تعیین اندازه انباشته بهینه اقلام فساد پذیر در یک محیط تولیدی تحت تقاضای وابسته به سطح موجودی

فریبرز جولای
استادیار
دانشکده فنی، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه تهران

امین نیری
استادیار
دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

محمدرضا صدوقیان
کارشناسی ارشد
دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

چکیده

در این مقاله به توسعه یک مدل جهت تعیین اندازه انباشته اقلام فاسدپذیر با هدف حداقل‌سازی هزینه‌های سیستم پرداخته شده است. نرخ تقاضا وابسته به سطح موجودیها بوده و تابع فاسد شدن از توزیع ویبل دو پارامتری پیروی مینماید. ارزش زمانی پول و نرخ تورم در توسعهٔ مدل مدنظر قرار داده شده است. از روشهای بهینه‌سازی برای حل مدل بهره گرفته شده و مدل با حل یک مثال عددی و آنالیز حساسیت اعتبار سنجی شده است.

کلمات کلیدی

موجودی، اقلام فساد پذیر، تقاضای وابسته به سطح موجودی

An Economic Production Lot Size Model with Deteriorating Items and Stock-Dependent Demand

F. Jolai
Assistant professor
I.E. Department, Faculty of Engineering,University of Tehran

S. A. Nayeri
Assistant professor
I.E. Department, Amir Kabir University of Tehran

M. R. Sadoughian
M. Sc. Graduated
I.E. Department, Amir kabir University of Technology

Abstract

In this paper, we present an optimization framework to derive optimal production over a fixed planning horizon for items with stock dependent demand and under inflationary conditions. We consider a perishable item that follows two parameters Weibull distribution. A numerical example is given to illustrate the solution procedure and sensitivity analysis of the optimal solution with respect to the parameters of the system is also carried out.

Keywords

Inventory Control, Perishable item, Inflation, Stock-dependent demand.

مقدمه

اغلب مقالات منتشره در زمینه کنترل موجودیها فرض میکنند یک کالا را میتوان بدون محدودیت زمانی نگهداری نمود. این در حالی است که بسیاری از انواع کالاها به مرور زمان فاسد شده و یا از مقدار آنها کاسته میگردد. میوه و سبزیجات، گوشت، الکل، بنزین، مواد رادیواکتیو، خون و فرآورده های آن از جملهٔ این اقلام هستند. لذا چنانچه نرخ خرابی کالایی به اندازهٔ قابل توجهی باشد، لازم است در مدل لحاظ گردد.

اولین بار Wagner و Whithin [۱۹] بحث فاسد شدن کالا را مطرح نمودند. Ghare وSchrader [۶] تابع نمایی جهت عمر کالا در نظر گرفته اند. Covert & Philip [۴] فرض تابع نمایی را به تابع ویبل دو پارامتری گسترش دادند. همچنین توسعه‌هایی دیگری نظیر تبدیل تابع نمایی به تابع گاما [۱۸] و تبدیل تابع ویبل دو پارامتری به تابع ویبل سه پارامتری [۱۵] صورت گرفته است.

در مدلهای فوق نرخ تقاضا ثابت فرض شده است. در زمینه کنترل موجودی اقلام فاسدپذیر تک اقلامی، با نرخ تقاضای وابسته به موجودی مقالات[۵]، [۷]، [۸] و[۱۷] به ارایه روشهای مختلف بهینه و تجربی پرداخته‌انـــد. Mandal & Phaujdar [۱۱] مدلی را توسعه دادند که در آن تقاضا یک تابع خطی از سطح موجودی بوده و با فرض نرخ ثابت تولید، فاسد شدن کالا بصورت خطی، سفارش عقب افتاده مجاز شمرده شده است. Hollier & Mak [۱۰] مدلی جهت تعیین فواصل سفارش‌دهی بهینه جهت اقلام فاسد پذیر در شرایط تقاضای کاهشی توسعه دادند. با فرض نرخ ثابت فاسد شدن، یک افق برنامه‌ریزی محدود در نظر گرفته شده است. Cheng [۳] با استفاده از برنامه‌ریزی پویا (DP) یک حل بسته برای مدل اقلام فاسدپذیر بدست آورد که در آن کمبود مجاز نبوده و تقاضا روند کاهشی دارد. Padamanabham & Vrat [۱۲] مدلی را توسعه دادند که در آن نرخ تقاضا به فرم $d=\alpha+\beta Q^{\gamma}$ به سطح موجودی در دست وابسته میباشد. در این رابطه α و β و γ پارامترهای ثابت وγ مثبت هستند. در مقالهٔ دیگری [۱۴] مدلهائی با نرخ فروش وابسته به موجودی برای اقلام فاسدپذیر در دو حالت مجاز بودن کمبود و فروش ازدست رفته ارائه دادند. همین نویسندگان مدل دیگری برای حالت چند اقلامی بانرخ تقاضای وابسته به موجودی ارائه و مدل مربوطه را با استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی غیر خطی حل کردند [۱۳]. Roy & Maity مدل چند کالایی را در حالت محیط فازی مورد بررسی قرار دادند [۱۶].

