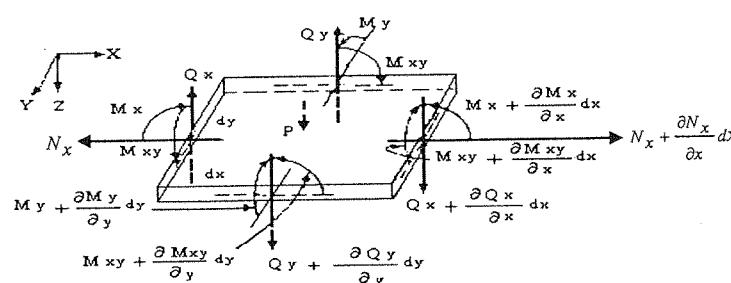
## نشانه ها

- عمود بر آن  $y$  باشد
- $I_{ex}$ : ممان اینرسی صفحه بتنی حول محور خنثی در مقطعی که محور عمود بر آن  $X$  باشد
- $I_{ey}$ : ممان اینرسی صفحه بتنی حول محور خنثی در مقطعی که محور عمود بر آن  $y$  باشد
- $M_h$ : ظرفیت خمشی اسمی مقطع توخالی
- $M_n$ : ظرفیت خمشی اسمی مقطع
- $M_u$ : ظرفیت خمشی نهایی مقطع
- $N_x$ : نیروی غشایی در امتداد محور  $X$
- $N_y$ : نیروی غشایی در امتداد محور  $Y$
- $N_{xy}$ : نیروی برشی غشائی در صفحه  $X$  در امتداد محور  $Y$
- $P_0$ : ظرفیت بار محوری فشاری محض
- $P_h$ : ظرفیت بار محوری اسمی مقطع توخالی
- $P_n$ : ظرفیت بار محوری اسمی مقطع
- $P_u$ : ظرفیت بار محوری نهایی مقطع
- $Q_x$ : نیروی برشی در امتداد محور  $X$
- $Q_y$ : نیروی برشی در امتداد محور  $Y$
- $P_h$ : درصد میلگرد مقاطع توخالی
- $P$ : درصد میلگرد مقاطع توپر
- $V$ : ضریب پواسون بتن
- W: خیز

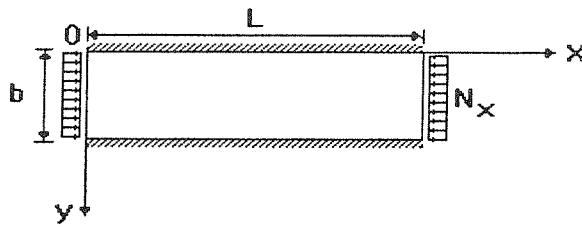
- A: مساحت مقطع توپر
- a: عرض مقطع توخالی
- $A_c$ : سطح مقطع خالص بتن
- $A_g$ : سطح مقطع کل بتن
- $A_h$ : مساحت مقطع ستون توخالی (جعبه ای)
- $A_{si}$ : سطح مقطع میلگردهای ردیف ۱ ام مقطع ستون
- $A_d$ : سطح مقطع کل میلگردهای طولی
- b: ارتفاع مقطع ستون توخالی
- $D_x$ : سختی خمشی در امتداد محور  $X$
- $D_y$ : سختی خمشی در امتداد محور  $Y$
- $D_{xy}$ : سختی پیچشی
- $E_z$ : کرنش عمودی در امتداد محور  $Z$
- $E_{si}$ : کرنش در ردیف ۱ ام میلگرد
- $E_c$ : مدول الاستیسیته بتن
- $E_s$ : مدول الاستیسیته میلگرد
- $\gamma_{xz}$ : کرنش برشی در صفحه  $X$  در امتداد محور  $Z$
- $f_{si}$ : تنش موجود در ردیف ۱ ام میلگردهای مقطع ستون
- $F_{si}$ : نیروی موجود در ردیف ۱ ام میلگردهای مقطع ستون
- $G_{xy}$ : مدول پیچشی
- $I_{sx}$ : ممان اینرسی میلگردها حول محور خنثی در مقطعی که محور عمود بر آن  $X$  باشد
- $I_{sy}$ : ممان اینرسی میلگردها حول محور خنثی در مقطعی که محور

