

کاربرد مدل تخلخل دوگانه در ارزیابی ویژگی‌های هیدرودینامیکی سفره آبهای سخت در چاههای کامل و ناقص

اصغر نادری
دانشجوی کارشناسی ارشد

همایون کتبیه
استادیار

دانشکده معدن، متالورژی و نفت، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

چکیده

بطور معمول در کشور ما در ارزیابی ویژگیها و ضرایب هیدرودینامیکی سفره آبهای سخت از روش‌های معمول چون روش ڈاکوب استفاده می‌شود. اما چنانچه میدانیم این روشها بدرستی قادر به ارزیابی ویژگیها و ضرایب هیدرودینامیکی سفره آبهای سخت نبوده و همچنین نمی‌توانند که در خصوص انواع تخلخل موجود در این سفره‌ها اطلاعات کاملی ارائه نمایند. در این مقاله با استفاده از مدل تخلخل دوگانه Warren & Root و روش ترسیمی Krushman & Ridder به تفسیر آزمایشات پمپاز در دو حلقه چاه کامل (تمام نفوذی) حفر شده در سازند سخت کربناته دولومیت شتری (منطقه طبس) و یک حلقه چاه حفر شده در آهک آسماری (جنوب شیراز) پرداخته شده است. برای هر سه این چاه‌ها مقادیر ضرایب انتقال سفره و نیز ضرایب ذخیره ماتریکس و شکستگیها بدست آمدند. همچنین نسبت قابلیت ذخیره و ضریب جریان بین تخلخل نیز از ویژگی‌های خاص سازندهای سخت می‌باشد که از آزمایشات پمپاز انجام شده مورد محاسبه و ارزیابی قرار گرفته‌اند. در پایان، این مدل به چاههای ناقص (نیمه نفوذی) گسترش یافته است. همچنین برنامه کامپیوترا برای محاسبه ضرایب هیدرودینامیکی سازندهای سخت در مدل تخلخل دوگانه و نیز روش ڈاکوب برای چاههای ناقص و کامل ارائه گردیده است.

کلمات کلیدی

تخلخل دوگانه، سفره آبهای سخت، چاه □ امل، چاه ناقص، پارامترهای هیدرودینامی □ ای

Application of Double Porosity Model in Evaluating Hydrodynamic Parameters of Hard Aquifers for Fully and Partially Penetrating Wells

H. Katibeh
Assistant Professor

A. Naderi
MS.c Student

Mining, Metallurgy and Petroleum Department,
Amirkabir University of Technology

Abstract

To evaluate the hydraulic parameters of hard in Iran usually methods like Jacob method are commonly used. But as we know, such methods are not able to evaluate hydraulic parameters of hard aquifers accurately. In this study, using double porosity model of Warren & Root and graphical method of Kruseman & Ridder, three pumping test in hard aquifers (two in Shotori dolomite in Tabas region and one in Asmari limestone near Shiraz) have been interpreted and transmissibility of aquifers, storage coefficient of matrix and fractures, as well as the coefficient of

flow exchange between porosities (λ) and ratio of fracture capacity and capacity of whole reservoir (ω), have been calculated.

Finally, double porosity model has been developed for partially penetrating wells and a computer code has been written in Matlab (5.3) to do all the calculations due to Kruseman & Ridder graphical method for interpreting pumping tests of hard aquifer wells for both fully and partially penetrating wells, automatically.

Keywords

Double Porosity, Hard Aquifers, Fully Penetrating Well, Partially Penetrating Well, Hydrodynamic Parameters.

مقدمه

به منظور تفسیر داده‌های پمپاژ و به دست آوردن ضرایب هیدرودینامیکی سفره آبهای زیرزمینی در سازنده‌های سخت شکافدار به طور معمول از روش‌های متداولی مانند تایس و ژاکوب استفاده می‌شود که هر یک از این روشها دارای فرمولها و معادلاتی است که با توجه به فرضیات اولیه‌ای قابل استفاده هستند. از سال ۱۹۵۰ به بعد متخصصین نفت به توسعه مدل‌های ریاضی در جهت شناخت هر چه بیشتر ویژگی‌های هیدرودینامیکی سازنده‌های سخت پرداختند که سپس این مدل‌ها در سازنده‌های سخت آبدار نیز مورد استفاده قرار گرفته و بتصریح کاملتر گردیدند.