علی رغم وجود تورم در اغلب کشورها، اثر ارزش زمانی پول در مدل‌های موجودی کمتر مورد توجه محققان قرار گرفته است. اولین کار دراین زمینه توسط Buzacott [۲] صورت گرفته است. از معدود مقالاتی که در زمینه اقلام فاسد شدنی با در نظر گرفتن ارزش زمانی وجود دارد میتوان به مقاله [۱] اشاره کرد که در آن تقاضا وابسته به زمان است. مقاله [۲۱] به مرور آخرین یافته‌های محققان در زمینه ی مدلهای موجودی اقلام فاسد شدنی می‌پردازد. از جمله فرضیات جدید در نظر گرفتن سفارشات عقب افتاده جزیی در مقابل فرض عقب افتادن کامل مقادیر کمبود است[۲۲].

در مقالهٔ حاضر یک مدل کنترل موجودی جهت اقلام فاسدپذیر با در نظر گرفتن نرخ تورم با تقاضای وابسته به سطح موجودی و مجاز بودن کمبود بررسی شده است. در بخش ۲ فرضیات و نمادهای مورد نیاز تشریح شده است. مدل مسأله در بخش ۳ ارائه گردیده است. بخش ۴ به حل یک مثال عددی و تحلیل حساسیت مدل توسعه داده شده اختصاص یافته است. بخش ۵ نیز شامل نتیجه‌گیری و پیشنهاد هایی برای مطالعات آتی است..

۱ـ فرضیات و نمادهای مدل

فرضیات مسئله موردنظر عبارتند از:

الف ـ تقاضا مشخص و معلوم بوده و نرخ تقاضا وابسته به سطح موجودی است.

ب ـ فاسد شدن اقلام بلافاصله بعد از وارد شدن آنها به سیستم شروع میشود.

ج ـ نرخ فاسد شدن و پارامترهای آن معلوم است.

د ـ جایگزین نمودن یا تعمیر اقلام فاسد شده مجاز نمیباشد.

هـ ـ نرخ تولید مشخص و محدود است.

و ـ افق برنامه‌ریزی محدود است.

ز ـ کمبود مجاز بوده و بطور کامل قابل جبران است.

از نمادهای زیر در تشریح و حل مدل استفاده گردیده است:

t: اندیس زمان و عمر کالا میباشد $(t>0)$.

P: نرخ تولید در واحد زمان.

Q_P: اندازه انباشته در هر سیکل (متغیر پیوسته).

$I_i(t)$: مقدار موجودی در طی دورههای مختلف ($i = 1$ و ۲و ۳و ۴). در طول دورههای ۲ و ۱ = i سطح موجودی مثبت است، در طول دورههای ۴ و ۳ = i، کمبود موجودی وجود دارد (به شکل ۱ مراجعه نمایید).

D(I) : نرخ تقاضا به فرم $(D, \gamma > 0)$ $D(I)=D-\gamma I_i(t)$ میباشد.

f(t): تابع چگالی احتمال عمر کالا که از توزیع دو پارامتری ویبل پیروی میکند.

F(t): تابع توزیعی تجمعی عمر کالا.

