حل مسایل تشکیل سلول تولیدی در شرایط پویای احتمالی با استفاده از یک روش تلفیقی ابتکاری

رضا توکلی مقدم
استادیار

مسعود ربانی
استادیار

مصطفی ایمان عینی
کارشناس ارشد

گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی، دانشگاه تهران

چکیده

سیستم تولید سلولی هرچند دارای مزایای فراوانی است، اما طراحی این سیستم‌ها برای مسایل واقعی بسیار دشوار است. از اینرو اغلب روش‌های طراحی موجود، فرضیاتی را برای ساده‌سازی این‌گونه مسایل درنظر می‌گیرند که این امر از میزان واقعی بودن مدل‌های ارایه شده توسط آنها می‌کاهد. یکی از این فرضیات؛ ثابت در نظر گرفتن تقاضا و ترکیب محصولات در طول افق برنامه‌ریزی است. در این مقاله، یک مدل ریاضی به همراه رویه حل آن، برای طراحی سیستم‌های تولید سلولی با هدف از بین بردن این نقاط ضعف و درنظر گرفتن ملزومات تولیدی بصورت احتمالی و پویا و هم‌چنین مسیرهای تولیدی چندگانه ارایه شده است. برای بدست آوردن یک جواب مناسب در یک زمان توجیه‌پذیر، یک رویه حل ابتکاری بر اساس الگوریتم Annealing شبیه‌سازی‌شده، ارایه شده است. برای ارزیابی روش حل پیشنهادی نیز هشت مساله طراحی متفاوت را بصورت تصادفی تولید نموده و آنها را با استفاده از روش ابتکاری و هم‌چنین نرم‌افزار "لینگو نسخه ۸" به عنوان حد پایین حل کرده‌ایم. مقایسه نتایج محاسباتی دو روش نشان‌دهنده عملکرد خوب و مناسب الگوریتم پیشنهادی تحت شرایط متفاوت می‌باشد اما وجود مسیرهای تولیدی چندگانه بیشترین تاثیر را در عملکرد آن دارد.

کلمات کلیدی

سیستم تولید سلولی، تشکیل سلول، شرایط پویای احتمالی، الگوریتم ابتکاری، Annealing شبیه‌سازی‌شده

Solving Manufacturing Cell Formation Problems in Dynamic and Stochastic States by a Hybrid Method

R. Tavakkoli-Moghaddam
Assistant Professor

M. Rabbani
Assistant Professor

M. Iman-Eini
Master of Engineering
Department of I Engineering,
Faculty of Engineering, University of Tehran

Abstract

Although cellular manufacturing system provides great benefits, the design of cellular manufacturing systems is complex for real-life problems. Hence, existing design methods employ simplifying assumptions that often deteriorate the validity of the models for obtaining solutions. One of these assumptions is that product mix and demand do not change over the planning horizon. This paper develops a mathematical model and a solution approach for designing cellular manufacturing systems. This model addresses these shortcomings by assuming dynamic and stochastic production requirements and employing routing flexibility. A simulated annealing based

heuristic is proposed to obtain good solutions within reasonable amount of computational time. For evaluating the proposed solution approach, eight design problems are generated at random and solved by using the heuristic and Lingo 8.0 Software as a lower bound. The compared computational results of two approaches (heuristic and lower bound) show that the heuristic perform well under various circumstances, but routing flexibility has a major impact on the performance of the heuristic.

Keywords
Cellular manufacturing, Dynamic and stochastic production needs, Simulated annealing

مقدمه

رقابت جهانی و نیاز به پاسخ سریع به تغییرات بازار ـ که مشخصه اصلی آن تخصصی شدن نیازها، کوتاه‌تر شدن چرخه عمر محصولات، کوتاه‌تر شدن سیکل عرضه محصول به بازار و خواسته‌های متعدد و گوناگون مشتریان می‌باشد [۱]، بسیاری از شرکت‌ها را وادار کرده است که به جای استفاده از روش‌های سنتی مانند سیستم تولید کارگاهی و سیستم تولید محصولی به روش‌های نوینی جهت طراحی و کنترل سیستم‌های تولید متوسل شوند. روش‌هایی که انعطاف و کارایی لازم در تولید محصولات با تیراژ بالا و اندازه بهرکوچک تا متوسط را داشته باشند. یکی از این روش‌ها، استفاده از سیستم تولید سلولی است که پیشرفته‌ترین کاربرد تکنولوژی گروهی در عرصه تولید می‌باشد. سیستم تولید سلولی یک سیستم مختلط است که مزایای هر دو سیستم تولید کارگاهی (انعطاف در تولید انواع محصولات مختلف) و سیستم تولید محصولی (نرخ تولید بالا و جریان مواد موثر) را با هم ترکیب می‌نماید.

تولید سلولی یک سیستم سازمان‌دهی تولید می‌باشد که از خاصیت تشابه قطعات به منظور افزایش میزان کارایی تولید طرح قطعات و تولید محصولات استفاده می‌نماید. قطعات مشابه اغلب در یک گروه تحت عنوان خانواده قطعات طبقه‌بندی می‌شوند که این امر امکان اجرای بسیاری از برنامه‌ها و کارها را برای یک خانواده کامل از قطعات بطور هم‌زمان، به جای اجرای آن برنامه‌ها برای هر یک از اعضای خانواده قطعات بطور جداگانه، میسر می‌سازد. قطعات با مشخصه‌های مشابه اغلب می‌توانند با هم تولید شوند و اگر ماشین‌های موردنیاز برای تولید آن خانواده از قطعات، در یک گروه قرار داده شوند؛ پیچیدگی برنامه‌ریزی و مسیریابی تولید و مشکلات حمل‌ونقل کاهش می‌یابد.

تولید سلولی به مشکلات اصلی تولید گروهی اعم از برپایی‌های مکرر، موجودی‌های در جریان ساخت اضافی، زمان‌های خروجی (تولید) طولانی، پیچیدگی وظایف کنترل و برنامه‌ریزی و غیره غلبه پیدا می‌کند و زمینه‌ای را برای اجرا و پیاده سازی روش‌های تولیدی مانند تولید بهنگام[۱] و سیستم‌های تولیدی منعطف[۲] فراهم می‌سازد [۲]. بطور کلی مزایای حاصل از بکارگیری این سیستم تولیدی را می‌توان به شرح زیر بیان کرد: کاهش میزان و هزینه حمل‌ونقل، کاهش زمان برپایی، کاهش زمان تولید، کاهش اندازه بهرها، کاهش میزان موجودی در جریان ساخت، کاهش زمان خروجی[۳] (تولید) محصول، کاهش فضای موردنیاز و استفاده بهینه از فضاها، تمرکز تخصص، کنترل آسان‌تر موجودی، کاهش زمان تحویل، کاهش نیازهای تجهیزاتی، بهبود کیفیت محصولات، کنترل بهتر و ساده‌تر فرایند عملیات. هم‌چنین این سیستم تولیدی دارای معایبی نیز می‌باشد که مهم‌ترین آنها عبارتند از: هزینه‌های بالای انجام کار، مشکلات مرتبط با خراب شدن، اضافه بار، بیکاری و ایجاد تعادل ماشین‌ها، نیاز به نیروی کار ماهر و آماده برای کارهای جدید، مشکل هم‌زمان کردن قطعات مختلف برای مونتاژ شدن با هم در مراحل بعدی، تعامل بین "بهترین طرح تولیدی" و "طرح تولیدی مناسب"، مشکلات مربوط به عملیات‌های خارج از سلول، تغییر در طیف تولید و ترکیب آن [۶-۳].

طراحی سیستم مهم‌ترین زمینه‌ای از تولید سلولی است که روی آن بسیار تحقیق شده است. موضوعات تحقیق در این زمینه شامل تشکیل سلولی، چیدمان سلولی، برنامه‌ریزی تولید و غیره هستند. طراحی یک سیستم تولید سلولی با تعیین خانواده‌های قطعات و گروه‌های ماشین‌ها آغاز می‌شود، به طوری که هر خانواده قطعات در درون یک گروه ماشین با حداقل ارتباط با سایر گروه‌های ماشین‌ها تولید می‌شوند. فرایند تعیین خانواده‌های قطعات و گروه‌های ماشین‌ها عموماً با نام مساله تشکیل سلولی یاد می‌شود. مساله تشکیل سلولی را می‌توان به این صورت تعریف کرد که: "اگر تعداد، انواع و ظرفیت‌های

ماشین‌ها، تعداد و انواع قطعاتی که باید ساخته شوند و مسیرهای تولیدی و استانداردهای ماشین‌های موردنیاز هر قطعه معلوم و مشخص باشد، کدام ماشین‌ها و قطعات وابسته‌شان با هم در یک گروه قرار گیرند تا یک سلول تولیدی را تشکیل دهند؟

همان‌گونه که گفته شد مساله تشکیل سلولی اولین و مهم‌ترین موضوع در طراحی یک سیستم تولید سلولی است که بیشتر از سایر موضوعات مورد مطالعه و تحقیق قرار گرفته است و روش‌های متعددی، اعم از ابتکاری و غیرابتکاری، برای حل آن ارایه شده‌اند. اما اکثر این روش‌ها برای کاهش میزان سختی مساله، با درنظر گرفتن یک سری مفروضات حوزه دید مساله را محدود کرده و بدین ترتیب از میزان واقعی بودن مساله کاسته‌اند. دو نمونه از مهم‌ترین این فرضیات عبارتند از: ثابت درنظر گرفتن تقاضا و ترکیب محصولات در طول افق برنامه‌ریزی [۷ و ۱] و عدم وجود انعطاف در مسیرتولید قطعات [۸]. این مقاله سعی می‌کند تا یک مدل ریاضی به همراه رویه حل آن، برای طراحی سیستم‌های تولید سلولی با هدف از بین بردن این نقاط ضعف و درنظر گرفتن ملزومات تولیدی بصورت احتمالی و پویا و هم‌چنین مسیرهای تولیدی چندگانه ارایه نماید.

