

گسسته سازی جریان در محیط‌های متخلخل به روش احجام محدود

ابوالفضل شمسائی

استاد

دانشکده‌ی عمران، دانشگاه صنعتی شریف

حمید رضا وثوقی فر

دانشجوی دکترا

دانشکده‌ی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات

چکیده

در این مقاله از روش احجام محدود برای گسسته‌سازی جریان در محیط متخلخل، استفاده شده است. این روش بصورت ترکیبی، معادلات را بوسیله‌ی روش احجام محدود گسسته‌سازی می نماید. معادلات بوسیله‌ی روش احجام محدود گسسته‌سازی می‌شوند. اختلاف سیستم گسسته‌سازی بصورت خطی و غیر خطی در انتگرال گیری از ترم زمان است. گسسته‌سازی معادلات قانون بقای انرژی، با روشی خاص صورت می‌گیرد. این امر برای کاهش میزان نوسانات موجود در روش احجام محدود استاندارد، بکار می‌رود. در ادامه، مدل ریاضی برای انتقال جریان‌های چند بخشی در محیط غیر ایزوتروپ ارائه می‌شود. در این مدل، معادلات برای بخش در محیط چند گانه و قانون دارسی بطور ادغامی، برای جریان در محیط متخلخل در نظر گرفته می‌شوند. در این مقاله شبیه‌سازی عددی برای ارزیابی اعتبار مدل نیز انجام شده، و اعتبار آن به اثبات رسیده است. پس از تأیید مدل، بحث و محاسبه‌ی اختلاف استفاده از شبکه‌های منظم و ساختار نیافته انجام می‌شود. حداکثر اختلاف‌های ذکر شده برای مطالعات موردی بحث شده در این مقاله، کمتر از ۰/۲ درصد است.

کلمات کلیدی

احجام محدود، غیر همسان، محیط متخلخل.

Discretization of Flow in Porous Media by Finite Volume Technique

A. Shamsai
Professor

Department of Civil Engineering,
Sharif University of Technology

H. R. Vosoughifar
Ph.D Student

Department of Civil Engineering,
Islamic Azad University

Abstract

In this paper, a finite volume scheme is used to discretize flow in porous media. A numerical method for treating advection-dominated contaminant transport for flow of groundwater is described. This method combines the advantages of numerical discretization and finite volume method. The equations are discretized using a finite volume approach. The resulting nonlinear differential system is integrated in time using a solver. The conservation of energy equation is solved using a special method for reducing the oscillations induced by the standard finite volume method. Consequently, a mathematical model for multi-component flow transport in an anisotropic media is presented which couples the equations for multi-component diffusion and Darcy's law for flow in a porous medium. Furthermore application of an integrated matlab system in several studies has been provided. The integrated matlab is based on open data formats and standards and may be used for many other application areas, especially where modeling in 2D and 3D is involved. Numerical simulations are performed to validate the model and investigate the effect. The final purpose of this paper is to discuss and compare the differences between the finite volume scheme

Keywords

finite volumes - heterogeneous - porous media

۱- مقدمه

برای مطالعات در مقیاس‌های بزرگ، معمولاً اجرای تمامی آزمایش‌ها، پرهزینه یا غیر ممکن است. بنابراین باید شبیه‌سازی عددی جایگزین آزمایش‌ها شوند. مدل‌های عددی باید به ابزارهای استاندارد برای برآورد نحوه‌ی پاسخ چاه به تغییرات نرخ پمپاژ، چگالی چاه‌ها و تأثیر طولانی شدن خشکسالی، مجهز شوند. در حالت کلی، حل عددی جریان در محیط‌های غیر اشباع و خاک‌های غیر همسان مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این مقاله بطور خلاصه برخی از نتایج مدل و توصیفی از روش‌های عددی برای حل این نوع معادلات ارائه می‌شود. نتایج شبیه‌سازی شده در انت‌های مقاله آمده است. در سال‌های اخیر تمایل زیادی به استفاده از روش احجام محدود دیده می‌شود. این روش برای کاربردهای گوناگون در عملیات گسسته‌سازی، پیوستگی محلی دارد. در محدوده‌های متفاوت حل، از روش‌های مختلف احجام محدود استفاده می‌شود. نخست روشی پایدار برای بخش‌های متعلق به محدوده‌ی حل ارائه می‌شود [۱]. در مرحله‌ی دوم تقریبی از معادلات گسسته‌سازی ریاضی که دارای پایداری، همگرایی و دقت هستند، ارائه می‌شود. در پایان باید مطالعات بنیادی در ارتباط با روش‌های حل و نتایج جبری صورت گیرد. بسیاری از محققان معادلات پخش - انتقال را مطالعه و سپس تکنیک‌های متفاوت حل مانند روش حل المان محدود [۲]، روش ترکیبی احجام محدود و المان محدود [۳] یا روش احجام محدود [۴] را ارائه کرده‌اند. برخی زبان‌های رایانه‌ای قوی مانند (MatLab, MathWork) [۵] و Java [۶]، امکان طراحی مدل‌های عددی کاربردی را به برنامه‌نویس می‌دهند. مطالعه‌ی دشت‌های و آبخوان‌ها بوسیله‌ی مدل‌های مختلف آب زیرزمینی از جمله TRUST [۷]، TRUMP [۸]، PORFLOW [۹]

UNSAT [۱۰]، SUTRA [۱۱]، MODFLOW [۱۲] صورت می‌گیرد. مؤلفان مقاله برای فائق آمدن به مشکلات مدل‌های آب‌های زیرزمینی موجود، مدل FVMP را طراحی کرده‌اند. برای مطمئن شدن از آن که اطلاعات هر مدل آب زیرزمینی قابل اتکا بوده و نمایانگر شرایط جریان واقعی در لایه‌ی آبدار باشد، باید مدل کالیبره شود. یکی از مهمترین روش‌های کالیبراسیون در چاه‌های منطقه، آن است که سطح آب در بعضی از نقاط مدل محاسبه و با نتایج اندازه‌گیری شده ارزیابی شود [۱۳]. با این عمل صحت اجرای مدل قابل اثبات خواهد بود. مدل FVMP توسط روش‌های مختلف سنجیده شده و صحت آن مورد تأیید قرار گرفته است.