مدل صفحات موازی برای مطالعه سازنده‌های سخت دارای یکنوع شکستگی عمدی مانند گسل، توسط Snow (۱۹۶۵) ارائه شد و محققین بسیاری در مطالعات خود از این مدل استفاده نمودند. مدل تخلخل دوگانه به عنوان یکی از جامعترین مدل‌های ارائه شده به دلیل اهمیت کاربرد آن، به سرعت روند تکاملی خود را طی کرد. Barenblatt و همکاران (۱۹۶۰)، Warren and Root (W&R) (۱۹۶۳) و از این سال به بعد با در نظر گرفتن فرض جریان ناپایدار از بلوك سنگی به شکستگی پیرامون آن، Spane and Wurstner (۱۹۸۴) و همکاران (۱۹۸۰) Bourdet and Gringarten (۱۹۸۰) و Barenblatt (۱۹۹۱) محققین دیگری از جمله Krushman and Ridder (۱۹۹۳) در مطالعات خود از مدل تخلخل دوگانه استفاده کرده و مدل‌های جدیدی را نیز ارائه نمودند. در سال ۱۹۹۱ Kazemi با توجه به سیستم معادلات دیفرانسیل جزئی در حالت بدون بعد علاوه بر تأیید نتایج مدل رابطه جدیدی در محاسبه افت در سازنده‌های سخت ارائه داد. از مدل‌های فوق مدل‌های W&R و Gringarten (۱۹۹۳) جنبه کاربردی بیشتری را دارا می‌باشند. در سال ۱۹۹۳ McConnell مدل تخلخل دوگانه را در تفسیر نتایج آزمایش Bourdet (۱۹۹۶) در چاهی حفر شده در سازنده کربناته در جنوب میسیسیپی آمریکا بکار برداشت. در مطالعات انجام شده توسط مشاور تحقیقات ملی آمریکا (۱۹۹۷) در خصوص سفره آبهای سخت دارای شکستگی‌های افقی و احاطه شده توسط توده‌های سنگی، مدل سفره آب نشی (Leaky aquifer) پیشنهاد گردید. Long در سال ۱۹۹۷ با بکارگیری مدل تخلخل دوگانه به مطالعه سفره آبهای کارستی و ضریب ذخیره و نوسانات هد ناشی از پمپاژ در این نوع سفره آبها پرداخت. Andrews و دیگران (۲۰۰۲) مدل تخلخل دوگانه را در تفسیر اطلاعات حاصل از آزمایش پمپاژ در منطقه زغالخیز داکوتای شرقی آمریکا بکار برداشتند.

در این مقاله روش گرافیکی Krushman & Ridder (K&R) در تفسیر آزمایش‌های پمپاژ در حالت ناپایدار در دو حلقه چاه حفر شده در سازنده سخت کربناته دولومیت شتری (منطقه طبس) و یک حلقه چاه حفر شده در سخت آهک آسماری (جنوب شیراز) مورد استفاده قرار گرفته است. در این مطالعه علاوه بر ضریب انتقال سفره (T ، پارامترهای دیگری از جمله λ و ω و S_f و S_m نیز محاسبه شده و از آنها در ارزیابی ویژگی‌های هیدرودینامیکی سازنده‌های سخت استفاده شده است. با توجه به اینکه روش W&R برای حالتی است که چاه پمپاژ بطور کامل سفره آب زیرزمینی را قطع نموده باشد لذا این مقاله، با تغییراتی در معادلات این روش، بکارگیری آن معادلات در مورد چاه ناقص را امکان‌پذیر کرده است.

در انتهای مقاله برنامه کامپیوتری نوشته شده در محیط Matlab که قادر به بدست آوردن ضرایب انتقال سفره در روش ژاکوب و S_f ، S_m و ω در روش K&R می‌باشد، ارائه شده که هم در چاههای کامل و هم چاههای ناقص کاربرد دارد.

مدل برای چاههای کامل Warren and Root

در سال ۱۹۶۰ Barenblat و همکارانش مفهوم تخلخل دوگانه را ارائه نمودند و برای آن نیز یک راه حل تحلیلی پیدا کردند. در سال ۱۹۶۳ W&R برای یک شکستگی ایدهآل شامل سه دسته شکستگی پیوسته، همشکل و عمود برهم راه حلی ارائه نمودند. هر شکستگی، موازی یکی از محورهای اصلی با ضریب نفوذپذیری k_z و k_y و k_x میباشد، و لذا سفره نسبت به هدایت هیدرولیکی آنیزوتروپ میباشد. جریان بین بلوكها و شکستگیها در حالت پایدار بوده ولی جریان از طریق شکستگیها به چاه، در حالت ناپایدار رخ میدهد.