با استفاده از تئوری قابلیت اطمینان داریم [۲۰]:

$$R(t)=1-F(t),\ Z(t)=\frac{f(t)}{R(t)}$$

لذا خواهیم داشت:

$$Z(t)=\frac{\alpha\beta t^{\beta-1}e^{-\alpha t^{\beta}}}{e^{-\alpha t^{\beta}}}=\alpha\beta t^{\beta-1}\quad t>0 \tag{1}$$

در این مقاله Z(t) مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

r: نرخ مرکب شدن هزینهها، بصورت پیوسته.

c_1 = هزینه خرید هر واحد کالا در لحظهٔ $t = 0$ (\$ / Unit).

c_2 = هزینه نگهداری هر واحد کالا در واحد زمان در لحظهٔ $t = 0$ (\$/unit/unit time).

c_3 = هزینه کمبود هر واحد کالا در واحد زمان در $t = 0$ (\$ / unit / unit time).

c_4 = هزینه ثابت آمادهسازی تولید در زمان $t = 0$ (\$/Set – up).

H = افق برنامهریزی (طول زمانی که هزینههای آن در مدل لحاظ میگردد).

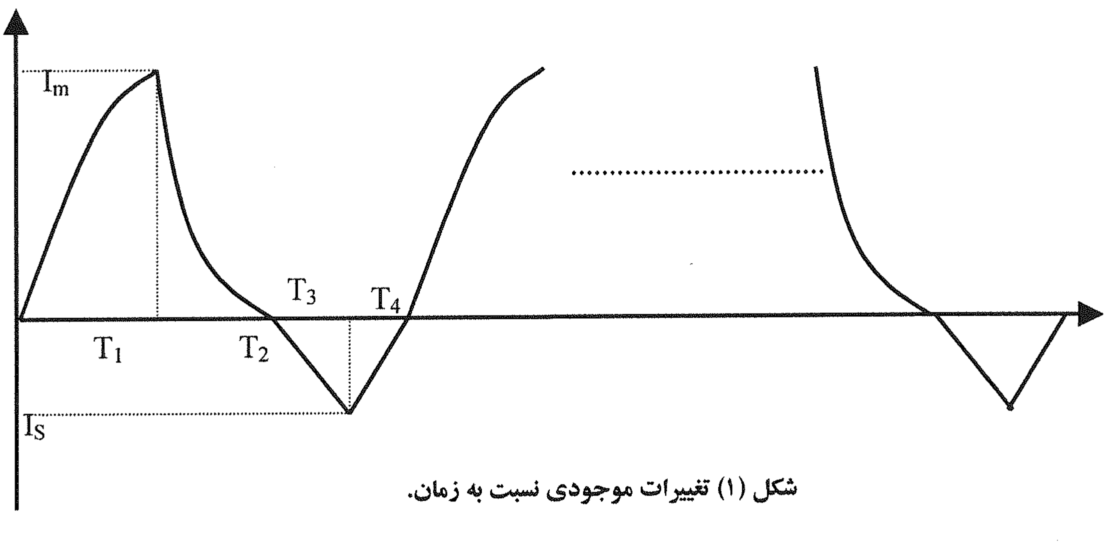
m = تعداد دورهٔ برنامهریزی در طول افق برنامهریزی

T = طول هر سیکل $T = H/m$

T_i = طول زمانی چهار دورهٔ موجود در هر سیکل، $T= T_1+T_2+T_3+T_4$.

۲ـ مدل مسأله

با توجه تغییرات سطح موجودی بصورت شکل ۱، معادلات دیفرانسیل سطح موجودی را برای چهار دورهٔ یک سیکل تشکیل میدهیم.



شکل (۱) تغییرات موجودی نسبت به زمان.