۲- روش احجام محدود در مقایسه با روش‌های تفاضل محدود و اجزای محدود

حل عددی در مسائل مکانیک سیالات معمولاً به سه روش احجام محدود، تفاضل محدود و اجزای محدود صورت می‌گیرد [۱۴]. وقتی که یک مدل عددی بکار برده می‌شود، ابتدا معادله‌ی حاکم از محدوده‌ی فیزیکی به محدوده‌ی محاسباتی تبدیل می‌شود. اختلاف روش تفاضل محدود با احجام محدود در ارتباط با حل معادلات در گره‌ها است. در روش احجام محدود انتگرال‌گیری از معادلات حل به طور مستقیم صورت می‌گیرد. این عمل نوسانات را در هنگام حل کاهش می‌دهد. مهمترین مزیت روش احجام محدود نسبت به تفاضل محدود، مناسب بودن آن برای محدوده‌های دارای اشکال نامنظم، به دلیل توانایی استفاده از فضاهای فیزیکی است [۱۵]. روش احجام محدود، معادلات عددی یک گره را از طریق نقاط مجاور آن حل می‌کند؛ درحالی که در روش اجزای محدود، برای هر المان معادلاتی مستقل از بقیه‌ی المان‌ها تعریف می‌شود. فعل و انفعالات بین المان‌ها، به واسطه‌ی جمع المان‌ها با یکدیگر، در ماتریس عمومی تعبیه می‌شود [۳]. در روش المان محدود، معادلات المان‌ها مستقل از شرایط مرزی، تشکیل می‌شوند. این شرایط سپس به صورت اعداد ثابت در متغیرهای ماتریس‌های عمومی، قرار می‌گیرند. بازسازی و اصلاح در روش احجام محدود بر اضافه نمودن احجام محدود به برنامه استوار است. در برخی از برنامه‌های احجام محدود این بازسازی صورت گرفته است. این نوع برنامه‌ها قابلیت استفاده از احجام با اشکال مختلف را دارند [۱۶].

۳- مدل ریاضی

مدل‌های آب زیرزمینی، بر اساس مدل‌های ریاضی طراحی و با تکامل تکنیک‌های ریاضی، کامل‌تر شده‌اند. ارائه‌ی راهکارهای جدید در حل الگوریتم عددی نیز به تکامل مدل‌ها انجامیده است. ارائه‌ی روش‌های پیشرفته‌ی حل عددی، از جمله روش‌های احجام محدود، قابلیت‌های زیادی برای بررسی جریان در محیط‌های متخلخل بوجود آورده است. استفاده از این قابلیت‌ها در ساخت مدل، باعث افزایش دقت و کاهش نیاز به حافظه‌ی کم رایانه‌ای شده است. به این ترتیب، پژوهش و بررسی اثرات متقابل بین عناصر مختلف که بوسیله‌ی مدل‌های قبل امکان پذیر نبود، به آسانی با این روش‌ها، میسر می‌شود. از نظر ریاضی، مراحل تهیه‌ی مدل آب زیرزمینی به وسیله‌ی حل توأم معادله‌ی لاپلاس و معادله‌ی انتقال صورت می‌گیرد. نخست معادله‌ی لاپلاس برای حالت بار هیدرولیکی (Head) یکنواخت، تجزیه و تحلیل می‌شود. سپس قانون داریسی مستقل از انتقال محلول، بوسیله‌ی تکنیک احجام محدود حل می‌شود [۱۷]. با انجام مراحل ذکر شده، سرعت نشت بدست می‌آید. رابطه‌ی حاکم بر جریان برای دو مایع (خالص و دارای غلظت) بصورت رابطه‌ی زیر تعریف می‌شود:

$$\phi \partial_t p + \nabla \cdot (\rho q) = Q \quad (1)$$

مقدار دبی در واحد عرض، q ، در لایه‌ی آبدار، بصورت رابطه‌ی داریسی تعریف می‌شود:

$$q = -\frac{k}{\mu} (\nabla p - \rho g) \quad (2)$$

معادله‌ی حرکت آب و انتقال در محیط متخلخل، بصورت رابطه‌ی زیر بیان می‌شود:

$$\phi \partial_t (\rho c) + \nabla \cdot (\rho c q - \rho D \nabla c) = Q \quad (3)$$

برای مایعات غیر قابل تراکم، معادله‌ی چگالی به صورت رابطه‌ی زیر اصلاح می‌شود:

$$\rho = \rho(c) \quad (4)$$

رابطه‌ی مسائل انتقال، شامل عواملی مانند منبع، یا بعضی از واکنش‌های شیمیایی، تزریق یا پمپاژ چاه، بصورت رابطه‌ی (۵) مد نظر قرار می‌گیرد.