## تشکر و قدردانی

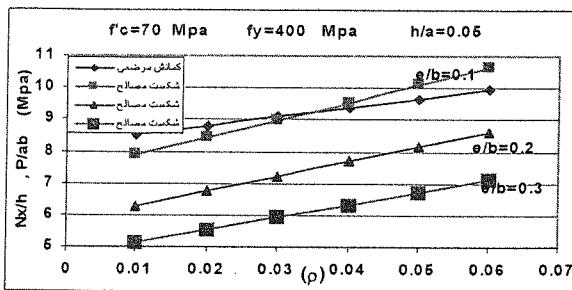
بدینوسیله از آقای مهندس ذاکر استقامتی که در تهیه نمودارهای آنالیز و طراحی ستون های دارای بتن با مقاومت بالا نهایت تلاش و دقت را نموده است تشکر و قدردانی می شود.



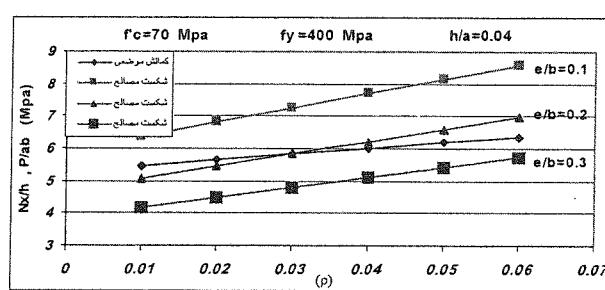
شکل (۱-الف): تغییرات نیروهای برشی، صفحه ای و ممانهای خمشی - پیچشی در المان صفحه.



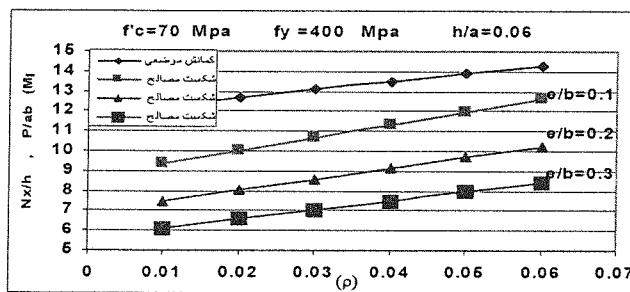
شکل (۱-ب): شرایط مرزی صفحه بتنی.



شکل (۲-ب)

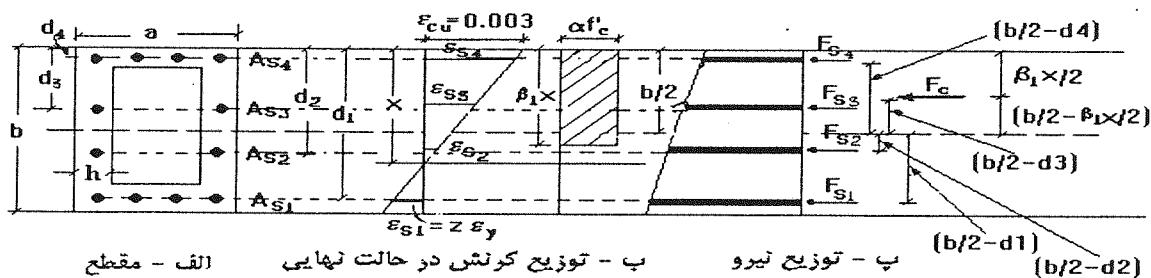


شکل (۲-الف)

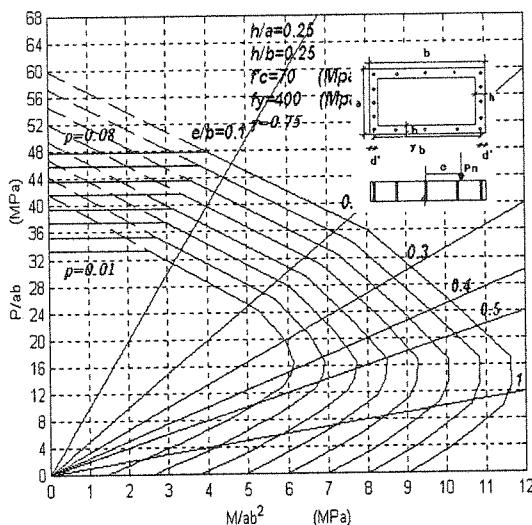


شکل (۲-ج)

