روشی نوین جهت آنالیز نوسان ساز های سینوسی RF

حسن فتح آبادی بزچلوئی
محقق

سیدکمال الدین نیکروش
استاد

دانشکده برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

چکیده

در این مقاله، روشی جدید برای آنالیز و تحقق نوسان سازهای سینوسی ارائه خواهد شد. روش مبتنی بر تئوری جدید در کنترل است که توسط نویسندگان ارائه گردیده است. آنالیز نوسان سازهای سینوسی در حوزه فضای حالت و بخصوص برمبنای تئوری جدید ارائه شده در کنترل توسط نویسندگان، موضوعی است جدید که تا آنجا که مولفین اطلاع دارند قبلاً مشابه آنهم موجود نبوده است. همانطوریکه می‌دانیم طراحی این نوع نوسان سازها بدلیل داشتن دامنه ثابت و شکل موج سینوسی کار ساده‌ای نیست. در این روش ابتدا طراحی درحوزه فضای حالت [1] صورت خواهد گرفت. سپس نوسان ساز بر اساس مفاهیم درخت و لینک [2] تحقق خواهد یافت. در حقیقت، ابتدا یک سیستم دینامیکی غیر خطی که نمایش فاز [3] آن، بیانگر نوسان سینوسی با دامنه مورد نظر باشد، طراحی خواهد شد و سپس آن را به حوزه زمان آورده و تحقق می‌دهیم. برتری روش ارائه شده در این مقاله نسبت به روشهای موجود، سریع و کم بودن مراحل طراحی است. طراحی سیستم دینامیکی غیر خطی مناسب در فضای حالت نیز با روشی جدید صورت می‌گیرد.

کلمات کلیدی

نوسان سازهای سینوسی، پایداری

New Method for the Analysis of Fixed Amplitude Sinusoidal Oscillators

H. Fathabadi
Researcher

S. K. Nikravesh
Professor

Electrical and Systems Engineering, Department of Electrical Engineering, Amirkabir University of Technology

Abstract

In this paper, a new method for design and realization of a sinusoidal oscillator is proposed .The oscillator has fixed amplitude. As we know, the design of this kind of oscillator is very difficult because of its sinusoidal form and fixed amplitude. Design is done in state space domain. After designing, oscillator is realized base on the concepts of trees and links .In fact, we have designed a nonlinear system such that its phase portrait corresponds to oscillation and also prespecified amplitude of the oscillation. Then it is transefered to the time domain.The design of an appropriate nonlinear system is based on the equipotential curves.

Keywords

sinusoidal oscillator / stability

مقدمه

نوسان سازهای سینوسی در مدارهای مخابراتی نقشی مهمی دارند. آنها کابردهای خیلی زیادی در سایر زمینه‌های مهندسی برق هم دارند. از آنجائیکه این نوسان سازها سینوسی هستند، دو مشخصه اساسی آنها دامنه و فرکانس نوسان است.

همانطوریکه می‌دانیم روشهایی برای تهیه شکل موج سینوسی از روی شکل موجهای دیگر نظیر مربعی و یا مثلثی وجود دارد که در واقع عمل فیلتر کردن صورت می‌گیرد. از نظر تکنیکی روشهای موجود در طراحی نوسان سازهای سینوسی را می‌توان به دو دسته تقسیم بندی کرد. در دسته اول یک عنصر دو قطبی فعال مانند ترانزیستور با یک دوقطبی غیر فعال به صورت فیدبک قرار می‌گیرد. در دسته دوم یک عنصر یک قطبی فعال به صورت موازی با یک عنصر یک قطبی غیر فعال قرار گرفته است [۱] ، [۶]. در تمام این روشها طراحی در حوزه زمان و یا لاپلاس صورت می‌گیرد. این روشها عموماً بسیار مشکل هستند.

یک نوسان ساز سینوسی حداقل دارای سه قسمت زیر است:

الف ـ یک عنصر فعال با بهره قدرت در فرکانس نوسان مورد نظر.