$$\partial_t (\phi C) + \nabla \cdot (VC - D \nabla C) + \lambda C = r + Qc \quad (5)$$

از روابط ذکر شده، برای مدل نمودن انتقال املاح و محلول‌های حل شده در آب زیرزمینی استفاده می‌شود. متغیرهای نامشخص شامل میزان فشار $p = p(x, t)$ و ذرات جرم $c = c(x, t)$ یعنی میزان غلظت می‌شوند. جزئیات بیشتر این بحث در مرجع [۱۷] درج شده است. معادله‌ی (۱) معادله‌ی جریان و رابطه‌ی (۳) به عنوان معادله‌ی انتقال نامیده می‌شوند. g شتاب جاذبه است. بطور کلی لزجت و چگالی (ρ, μ) توابع غیر خطی، وابسته به مقدار غلظت (C) می‌باشند. و بنابراین برای حالت $\mu, \rho > 0$ ، $\mu = \mu(c), \rho = \rho(c)$ خواهد بود. خواصی مانند پوکسی، توسط پارامتر ϕ بیان می‌شود. سرعت انتقال در محیط متخلخل، توسط متغیر v بیان می‌شود. پخش مولکولی و سرعتی که بستگی به پراکندگی ماتریس دارد، توسط تانسور D بیان می‌شود. ضریب λ بیانگر عکس العمل بر نرخ پمپاژ، بوسیله‌ی واکنش‌های شیمیایی می‌باشد. r بیانگر یک فاکتور از منبع تأخیر می‌باشد. q بیانگر دبی تزریق، یا بیرون کشیدن آب از چاه می‌باشد. مراحل حل، بوسیله‌ی تعریف شرایط اولیه $c(0) = c_0$ و $p(0) = p_0$ ، و شرایط مرزی برای متغیرهای نامشخص (c, p) در منطقه‌ی مورد نظر، آغاز می‌شود.

گسسته سازی به روش احجام محدود

برای تشکیل معادلات گسسته شده، از معادله‌ی (۲) بر روی احجام کنترل‌ها A_i ($i=1,2,3,\dots,n$) انتگرال گرفته و سپس از رابطه‌ی گرین استفاده می‌شود تا رابطه‌ی (۶) حاصل شود.

$$\int_{A_i} \phi \frac{\partial \rho c}{\partial t} dx + \int_{\partial A_i} \rho c n \cdot q ds - \int_{\partial A_i} \rho n \cdot D \nabla c ds = \int_{A_i} Q dx \quad (6)$$

در مرحله‌ی بعد باید از روابط انتگرالی روی سطح A_i تقریب زده شود. برای این منظور نخست از قانون مرتبه‌ی اول تقریب سریع استفاده می‌شود.

$$\int_{A_i} u dx \approx u(x_i) |A_i| \quad (7)$$

که در آن $|A_i|$ مساحت محدوده‌ی A_i است. به وسیله‌ی رابطه‌ی زیر، انتگرال مرزی تقریب زده می‌شود.

$$\int_{\partial A_i} \rho c_n \cdot q \, ds - \int_{\partial A_i} \rho n \cdot D \cdot \nabla CDS \approx \sum_{j \in e} |\Gamma_{ij}^e| n_{ij}^e \cdot \left(\frac{1}{2} \rho_{ij}^e q_{ij}^e (c_i + c_j) - L_{ij}^e \rho_{ij}^e D_{ij}^e \nabla c_{ij}^e \right) \quad (8)$$

که در آن اندازه‌ی قطعه‌ی Γ_{ij}^e است. بردار نرمال سطح A_i در روی قطعه‌ی Γ_{ij}^e با متغیر n_{ij}^e و زیرنویس‌های متغیرها به صورت $j \in A_i$ نمایش داده می‌شوند که ز پسوند تمام گره‌های مجاور نقطه‌ی x_i و $\epsilon \in A_{ij}$ است. در صورت تأکید بر تابعی اسکالر که مستقل از عدد پیکلت محلی باشد، $L(0) = 1$ خواهد بود. در حالت $L(0) \geq 1$ توضیحی درباره‌ی روش‌های مختلف تقریب متکی به بالادست (Upwind) ارائه می‌شود. برای حالت $L = 1$ تقریب استفاده شده، متکی به بالادست نخواهد بود؛ یعنی تقریب استفاده شده بر اساس قانون استاندارد چهارتایی صورت می‌گیرد. برای کوتاه شدن علائم بکار رفته از روابط $\rho_h := \rho(c_h)$ ، $c_{ij}^e := c_h(x_{ij}^e)$ ، $p_{ij}^e := p_h(x_{ij}^e)$ ، $c_i := c_h(x_i)$ ، $p_i := p_h(x_i)$ ، $\rho_h(x) := \rho(c_h(x))$ و $\rho_{ij}^e := \rho(c_{ij}^e)$ مختصر می‌شوند [۱۸]. سپس معادله‌ی گسسته شده‌ی (۹) حاصل می‌شود.

$$|A_i| \phi_i \partial_t (\rho_i c_i) + \sum_{j \in e} |\Gamma_{ij}^e| n_{ij}^e \cdot \left(\frac{1}{2} \rho_{ij}^e q_{ij}^e (c_i + c_j) - L_{ij}^e \rho_{ij}^e D_{ij}^e \nabla c_{ij}^e \right) = |A_i| Q_i \quad (9)$$