۱ـ مرور ادبیات موضوع

پیش از بازنگری و مطالعه ادبیات موضوع، اصطلاحات استفاده شده به منظور طبقه‌بندی ملزومات تولیدی را معرفی می‌کنیم. این اصطلاحات عبارتند از ایستا[۴] در مقابل ملزومات تولیدی پویا[۵] و قطعیت[۶] در مقابل ملزومات تولیدی احتمالی[۷]. ملزومات تولیدی ایستا در زمان طراحی یک سیستم تولید سلولی از یک افق برنامه‌ریزی تک دوره‌ای استفاده می‌کنند. به این صورت که تقاضا و ترکیب محصولات برای آن دوره برنامه‌ریزی ثابت هستند درحالی‌که تقاضا و ترکیب محصولات در برخی موارد هم می‌توانند معین و یا احتمالی باشند. برای ملزومات تولیدی معین و ایستا تنها یک مجموعه از تقاضا و ترکیب محصولات وجود دارد که آن هم شناخته‌شده و معلوم است. برعکس، در حالت ملزومات تولیدی احتمالی و ایستا مجموعه‌ای از تقاضاها و ترکیب محصولات وجود دارند که هر یک احتمال وقوع خاص خود را دارا هستند. بنابراین برای طراحی یک سیستم تولید سلولی در چنین حالتی باید تمامی حالات ممکن تقاضاها و ترکیب محصولات را در نظر گرفت. ملزومات تولیدی پویا در زمان طراحی یک سیستم تولید سلولی یک افق برنامه‌ریزی چند دوره‌ای را بکار می‌برند. در این حالت افق برنامه‌ریزی مورد نظر به چندین دوره کوچک‌تر مطابق با تفاوت‌های موجود در ترکیب محصولات و یا تقاضاهای هر دوره، تقسیم می‌شوند که در هر دوره ملزومات تولیدی می‌توانند معین و یا احتمالی باشند. اگر معین باشند، تقاضا و ترکیب محصولات در هر دوره معلوم و شناخته شده است و اگر احتمالی باشند، تقاضا و ترکیب محصولاتی که ممکن است در هر دوره اتفاق بیافتد به همراه احتمال وقوع آن مشخص و معلوم است.

به این ترتیب با توجه به توضیحات فوق، مرور ادبیات موضوع طراحی سیستم‌های تولید سلولی را می‌توان در چهار حالت "معین و ایستا"، "معین و پویا"، "احتمالی و ایستا" و "احتمالی و پویا" بررسی کرد. اما از آنجایی‌که موضوع موردنظر ما در ارتباط با حالت چهارم است، تنها این حالت را بررسی می‌نماییم.

در طی سه دهه گذشته مطالب و کتب بسیاری در خصوص طراحی سیستم‌های تولید سلولی به چاپ رسیده‌اند، اما تنها تعداد بسیار کمی از آنها به مقوله پویا بودن و یا احتمالی بودن ملزومات تولیدی پرداخته‌اند. از معدود کارهای انجام گرفته در این رابطه می‌توان به کار چن [۱] و ویکس [۹] اشاره کرد. آنها یک مدل با افق برنامه‌ریزی چند دوره‌ای با فرض داشتن محصولات جدید و حذف برخی از محصولات تولیدی قبلی ارایه کرده‌اند، با این تفاوت که هر یک برای تغییر آرایش ماشین‌ها از روش‌های متفاوتی استفاده کرده‌اند. بنابراین ترکیبات سلولی حاصل از دو روش از یک دوره به دوره دیگر بسته به ملزومات تولیدی می‌تواند متفاوت باشد. کار انجام شده توسط سانگ و هیتومی [۱۰] نیاز به تصمیم‌گیری‌های متفاوتی در طول افق برنامه‌ریزی دارد که ممکن است به طراحی سیستم‌های تولید سلولی مربوط نباشد اما امکان در نظر گرفتن افق برنامه‌ریزی چند دوره‌ای را ممکن می‌سازد.

هم‌چنین به ملزومات تولیدی احتمالی نیز کمتر توجه شده است. تنها سیف‌الدینی حالت احتمالی بودن ملزومات تولیدی را در مدل تک دوره‌ای خود در نظر گرفته است و تنها تحقیق انجام شده توسط هارهالاکیس یک افق برنامه‌ریزی چند دوره‌ای را با توجه به تغییرات تقاضا و هم‌چنین فرض ثابت بودن ترکیب (انواع) محصولات در طول افق برنامه‌ریزی، مدنظر قرار داده است. به جز موارد فوق تنها مطالعه‌ای که بصورت جامع و توامان حالت احتمالی و پویا بودن ملزومات تولیدی را در مدل خود لحاظ

کـرده اسـت، تحقیق انجام شده توسط مونگ واتانا[8] [۱۱] می‌باشد. او یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح غیر خطی صفر و یک را ارایـه کرده است. هدف مدل عبارتست از حداقل ساختن مجموع چهار هزینه شامل هزینه‌های خرید ماشین‌ها، هزینه عملیاتی، هزینه جابجایی بین‌سلولی مواد و هزینه جابجایی بین‌سلولی ماشین‌ها.

۲ـ توسعه مدل ریاضی در حالت پویا و احتمالی

در این قسمت از مقاله مدلی برای طراحی سیستم‌های تولید سلولی در یک محیط احتمالی و پویا ارایه می‌شود.

۲-۱ـ تعاریف و مفروضات

فرض‌های درنظر گرفته شده برای این مدل عبارتند از:

ـ تعداد مناسبی از ترکیبات محصولی ممکن (سناریو) وجود دارند که می‌توانند اتفاق بیافتند.

ـ هر ترکیب محصول بوسیله یک مجموعه منحصر به فرد از انواع قطعات و تقاضاهای متناظرشان معرفی می‌شود.

ـ هر ترکیب محصول احتمال وقوع معلوم و مشخصی را داراست.

ـ زمان عملیات تمامی قطعات روی هر نوع ماشین معلوم است.

ـ انواع قطعات (ترکیب قطعات) و مقدار تقاضای هر قطعه در هر دوره معلوم است.

ـ قابلیت و ظرفیت هر نوع ماشین در طول زمان ثابت و معلوم است.

ـ هزینه خرید هر نوع ماشین معلوم است.

ـ هزینه عملیاتی هر نوع ماشین مشخص است.

ـ هزینه فرصت از دست رفته برای هر ماشین در هر ساعت مشخص است.

ـ حرکت قطعات بین سلول‌ها بصورت دسته‌ای می‌باشد. هزینه حمل‌ونقل درون و بین‌سلولی هر دسته معین و ثابت است.

ـ تعداد سلول‌ها طی تمامی دوره‌ها و در طول زمان مشخص و ثابت است.

ـ محدودیت در تعداد ماشین‌های داخل هر سلول باید مشخص بوده و در طول زمان ثابت باقی بماند.

ـ تغییر موقعیت ماشین‌ها بین سلول‌ها بین دوره‌ها انجام شده و زمان موردنیاز آن صفر می‌باشد.

ـ هزینه جابجایی هر نوع ماشین مستقل از مکان آن ماشین بوده و مقدار آن مشخص است.

ـ هر نوع ماشین می‌تواند تنها یک نوع عملیات را انجام دهد و هر عملیات نیز تنها می‌تواند توسط یک ماشین انجام شود.

ـ مسـافت بیـن سـلول‌هـا یکسان است یعنی هزینه حمل و نقل بین‌سلولی برای تمامی حرکت‌ها بدون توجه به مسافت‌ها ثابت است.

ـ هیچ موجودی (اضافی) در نظر گرفته نمی‌شود.

ـ زمان های برپایی در نظر گرفته نشده است.

ـ سفارشات به تاخیرافتاده و برگشتی مجاز نیست.

ـ در مسیر تولید قطعات هیچ صفی وجود ندارد.

ـ زمان شکست برای ماشین‌ها نخواهیم داشت.

ـ راندمان ماشین‌ها ۱۰۰٪ می‌باشد.

ـ بزرگی دسته‌ها در تمامی دوره‌ها و برای تمامی محصولات ثابت است.

ـ تمامی ماشین‌ها در ابتدای دوره‌ها برای استفاده در دسترس می‌باشند (زمان نصب ماشین‌ها صفر است.)

ـ ارزش زمانی پول در نظر گرفته نمی‌شود.