فاز ۱: در این فاز موجودیها در سطح مثبت قرار دارند. سطح موجودی علاوه بر اینکه تحت تاثیر تولید قرار میگیرد از فاسد شدن کالاها و مصرف نیز متاثر میگردد.

$$\frac{dI_1(t)}{dt} = P - D(I) - Z(t)I_1(t) \qquad 0 \le t \le T_1$$
$$\frac{dI_1(t)}{dt} = P - D + \gamma I_1(t) - \alpha\beta t^{\beta-1} I_1(t) \qquad 0 \le t \le T_1 \qquad (۲)$$

حل معادله فوق با مقداراولیهٔ $I_1(0)=0$ برابر است با:

$$I_1(t) = \frac{\int_0^t (P-D)\, e^{\alpha t^{\beta} - \gamma t}\, dt}{e^{\alpha t^{\beta} - \gamma t}} \qquad 0 \le t \le T_1 \qquad (۳)$$

فاز ۲: در این فاز نیز موجودیها در سطح مثبت هستند ولیکن تولید صورت نمیگیرد و سطح موجودیها فقط تحت تأثیر نرخ مصرف و فاسد شدن قرار دارد:

$$\frac{dI_2(t)}{dt} = -D(I) - Z(t)I_2(t) \qquad 0 \le t \le T_2 \qquad (۴)$$

حل معادلهٔ فوق با مقدار اولیهٔ $I_2(0)=I_m$ به صورت زیر خواهد بود (I_m حداکثر سطح موجودی است):

$$I_2(t) = \frac{D\left\{\int_0^{T_2} e^{\alpha t^{\beta} - \gamma t}\, dt - \int_0^{t} e^{\alpha t^{\beta} - \gamma t}\, dt\right\}}{e^{\alpha t^{\beta} - \gamma t}} \qquad 0 \le t \le T_2 \qquad (۵)$$

فاز ۳: در این دوره، کمبود روی میدهد و با توجه به اینکه موجودی در دسترس نمیباشد، تقاضا تحت تأثیر موجودی واقع نشده و معادلهٔ دیفرانسیل سطح موجودی به قرار زیر خواهد شد:

$$\frac{dI_3(t)}{dt} = -D(I) \qquad 0 \le t \le T_3 \qquad (۶)$$

حل رابطهٔ ۶ با فرض $I_3(0)=0$ معادل است با:

$$I_3(t) = -Dt \qquad 0 \le t \le T_3 \qquad (۷)$$

فاز ۴: در این دوره سطح موجودی تحت تأثیر تولید و مصرف قرار دارد:

$$\frac{dI_1(t)}{dt} = P - D(I) - Z(t)I_1(t) \qquad 0 \le t \le T_1$$
$$\frac{dI_1(t)}{dt} = P - D + \gamma I_1(t) - \alpha\beta t^{\beta-1} I_1(t) \qquad 0 \le t \le T_1 \qquad (۸)$$

حل رابطهٔ ۸ با مقدار اولیهٔ $I_4(0)=I_S$ خواهد بود (I_S حداکثر مقدار مجاز کمبود است):

$$C_{ij} = \begin{cases} 0 & if \quad CB_i \le d_j \\ \text{[illegible]} \end{cases} \qquad (۹)$$

در ادامه این بخش مولفه‌های تابع هزینه کل راتشکیل میدهیم.

۲-۱- ارزش فعلی هزینهٔ خرید کالا

با توجه به شکل ۱، ارزش فعلی تابع هزینه فاسد شدن کالا در یک سیکل معادل است با:

$$PC = c_1\,[PT_1 + PT_4 e^{(-r(T_1+T_2+T_3))}] \qquad (10)$$

با جایگذاری روابط ۱ و ۳ و ۵ در رابطهٔ ۱۰ و با فرض اینکه γ مقدار کوچکی است، داریم:

$$PC = c_1 P[T_1 + T_4(1 - r(T_1 + T_2 + T_3))] \qquad (11)$$

۲-۲- ارزش فعلی هزینهٔ نگهداری کالا

ارزش فعلی تابع هزینه نگهداری کالا در هر سیکل معادل است با:

$$HC = c_2 \left\{ \int_0^{T_1} I_1(t) e^{-rt}\,dt + \int_0^{T_2} I_2(t) e^{-r(T_1+t)}\,dt \right\} \qquad (12)$$