که در آن q مشابه با (۲) تعریف می‌شود. برای معادله‌ی جریان نیز به همین روش عمل می‌شود. از این رو حل بصورت نیمه گسسته درمی‌آید، سپس مقادیر $(c_h(t), p_h(t)) \in V_h := V_h \times V_h$ بدست می‌آیند. این عملیات به طور مشابه برای همه‌ی حالات $t \in (0, T)$ ، نیز صادق است.

$$|A_i| \phi_i \partial_t (\rho_i) + \sum_{j \in e} |\Gamma_{ij}^e| n_{ij}^e \cdot (\rho_{ij}^e q_{ij}^e) = |A_i| Q_i \quad (10)$$

$$|A_i| \phi_i \partial_t (\rho_i c_i) + \sum_{j \in e} |\Gamma_{ij}^e| n_{ij}^e \cdot \left(\frac{1}{2} \rho_{ij}^e q_{ij}^e (c_i + c_j) - L_{ij}^e \rho_{ij}^e D_{ij}^e \nabla c_{ij}^e \right) = |A_i| Q_i \quad (11)$$

این مسائل با معرفی شرایط مناسب مرزی و اولیه (مانند روابط پیوستگی) قابل حل هستند. دبی داری همانند (۲) تعریف می‌شود. شرط داشتن یک جواب منحصر بفرد برای اعداد خروجی $T > 0$ و $q > 1$ ، همانند معادلات (۱۰) و (۱۱) چنین است:

$$\begin{pmatrix} c_h(t) \\ p_h(t) \end{pmatrix} \in V_h, t \in (0, T)$$

در انتها سیستم با روش گسسته سازی اولر غیر صریح حل می‌شود.

برنامه‌ی (Finite Volume Method discretizations of flow in Porous Media) FVMP

پس از معرفی مدل ریاضی و روابط حاکم بر جریان در محیط متخلخل، برنامه‌ی FVMP توسط مؤلفین این مقاله طراحی شده است. این مدل بر اساس مدل ریاضی و گسسته‌سازی جریان به روش احجام محدود تهیه شده است. هدف از طراحی برنامه حل مشکلات برنامه‌های دیگر در شبیه‌سازی جریان برای محیط‌های متخلخل بوده است. برنامه‌های موجود بر اساس روش المان محدود یا تفاضل محدود تهیه شده‌اند. این برنامه‌ها برای مدل کردن محیط‌های خاص بعلاقی به شبکه‌های ریز، حافظه‌ی زیادی اشغال می‌کنند. از سوی دیگر، هر یک از برنامه‌های موجود دارای اشکالاتی است. نویسندگان مقاله به مدت ۸ سال انواع مدل‌های مختلف را برای مطالعه‌ی دشت‌های زیادی، بکار برده و با توجه به تجربه‌ی بدست آمده، برای فائق آمدن بر مشکلات ذکر شده مدل FVMP را که FVMP یک برنامه برای شبیه‌سازی انتقال جریان‌های چندبخشی دارای چند بعد در محیط متخلخل است، طراحی کرده‌اند. برنامه در محیط زبان MatLab و بوسیله‌ی روش احجام محدود طراحی شده است.

مهمترین ویژگی‌های برنامه

در این برنامه شبیه‌سازی حالت‌های انتقال، پراکندگی و پخش در محیط‌های دارای بیش از دو بعد با استفاده از انتخاب یک

- روش غیر صریح محلی، میسر است.
- همچنین موارد زیر از جمله ویژگی‌های مهم این نرم‌افزار به شمار می‌روند:
- کنترل احجامی انحلال و انتشار مواد معدنی،
 - بررسی تغییرات ترکیبی در محیط‌های چند گانه،
 - مدل کردن پخش در محیط‌های چندگانه، (برای اصلاح تفاوت شار مناطقی که ضرایب پخش با یکدیگر تفاوت دارند)،
 - استفاده از شبکه‌های ساختار نیافته‌ی فضائی (مثلثی - چهار ضلعی)،
 - استفاده از پله‌های زمانی متفاوت.

بکار بردن برنامه در یک مطالعه‌ی موردی

برای مطالعه‌ی موردی و نیز تحقیق بر روی صحت مدل طراحی شده، از آزمایش عددی استفاده می‌شود. در این آزمایش‌های عددی از دو نوع احجام محدود متفاوت استفاده می‌شود. در صورتیکه تفاوت نتایج بین دو نوع احجام بندی کم باشد، می‌توان عنوان کرد که مدل به طور صحیح اجرا شده است. در این بخش دو نوع آزمایش عددی انجام گرفته است. نخست برای گسسته‌سازی معادلات انتقال آب در محیط متخلخل، الگوریتم ساختار نیافته (Unstructured) استفاده می‌شود. در ادامه مقایسه‌ای بین گسسته‌سازی به روش احجام محدود در شبکه‌های ساختار یافته و ساختار نیافته صورت می‌گیرد.

در آزمایش عددی شماره یک محدوده‌ای به ابعاد 1650×990 متر در نظر گرفته شده است. در این محدوده چاهی با نرخ دبی 200 لیتر در ثانیه وجود دارد. چاه در نظر گرفته شده، در مختصات $(660, 396)$ قرار دارد. ضریب هدایت هیدرولیکی کاملاً غیر خطی بوده و با نوع خاک متفاوت است؛ اما به هر حال در آزمایش این ضریب در تمام ابعاد 10^{-3} متر در ثانیه مد نظر قرار می‌گیرد. دقت همگرایی لازم 10^{-6} انتخاب شده است. ضریب اصلاح هر مرحله نسبت به مرحله‌ی قبل $1/8$ انتخاب شده است. منطقه‌ی مورد نظر ابتدا بصورت احجام محدود یکنواخت شبکه‌بندی می‌شود. شکل (۱-الف) شبکه‌بندی ذکر شده را نشان می‌دهد. در ادامه برای شبکه‌بندی سیستم ذکر شده، از شبکه‌ی ساختار نیافته استفاده شده است. شبکه‌بندی ذکر شده در شکل (۱-ب) نشان داده شده است.