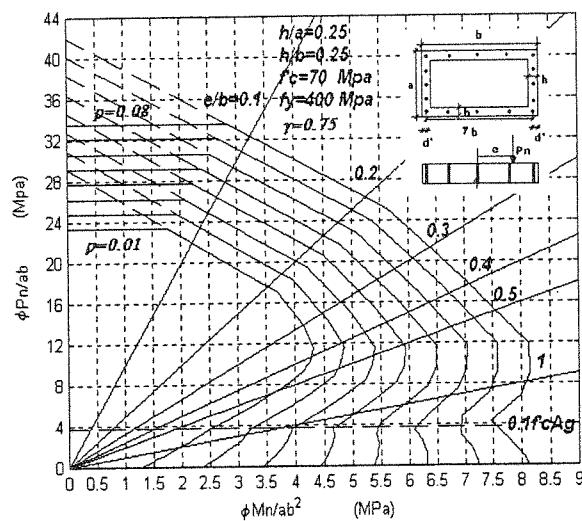
شکل (۲): مقایسه تنش کمانش موضعی  $\frac{N_x}{ab}$  با تنش ناشی از شکست مصالح با درصد های مختلف فولاد طولی ستون ( $\rho$ ).



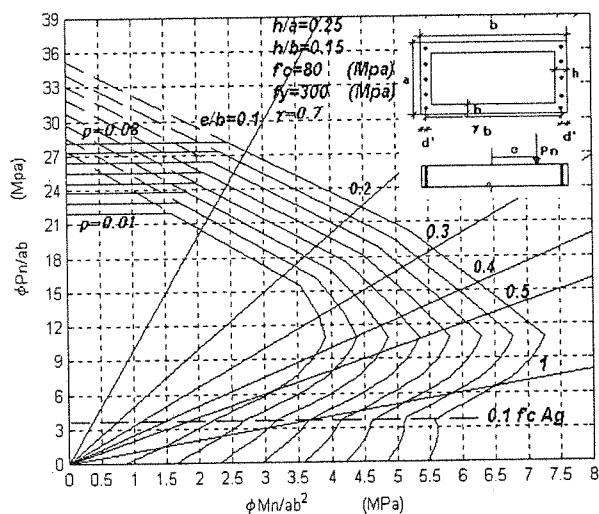
شکل (۳): مقطع جعبه‌ای با چند ردیف میگرد و توزیع کرنش فرضی.



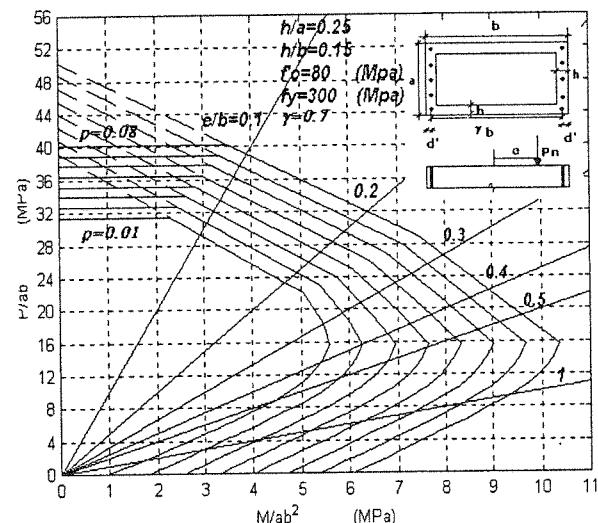
شکل (۴-ب): نمودار تداخلی آنالیز مقاطع جعبه‌ای دارای HSC در حالت توزیع میلگرد در محیط مقطع.



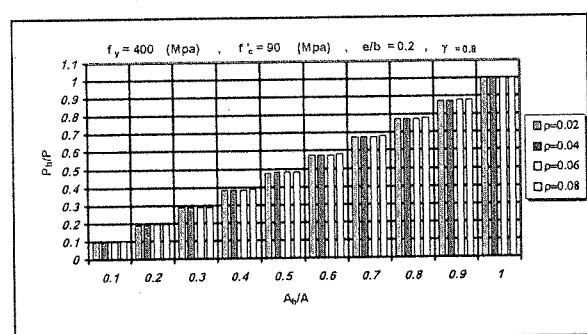
شکل (۴-الف): نمودار تداخلی طراحی مقاطع جعبه‌ای دارای HSC در حالت توزیع میلگرد در محیط مقطع.