با جایگذاری روابط ۳ و ۵ در رابطهٔ ۱۲ داریم:

$$Hc = c_2 \left\{ \int_0^{T_1} \frac{\int_0^t (P-D)\, e^{\alpha t^\beta - \gamma t}\, dt}{e^{\alpha t^\beta - \gamma t}} e^{-rt}\, dt + \int_0^{T_2} \frac{\int_0^{T_2} D e^{\alpha t^\beta - \gamma t}\, dt - \int_0^{T} D e^{\alpha t^\beta - \gamma t}\, dt}{e^{\alpha t^\beta - \gamma t}} e^{-r(T_1+t)}\, dt \right\}$$

$$= c_2 \int_0^{T_1} (P-D) \left[\int_0^t \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha t^\beta - \gamma t)^n}{n!} dt \right] \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-rt)^n}{n!} \right] \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\gamma t - \alpha t^\beta)^n}{n!} \right] dt +$$

$$c_2 \int_0^{T_2} D \left[\int_0^{T_2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha t^\beta - \gamma t)^n}{n!} dt - \int_0^{t} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha t^\beta - \gamma t)^n}{n!} dt \right] \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-r(T_1+t))^n}{n!} \right] \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\gamma t - \alpha t^\beta)^n}{n!} \right] dt$$

با فرض مقادیر کوچک، r، α و γ و در نتیجه با صرفنظر کردن از جملات دارای ضرائب $r\alpha$، $r\gamma$، $\alpha\gamma$ و جملات α با توان ۲ و بالاتر خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} HC &= c_2 (P-D) \left[\frac{T_1^2}{2} - \left(\frac{2r-\gamma}{6}\right) T_1^3 - \frac{\alpha\beta}{(\beta+1)(\beta+2)} T_1^{\beta+2} \right] \\ &+ c_2 D \left[\frac{1-rT_1}{2} T_2^2 - \left(\frac{\gamma+r}{6}\right) T_2^3 + \frac{\alpha\beta}{(\beta+1)(\beta+2)} T_2^{\beta+2} \right] \end{aligned} \qquad (13)$$

۲-۳- ارزش فعلی هزینه کمبود کالا

ارزش فعلی هزینه کمبود کالا در هر سیکل خواهد بود:

$$SC = c_3 \left\{ \int_0^{T_3} (-I_3(t)) e^{-r(T_1+T_2+t)}\, dt + \int_0^{T_4} (-I_4(t))\, e^{-r(T_1+T_2+T_3+t)}\, dt \right\} \qquad (14)$$

بعد از جایگذاری روابط ۷ و ۹ در رابطهٔ ۱۴ و انجام یکسری عملیات جبری و با فرض‌های ساده‌سازی همچون روابط قبلی خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} SC &= \frac{c_3 D T_3}{6} \left\{ -2r T_3^2 - 3r T_2 T_3 - 3r T_1 T_3 + 3T_3 \right\} + \frac{c_3 T_4}{6} \{ r[-6D T_1 T_3 + 3P T_3 T_4 - 6D T_3 T_4 + 3P T_1 T_4 \\ &- 6D T_2 T_3 - 6D T_3^2 - 3D T_2 T_4 + 3P T_2 T_4 + 2P T_4^2 - 3D T_1 T_4 - 2D T_4^2] + 6D T_3 + 3D T_4 - 3P T_4 \} \end{aligned} \qquad (15)$$

۲-۴ـ ارزش فعلی هزینه‌های ثابت آماده سازی تولید

با بررسی رفتار موجودی در طی افق برنامه‌ریزی میتوان دید که در سیکل اول، دوبار و در مابقی سیکل‌های تولید، یکبار هزینه آماده‌سازی تولید روی میدهد، لذا خواهیم داشت:

$$S_e C = c_4 + c_4 e^{-r(T_1+T_2+T_3)} \sum_{i=0}^{m} e^{-irT}$$

بعد از بسط عبارت فوق داریم:

$$S_e C = c_4 + c_4 (1 - r(T_1+T_2+T_3)) \sum_{i=0}^{m} e^{-irT} \tag{۱۶}$$

جهت سادگی نمایش با فرض $S_o = c_4 (1 - r(T_1+T_2+T_3))$ داریم:

$$S_e C = c_4 + S_0 \sum_{i=0}^{m} e^{-irT} \tag{۱۷}$$

۲-۵ـ هزینه کل سیستم

هزینه کل سیستم موجودی در طول افق برنامه‌ریزی معادل است با:

$$TC = c_4 + (PC + HC + SC + S_0) \sum_{i=0}^{m} e^{-irT}$$

$$TC = c_4 + (PC + HC + SC + S_0) \left(\frac{1 - e^{-rmT}}{1 - e^{-rT}}\right) \tag{۱۸}$$