ب ـ یک عنصر و یا مجموعه‌ای از عناصر که فرکانس نوسان را تعیین خواهند کرد.

ج ـ یک مکانیزم محدود کننده و پایدار کننده دامنه نوسان.

هر گاه یک شبکه بخواهد دارای نوسان سینوسی باشد در این صورت می‌باید دارای یک جفت قطب مزدوج مختلط باشد که در لحظه شروع بکار مدار (t=0) در سمت راست صفحه مختلط هستند. این قطب‌های ناپایدار وقتیکه توسط نویز حرارتی و یا نویز پله‌ای ناشی از بسته شدن کلید تغذیه تحریک می‌شوند، باعث افزایش دامنه خروجی سینوسی بصورت پوش نمایی می‌شوند. هر گاه این نوسان ساز را برای یک دامنه ثابت طراحی کنیم، در این صورت لازم است که با افزایش پوش دامنه خروجی یک یا چند پارامتر سیستم طوری تغییر کنند که قطب‌های مورد نظر بسوی محور موهومی حرکت کنند.

در نهایت در یک دامنه از قبل تعیین شده قطب‌ها بر روی محور موهومی مستقر شده و نوسان سینوسی دارای دامنه ثابت مورد نظر می‌شود. اینک هر گاه بنا به دلایلی دامنه خروجی از این مقدار افزایش یابد قطب‌ها به سمت چپ محور موهومی حرکت کرده و دامنه خروجی را به مقدار مورد نظر (طراحی شده) کاهش می‌دهند. در واقع مجدداً قطب‌ها به محور موهومی باز میگردند. هر گاه دامنه نوسان خروجی کاهش یابد عکس عمل بالا رخ خواهد داد [۱]، [۴].

روش ارائه شده در این مقاله، کاملاً با روشهای موجود متفاوت است زیرا طراحی در حوزه فضای حالت صورت می‌گیرد. در این روش ابتدا یک سیستم خطی در نظر می‌گیریم که در حوالی نقطه تعادل خود که در مبدا قرار دار د، رفتار مرکزیت [1] را از خود نشان می‌دهد [۲]،[۸]، [۱۰]. سپس این سیستم خطی به یک سیستم دینامیکی غیر خطی که رفتاری مناسب برای یک نوسان‌ساز سینوسی با دامنه ثابت در حوزه فضای حالت ارائه می‌دهد، تبدیل خواهد شد. مدار نهایی تحقق یافته یک نوسان ساز با دامنه ثابت خواهد بود اگر و تنها اگر این سیستم دینامیکی غیر خطی در نمایش فاز خود دارای یک سیکل حدی پایدار مجانبی کلی [2] باشد. در نهایت مدار نهایی بر اساس مفاهیم درخت ولینک از این سیستم دینامیکی غیر خطی تحقق خواهد یافت.

۱ـ حالت نوسان و ارتباط آن با حوزه فضای حالت

قضیه (۱-۲): نمایش دینامیکی فضای حالت یک نوسان ساز سینوسی با دامنه ثابت یک سیستم غیر خطی خود گردان [3] مرتبه دوم است [۶] ، [۷].

اثبات: بدلیل اینکه دامنه و فرکانس نوسان ثابت است، سیستم خودگردان است و چون سیستم می‌باید دارای سیکل حدی باشد لذا سیستم مرتبه دوم می‌باشد. دامنه نوسان از شرایط اولیه مستقل است، در نتیجه سیستم غیر خطی است.

نکته: اگر دامنه نوسان ثابت نباشد، نمی‌توان نتیجه گرفت سیستم غیر خودگردان است. سیستم خودگردان خطی مرتبه دوم با ماهیت مرکزیت حول نقطه تعادل خود یک مثال نقض است.