بر اساس فرضیات فوق نمادها، پارامترها و متغیرهای تصمیم مساله به شرح زیر تعریف می‌شوند:

۲-۱-۱ـ نمادها

c = نماد سلول‌های تولیدی $(c = 1,2,...,C)$

m = نماد انواع ماشین‌ها $(m = 1,2,...,M)$

p = نماد انواع قطعات $(p = 1,2,...,P)$

h = نماد دوره‌های زمانی $(h = 1,2,...,H)$

j = نماد عملیات موردنیاز قطعه p $(j = 1,2,...,O_p)$

s = اندیس ترکیب محصولات ممکن $(s = 1,2,...,S)$

۲-۱-۲ـ پارامترها

t_{jpm} = زمان موردنیاز جهت انجام عملیات j از قطعه p بر روی ماشین m

Γ_{sh} = ترکیب محصول نوع s در دوره h

π_s = احتمال وقوع ترکیب محصول نوع s

B = اندازه دسته‌هایی از قطعات که باید جابجا شوند.

γ = هزینه حرکت بین‌سلولی برای هر دسته از قطعات

α_m = هزینه خرید یک واحد از ماشین نوع m

β_m = هزینه عملیاتی به ازای هر ساعت استفاده از ماشین نوع m

δ_m = هزینه جابجایی ماشین نوع m

U_{pm} = هزینه فرصت از دست رفته ماشین نوع m در صورت عدم استفاده برای قطعه p

T_m = ظرفیت در دسترس هر واحد از ماشین نوع m

L_B = حد پایین تعداد ماشین‌های داخل سلول

U_B = حد بالای تعداد ماشین‌های داخل سلول

a_{jpm} = ۱ اگر عملیات j از قطعه p بتواند توسط ماشین m انجام شود.
۰ در غیر اینصورت

۲-۱-۳ـ متغیرهای تصمیم

N_{mch} = تعداد ماشین‌های نوع m که در دوره h در سلول c مورد استفاده قرارگرفته‌اند.

K^+_{mch} = تعداد ماشین‌های نوع m که به سلول c طی دوره h اضافه شده‌اند.

K^-_{mch} = تعداد ماشین‌های نوع m که از سلول c طی دوره h حذف شده‌اند.

y_{mch} = ۱ تخصیص ماشین m به سلول c در دوره h
۰ در غیر اینصورت

x_{jpmch} = ۱ تخصیص عملیات j ام از قطعه نوع p به ماشین m در سلول c در دوره h
۰ در غیر اینصورت

x'_{pch} = ۱ تخصیص قطعه نوع p به سلول c در دوره h
۰ در غیر اینصورت

۲-۲ـ مدل ریاضی

$$\text{Min } Z = \sum_{h=1}^{H}\sum_{c=1}^{C}\sum_{m=1}^{M} N_{mch}\alpha_m + \sum_{h=1}^{H}\sum_{c=1}^{C}\sum_{m=1}^{M}\sum_{p=1}^{P}\sum_{j=1}^{O_p} D_{ph}t_{jpm}x_{jpmch}\beta_m +$$
$$+\sum_{h=1}^{H}\sum_{p=1}^{P}\left[\frac{D_{ph}}{B}\right]\left(\sum_{c=1}^{C}\sum_{j=1}^{O_p-1}\gamma\left|\sum_{m=1}^{M}x_{j+1,pmch} - \sum_{m=1}^{M}x_{jpmch}\right|\right) + \sum_{h=a}^{H}\sum_{c=1}^{C}\sum_{m=1}^{M}\delta_m\left(K^+_{mch} + K^-_{mch}\right) + \qquad (1)$$
$$+\sum_{h=1}^{H}\sum_{c=1}^{C}\sum_{m=1}^{M}\sum_{p=1}^{P} U_{pm}\left(1 - a_{jpm}\right)x'_{pch}.N_{mch}$$

s.t.:

$$\sum_{c=1}^{C}\sum_{m=1}^{M}\alpha_{jpm}x_{jpmch}=1;\quad \forall j,\ \forall p\ \ and\ \ \forall h \tag{۲}$$

$$\sum_{p=1}^{P}\sum_{j=1}^{J}D_{ph}t_{jpm}x_{jpmch}\le T_m N_{mch};\quad \forall m,\ \forall c\ \ and\ \ \forall h \tag{۳}$$

$$\sum_{m=1}^{M}N_{mch}+\sum_{m=1}^{M}K^{+}_{mch}-\sum_{m=1}^{M}K^{-}_{mch}\ge L_B;\quad \forall c\ \ and\ \ \forall h \tag{۴}$$

$$\sum_{m=1}^{M}N_{mch}+\sum_{m=1}^{M}K^{+}_{mch}-\sum_{m=1}^{M}K^{-}_{mch}\le U_B;\quad \forall c\ \ and\ \ \forall h \tag{۵}$$

$$N_{mc,h-1}+K^{+}_{mch}-K^{-}_{mch}=N_{mch};\quad \forall m,\ \forall c\ \ and\ \ \forall h \tag{۶}$$

$$x'_{pch}=\begin{cases}1 & \dfrac{\sum_{m=1}^{M}\sum_{j=1}^{O_p}x_{jpmch}}{O_p}\ge 0.5;\quad \forall p,\ \forall c\ \ and\ \ \forall h\\ 0 & \text{Otherwise}\end{cases} \tag{۷}$$

$$x_{jpmch}=0,1\quad ;\quad N_{mch},\ K^{+}_{mch},\ K^{-}_{mch}=\text{integer} \tag{۸}$$

همان‌گونه که مشاهده می‌شود تابع هدف (معادله ۱) یک معادله عدد صحیح غیرخطی می‌باشد که مجموع هزینه‌های سرمایه‌گذاری ماشین‌ها، هزینه‌های عملیاتی، هزینه‌های جابجایی بین‌سلولی قطعات، هزینه‌های جابجایی ماشین‌ها و هزینه فرصت از دست‌رفته ماشین‌ها را در طول افق برنامه‌ریزی حداقل می‌سازد. عبارت اول، هزینه خرید تمام ماشین‌هایی که در طول افق برنامه‌ریزی موردنیاز می‌باشند را محاسبه می‌نماید. این هزینه برابر است با مجموع حاصل‌ضرب تعداد انواع ماشین‌های موردنیاز در هزینه خرید متناظر آن ماشین. عبارت دوم، هزینه‌های عملیاتی ماشین‌ها را محاسبه می‌نماید. این هزینه برابر است با مجموع حاصل‌ضرب تعداد ساعت‌های موردنیاز انواع ماشین‌ها در هزینه عملیاتی متناظر آن ماشین. عبارت سوم، هزینه جابجایی بین‌سلولی قطعات را محاسبه می‌کند. این هزینه برابر است با مجموع حاصل‌ضرب تعداد حرکات بین‌سلولی هر نوع قطعه در هزینه جابجایی متناظر هر دسته از آن نوع قطعه. از آنجایی‌که حرکات بین‌سلولی بصورت دسته‌ای انجام می‌شوند بنابراین تعداد حرکات بین‌سلولی هر نوع قطعه برابر است با جزء صحیح تقسیم تقاضای هر نوع قطعه بر اندازه دسته. عبارت چهارم، هزینه جابجایی و جانمایی مجدد ماشین‌ها را محاسبه می‌نماید. این هزینه برابر است با مجموع حاصل‌ضرب تعداد ماشین‌هایی که در صورت نیاز بین دوره‌ها جابجا می‌شوند، در هزینه جابجایی متناظر آن ماشین. عبارت پنجم نیز هزینه فرصت از دست رفته ماشین‌ها را محاسبه می‌نماید، به این‌صورت که اگر یک قطعه و یک ماشین در یک سلول قرار گیرند ولی آن قطعه از ماشین مربوطه استفاده ننماید، در این‌صورت هزینه‌ای تحت عنوان هزینه فرصت از دست رفته متناظر این جفت ماشین ـ قطعه خواهیم داشت.

محدودیت اول (معادله ۲) این اطمینان را حاصل می‌نماید که در هر دوره، هر عملیات از یک قطعه تنها به یک ماشین و یک سلول تخصیص یافته است. محدودیت دوم (معادله ۳) نیز کافی بودن ظرفیت ماشین‌ها برای برآورده ساختن تقاضای قطعات در هر دوره را تضمین می‌نماید. محدودیت‌های سوم و چهارم (معادلات ۴ و ۵) به ترتیب حدود پایین و بالای اندازه

سلول‌ها و تعداد ماشین‌هایی که می‌توانند داخل هر سلول قرار گیرند را مشخص می‌سازد. محدودیت پنجم (معادله ۶) از این موضوع اطمینان حاصل می‌نماید که در هر دوره و به ازای هر سلول، تعداد انواع ماشین‌های داخل آن سلول در دوره جاری برابر است با تعداد ماشین‌های آن سلول در دوره قبل، به علاوه تعداد ماشین‌هایی که در دوره جاری به آن اضافه شده‌اند، منهای تعداد ماشین‌هایی که در دوره جاری از آن خارج شده‌اند. به عبارت دیگر به این ترتیب قانون بقای ماشین‌ها در طول دوره‌ها لحاظ می‌گردد. محدودیت ششم (معادله ۷) این نکته را بیان می‌کند که یک قطعه وقتی به یک سلول تعلق دارد که بیش از نیمی از عملیات موردنیازش درون آن سلول انجام شود. محدودیت هفتم (معادله ۸) نیز نوع متغیرهای مساله را مشخص می‌سازد.