رابطهٔ ۱۸ تابعی از پارامترهای T_1، T_2، T_3، T_4 و m است. حل مسأله فوق با کاهش ابعاد تابع هزینه کل میسر خواهد بود، لذا باتوجه به شکل ۱ و رابطهٔ بین سطح موجودی در دوره‌های اول و دوم به صورت $I_1(T_1)=I_2(0)=I_m$ داریم:

$$\frac{\int_0^{T_1} (P-D) e^{\alpha t^{\beta} - \gamma t} dt}{e^{\alpha t^{\beta} - \gamma t}} = D \int_0^{T_2} e^{\alpha t^{\beta} - \gamma t} dt \tag{۱۹}$$

بعد از بسط جملات رابطهٔ ۱۹ و حل معادلات مربوطه خواهیم داشت [۲۰]:

$$T_1 = \frac{D}{P-D}\left[T_2 - \frac{\gamma}{2} T_2{}^2 + \frac{\alpha}{\beta+1} T_2{}^{\beta+1}\right] \tag{۲۰}$$

همچنین با توجه به اینکه $I_3(T_3)=I_4(0)=I_s$ خواهیم داشت: $\sum_{i=1}^{n} w_i < \alpha$

و با توجه به رابطهٔ $T_1 + T_2 + T_3 + T_4 = T$ داریم:

$$T_3 = \frac{P-D}{P}(T - T_1 - T_2) \tag{۲۱}$$

$$T_4 = \frac{D}{P}(T - T_1 - T_2) \tag{۲۲}$$

با جایگذاری روابط ۲۰ و ۲۱ و ۲۲ در رابطهٔ ۱۸، تابع هزینه کل به تابعی بر اساس T_2 و m تبدیل خواهد شد. با توجه به

اینکه m یک متغیر گسسته است، با جایگذاری مقادیر مختلف H ، ... ، ۱، ۲ = m، معادلهٔ ۱۸ به تابعی بر اساس پارامتر T_2 تبدیل میگردد. شرط بهینه بودن این تابع معادل خواهد بود با:

$$\frac{dTC}{dT_2}=0 \qquad (۲۳)$$

با حل معادلهٔ ۲۳، مقدار بهینه T_2 و در نتیجه مقادیر بهینه T_1 و T_3 و T_4 و m تعیین میشوند.

۲-۶ـ تعیین اندازه بهینه انباشته تولیدی

مقدار بهینهٔ تولید کالا در هر سیکل معادل خواهد بود با :

$$PQ^* = P(T_1^* + T_4^*)$$

که در آن T^*_1 و T^*_4 مقادیر بهینهٔ دوره‌های اول و چهارم میباشند.

۳ـ مثال عددی و آنالیز حساسیت

در این بخش یک مثال عددی جهت ارزیابی مدل توسعه داده شده از جنبه‌های محاسباتی حل شده و سپس به منظور بررسی اثر تغییرات پارامترهای مختلف بر جواب بهینه، تحلیل حساسیت انجام شده است.

٤-۱ـ حل یک مثال عددی

فرض کنید تابع نرخ خرابی کالا از توزیع ویبل به شکل $Z(t)=0.075t^{0.5}$ با پارامترهای (۱/۵ = β ۰/۰۵ = α) پیروی کند و تابع تقاضا معادل $D(I)=100-0.02I_i(t)$ میباشد که در آن ($D=100, \gamma=0.02$)، همچنین هزینه‌های سیستم عبارتند از: $c_1 = 5$ $\quad c_2 = 0.6$ $\quad c_3 = 1/4$ $\quad c_4 = 80$.