یک سیستم مرتبه دوم خودگردان غیر خطی را به شکل زیر در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2)\\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2)\end{cases} \qquad (۱)$$

کـه x_1 و x_2 متغـیرهای حالت و f_1 و f_2 توابع غیر خطی از متغیرهای حالت هستند. برای چنین سیستمی در صورت وجود سیکل حدی ، یکی از سه نوع سیکل حدی زیر قابل پیش بینی است:

الف ـ پایدار مجانبی

ب ـ شبه پایدار [1]

ج ـ نا پایدار

تعـریف (۱): یک سیکل حدی پایدار مجانبی است، به شرطی که کلیه تراژکتوریهای [2] در مجاورت آن با گذشت زمـــان ($t \to \infty$) بـه آن مـیل کنند. در غیر این صورت سیکل حدی شبه پایدار و یا ناپایدار است. به بیان دیگر L یک سیکل حدی پایدار مجانبی است هر گاه داشته باشیم [۶]:

$$\forall t \rangle t_0 \ \forall R \rangle 0 \ \ , \exists r \rangle 0 \ \ d\{X(t_0), L\} \langle r \ \ \Rightarrow \ \ Max \ \ d\{X(t), L\} \langle R \qquad (۲)$$

و هر گاه $t \to \infty$ آنگاه داشته باشیم: $X(t) \to L$

که $d\{\ .\ ,\ .\ \}$ فاصله بین دو متغیر را نشان می‌دهد.

قضـیه (۲-۲): یک نوسان با دامنه ثابت در حوزه زمان وجود دارد اگر و تنها اگر سیستم مرتبه دوم غیر خطی متناظرش در حوزه فضای حالت یک لیمیت سایکل پایدار مجانبی کلی داشته باشد[۶].

اثبات: از تعریف سیکل حدی و تعریف (۱) براحتی صحت قضیه بالا ثابت می‌شود.

۲ـ منحنی های تراز [3]

تعـریف (۲): $P \in R^2$ یـک نقطـه حـدی مثبـت [4] بـرای سیستم (۱) نامیده می‌شود، بشرطی که یک دنباله $\{t_n\}$ بطوری وجود داشته باشد که هر گاه $n \to \infty$ داشته باشیم [۴]، [۵] :

$t_n \to \infty$ و همچنین $\varphi(t_n, y) \to p$ (۳)

که $\varphi(t, y)$ جواب سیستم (۱) و y شرط اولیه برای سیستم است.

تعریف (۳): $L^+(y)$ مجموعه تمام نقاط حدی مثبت برای سیستم (۱) است [۶] .

قضـیه (۱-۳): فـرض مـی‌کنـیم کـه S یک مجموعه تغییر ناپذیر [5] برای سیستم (۱) باشد و $L^+(y) \subset S$ و همچنین هیچ نقطه تعادلی به $L^+(y)$ متعلق نباشد، در این صورت $L^+(y)$ یک سیکل حدی پایدار مجانبی برای سیستم (۱) است [۶] .

اثبات: از تعریف (۳) و قضیه (Poincare-Bendixson)[۳]، [۵] صحت قضیه بالا اثبات می‌شود.

نکته: اگر $L^+(y) \not\subset S$، سپس یک سیکل حدی پایدار مجانبی L بطوری وجود دارد که $L \subset S$ و $L \subset L^+(y)$.

قضیه (۲-۳): فرض کنید که M یک مجموعه فشرده [6] با شرایط زیر باشد:

الف ـ فاقد هر نقطه تعادلی باشد.

ب ـ مبدا توسط این مجموعه فشرده در بر گرفته شده باشد.