۲-۳ـ خطی سازی مدل

همانطور که مشاهده می‌شود مدل ریاضی ارایه شده فوق یک مدل عدد صحیح غیرخطی است. چرا که عبارت سوم بصورت قدرمطلقی بوده و هم‌چنین در عبارت چهارم نیز دو متغیر در هم ضرب شده‌اند. به منظور بدست آوردن یک حل بهینه (حد پایین) و کاهش زمان عملیاتی ناگزیر هستیم تا مدل ریاضی غیرخطی فوق را به یک مدل خطی تبدیل نماییم. برای این منظور از متغیرهای غیرمنفی yp_{jpch} و ym_{jpch} به جای عبارت $\left|\sum_{m=1}^{M} x_{j+1,pmch} - \sum_{m=1}^{M} x_{jpmch}\right|$ و متغیر صفر و یک z_{pmch} به جای عبارت $x'_{pch} \times y_{mch}$ استفاده خواهیم کرد. بنابراین محدودیت‌های زیر به مدل قبل اضافه خواهند شد:

$$\sum_{m=1}^{M} x_{j+1,pmch} - \sum_{m=1}^{M} x_{jpmch} = yp_{jpch} - ym_{jpch} \qquad (۹)$$

$$z_{pmch} \le x'_{pch}\ ; \quad \forall p,\ \forall m,\ \forall c \text{ and } \forall h \qquad (۱۰)$$

$$z_{pmch} \le y_{mch}\ ; \quad \forall p,\ \forall m,\ \forall c \text{ and } \forall h \qquad (۱۱)$$

$$x'_{pch} + y_{mch} - z_{pmch} \le 1 \qquad (۱۲)$$

$$z_{pmch} = 0,1 \quad ; \quad yp_{jpch},\ ym_{jpch} = \text{integer} \qquad (۱۳)$$

لازم به ذکر است که هر تابع خطی یک تابع همگرا می‌باشد و هر تابع همگرا نیز حتماً دارای حل بهینه سراسری خواهد بود [۱۲].

۳ـ ارایه یک رویه حل برای مدل ارایه شده

از آنجایی‌که استفاده از مدل ارایه شده در بخش قبل برای مسایل واقعی و بزرگ، به زمان محاسباتی زیادی نیاز دارد از اینرو در این بخش از مقاله سعی داریم تا یک رویه حل برای مدل ریاضی پیشنهادی خود ارایه نماییم. همان‌گونه که قبلاً نیز اشاره شد، فرض ما بر این است که در هر دوره یکسری ترکیب محصولات (سناریو تولیدی) با احتمال وقوع خاص خود وجود دارد. البته در این مقاله، ما این احتمال را برای تمامی حالات یکسان درنظر خواهیم گرفت. حال با این مقدمات به ارایه دو قضیه زیر می‌پردازیم:

قضیه ۱: $Z_{sw} \ge Z_{ww}$ جاییکه $s \ne w$ و Z_{sw} = هزینه حاصل از حل مدل به ازای ترکیب محصول w در حالی‌که مدل برای ترکیب محصول s طراحی شده باشد.

اثبات قضیه: Z_{ww} عبارتست از حل بهینه برای ترکیب محصول w ، بنابراین بدیهی است که هیچ حل دیگری نمی‌تواند بهتر از این حل باشد.

برای تعیین ترکیب سلولی که باید برای مجموعه‌ای از ترکیب محصولات مفروض مورد استفاده قرار گیرد، نیاز است تا یک اندازه‌گیری عملکرد انجام شود. فرض کنید Z_s^* هزینه حل در حالت استفاده از ترکیب محصولات s باشد که به آن اصطلاحاً ترکیب سلولی s می‌گوییم، بنابراین هزینه مورد انتظار در صورت استفاده از ترکیب سلولی s از بین یک مجموعه از ترکیب محصولات مفروض، برابر است با $E(Z_s^*)$ که می‌تواند بصورت زیر محاسبه شود:

$$E(Z_s^*) = \sum_{w=1}^{S} Z_{sw}.\pi_w \qquad w = 1,2,...,S \tag{۱۴}$$

بنابراین در حالتی‌که S ترکیب محصول و متعاقب آن S حل داریم، ابتدا باید برای هر حل، هزینه کل مورد انتظار تحت تمامی ترکیب محصولات مفروض محاسبه شده، سپس از آن به عنوان مقیاس عملکرد استفاده شود. حلی که کمترین هزینه کل مورد انتظار را داراست مطابق الگوریتم سیف‌الدینی [۲] به عنوان حل نهایی انتخاب می‌شود.

$$\text{Min } E(Z_s^*) \tag{۱۵}$$

بنابراین ممکن است که یک حلی با هزینه مورد انتظار جابجایی بین‌سلولی وجود داشته باشد که تمامی ترکیبات محصولات را در نظر بگیرد در حالی‌که نسبت به تک‌تک ترکیبات محصولات حل بهینه نمی‌باشد.

حال فرض کنید که به جای انتخاب یک حل از بین تمامی S حل ممکن حاصل شده از S ترکیب محصول ممکن، برای بدست آوردن حل نهایی از میانگین وزنی ترکیبات مختلف به شرح زیر استفاده نماییم:

۱ـ ابتدا میانگین وزنی ترکیبات مختلف محصولات، $\bar{\Gamma}$، را با استفاده از فرمول زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{\Gamma} = \sum_{s=1}^{S} \Gamma_s.\pi_s \tag{۱۶}$$

۲ـ سپس با استفاده از این میانگین وزنی محاسبه شده برای ترکیبات مختلف محصولات، حل نهایی را بدست می‌آوریم.

در واقع ما بدین ترتیب ترکیبات مختلف محصولات را بصورت فشرده و در قالب میانگین وزنی ترکیبات مختلف لحاظ کردیم. این ایده نخستین بار توسط رزنبلات و کروپ[۹] [۱۳] برای حل مساله چیدمان کارخانه در حالت تک دوره‌ای و احتمالی مطرح و مورد استفاده قرار گرفت.

قضیه ۲: حل بدست آمده حاصل از کاربرد میانگین وزنی ترکیبات مختلف محصولات با توجه به هزینه کل مورد انتظار، حل بهینه است یعنی:

$$E(Z_{\bar{\Gamma}}) \le E(Z_s^*) \tag{۱۷}$$

در واقع این حل یک هزینه مورد انتظاری است که از کمترین هزینه مورد انتظار هر حل دیگری کمتر است. برای مشاهده اثبات قضیه فوق می‌توان به منبع شماره [۱۱] مراجعه نمود.

۳-۱ـ روش حل ابتکاری

طراحی سیستم‌های تولید سلولی از لحاظ محاسباتی پیچیده است و تنها مسایل کوچک را می‌توان با استفاده از رویه‌های حل ارایه شده بصورت بهینه حل کرد. حل مسایل بزرگ به دلیل محدودیت منابع موردنیاز (زمان، حافظه، کامپیوتر و غیره.) بصورت بهینه غیرممکن است. در این بخش از مقاله یک روش حل ابتکاری برای طراحی سیستم‌های تولید سلولی ارایه می‌شود که از شش مرحله به شرح زیر تشکیل شده است:

برای هر دوره h $(h = 1,2.,...,H)$

۱ـ میانگین وزنی ملزومات تولیدی تعیین می‌شود.

۲ـ برای هر قطعه یک مسیر تولید انتخاب می‌شود.

اگر $(h=1)$

۳ـ الف ـ یک ترکیب سلولی اولیه ایجاد می‌شود.

در غیر اینصورت

۴ـ ب ـ انواع قطعات به سلول‌های ایجاد شده تخصیص می‌یابند.

۵ـ ترکیب سلولی ایجاد شده بهبود می‌یابد (در این مرحله از الگوریتم Simulated Annealing (SA) استفاده می‌شود).

۶ـ به منظور بالانس بارکاری ماشین‌ها، ماشین‌های جدید به سیستم اضافه می‌شوند.

۷ـ ماشین‌هایی که باید بین دوره h و $h+1$ جابجا شوند تعیین می‌گردند.

پنج مرحله اول در طول هر دوره و مرحله آخر نیز بین دوره‌ها انجام می‌گردد. برای ایجاد یک ترکیب سلولی جدید (دوره اول ـ از روش ارایه شده در گام "۳ الف" استفاده می‌شود و برای ترکیب سلولی ایجاد شده (موجود) روش ارایه شده در قدم "۳ ب" استفاده می‌شود تا زمانی‌که تمامی قطعات به سلول‌ها تخصیص یابند.

تشریح جزییات مراحل مختلف الگوریتم ابتکاری ارایه شده به شرح زیر می‌باشد:

مرحله ۱ ـ تعیین میانگین وزنی ترکیب محصولات

حل بدست آمده حاصل از کاربرد میانگین وزنی ترکیبات مختلف محصولات با توجه به هزینه کل مورد انتظار، حل بهینه است (قضیه ۲). بنابراین ابتدا میانگین وزنی سناریوهای تولیدی متفاوت را محاسبه می‌کنیم. برای این منظور می‌توان از معادله زیر استفاده کرد.

$$\overline{\Gamma} = \sum_{s=1}^{S} \Gamma_s \pi_s \qquad (۱۸)$$

این میانگین وزنی ترکیب محصولات، $\overline{\Gamma}$، برای ایجاد ترکیب سلولی در مرحله بعد استفاده خواهد شد.