نرخ تورم ٪۸ بوده و افق برنامه‌ریزی ۱۰ سال در نظر گرفته میشود. همچنین نرخ تولید ۴۰۰ واحد در سال فرض شده است. پاسخ مسأله در جدول ۱ ملاحظه میشود. مقدار سفارش اقتصادی کالا برای تمامی دوره‌ها به میزان ۲۰۰/۲۸ واحد کالا خواهد بود.

جدول (۱) نتایج مثال ۴-۱.

m	T_1	T_2	T_3	T_4	T	TC
4	0.2759	0.8222	1.0514	0.3505	2.5	4062
5*	0.2272*	0.6787*	0.8206*	0.2735*	2.0*	4055*
6	0.1932	0.5778	0.6718	0.2239	1.67	4067

۳-۲ـ تحلیل حساسیت

تحلیل حساسیت مدل با استفاده از داده‌های مثال عددی صورت گرفته است. نتایج در جدول شماره ۲ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده میگردد، مقدار m (تعداد دوره‌های موجود در افق برنامه‌ریزی) به ازای تمام پارامترها، بجز پارامتر c_4، ثابت (برابر m=5) میماند.

جواب بهینه مسأله نسبت به پارامترهای c_4، r و D حساسیت بیشتری نسبت به دیگر پارامترها دارد. مسأله نسبت به پارامترهای دیگر حساس نمیباشد.

٤ـ نتیجه‌گیری و پیشنهادها برای مطالعات و پژوهشهای آتی

در این مقاله تعیین زمان و اندازه انباشته بهینه تولیدی برای یک قلم کالای فاسدشدنی مد نظر قرار گرفته است. نرخ فاسد شدن کالا بصورت احتمالی بوده و از تابع ویبل دو پارامتری تبعیت میکند. همچنین در تعیین هزینه‌های سیستم، ارزش زمانی پول بصورت پیوسته دخالت داده شده است.

پس از اقتباس روابط ریاضی برای هزینه‌های مختلف سیستم، بر اساس مقدار بهینه‌ی هزینه کل سیستم، سیکل بهینه‌ی سفارش‌دهی و مقادیر بهینه‌ی سفارش محاسبه شده‌اند.

در توسعه‌های آتی میتوان مدل را برای چند قلم کالا یا بصورت سیستم موجودی چند مرحله‌ای مورد بررسی قرار دارد. همچنین میتوان از نرخ تولید وابسته به مقدار تقاضا یا حالتهای احتمالی و فازی استفاده کرد.

جدول (۲) نتایج آنالیز حساسیت.

Parameter change%	-20%	-10%	0	10%	20%
α					
m	5	5	5	5	5
T_2^*	0.6889	0.6837	0.6787	0.6738	0.6690
TC*	4052	4053	4055	4056	4058
TC change %	0	0	0	0	0
β					
m	5	5	5	5	5
T_2^*	0.6725	0.6757	0.6787	0.6815	0.6841
TC*	4059	4056	4055	4053	4052
TC change %	0	0	0	0	0
P					
m	5	5	5	5	5
T_2^*	0.6277	0.6563	0.6787	0.6966	0.7113
TC*	4042	4049	4055	4059	4063
TC change %	0	00	0	0	0
D					
m	4	5	5	5	5
T_2^*	0.8704	0.6991	0.6787	0.6579	0.6367
TC*	3315	3687	4055	4421	4786
TC change %	-18	-9	0	+9	+18
γ					
m	5	5	5	5	5
T_2^*	0.6739	0.6763	0.6787	0.6811	0.6835
TC*	4056	4056	4055	4054	4053
TC change %	0	0	0	0	0
r					
m	5	5	5	5	5
T_2^*	0.7393	0.7089	0.6787	0.6488	0.6191
TC*	4352	4200	4055	3915	3780
TC change %	+7	+3.5	0	-3.4	-6.7
c_1					
m	5	5	5	5	5
T_2^*	0.7995	0.7367	0.6787	0.6249	0.5747
TC*	2668	3363	4055	4743	5428
TC change %	-34	-17	0	+16.9	+33.8
c_2					
m	5	5	5	5	5
T_2^*	0.7149	0.6964	0.6787	0.6619	0.6459
TC*	4041	4048	4055	4061	4067
TC change %	0	0	0	0	0
c_3					
m	4	5	5	5	5
T2*	0.6978	0.6316	0.6787	0.7207	0.7585
TC*	4003	4033	4055	4074	4091
TC change %	-1.2	0	0	0	0
c_4					
m	5	5	5	5	4
T2*	0.6773	0.6780	0.6787	0.6794	0.8326
TC*	3987	4021	4055	4088	4118
TC change %	-1.6	0	0	0	+1.5