عـلاوه بر این فرض می‌کنیم دو منحنی بسته $u_1(x_1, x_2) = c_1$ و $u_2(x_1, x_2) = c_2$ که جهت آنها در جهت عقربه‌های سـاعت است و مبدا را در بر گرفته‌اند، به مجموعه M متعلق باشند. دراین صورت چنانچه این دو منحنی بسته نامساوی‌های زیر را برقرار کنند:

$$\frac{du_1(x_1, x_2)}{dt} \rangle 0 \qquad (۴)$$

$$\frac{du_2(x_1,x_2)}{dt}\langle 0 \qquad (۵)$$

یک سیکل حدی پایدار مجانبی L بطوری وجود دارد که:

$$L \subset \operatorname{int}\Omega \qquad (۶)$$

که Ω ناحیه بین $u_1(x_1,x_2)=c_1$ و $u_2(x_1,x_2)=c_2$ است [۶].
اثبات: از $u_1(x_1,x_2)=c_1$ نتیجه می‌گیریم که:

$$\frac{\partial u_1(x_1,x_2)}{\partial x_1}dx_1+\frac{\partial u_1(x_1,x_2)}{\partial x_2}dx_2=0 \qquad (۷)$$

از رابطه (۷) نتیجه می‌گیریم که:

$$\begin{cases}\dot{x}_1=\dfrac{\partial u_1(x_1,x_2)}{\partial x_2}\\ \dot{x}_2=-\dfrac{\partial u_1(x_1,x_2)}{\partial x_1}\end{cases} \qquad (۸)$$

از (۸) نتیجه می‌گیریم که:

$$\vec{V}_{u_1}=\frac{\partial u_1(x_1,x_2)}{\partial x_2}\vec{u}_{x_1}+(-\frac{\partial u_1(x_1,x_2)}{\partial x_1})\vec{u}_{x_2} \qquad (۹)$$

که $\vec{u}_{x_1}$ بردار واحد در جهت محور x_1 ، $\vec{u}_{x_2}$ بردار واحد در جهت محور x_2 و نیز $\vec{V}_{u_1}$ بردار سرعت مربوط به $u_1(x_1,x_2)=c_1$ است.
عبارت $\frac{du_1(x_1,x_2)}{dt}$ می‌تواند به صورت زیر بسط داده شود:

$$\frac{du_1(x_1,x_2)}{dt}=\frac{\partial u_1(x_1,x_2)}{\partial x_1}\dot{x}_1+\frac{\partial u_1(x_1,x_2)}{\partial x_2}\dot{x}_2 \qquad (۱۰)$$

از روابط (۱)، (۹) و (۱۰) نتیجه می‌شود:

$$\frac{du_1(x_1,x_2)}{dt}=\overline{\vec{V}_{u_1}\times\vec{X}} \qquad (۱۱)$$

که

$$\vec{X}=f_1(x_1,x_2)\vec{u}_{x_1}+f_2(x_1,x_2)\vec{u}_{x_2} \qquad (۱۲)$$

بنابراین رابطه (۴) به این معنی است که:

$$\overline{\vec{V}_{u_1} \times \dot{\vec{X}}} \rangle 0 \qquad (۱۳)$$

بطور مشابه رابطه (۵) به این معنی است که:

$$\overline{\vec{V}_{u_2} \times \dot{\vec{X}}} \langle 0 \qquad (۱۴)$$

از نامساوی‌های (۱۳) و (۱۴) نتیجه می‌شود که Ω یک مجموعه تغییر ناپذیر است. از طرف دیگر هیچ نقطه تعادلی به Ω متعلق نیست، بنابراین نتیجه می‌شود که:

$$L \subset \operatorname{int}\Omega$$

که این اثبات را کامل می‌کند.

منحنی‌های $u_1(x_1,x_2)=c_1$ و $u_2(x_1,x_2)=c_2$ را منحنی‌های تراز سیستم (۱) می‌نامیم [۶]، زیرا آنها جوابهای معادله دیفرانسیل پفافی زیر هستند[۹].

$$\sum_{i=1}^{2} F_i . dx_i = 0$$

و علاوه براین آنها منحنی‌های بسته هستند. قضیه (۲-۳) شرایط کافی را برای وجود سیکل حدی پایدار مجانبی ارائه می‌دهد. عکس قضیه بالا نیز صحیح است که در اینجا از اثبات آن صرف نظر می‌کنیم [۶] . بنابراین شرایط بالا لازم نیز می‌باشند [۶].