در آزمایش عددی شماره دو محدوده‌ای به ابعاد 2000×1125 متر در نظر گرفته می‌شود. در منطقه مورد مطالعه سه چاه وجود دارد. چاه اول با نرخ دبی 100 لیتر در ثانیه در مختصات $(400, 950)$ قرار دارد. چاه دوم با نرخ دبی 200 لیتر در ثانیه در مختصات $(500, 225)$ و چاه سوم با نرخ دبی 150 لیتر در ثانیه در مختصات $(835, 1500)$ مستقر است. منطقه‌ی مورد نظر ابتدا بصورت احجام محدود یکنواخت شبکه‌بندی می‌شود. شکل (۲-الف) این شبکه‌بندی را نشان می‌دهد. در ادامه برای شبکه‌بندی سیستم ذکر شده، از شبکه‌بندی ساختار نیافته استفاده شده است که شکل (۲-ب) نشان داده شده است. ضریب اصلاح و میزان همگرایی، مطابق با آزمایش عددی اول در نظر گرفته می‌شوند. منطقه‌ی مورد نظر در پلان $x-y$ بوده و از مرز غربی و شرقی آب به سمت چاه حرکت می‌کند. در مرز بالا و پائین پلان مورد نظر، جریان ورودی آب وجود ندارد.

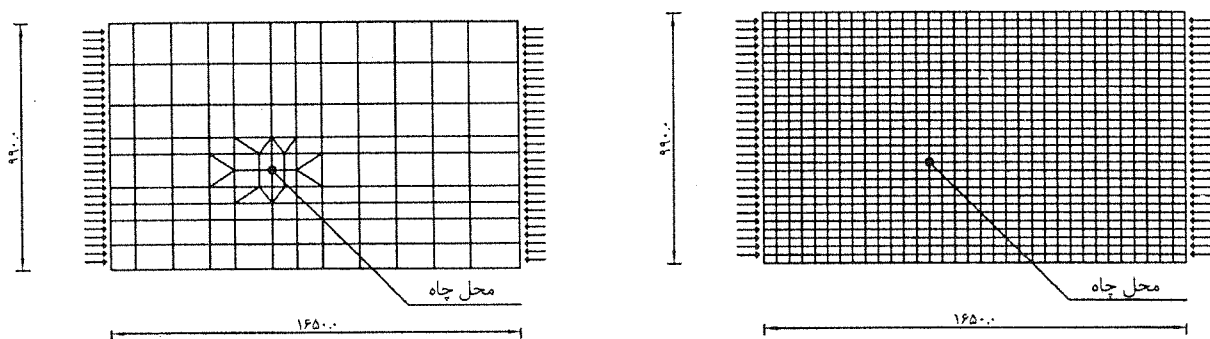
اجرای مدل‌های توصیفی بوسیله‌ی برنامه‌ی FVMP

قابلیت گرافیکی برنامه‌ی FVMP بطور دقیق طراحی شده، تا کاربر بتواند تحلیل خروجی مدل را بصورت گرافیکی مشاهده کند. ذخیره‌ی اشکال با قالب‌های گرافیکی متفاوت و نمایش تغییرات زمانی به صورت سه بعدی کامل یکی از امتیازات این برنامه به شمار می‌رود. در اولین آزمایش عددی، خطوط بار هیدرولیکی (Head) پس از محاسبه توسط برنامه به صورت تابعی از مختصات x,y نمایش داده می‌شود. شکل (۳) خطوط هم بار برای شبکه‌ی یکنواخت را که دارای 1500 گره است، در مرحله‌ی بعد نتایج بدست آمده با محاسبات شبکه‌ی ساختار نیافته دارای 139 گره در شکل (۴) مقایسه شده است. در دومین آزمایش عددی نیز خطوط بار هیدرولیکی بصورت تابعی از مختصات x,y نمایش داده می‌شود. در شکل (۵) خطوط هم بار برای شبکه‌ی یکنواخت نشان داده شده است که دارای 2600 گره است. در قدم بعد، نتایج بدست آمده با محاسبات شبکه‌ی ساختار نیافته با 336 گره، در شکل (۶) مقایسه شده است. نحوه‌ی حل عددی در فرایند ساختار نیافته بعلاوه محاسبات کم،

دارای اهمیت است. بنابراین با استفاده از شبکه‌ی ساختار نیافته تعداد گره‌ها کاهش می‌یابد. این فرایند دقت محاسبات را کاهش نمی‌دهد. با توجه به این که شمار سیکل‌های حل در این روش کاهش می‌یابد، احتمال وقوع خطاهای عددی که خطای گسسته‌سازی نیز نامیده می‌شود، ضعیف است. مطابق یک نظریه برای سازگاری و نزدیک شدن به نماینده‌ی معادلات حاکم، و برای حذف هر گونه خطای گسسته‌سازی، تعداد نقاط شبکه باید افزایش یافته و اندازه‌ی شبکه به سمت صفر میل نماید. شبکه‌ی ساختار نیافته، یک شبکه‌ی اصلاح شده است که در آن، حساسیت حل به اندازه‌ی شبکه کم است و بنابراین نیازی به کاهش اندازه‌ی احجام نیست. علاوه بر این، شبکه‌ی ساختار نیافته نسبت به شبکه‌ی یکنواخت، دارای همگرایی سریعتری است [۱۹].