مراجع

[1] Bose S. , Goswami A., Chaudhari K. S., An EOQ model for deteriorating items with linear time dependent demand rate and shortages under inflation and time discounting. Journal of Operations Research Society 46 (1995) 771-782.

[2] Buzacott, J. A., Economic order quantities with inflation. Operations Research Quarterly 26 (1975) 553-558.

[3] Cheng T.C.E., Optimal production policy for decaying items with decreasing demand. European Journal of Operation Research 43 (1989) 168-173.

[4] Covert R. and Philip G., An EOQ model for items with weibull distribution. AIIE Transactions 5 (1973) 323-326.

[5] Data T.K. and Pal A.K., Deterministic inventory systems for deteriorating items with inventory level dependent demand rate and shortages. Journal of Operations Research Society 27 (1990) 213-224.

[6] Ghare P. and Schrader G., A model for exponential decaying inventories. Journal of Industrial Engineering 14 (1963) 238-243.

[7] Giri B.C., Pal S. , Goswami A. and Chaudhuri K.S., An inventory model for deteriorating items with stock dependent demand rate. European Journal of Operation Research 95 (1996) 604-610.

[8] Giri B.C. and Chaudhuri K.S., Heuristic models for deteriorating items with shortages and time varying demand and costs. International Journal of System Science 28 (1997) 153-159.

[9] Hariga M., Effects of inflation and time value of money on an inventory model with time dependent demand rate and shortages. European Journal of Operation Research 81 (1995) 512-520.

[10] Hollier R.H. and Mak K.L. , Inventory replenishment policies for deteriorating items in a declining market. International Journal of Production Research 21 (1983) 813-826.

[11] Mandal B.N. and Phaujdar S., An inventory model for deteriorating items and stock dependent consumption rate. Journal of Operations Research Society 40 (1989) 483-488.

[12] Padamanabhan G. and Vrat P. , An EOQ model for items with stock dependent consumption rate and exponential decay. Engineering costs and Production Economics 18 (1990) 241-246.

[13] Padamanabhan G. and Vrat P. , Analysis of multi item inventory systems under resource constraints : A nonlinear goal programming approach. Engineering costs and Production Economics 20 (1990) 121-127.

[14] Padamanabhan G. and Vrat P., EOQ models for perishable items under stock dependent selling rate. European Journal of Operational Research

[15] Philip G. C. , A generalized EOQ model for items with weibull distribution deterioration. AIIE Transactions 6 (1974) 159-162.

[16] Roy T.K. and Maity M., Multi objective models of deteriorating items with some constraints in a fuzzy environment. Computers and Operations Research 25(12)(1998) 1085-1095.

[17] Sarker B.R. , Mukherjee S. and Balan C.V., An order level lot size inventory model with inventory level dependent demand and deterioration. International Journal of Production Economic 48 (1997) 227-236.

[18] Shah, Y., An order level lot size inventory model for deteriorating items. AIIE Transactions 9 (1977) 190-197.

[19] Wagner H.M. and T.M. Whitin, Dynamic version of the economic lot size model. Management Science 5 (1958) 89-96.

[20] Wee H. M. and Law S. T., Economic production lot size for deteriorating items taking account of the time value of money. Computers and Operations Research 26 (1999) 545-558.

[21] Goyal S.K. and Giri B.C., Recent trends in modeling of deteriorating inventory. European Journal of Operational Research, 134 (2001) 1-16.

[22] Papachristos S. and Skouri K., An inventory model with deteriorating items, quantity discount, pricing and time dependent partial backlogging. International Journal of Production Economic, 83 (2003) 247-256.