مرحله ۲ـ انتخاب مسیرهای تولید برای انواع قطعات

عملیات‌های معینی از انواع قطعات می‌تواند برروی ماشین‌های متفاوت انجام شود. این امر اجازه می‌دهد که هر نوع قطعه مسیرهای تولید متعددی داشته باشد. در این فاز باید یک تصمیم‌گیری در مورد این‌که قطعه از کدام مسیر تولید استفاده نماید، باید اتخاذ گردد. هزینه‌های دخیل در این تصمیم‌گیری عبارتند از هزینه خرید ماشین‌ها و هزینه عملیاتی آنها. رویه انتخاب مسیر تولید برای انواع قطعات به شرح زیر می‌باشد:

۱ـ محاسبه تعداد ماشین‌ها و مقدار زمان موردنیاز برای انجام عملیات‌هایی که می‌توانند تنها بوسیله یک نوع ماشین انجام شوند. نتایج حاصله برای محاسبه هزینه‌های عملیاتی و خرید متناظر با هر نوع ماشین استفاده می‌شود.

۲ـ عملیات‌هایی که می‌توانند روی چند نوع ماشین انجام شوند را برحسب تعداد عملیات‌شان و بصورت غیرنزولی مرتب کنید. در حالت مساوی بصورت اختیاری عمل کنید.

۳ـ برای انتخاب یک نوع ماشین برای عملیاتی که روی چند نوع ماشین می‌تواند انجام شود، هر نوع ماشین را با در نظر گرفتن میزان افزایش هزینه‌های عملیاتی و خرید ماشین در نظر بگیرید. ماشینی را انتخاب نماید که منجر به هزینه کمتری می‌شود.

۴ـ رویه فوق را تا جایی‌که تمامی عملیات‌ها انتخاب شوند ادامه دهید.

مرحله ۳ ـ الف ـ ایجاد ترکیب سلولی اولیه

پس از آنکه یک مسیر تولید برای هر کدام از قطعات انتخاب شد، می‌توان یک ترکیب سلولی ایجاد کرد. برای این منظور ابتدا گروه ماشین‌ها شکل گرفته سپس خانواده قطعات به آنها تخصیص می‌یابند. برای شکل‌دهی سلول‌ها تعداد سلول‌ها باید از پیش مشخص شده باشد.

۳-۱-۱ـ تعیین گروه ماشین‌ها

مـا برای تشکیل گروه ماشین‌ها از تشابه بین جفت ماشین‌ها از یک ضریب تشابه ژاکارد اصلاح شده بر اساس توالی عملیات قطعات استفاده می‌نماییم. ضریب تشابه ژاکارد [۱۴] عبارتست از میزان تشابه بین دو ماشین که بر حسب تعداد قطعاتی که آن ماشین‌ها را ملاقات می‌کنند، تعریف می‌شود و اغلب بصورت زیر بیان می‌شود:

$$S_{ij} = \frac{a}{a+b+c}; \qquad 0 \le S_{ij} \le 1 \tag{۱۹}$$

بطوری‌که:

S_{ij} = میزان تشابه بین ماشین‌های i و j

a = تعداد قطعاتی که بوسیله هر دو ماشین تولید می‌شوند.

b = تعداد قطعاتی که تنها بوسیله ماشین i (نه ماشین j) تولید می‌شوند.

c = تعداد قطعاتی که تنها بوسیله ماشین j (نه ماشین i) تولید می‌شوند.

ضریب تشابه ژاکارد هرچند از لحاظ محاسباتی ساده بوده و به همین دلیل توسط بسیاری از محققان بکار گرفته شده است امـا هـیچ توجهـی بـه توالـی عملـیات قطعات ندارد از اینرو ما برای استفاده از آن ابتدا اقدام به اصلاح این ضریب با استفاده از تعریف نسبتی تحت عنوان "نرخ توالی عملیات" نموده و ضریب تشابه جدید را بصورت زیر تعریف می‌نماییم:

$$S'_{ij} = S_{ij} \times SR_{ij} \tag{۲۰}$$

که در آن:

S'_{ij} = ضریب تشابه اصلاح شده که توالی عملیات را نیز دربر می‌گیرد.

S_{ij} = ضریب تشابه ژاکارد

SR_{ij} = نرخ توالی عملیات بین ماشین‌های i و j

مقدار نرخ توالی عملیات، SR_{ij}، از صفر تا یک متغیر بوده و بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$SR_{ij} = \frac{X_{ij}}{D_{ij}}; \qquad 0 \le SR_{ij} \le 1 \tag{۲۱}$$

بطوری‌که:

D_{ij} = تعداد کل حرکات تولیدی قطعات (مستقیم یا غیرمستقیم) که ممکن است بین ماشین‌های i و j اتفاق بیافتد.

X_{ij} = تعداد کل حرکات واقعی قطعات (مستقیم) که بین ماشین‌های i و j اتفاق می‌افتد.

$$D_{ij} = \sum_{p=1}^{P} d_{ij}^{p} \tag{۲۲}$$

$$X_{ij} = \sum_{p=1}^{P} x_{ij}^{p} \tag{۲۳}$$

که در آن:

d_{ij}^{p} = تعداد دفعاتی که ممکن است قطعه p بین ماشین‌های i و j حرکت نماید.

x_{ij}^{p} = تعداد دفعاتی که قطعه p بین ماشین‌های i و j بطور مستقیم (مطابق توالی عملیاتش) حرکت می‌نماید.

P = تعداد کل قطعات

توضیح آنکه، x_{ij}^{p} برابر است با تعداد حرکات واقعی و مستقیم قطعه p بین دو ماشین i و j به شرطی که در توالی عملیات قطعه p ماشین j(یا i) بلافاصله پس از ماشین i (یا j) موردنیاز باشد. در حالی‌که d_{ij}^{p} امکان این امر را اندازه می‌گیرد یعنی اگر قطعه p ماشین‌های i و j را تنها یکبار ملاقات کند (تحت هر شرایطی)، آنگاه $d_{ij}^{p}=1$ خواهد شد حتی اگر ماشین j (یا i) بلافاصله پس از ماشین i (یا j) ملاقات نشود. در صورتی‌که تنها زمانی $x_{ij}^{p}=1$ خواهد شد که قطعه p ماشین j (یا i) را بلافاصله بعد از ماشین i (یا j) ملاقات نماید.

حال با توجه به این توضیحات به ارایه روشی به منظور تعیین گروه ماشین‌ها می‌پردازیم. به این ترتیب که ابتدا با استفاده از معادله (۲۰) ماتریس تشابه بین ماشین‌ها را تشکیل می‌دهیم سپس جفت ماشینی را که دارای بیشترین مقدار در ماتریس هستند را یافته و با هم ترکیب کرده و در یک سلول قرار می‌دهیم و ماتریس تشابه جدید را با استفاده از معادله (۲۴) بازنگری می‌نماییم. در انتهای هر عمل گروه بندی که انجام می‌شود، محدودیت اندازه سلول نیز بررسی می‌شود و این رویه را هیمن‌طور تا زمان رسیدن به تعداد سلول‌های مورد نظر که از پیش مشخص شده است تکرار می‌کنیم. توجه داشته باشید که در ابتدا فرض بر این است که هر ماشین در یک سلول قرار دارد و به مرور با ترکیب این گروه‌ها، تعداد سلول‌ها نیز کاهش می‌یابد تا به تعداد مورد نظر برسد. برای بازنگری ماتریس تشابه از یک ضریب تشابه میانگین و با هدف محاسبه میزان تشابه بین دو گروه ماشین به شرح زیر استفاده می‌کنیم [۱۵]:

$$\overline{S}_{fg}=\frac{\sum_{i\in f}\sum_{j\in g}S'_{ij}}{NM_f.NM_g} \qquad (۲۴)$$

بطوری‌که:

$\overline{S}_{fg}$ = میزان تشابه بین گروه ماشین‌های f و g

NM_f = تعداد ماشین‌های داخل گروه ماشین f

NM_g = تعداد ماشین‌های داخل گروه ماشین g

بطور خلاصه می‌توان الگوریتم زیر را برای شکل‌دهی گروه ماشین‌ها ارایه کرد:

۱ـ مقادیر نرخ توالی عملیات بین جفت ماشین‌ها، SR_{ij}، را محاسبه کنید.

۲ـ ماتریس تشابه، S'_{ij}، را تشکیل داده و تعداد سلول‌ها را برابر تعداد ماشین‌ها قرار دهید.

۳ـ در ماتریس فوق، جفت ماشینی را که دارای بالاترین مقدار هستند با هم ترکیب نموده و داخل یک سلول قرار دهید (در حالت تساوی بصورت اختیاری عمل می‌شود.) و از تعداد سلول‌ها یک واحد کم کنید.

۴ـ ضریب تشابه بین سلول ماشین جدید و سایر ماشین‌های یا گروه ماشین‌های باقی‌مانده را با استفاده از معادله (۲۴) مورد بازنگری قرار داده و ماتریش تشابه جدید را تشکیل دهید.