نتایج عددی برای شبکه‌های ساختار یافته و ساختار نیافته

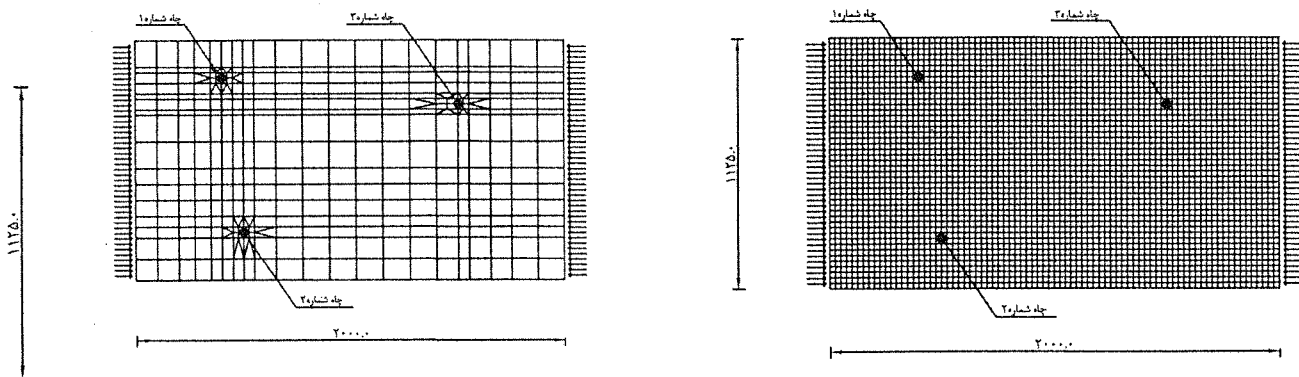
برتری یک شبکه‌ی ساختار نیافته نسبت به شبکه‌ی یکنواخت، کاربرد آن در محدوده‌ی هندسی پیچیده است. هر نقطه از شبکه، به وسیله‌ی پسوند و یا نام خود آن نقطه، شناسائی می‌شود. در مقایسه با سیستم شبکه‌ی یکنواخت، نقاط شبکه در یک سیستم شبکه‌ی ساختار نیافته، سازماندهی منظم ندارند. مهمترین اختلاف بین شبکه‌ی یکنواخت و سیستم شبکه‌ی ساختار نیافته در شکل نقاط، احجام محاسباتی و نقاط مجاور است. ابتدا نتایج آزمایش عددی شماره‌ی ۱ مورد بررسی قرار می‌گیرد. شکل (۷-الف)، حالت شبکه‌بندی یکنواخت را نشان می‌دهد، افت هد نزدیک چاه از ۱۰۰ به ۸۷ متر می‌باشد. شکل (۷-ب) میزان افت فشار را در حالت شبکه‌بندی ساختار نیافته، نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که اختلاف محاسبات بین این دو شبکه‌بندی، کمتر از ۰/۱۵ درصد است. در مرحله‌ی دوم نتایج آزمایش عددی شماره‌ی ۲ مورد بررسی قرار می‌گیرد. شکل (۸-الف) حالت شبکه‌بندی یکنواخت را نشان می‌دهد، افت فشار نزدیک چاه از ۱۰۰ متر به ۸۷ متر می‌باشد. شکل (۸-ب) میزان افت فشار در حالت شبکه‌بندی ساختار نیافته را نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد، که اختلاف محاسبات بین این دو شبکه‌بندی کمتر از ۰/۲ درصد است.



ب - شبکه‌ی ساختار نیافته

الف - شبکه‌ی ساختار یافته

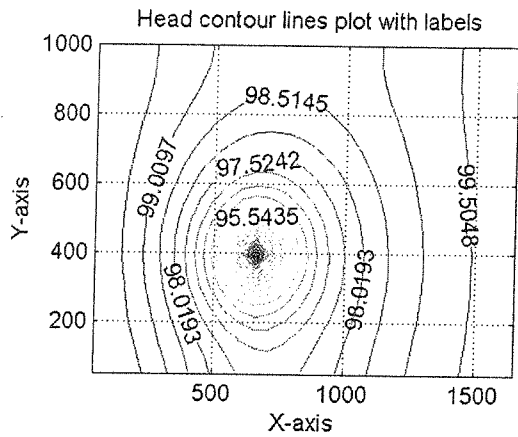
شکل (۱): شبکه‌های یکنواخت و ساختار نیافته برای سیستم دارای یک چاه