۳- طراحی یک سیکل حدی پایدار مجانبی کلی

تعریف (۴): مجموعه کلیه نقاطی از فضای حالت که تراژکتوریهای شروع شده از آن نقاط به لیمیت سایکل L میل می‌کنند، حوزه جذب [1] سیکل حدی L نامیده می‌شود[۶]. از قضیه (۲-۳) ما می‌دانیم که بزگترین مجموعه مانند Ω حوزه جذب می‌باشد.

تعریف (۵): هرگاه حوزه جذب سیکل حدی L عبارت باشد از:

$$\Omega = R^2 - \{0\} \qquad (۱۵)$$

آنگاه سیکل حدی L پایدار مجانبی کلی نامیده می شود[۶].

در رابطه (۱۵)، مبدا استثناء شده است. دلیل این امر آنستکه از قضیه Poincare (Index) می‌دانیم که حداقل یک گره [2]، مرکز و یا فوکاس [3] توسط سیکل حدی در بر گرفته می‌شود که در اینجا مبدا یک گره ویا فوکاس ناپایدار خواهد بود. همانطوریکه می‌دانیم بردار حالت یک نوسان ساز سینوسی بخاطر وجود نویز حرارتی و یا پله تحریک ایجاد شده توسط کلید منبع تغذیه، نمی‌تواند در مبدأ ماندگار شود .

سیستم غیر خطی زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, u_1^*) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, u_2^*) \end{cases} \qquad (۱۶)$$

که u_1^* و u_2^* ورودی‌های کنترل و نیز f_1 و f_2 توابع غیر خطی از متغیرهای حالت x_1 و x_2 و ورودیهای کنترل هستند.
اینک فیدبک حالت را به شکل زیر در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} u_1^* = h_1(x_1, x_2) \\ u_2^* = h_2(x_1, x_2) \end{cases} \qquad (۱۷)$$

سوال مهم اینست که توابع $h_1(x_1, x_2)$ و $h_2(x_1, x_2)$ را چگونه انتخاب کنیم تا سیستم حلقه بسته دارای سیکل حدی با حوزه جذب مورد نظر ما برای باشد [۶]؟

فرض می‌کنیم حوزه جذب مورد نظر ما M باشد. این حوزه را فشرده و متصل غیر ساده [4] از نوع همبند دوگانه در نظر می‌گیریم که مبدأ را در بین گرفته باشد. در این صورت $h_1(x_1, x_2)$ و $h_2(x_1, x_2)$ از الگوریتم زیر بدست می‌آیند[۶].

۱ـ منحنی‌های تراز $u_2(x_1, x_2) = c_2$ را طوری انتخاب می‌کنیم که با تغییر c_2 ناحیه همبند دو گانه‌ای مانند M3 که فشرده می‌باشد و ناحیه بیرونی M را تشکیل می‌دهد، بدست آید.

۲ـ منحنی‌های تراز $u_1(x_1, x_2) = c_1$ را طوری انتخاب می‌کنیم که با تغییر c_1 ناحیه همبند دو گانه‌ای مانند M1 که فشرده می‌باشد و ناحیه پائینی M را تشکیل می‌دهد، بدست آید.

۳ـ $h_1(x_1, x_2)$ و $h_2(x_1, x_2)$ را با شرایط زیر انتخاب می‌کنیم:

الف ـ هیچ نقطه تعادل متعلق به سیستم غیر خطی (۱۶) در مجموعه M نباشد.