۵ـ در ماتریس جدید، جفت ماشین (گروه ماشین) را که دارای بالاترین مقدار هستند، بیابید.

۶ـ محدودیت اندازه سلول (تعداد ماشین‌های داخل سلول) را بررسی کنید.

اگر محدودیت ارضا شده است: دو ماشین (گروه ماشین) را با هم ترکیب نموده و در یک گروه جدید قرار دهید. تعداد سلول‌ها را یک واحد کاهش دهید.

در غیر این‌صورت: این مقدار ماکزیمم یافته شده را کنار گذاشته و به مرحله ۵ بازگردید.

۷ـ محدودیت تعداد سلول‌ها را بررسی کنید.

اگر به تعداد سلول‌های از پیش تعیین شده رسیده‌ایم: الگوریتم را متوقف سازید.

در غیر این‌صورت: به مرحله ۴ بازگردید.

در انتهای این مرحله از الگوریتم ما گروه ماشین‌ها را با توجه به محدودیت تعداد سلول‌ها تشکیل بدست آورده‌ایم. حال برای تکمیل حل اولیه و ایجاد ترکیب سلولی اولیه، نیاز است تا خانواده قطعات را نیز به این گروه ماشین‌ها تخصیص یابند.

۳-۱-۲ـ تشکیل خانواده قطعات

برای تشکیل خانواده قطعات نیز از تشابه بین یک سلول ماشین شکل‌گرفته و یک نوع قطعه، S_{pc}، استفاده کرده‌ایم و آنرا بصورت تشابه بین عملیات‌های داخل یک سلول و عملیات‌های موردنیاز قطعه‌ای که باید به آن سلول تخصیص یابد، تعریف می‌نماییم. S_{pc} بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S_{pc} = \frac{NO_{pc}}{NO_{pc} + NO_p + NO_c} \qquad (۲۵)$$

بطوری‌که:

S_{pc} = تشابه بین قطعه نوع p و سلول c

NO_{pc} = تعداد عملیات موردنیاز قطعه p که در داخل سلول c وجود دارد.

NO_p = تعداد عملیات موردنیاز قطعه p که در داخل سلول c وجود ندارد.

NO_c = تعداد عملیات موجود در داخل سلول c که موردنیاز قطعه p نمی‌باشد.

این شاخص بر اساس شبیه ضریب تشابه ژاکارد عمل می‌نماید که میزان تشابه بین قطعه و سلول را محاسبه می‌کند و هدف آن کاهش تعداد حرکات بین سلولی قطعات می‌باشد. شیوه کار به این صورت است که از اولین قطعه شروع کرده و مقدار S_{pc} را به ازای آن قطعه و تمامی سلول‌ها محاسبه می‌نماییم. قطعه را به سلولی تخصیص می‌دهیم که بیشترین مقدار S_{pc} را دارا باشد و همین کار را تا تخصیص کامل قطعات به سلول‌ها ادامه می‌دهیم [۱۵].

مرحله ۳ ـ ب ـ تشکیل خانواده قطعات

چون ما در روش خود در انتهای هر دوره، از ترکیب سلولی ایجاد شده در دوره قبل استفاده می‌نماییم بنابراین از ابتدای دوره دوم به بعد دیگر نیازی به تشکیل گروه ماشین‌ها نبوده و تنها کافی است تا خانواده قطعات را با روشی مشابه آنچه که در بخش قبل گفته شد، مشخص نماییم.

مرحله ۴ـ بهبود ترکیب سلولی ایجاد شده (اولیه)

در این مرحله، از SA برای بهبود ترکیب سلولی اولیه ایجاد شده در مرحله قبل استفاده می‌شود [۱۶]. عملیات بهبود از طریق جابجایی انواع قطعات بصورت دوبه‌دو بین سلول‌ها انجام می‌گیرد. به عبارت دیگر، حل‌های همسایه از طریق جابجایی قطعات بین سلول‌ها ایجاد می‌شوند. به این‌صورت که ابتدا یک قطعه از یک سلول بطور تصادفی انتخاب شده سپس یک قطعه دیگر از یک سلول دیگر نیز بطور تصادفی انتخاب می‌شود، سپس این دو قطعه را با هم جابجا می نماییم. برای استفاده از SA، ابتدا باید مقادیر پارامترهای مورد استفاده در الگوریتم SA را مشخص نماییم. دمای اولیه را عددی بین حداکثر تفاوت در هزینه میان حل‌های همسایه و حداقل تفاوت هزینه بین حل‌های همسایه در نظر می‌گیریم. حل‌های همسایه از ترکیب سلولی اولیه (ایجاد شده در مرحله قبل) بدست می‌آیند. نرخ سرمایش $0/9^{10}$ در نظر گرفته می‌شود. تعداد تکرارها ($nrep$) در هر دما نسبت به دمای دیگر متفاوت است. مقدار اولیه آن برابر ۵ بوده و در هر دما بصورت تصاعد حسابی با قدر نسبت ۵ افزایش می‌یابد. الگوریتم زمانی‌که دمای نهایی به ۰/۰۰۵ برسد متوقف می‌شود. البته لازم به ذکر است که پکیج تهیه شده برای این منظور، انعطاف لازم جهت تغییر تمامی این مفروضات را داشته و بدین ترتیب می‌توان آنالیز حساسیت روی تمامی این پارامترها را نیز به عمل آورد. قدم‌های الگوریتم SA به شرح زیر می‌باشد:

۱ـ با استفاده از رویه ارایه شده در مرحله۳ یک حل اولیه، s_0، ایجاد می‌شود. (شکل‌دهی اولیه سلول‌ها)

۲ـ هزینه کل برای این ترکیب سلولی محاسبه می‌شود، $f(s_0)$

۳ـ مقادیر اولیه پارامترهای الگوریتم یعنی t_0, t_f, a و $nrep$ را مشخص کنید.

۴ـ قرار دهید: $t = t_0$

۵ـ یک قطعه از یک سلول، سپس یک قطعه دیگر از سلول دیگر بطور تصادفی انتخاب می‌شوند. برای بدست آوردن ترکیب سلولی جدید، s، این دو قطعه را جابجا کنید.

۶ـ هزینه کل این حل جدید را محاسبه کنید، $f(s)$

۷ـ قرار دهید: $\delta = f(s) - f(s_0)$،

a ـ اگر $\delta \prec 0$ آنگاه حل جدید، s، پذیرفته می‌شود و قرار دهید: $s_0 = s$

b ـ اگر $\delta \succ 0$ آنگاه یک متغیر تصادفی x با توزیع یکنواخت از بازه صفر و یک $(x, U(0,1))$ انتخاب شده و با مقدار احتمال $P_{acc} = e^{-(\delta/t)}$ مقایسه می‌شود. اگر $x \succ P_{acc}$ آنگاه حل جدید، s، رد شده و بروید به قدم ۵ و در غیر این‌صورت حل جدید پذیرفته می‌شود و قرار دهید: $s_0 = s$

۸ـ اگر مقدار تکرارها در دمای جاری به مقدار از پیش تعیین شده نرسیده است به گام ۵ بروید در غیر این‌صورت دما با استفاده از رابطه $t = a.t_0$ کاهش می‌یابد.

۹ـ اگر دما از دمای نهایی، t_f،کمتر است، الگوریتم را متوقف سازید و در غیر این‌صورت بروید به گام ۵.

مرحله ۵ـ افزودن ماشین‌های اضافی موردنیاز

حل حاصل و ترکیب سلولی ایجاد شده از چهار قدم اول الگوریتم بر اساس این فرض می‌باشد که داشتن هیچ ماشین اضافی مجاز نمی‌باشد و ظرفیت موجود برای پاسخ‌گویی به تقاضای قطعات کافی می‌باشد. بنابراین لازم است تا یک تصمیم‌گیری در مورد نوع ماشین‌های اضافی موردنیاز و هم‌چنین تعدیل بارکاری ماشین‌های موجود صورت پذیرد. برای این منظور می‌توان از الگوریتم زیر استفاده کرد:

۱ـ تعداد ماشین‌های موردنیاز جهت بر آورده ساختن میانگین وزنی ملزومات تولیدی را محاسبه نمایید.

۲ـ اگر تعداد ماشین‌های بدست آمده از مراحل قبل، از تعداد ماشین‌های محاسبه شده در قدم ۱ کمتر است بروید به گام ۳، در غیر این‌صورت بروید به گام ۴.

۳ـ ماشین جدید را به سلولی که هزینه حرکات بین سلولی را بیش از سایر سلول‌ها کاهش می‌دهد، تخصیص دهید.

۴ـ اگر تمامی انواع ماشین‌ها در نظر گرفته شده‌اند، الگوریتم را متوقف سازید در غیر این‌صورت بروید به گام ۲.

مرحله ۶ ـ محاسبه هزینه جابجایی ماشین‌ها

در این فاز ماشین‌هایی که باید بین دوره‌ها جابجا شوند، تعیین می‌شوند. هزینه جابجایی مجدد و هزینه حرکات بین‌سلولی به منظور تصمیم گیری در موردنیاز یا عدم نیاز به جابجایی ماشین‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند. یک ماشین زمانی نیاز به جابجایی دارد که هزینه جابجایی آن ماشین از هزینه حرکت بین‌سلولی قطعات در اثر عدم جابجایی آن ماشین (باقی‌ماندن در جای فعلی خود) کمتر باشد. از الگوریتم زیر برای این منظور استفاده خواهد شد:

۱ـ در هر دوره یک ترکیب سلولی با استفاده از ۵ مرحله اول ایجاد می‌شود.