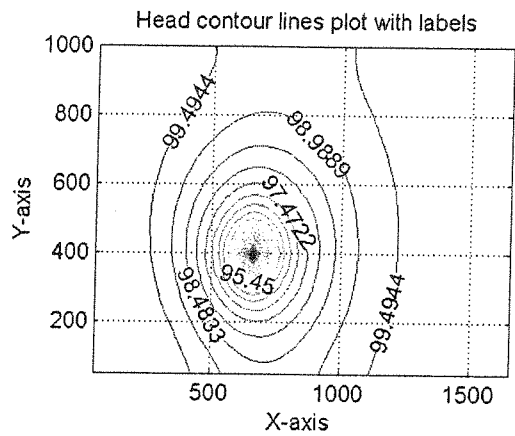
ب - شبکه‌ی ساختار نیافته

الف - شبکه‌ی ساختار یافته

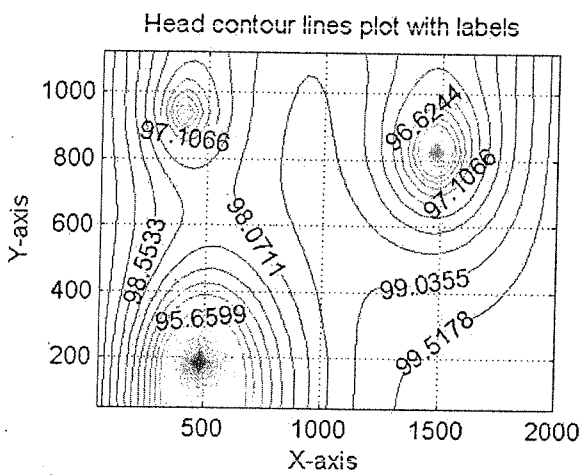
شکل (۲): شبکه‌های یکنواخت و ساختار نیافته برای سیستم دارای سه چاه



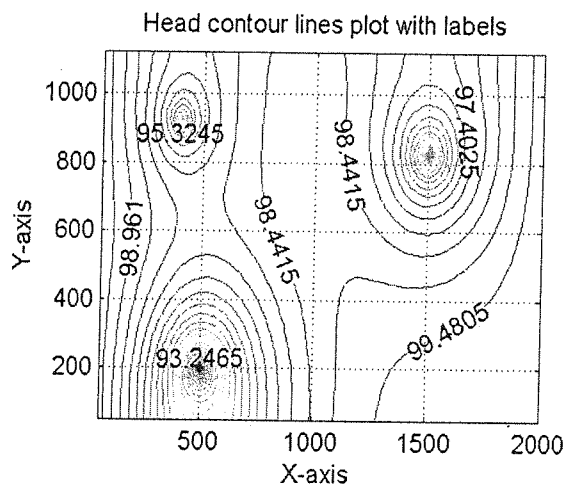
شکل (۴): خطوط هم بار برای یک شبکه‌ی ساختار نیافته دارای یک چاه



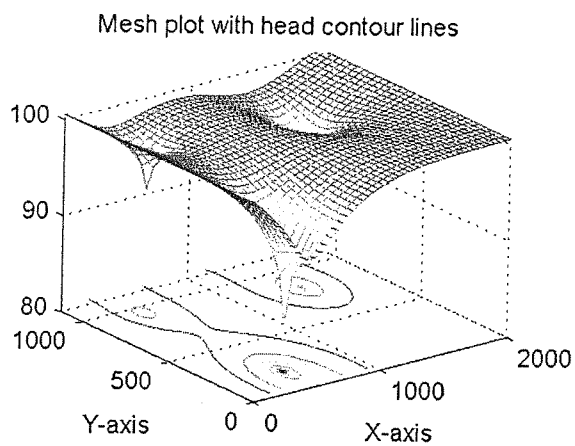
شکل (۳): خطوط هم بار برای یک شبکه‌ی یکنواخت دارای یک چاه



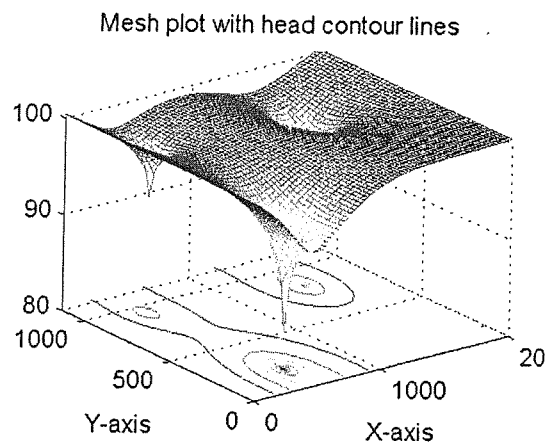
شکل (۶): خطوط هم بار برای یک شبکه‌ی ساختار نیافته دارای یک چاه