ب ـ داشته باشیم:

$$\frac{du_2(x_1, x_2)}{dt} \langle\ 0 \text{ و } \frac{du_1(x_1, x_2)}{dt} \rangle\ 0 \qquad (۱۸)$$

از روابط بالا می‌توان نتیجه گرفت که

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial u_1(x_1, x_2)}{\partial x_2} & f_1(x_1, x_2, h_1(x_1, x_2)) \\ -\frac{\partial u_1(x_1, x_2)}{\partial x_1} & f_2(x_1, x_2, h_2(x_1, x_2)) \end{vmatrix} \rangle\ 0 \text{ و } \begin{vmatrix} \frac{\partial u_2(x_1, x_2)}{\partial x_2} & f_1(x_1, x_2, h_1(x_1, x_2)) \\ -\frac{\partial u_2(x_1, x_2)}{\partial x_1} & f_2(x_1, x_2, h_2(x_1, x_2)) \end{vmatrix} \langle\ 0 \qquad (۱۹)$$

نکته: الگوریتم ارائه شده در بالا موارد زیر را تضمین می‌کند[۶]:

الف ـ M یک مجموعه جذب است.

ب ـ یک سیکل حدی پایدار مجانبی L به مجموعه M2 متعلق است.

ج ـ هر گاه M شامل کل فضای حالت باشد، آنگاه L یک سیکل حدی پایدار مجانبی کلی سیستم غیر خطی (۱۶) است.

٤ـ طراحی نوسان ساز سینوسی

در این فصل نوسان ساز سینوسی در حوزه فضای حالت طراحی می‌شود. نوسان ساز در دسته اول قرار خواهد داشت. همانطوریکه در مقدمه گفته شد نوسان سازهای سینوسی قرار گرفته در این دسته شامل یک عنصر دو قطبی فعال است که با یک شبکه دوقطبی غیر فعال که در مسیر فیدبک قرار گرفته است، ترکیب شده است. الگوریتم طراحی نوسان ساز در زیر آمده است [۶].

الگوریتم:

۱ـ x_1 را بعنوان ولتاژ دو سر خازن و x_2 را بعنوان جریان درون سلف در نظر می‌گیریم.

۲ـ سیستم مرتبه دوم خطی و خود گردان بفرم زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = -\dfrac{1}{C}x_2 \\ \dot{x}_2 = \dfrac{1}{L}x_1\end{cases}$$

که رفتار مرکزیت را حول مبدأ دارد و فرکانس نوسان آن $f_s = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ است.

۳ـ این سیستم را تغییر داده و به سیستم خودگردان زیر می‌رسیم:

$$\begin{cases}\dot{x}_1 = -\dfrac{1}{C}x_2 + u_1^* \\ \dot{x}_2 = \dfrac{1}{L}x_1\end{cases} \quad \text{و} \quad u_1^* = f(\|x_1\|_\infty)x_1 \tag{۲۰}$$

در رابطه بالا $f(\ .\ )$ رفتار غیر خطی دوقطبی فعال را توضیح می‌دهد که با شبکه غیر فعال (شامل سلف و خازن) ترکیب شده است. $\|x_1\|_\infty$ دامنه نوسان می‌باشد.

۴ـ اینک $u_1(x_1,x_2) = c_1$ و $u_2(x_1,x_2) = c_2$ را به فرم زیر در نظر می‌گیریم:

$$0 < c_1 < \frac{1}{L}V_m^2 \quad ; \quad u_1(x_1,x_2) = \frac{1}{L}x_1^2 + \frac{1}{C}x_2^2 = c_1$$

$$c_2 > \frac{1}{L}V_m^2 \quad ; \quad u_2(x_1,x_2) = \frac{1}{L}x_1^2 + \frac{1}{C}x_2^2 = c_2$$

که V_m دامنه حالت دائمی نوسان است.