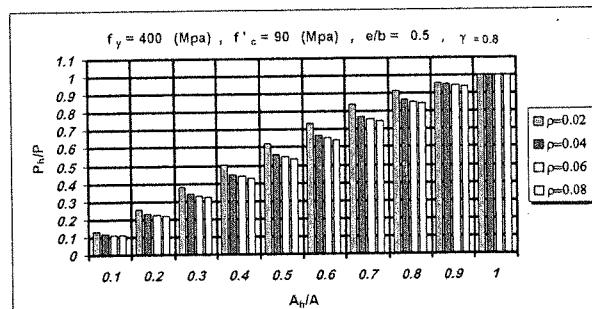
شکل (۵-ب): نمودار تداخلی طراحی مقاطع جعبه‌ای دارای HSC در حالت توزیع میلگرد در دو طرف مقطع.



شکل (۵-الف): نمودار تداخلی آنالیز مقاطع جعبه‌ای دارای HSC در حالت توزیع میلگرد در دو طرف مقطع.



شکل (۶-ب): نمودار بدون بعد شده که رابطه بین  $A_h/A$  و  $P_h/P$  را در ناحیه شکست فشاری از دیاگرام تداخلی نشان می‌دهد.



شکل (۶-الف): نمودار بدون بعد شده که رابطه بین  $A_h/A$  و  $P_h/P$  را در ناحیه شکست کششی از دیاگرام تداخلی نشان می‌دهد.

جدول (۱): تنش کمانش موضعی و تنش نهایی ناشی از شکست مصالح برای مقاطع جعبه‌ای دارای HSC ( $f'c=70$  (MPa))

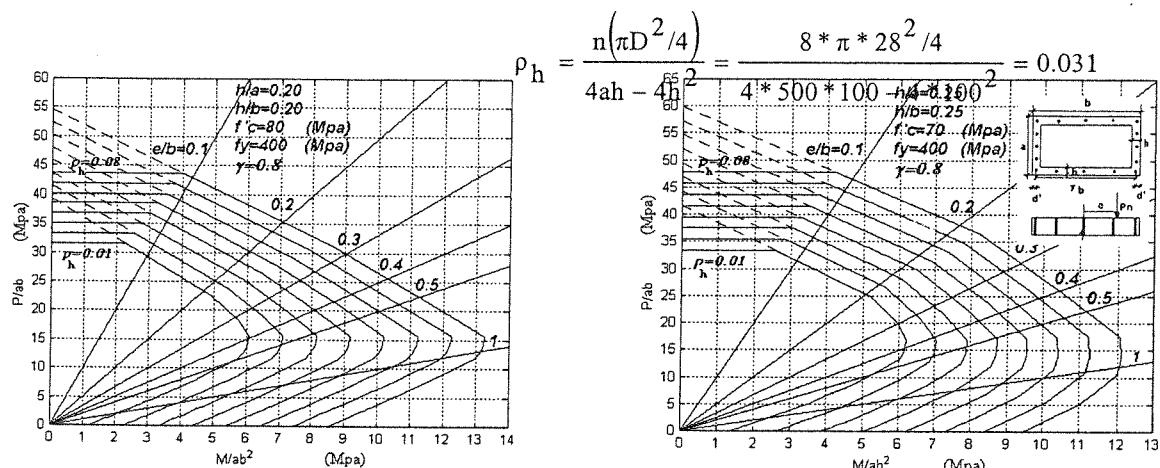
$f'c=70$ MPa $f_y=400$ MPa		$N_x/h$ , $P/ab$ (MPa)					
		$\rho=+0.1$	$\rho=+0.2$	$\rho=+0.3$	$\rho=+0.4$	$\rho=+0.5$	$\rho=+0.6$
$h/a=+0.4$	تشن کمانش موضعی	۵/۴۶	۵/۶۵	۵/۸۳	۶/۰۰	۶/۱۹	۶/۲۷
	شکست مصالح	$e/b=+0.1$	۶/۳۶	۶/۸۱	۷/۲۵	۷/۷۰	۸/۱۴
	شکست مصالح	$e/b=+0.2$	۵/۰۸	۵/۴۵	۵/۸۳	۶/۲۱	۶/۵۹
	شکست مصالح	$e/b=+0.3$	۴/۱۵	۴/۴۷	۴/۷۹	۵/۱۱	۵/۴۳
$h/a=+0.5$	تشن کمانش موضعی	۸/۵۱	۸/۸۱	۹/۰۹	۹/۳۷	۹/۶۵	۹/۹۴
	شکست مصالح	$e/b=+0.1$	۷/۸۷	۸/۴۲	۸/۹۷	۹/۵۳	۱۰/۰۸
	شکست مصالح	$e/b=+0.2$	۶/۲۸	۶/۷۵	۷/۲۲	۷/۶۹	۸/۱۵
	شکست مصالح	$e/b=+0.3$	۵/۱۳	۵/۵۳	۵/۹۳	۶/۳۲	۶/۷۱
$h/a=+0.6$	تشن کمانش موضعی	۱۲/۲۸	۱۲/۶۸	۱۳/۰۸	۱۳/۴۸	۱۳/۸۸	۱۴/۲۸
	شکست مصالح	$e/b=+0.1$	۹/۳۵	۱۰/۰۱	۱۰/۶۶	۱۱/۳۲	۱۱/۹۷
	شکست مصالح	$e/b=+0.2$	۷/۴۷	۸/۰۲	۸/۵۸	۹/۱۳	۹/۶۹
	شکست مصالح	$e/b=+0.3$	۶/۰۹	۶/۵۶	۷/۰۳	۷/۵۰	۸/۴۴