شکل (۵): خطوط هم بار برای یک شبکه‌ی یکنواخت دارای سه چاه

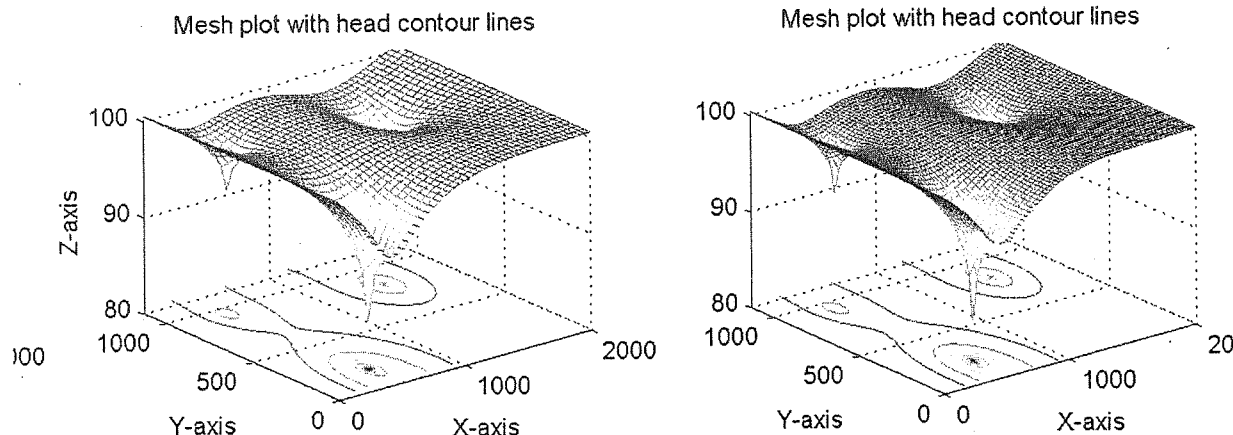


ب - شبکه‌ی ساختار نیافته



الف - شبکه‌ی ساختار یافته

شکل (۷): چشم انداز سه بعدی از افت فشار در سیستم دارای یک چاه



شکل (۸): چشم انداز سه بعدی از افت فشار در سیستم دارای سه چاه

نتایج

در این مقاله یک روش حل جریان در محیط غیراشباع، غیر همسان در محیط متخلخل، به روش احجام محدود ارائه شده است. مهمترین مشکلی که در این ارتباط بروز می‌نماید، انطباق مدل برای محیط‌های مختلف است. برنامه FVMP با استفاده از شبکه‌های ساختار نیافته احجام محدود، جریان‌های دو و سه بعدی با مرزهای متحرک را در محیط متخلخل شبیه‌سازی می‌کند. روش اعمال شده، دارای ساختاری برای حل معادله نویر-استوک دو و سه بعدی در محیط‌های متخلخل است. ایده اصلی در برنامه FVMP، آن است که با گسسته‌سازی در محدوده جریان از شبکه ساخته شده در قلمرو جریان استفاده نشود. در این برنامه، راهکاری برای اضافه کردن فرمول انتقال اضافی و درجه‌های مقید نشده برای متغیرهای ناشناخته به روش احجام محدود تعبیه شده است.

مراجع

- [1] K.W.Morton and E.Suli, "Finite volume methods and their analysis", IMA J.Numer.Anal., 11, pp 241-260, (1991).
- [2] Ewing,R.E, Lazarov,R.D. and Lin,Y. "Finite element approximations of nonlocal reactive transport flows in porous media", Technical Report ISC-98-07-MATH,(1998).
- [3] Ewing,R.E, Lazarov,R.D. and Lin,Y."Domain decomposition capabilities for the mortar finite volume element methods", 11-th International Conference on Domain Decomposition Methods in Science and Engineering, london, (1998).
- [4] Wu, Y.H., Song, H.B. and Tian, J.W. "A control volume procedure for nonlinear convection-diffusion equations", In J.Noyer, M. Teubner, and A.Gill, editors, Computational Techniques and Applications, pages 751-758, World Scientific Publisher,(1999).
- [5] Kharab, A. and Guenther, R.B."An Introduction to Numerical Methods: A MATLAB Approach", Release Date:14 November, (2000).
- [6] Hightower, R. and Lesiecki, N. "Java Tools for Extreme Programming: Mastering Open Source Tools Including Ant, JUnit, and Cactus", Release Date: 15 December, (2001).
- [7] Narasimhan, T. N."TRUST: A Computer Program for Transient and Steady-State Fluid Flow in Multi-dimensional Variably Saturated Deformable Media Under Isothermal Conditions", Lawrence Berkeley Laboratory Memorandum, (1984).
- [8] Schauer, D.A."FED: A Computer Program to Generate Geometric Input for the Heat Transfer Code TRUMP", Report UCRL-50816, rev. 1, (1973).
- [9] Runchal, A. K. "PORFLOW: A Software Tool for Multiphase Fluid Flow, Heat and Mass Transport in Fractured Porous Media", User's Manual Version 2.50, Analytical & Computational Research, Inc., Los Angeles, CA 90077, (1994).
- [10] Payer, M. and Jones, T. "UNSAT-H version 2.0: Unsaturated soil water and heat flow model" PNL-6779, Pacific Northwest Laboratory, Richland, Washington,(1990).
- [11] Souza, W. R. "Documentation of a graphical display program for the saturated-unsaturated transport (SUTRA) finite-element simulation model", U.S. Geological Survey Water-Resources Investigations Report 87-4245, (1987).
- [12] Jobson,H.E. and Harbaugh, A.W. "Modifications to the Diffusion Analogy Surface-Water Flow Model (Daflow) for Coupling to the Modular Finite-Difference Ground-Water Flow Model (Modflow)", U.S. Geological Survey Open-File Report 99-217, (1999).
- [13] Masterson, J. P. "Use of Particle Tracking to Improve Numerical Model Calibration and to Analyze Ground-Water Flow and Contaminant Migration, Massachusetts Military", U.S. Geological Survey Water-Supply Paper, 2482, Hardcover, (1996).
- [14] Bear, J. "Dynamics of Fluids in Porous Media", Elsevier, 172.
- [15] Benkhaldoun, F. and Vilsmeier, R. "Conference on Finite Volume for Complex Applications", DS, Proc. Int., Hermes, Paris, (1996).
- [16] Mishev, L.D. "Finite Volume Methods on Voronoi Meshes, Numerical Methods for Partial Differential Equations", pp193-212, (1998).
- [17] Leijnes,A. "Three-dimensional modeling of coupled flow and transport in porous media" PhD thesis, University of Notre Dame, Indiana, (1992).
- [18] Angermann,L. "An upwind scheme of finite volume type with reduced crosswind diffusion", Technical Report 165, Institut für Angewandte Mathematic, University Erlangen, (1995).
- [19] Ghosal, S. "An analysis of numerical error in large-eddy simulation of turbulence", J.Comput Phys.125, pp. 187-206, (1996).