۵ـ از روابط (۲۰) و (۲۱) نتایج زیر را داریم:

برای $0 < c_1 < \dfrac{1}{L}V_m^2$ داریم: $\dfrac{du_1(x_1,x_2)}{dt} = \dfrac{2}{L}f(\|x_1\|_\infty)x_1^2 > 0 \Rightarrow f(\|x_1\|_\infty) > 0$

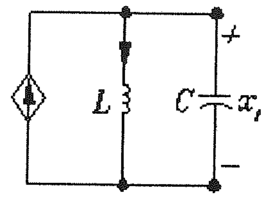
برای $c_2 > \dfrac{1}{L}V_m^2$ داریم: $\dfrac{du_2(x_1,x_2)}{dt} = \dfrac{2}{L}f(\|x_1\|_\infty)x_1^2 < 0 \Rightarrow f(\|x_1\|_\infty) < 0$

نامساوی‌های بالا تضمین می‌کنند که یک سیکل حدی پایدار مجانبی کلی در حوزه فضای حالت وجود دارد و هنگامیکه نوسان پایدار می شود بردار حالت سیستم روی این سیکل حدی قرار دارد. بنابراین با توجه به آنچه که در قسمت قبل گفته شد، شرط لازم و کافی برای داشتن نوسان با دامنه ثابت (و البته شکل سینوسی بدلیل فرم سیستم غیر خطی (۲۰)) اینستکه داشته باشیم:

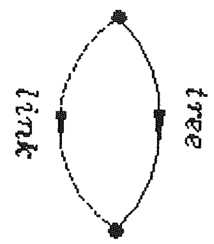
$$f(\|x_1\|_\infty = V_m) = 0 \tag{۲۲}$$

۶ـ برای تحقق بخشیدن نوسان ساز یک درخت که شامل خازن باشد ولی شامل سلف نباشد، که در شکل (۱) نمایش داده شده است.

۷ـ اینک دوقطبی فعال را در نظر گرفته از رابطه (۲۲) شرط لازم و کافی برای نوسان سینوسی و همچنین مقدار دامنه آن بدست می‌آید.



ب ـ نوسان ساز تحقق یافته



الف ـ درخت و گراف نوسان ساز

شکل (۱)

بـرای مثال فرض می‌کنیم که دو قطبی فعال، ترانزیستور باشد که در آرایش بیس مشترک قرار دارد و در شکل (۲) نمایش داده شده است. از شکل (۲) داریم:

$$f(\|x_1\|_\infty) = G_m(n\|x_1\|_\infty)n - G_L - n[n(G_E + \frac{G_m(n\|x_1\|_\infty)}{\alpha})] \qquad (۲۳)$$

بنابراین وقتی نوسان ساز در حالت دائمی قرار می‌گیرد و به دامنه ثابت خود می‌رسد، از رابطه (۲۲) داریم:

$$G_m(nV_m) = \frac{G_L + n^2 G_E}{n(1 - n/\alpha)} \qquad (۲۴)$$

که $G_m(\ .\ )$ هدایت انتقالی بزرگ سیگنال ترانزیستور است. از رابطه (۲۴) داریم:

$$\frac{G_m(nV_m)}{g_{mQ}} = \frac{G_L + n^2 G_E}{g_{mQ}\, n(1 - n/\alpha)} \qquad (۲۵)$$

که هدایت انتقالی کوچک سیگنال ترانزیستور می‌باشد. از طرف دیگر می‌دانیم که:

$$\frac{G_m(nV_m)}{g_{mQ}} = [1 + \frac{\ln I_0(nV_m q/KT)}{qV_\lambda/KT}]\frac{2I_1(nV_m q/KT)}{(nV_m q/KT) I_0(nV_m q/KT)} \qquad (۲۶)$$

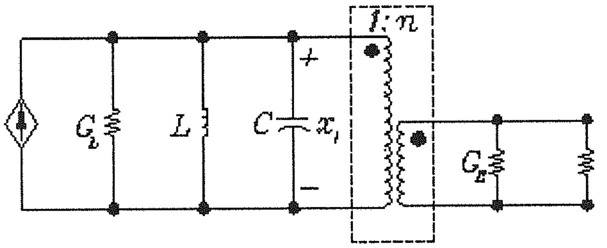
کـه KT/q در دمـای اتاق (T=300K)حدود ۲۶ میلی ولت است و V_λ مجموع ولتاژی است که روی مقاومت معادل بین بیس و امیتر ظاهر شده است. همچنین $I_n(x)$ بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$I_n(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{x\cos\theta}\cos n\theta \; d\theta .$$