۲ـ بین دو دوره،$(\Omega(t'), \Omega(t))$، یک نوع ماشین، m ، را که موقعیتش در دوره t از موقعیتش در دوره t' متفاوت است، در نظر بگیرید.

۳ـ اختلاف هزینه جابجایی (جانمایی مجدد) آن ماشین و صرفه‌جویی در هزینه حرکت بین‌سلولی حاصل از قرارگرفتن ماشین m در مکان جدید خود $(\Theta(m,t,t')\text{-}\Delta(m,c,c'))$ را محاسبه کنید. اگر این اختلاف بیش از صفر بود، ماشین به محل جدید منتقل می‌شود، در غیر این‌صورت ماشین در محل قبلی خود باقی می‌ماند.

۴ـ اگر تمامی انواع ماشین‌ها در نظر گرفته شده‌اند، الگوریتم را متوقف سازید. در غیر این‌صورت بروید به گام ۲.

پارامترهای معرفی شده در الگوریتم فوق عبارتند از:

$\Omega(t)$ = ترکیب سلولی حاصل شده در دوره t

$\Omega(t')$ = ترکیب سلولی حاصل شده در دوره t'

$\Theta(m,t,t')$ = هزینه جابجایی ماشین m بین دوره‌های t و t'

$\Delta(m,c,c')$ = میزان صرفه‌جویی در هزینه حرکات بین‌سلولی قطعات زمانی‌که ماشین m از سلول c به سلول c' بین دوره‌های t و t' منتقل شده است.

فلوچارت الگوریتم پیشنهادی در شکل (۱) ارایه شده است.

٤ـ نتایج محاسباتی

برای ارزیابی الگوریتم پیشنهادی برنامه کامپیوتری به زبان ویژوال بیسیک تهیه شده و کلیه محاسبات نیز روی کامپیوتر Pentium 1800 MHz انجام پذیرفته است. برای این منظور هشت مساله نمونه بصورت تصادفی تولید شده‌اند. هم‌چنین برای مقایسه الگوریتم، با توجه به پیچیدگی مسایل طراحی سیستم‌های تولید سلولی که زمان نسبتاً زیادی صرف می‌شود تا حل‌های بهینه بدست آید، به جای استفاده از حل بهینه، از حد پایین استفاده می‌شود. در این مقاله، ما برای بدست آوردن حد پایین از نرم افزار "لینگو نسخه ۸" استفاده نموده‌ایم. به این صورت که مساله طراحی در هر دوره را بطور مستقل از سایر دوره‌ها حل کرده و نهایتاً جمع هزینه‌ها برای تمامی دوره‌ها، حد پایین را برای مساله اصلی بدست می‌آوریم. لازم به ذکر است که ما در محاسبه حد پایین، هزینه‌های جابجایی ماشین‌ها بین دوره‌ها را در نظر نگرفته‌ایم، چراکه شکل‌دهی سلول‌ها در هر دوره بطور مستقل از سایر دوره‌ها طراحی شده است. از اینرو حد پایین همواره کمتر یا مساوی حل بهینه خواهد بود. نتایج محاسباتی بدست آمده در جداول (۱) و (۲) ارایه شده است.

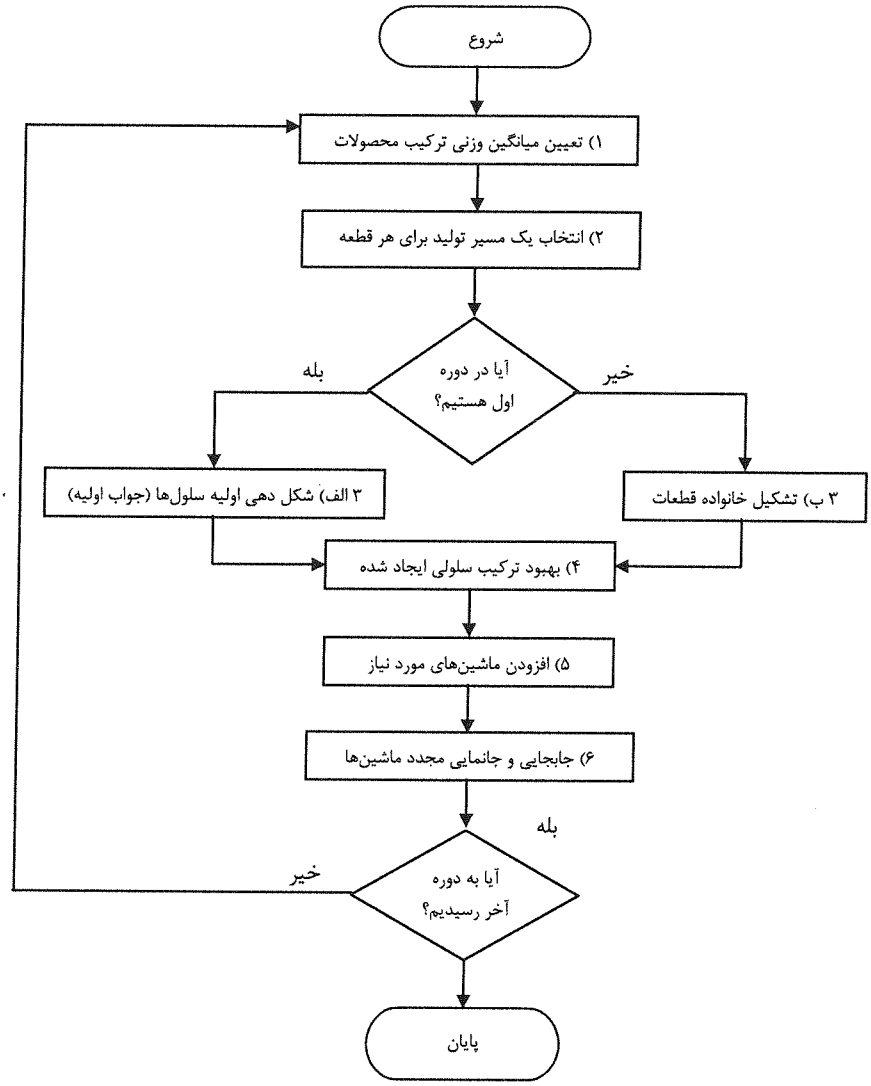
مطابق جدول (۱) مشاهده می‌شود که بهترین نتیجه حل ابتکاری در تکرار اول از مثال شماره ۳ و با میانگین درصد اختلاف ۲/۶۳ ٪ بدست آمده است که در آن ۱۹ قطعه توسط ۱۸ ماشین با انعطاف‌پذیری پایین در مسیرهای تولیدی پروسس می‌شوند. هم‌چنین بدترین حل نیز در تکرار اول از مثال شماره ۴ جایی‌که ۱۵ قطعه توسط ۱۵ ماشین با انعطاف‌پذیری بالا در مسیرهای تولیدی پروسس می‌شوند. میانگین درصد اختلاف این حالت برابر ۱۰/۶۶ ٪ می‌باشد.

همان‌گونه که در جدول (۲) مشاهده می‌شود که الگوریتم بهترین نتیجه را در آزمایش سوم و با میانگین درصد اختلاف ۶۷ /۲ ٪ داراست. در این حالت تعداد قطعات و ماشین‌ها زیاد بوده و انعطاف‌پذیری مسیرهای تولیدی پایین است. در آزمایش اول نیز با میانگین درصد اختلاف ۴/۰۸ ٪ نتایج نسبتاً خوبی بدست آمده است. در این حالت تعداد قطعات و ماشین‌های کم بوده و انعطاف‌پذیری مسیرهای تولیدی پایین است پس بطور کلی می‌توان گفت که الگوریتم در شرایطی که انعطاف‌پذیری مسیرهای تولیدی پایین است؛ نتایج بهتری را حاصل می‌نماید.

بدترین حل حاصل از الگوریتم در آزمایش چهارم جایی‌که تعداد قطعات و ماشین‌ها و همین‌طور انعطاف‌پذیری مسیر تولید بالاست، بدست آمده است. میانگین درصد اختلاف در این آزمایش برابر ۹/۹۶ ٪ می‌باشد. هم‌چنین مشاهده می‌شود که عملکرد الگوریتم در آزمایش دوم نیز چندان مناسب نمی‌باشد. در این حالت تعداد قطعات و ماشین‌ها پایین و تعدد مسیرهای تولیدی چندگانه بالا بوده و میانگین درصد اختلاف آن برابر ۷/۲۸ درصد است. بنابراین می‌توان گفتْ زمانی‌که تعدد مسیرهای تولیدی چندگانه بالاست الگوریتم عملکرد مناسبی ندارد.