### پیوست

مثال: مطلوب است آنالیز ستون جعبه‌ای مریع شکل با مشخصات زیر و ابعاد مقطع ۵۰۰mm\*۵۰۰mm با ضخامت جداره ای برابر ۱۰۰mm در هر طرف، همچنین از ۴Φ۲۸ در دو وجه مقطع استفاده شده است.

$$e = 200 \text{ mm} \quad f'_c = 80 \text{ MPa} \quad f_y = 400 \text{ MPa}$$

$$\frac{e}{b} = \frac{200}{500} = 0.4 \quad \frac{h}{a} = \frac{h}{b} = \frac{100}{500} = 0.2$$



$$\gamma = \frac{b - 2d'}{b} = \frac{500 - 2 * 50}{500} = 0.8$$

با توجه به نمودار [۵] زیر تنش ناشی از شکست مصالح ستون،  $\frac{P}{ab}$ ، برابر با مقدار زیر است:

$$\frac{P}{ab} = 17 \text{ MPa} \quad \Rightarrow \quad P = 17 * 500 * 500 = 4.25 * 10^6 \quad (\text{N})$$

## مراجع

- [1] Taylor, A.W., Rowell, R.B., and Breeing, J.E., "Behavior of Tin Wall Concrete Box Pairs," ACI Structural Journal, N0.3, Vol.92, May-June, PP. 319-333, (1995).
- [2] B, Nilson, "Ultimate Flexural Capacity of Cracked Polygonal Concrete Section with Circular Holes under Biaxial Bending," ACI Structural Journal, V.84, No.3, May-June, PP. 212-215, (1987).
- [۳] کمالی، مجید، "بررسی رفتار ستون‌های جعبه‌ای توخالی جداره نازک تحت اثر همزمان نیروی محوری و خمش دوچانبه"، پایان نامه کارشناسی ارشد سازه دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرمان، (۱۳۷۸).
- [۴] رحیمی شعر باف، غلامحسین، "تنش در ورقها و پوسته‌ها"، انتشارات دانشگاه تربیت مدرس، (۱۳۷۵).
- [۵] ذاکر استقامتی، عباس، "تحلیل و طراحی ستون‌های جعبه‌ای دارای بتن با مقاومت بالا HSC"، پایان نامه کارشناسی ارشد.
- [۶]-علی‌نیا، محمد مهدی، "تئوری صفحات و پوسته‌ها"، انتشارات آشتیان، (۱۳۷۹).
- [۷] مقصودی و شاه جوان، "بررسی شکل پذیری مقاطع تحت خمش دارای بتن با مقاومت بالا HSC" ، اولین کنفرانس بین المللی بتن و توسعه، مرکز تحقیقات ساختمان و مسکن، تهران، (۱۳۸۰).
- [۸] ناصر صفائی‌یاری، اسکندر، "بررسی مقاومت ستون‌های لاغر ساخته شده از بتن با مقاومت بالا HSC" ، پایان نامه کارشناسی ارشد سازه دانشگاه شهید باهنر کرمان، (۱۳۷۹).
- [۹] Attard, M.M., and Stewart, M.G., "A Two Parameter Stress Block for High-Strength Concrete", ACI Structural Journal, V.95, NO.3, pp.305-317, (1998).
- [۱۰] جباریه، علیرضا، "مرجع کامل MATLAB" ، انتشارات ارس رایانه، (۱۳۷۷).