از رابطـه (۲۵) و (۲۶) می‌توانیم دامنه حالت دائمی نوسان را بدست آوریم (V_m) .البته راه ساده‌تر برای بدست آوردن دامنه

حالت دائمی نوسان، اینستکه آنرا از رابطه (۲۵) و منحنی نرمالیزه شده $\frac{G_m(nV_m)}{g_{mQ}}$ که در اکثر کتابهای مدارهای مخابراتی یافت می‌شود، بدست آوریم.

این نتایج که مربوط به نوسان ساز تک ترانزیستوری مانند کولپیتس است با نتایج بدست آمده از روش رایج بهره حلقه باز که در اکثر کتابهای مدار های مخابراتی یافت می‌شود، تطابق کامل دارد [۱] . با مقایسه دیده می‌شود که روش ارائه شده در مثال بالا خیلی کوتاهتر و ساده‌تر است.



شکل (۲) مدل بزرگ سیگنال برای ترنزیستور به همراه شبکه فیدبک.

۵ ـ نتیجه گیری

در این مقاله، یک روش کاملاً جدید برای آنالیز و تحقق نوسان سازهای سینوسی ارائه شد. طراحی در حوزه فضای حالت صورت گرفت. همانطوریکه دیده شد برتری این روش، بر روشهای موجود، کوتاهی و سرعت آن است. در مقابل روش فوق العاده تکنیکی و مبتنی بر سیستم‌های دینامیکی غیر خطی است. این روش می‌تواند برای پایدارسازی مدارات و سایر موارد توسعه یابد.

زیرنویس‌ها

1-state space
2-link
3- phase portrait
4-center
5-globally asymptotically stable limit cycle
6-autonomous
7-semi-stable
8-trajectories
9-equipotential curves
10-positive limit point
11-invariant set
12-compact set

مراجع

[1] K. K. Clarke and D. T. Hess, Communication Circuit: Analysis and Design. Addison-Wesley, 1971.
[2] M. Vidyasagar, Nonlinear Systems Analysis. 2 nd Ed., Englewood Cliffs, N: Prentice-Hall, 1993.
[3] B. Friedland, Advanced Control System Design. Englewood Cliffs, N: Prentice-Hall, 1996.
[4] J. Guckenheimer and P. Holmes, Nonlinear Oscillation, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields. Springer-Verlag, 1983.
[5] H. Nijmerijer and A. J. Van der Schaft, Nonlinear Dynamical Control Systems. Springer-Verlag, 1990.
[۶]حسن فتح آ بادی ، رساله دکتری " روشی نوین جهت تحلیل پایداری سیستم های دینامیکی غیر خطی " ، دانشکده برق ، دانشگاه صنعتی امیر کبیر، تابستان ۱۳۸۱ .
[7] J.W. Grizzle, G. Abba and F. Plestan, "Asymptotically stable walking for biped robots: analysis via systems with impulse effects", Automatic Control, IEEE Transactions on , Volume: 46 Issue: 1, Jan. 2001,pp 51-64.
[8] Hsin-Hsiung Wang and M Krstic, "Extremum seeking for limit cycle minimization", Automatic Control, IEEE Transactions on, Volume: 45 Issue: 12, Dec. 2000 pp. 2432 -2436.
[9] Ian N. Sneddon, Elements of Partial Differential Equations, McGraw-Hill, 1957.
[10] J. Moiola and G. Chen, "Computations of limit cycles via higher-order harmonic balance approximation", Automatic Control, IEEE Transactions on , Volume: 38 Issue: 5, May 1993, pp 782-790.