میانگین درصد اختلاف در آزمایشات ۲ و ۴ بالاست. با بررسی این دو حالت، می‌توان دید که وجه اشتراک آنها بالابودن انعطاف‌پذیری در مسیرهای تولیدی است. میانگین درصد اختلاف، زمانی‌که انعطاف‌پذیری مسیرهای تولیدی پایین (بین ۱و ۲) باشد برابر است با ۳/۳۷ ٪ و انحراف استاندارد ۰/۸۵ و زمانی‌که بالا (بین ۳ و ۴) باشد، برابر با ۸/۶۲ ٪ و انحراف استاندارد ۱/۹۳ می‌باشد. بنابراین وجود می توان نتیجه گرفت که مسیرهای تولیدی چندگانه از کارایی الگوریتم می‌کاهد. البته این نتیجه چندان هم دور از انتظار نبود چرا که همان‌گونه که در قسمت سوم نیز دیده شود، ما برای توسعه رویه حل خود نخست برای هر قطعه یک مسیر تولیدی انتخاب کردیم، این انتخاب تنها بر اساس هزینه‌های عملیاتی و خرید ماشین‌ها بود یعنی این مسیر انتخابی لزوماً با مسیر بهینه‌ای که ممکن است در انتهای یک رویه حل بهینه حاصل گردد یکی نیست. بنابراین طبیعی است که هرچه تعدد مسیرهای تولیدی قطعات بیشتر باشد، به همان نسبت احتمال آنکه مسیر انتخابی همان مسیر بهینه باشد، کاهش می‌یابد. به منظور حصول اطمینان از میزان تاثیر انعطاف‌پذیری مسیرهای تولیدی در کیفیت جواب نهایی، برخی از مسایل مجدداً انتخاب و این‌بار با استفاده از مسیر انتخابی توسط نرم افزار لینگو (مسیر بهینه) حل شدند و مشاهده شد که نتایج حاصل به میزان قابل قبولی بهبود یافتند.

مطابق نتایج بدست آمده می‌توان دید که در حالتی‌که اندزه مساله کوچک باشد (تعداد قطعات و ماشین‌ها کم باشد) میانگین درصد اختلاف برابر است با ۵/۶۸ ٪ با انحراف استاندراد ۲/۱۲ و زمانی‌که اندزه مساله بزرگ باشد (تعداد قطعات و ماشین‌ها زیاد باشد) میانگین درصد اختلاف برابر با ۶/۳۲ ٪ و انحراف استاندراد ۴/۲۵ می‌باشد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که اندازه مساله چندان در کیفیت حل مساله موثر نمی‌باشد و تنها باعث بیشتر شدن زمان محاسباتی موردنیاز می‌گردد.



شکل (۱) فلوچارت الگوریتم پیشنهادی.

جدول (۱) نتایج محاسباتی حاصل از حل ابتکاری و حد پایین برای مسایل منتخب.

شماره آزمایش	تکرار	تعداد انواع قطعات	تعداد انواع ماشین‌ها	تنوع مسیرهای تولیدی	حد پایین	حل ابتکاری	درصد اختلاف
۱	۱	۱۱	۹	↓	۵۸.۴۱۳	۶۰.۵۹۹	٪ ۳/۷۴
	۲	۱۱	۸	↓	۳۳۶.۸۷۲	۳۵۱.۷۲۴	٪ ۴/۴۱
۲	۱	۱۱	۱۰	↑	۹۳.۸۶۵	۱۰۱.۸۴۸	٪ ۸/۵۰
	۲	۹	۸	↑	۳۵۶.۵۸۰	۳۷۸.۱۳۸	٪ ۶/۰۵
۳	۱	۱۹	۱۸	↓	۱۹۳.۵۲۹	۱۹۸.۶۲۷	٪ ۲/۶۳
	۲	۲۰	۱۸	↓	۶۷۲.۸۶۰	۶۹۱.۱۰۳	٪ ۲/۷۱
۴	۱	۱۵	۱۵	↑	۸۵.۸۱۹	۹۴.۹۷۱	٪ ۱۰/۶۶
	۲	۱۸	۱۸	↑	۴۰۹.۹۳۱	۴۴۷.۸۵۶	٪ ۹/۲۵

جدول (۲) آنالیز نتایج بدست آمده برای انواع مسایل منتخب.

شماره آزمایش	تعداد انواع قطعات	تعداد انواع ماشین‌ها	تنوع مسیرهای تولیدی	میانگین درصد اختلاف
۱	↓	↓	↓	٪ ۴/۰۸
۲	↓	↓	↑	٪ ۷/۲۸
۳	↑	↑	↓	٪ ۲/۶۷
۴	↑	↑	↑	٪ ۹/۹۶

۵ـ نتیجه‌گیری

بررسی نتایج بدست آمده از مسایل حل شده با الگوریتم ابتکاری ارایه شده در این مقاله نشان می‌دهد که الگوریتم مذکور در شرایط متفاوت عملکرد خوبی داشته و حل‌های بدست آمده از آن در فاصله ۲/۵ تا ۱۱ درصد از حد پایین قرار دارند. در مجموع، میانگین درصد اختلاف حل ابتکاری با حد پایین برابر ۶ درصد و با انحراف معیار ۳/۱۳ می‌باشد. بدیهی است که این اختلاف در صورت امکان مقایسه حل ابتکاری با حل بهینه کاهش خواهد یافت چراکه به عنوان مثال ما در محاسبه حد پایین، هزینه جابجایی ماشین‌ها بین دوره‌ها را درنظر گرفته نشده است. در صورتی که در حل ابتکاری هزینه جابجایی ماشین‌ها که بین دوره‌ها انجام می‌شود، مقدار قابل ملاحظه‌ای را داراست.

به عنوان یک نتیجه کلی می‌توان گفت که الگوریتم پیشنهادی در این تحقیق، در تمامی حالاتی که در آن انعطاف‌پذیری مسیرهای تولیدی پایین است، جواب‌های قابل قبول و بهتری را ارایه می‌کند. بنابراین ما الگوریتم خود را برای استفاده در انواع مسایل مختلف که در آنها انعطاف‌پذیری مسیر تولید پایین باشد، پیشنهاد می‌کنیم. طبیعی است که چون زمان محاسباتی موردنیاز همراه با بزرگ شدن اندازه مساله بصورت نمایی زیاد می‌شود، بنابراین مسایل بزرگ به زمان محاسباتی بیشتری نیاز خواهد داشت.

زیر نویس‌ها

1- Just-In-Time (JIT)
2- Flexible Manufacturing Systems (FMS)
3- Throughput Time
4- Static
5- Dynamic
6- Deterministic
7- Stochastic
8- Mungwattana
9- Rosenblatt and Kropp
10- Cooling Rate

مراجع

[1] Chen, M. "A Mathematical Programming Model for System Reconfiguration in a Dynamic Cellular Manufacturing Environment", Annals of Operations Research, Vol. 77, No. 1, pp. 109-128, 1998.

[2] Seifoddini, H. "A Probabilistic Model for Machine Cell Formation", Journal of Manufacturing Systems", Vol. 9, No. 1, pp. 69-75, 1990.

[3] Askin, R. and Standridge, C. "Modeling and Analysis of Manufacturing Systems", John Wiley & Sons, New York, 1993.

[4] Suresh, N. and Meredith, J. "Coping with the Loss of Pooling Synergy in Cellular Manufacturing Systems", Management Science, Vol. 40, No. 4, pp. 466-483, 1994.

[5] Singh, N. and Rajamaani, D. "Cellular Manufacturing Systems: Design, Planning and Control", Chapman and Hall, New York, 1996.

[6] Shafer, S. and Charnes, J. "Cellular versus Functional Layouts under a Variety of Shop Operating Conditions", Decision Sciences, Vol. 24, No. 3, pp. 665-682, 1994.
[7] Shewchuk, J. "A Framework for Modeling and Design of Agile Discrete-Part Manufacturing Facilities", In Proceedings of the 7th Industrial Engineering Research Conference, Alberta, Canada, 1998.
[8] Askin, R. and Chiu, K. "A Graph Partitioning Procedure for Machine Assignment and Cell Formation in Group Technology", International Journal of Production Research, Vol. 28, No. 8, pp. 1555-1572, 1990.
[9] Wicks, E. "Designing Cellular Manufacturing Systems with Time Varying Product Mix and Resource Availability", PhD Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, 1995.
[10] Song, S. and Hitomi, K. "Integrating the Production Planning and Cellular Layout for Flexible Cellular Manufacturing" Production Planning and Control, Vol. 7, 1996.
[11] Mungwattana, A. "Design of Cellular Manufacturing Systems for Dynamic and Uncertain Production Requirements with Presence of Routing Flexibility", PhD Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2000.
[12] Rardin, R. "Optimization in Operations Research", Prentice Hall, Englewood, NJ, 1998.
[13] Rosenblatt, M. and Kropp, D. "The Single Period Stochastic Plant Layout Problem", IIE Transactions, Vol. 24, No. 2, pp. 169-176, 1992.
[14] Rajamani, D., Singh, N. and Aneja, YP. "Design of Cellular Manufacturing Systems", International Journal of Production Research, Vol. 34, No. 7, pp. 1917-1928, 1996.
[15] Yong, Y. "Heuristic Approach to Solving Part Family / Machine Group Formation Problem in Cellular Manufacturing" PhD Thesis, University of Tohoku, Japan, 2002.
[16] Chen, C., Cotruvo, N. and Baek, W. "A Simulated Annealing Solution to the Cell Formation Problem", International Journal of Production Research, Vol. 33, No. 9, pp. 2601-2614, 1995.