در مدل W&R معادلات دیفرانسیل جزئی در حالت بدون بعد، به صورت زیرنوشته می‌شوند:

$$(1-\omega) \frac{\partial h_D}{\partial t_D} = \lambda(h'_D - h_D) \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 h'_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial h'_D}{\partial r_D} - (1-\omega) \frac{\partial h_D}{\partial t_D} = \omega \frac{\partial h'_D}{\partial t} \quad (2)$$

در این معادلات پارامترهای مختلف عبارتند از: $h'_D = \frac{2\pi T h'}{Q}$ افت بدون بعد در سیستم شکستگی، $\omega = \frac{2\pi T h'}{Q}$ افت بدون بعد در سیستم بلوك زمینه یا ماتریکس که در آن h و h' به ترتیب بار هیدرولیکی در سیستم شکستگی و سیستم ماتریکس و Q نرخ آب شی و T ضریب انتقال میباشد، $t_D = \frac{T \cdot t}{(S_m + S_f) r_w^2}$ زمان بدون بعد، $\omega = \frac{S_f}{S_f + S_m}$ نسبت قابلیت ذخیره (که در آن S_m و S_f به ترتیب ضریب ذخیره ماتریکس و سیستم شکستگی هستند)، $\alpha r_w^2 \frac{K_m}{K_f} = \lambda$ ضریب جریان بینتخلخل (که در آن K_f ، K_m بترتیب ضریب نفوذپذیری ماتریکس و شکستگیها r_w شاعع چاه و r_m بوده که در آن n بستگی به تعداد دسته شکستگیها دارد و r_m شاخصه طول ابعاد بلوك می‌باشد و $\frac{r}{r_w} = n$ شاعع بدون بعد است که در آن r فاصله از چاه میباشد).

با استفاده از تبدیل لاپلاس و همچنین شرایط مرزی اولیه و با در نظر گرفتن معادلات (۱) و (۲) و با تعریفتابع زیر:

$$F(p) = \frac{\omega(1-\omega)p + \lambda}{(1-\omega)p + \lambda} \quad (3)$$

که در آن p پارامتر تبدیل لاپلاس میباشد، این مدل برای محاسبه افت بدون بعد در سیستم شکستگی، یک معادله دیفرانسیل پیچیده را ارائه میدهد.

W&R برای یک محیط آنیزوتروپ نمودار نیمه لگاریتمی h_D در برابر $\frac{t_D}{r_D}$ به ازای مقادیر مختلف پارامترهای λ و ω را ارائه نمودند (شکل ۱). آنها بر وجود دو خط مستقیم و موازی نیمه لگاریتمی در زمانهای اولیه و انتهایی به عنوان مشخصه اصلی رفتار سازنده‌های سخت شکافدار تأکید میکنند.

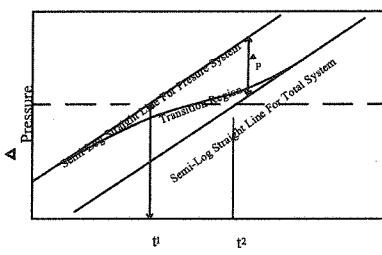
تجزیه و تحلیل آزمایشی پمپاژ در سازنده‌های سخت به کمک مدل W&R

مؤثرترین روش برای ارزیابی خصوصیات سفره آبهای زیرزمینی آزمایش پمپاژ میباشد. در سازنده‌های سخت نیز هدف از آزمایش پمپاژ تعیین ضرایب هیدرودینامیکی سفره‌ها با اندازه‌گیری تغییرات سطح آب در چاه پمپاژ و چاههای مشاهده‌های اطراف میباشد. در سفره آبهای زیرزمینی، هدایت هیدرولیکی، ضریب ذخیره و قابلیت انتقال مورد نظر هستند اما در

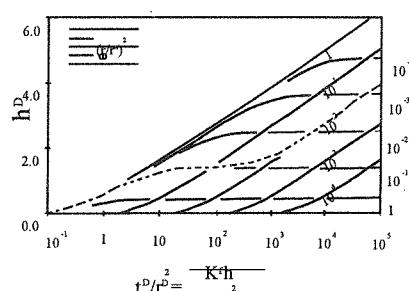
سازنده‌های سخت، به دلیل ویژگیهای خاص هیدرولیکی سنگ در مقایسه با آبرفتها، علاوه بر قابلیت انتقال، ضریب ذخیره شکستگیها (S_f)، ضریب ذخیره ماتریکس (S_m)، پارامترهای λ (ضریب جریان بین تخلخل) و ω (نسبت قابلیت ذخیره) نیز محاسبه شده و در ارزیابی خصوصیات هیدرودینامیکی سفره‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند.

چنانچه گفته شد در مدل W&R با بررسی سازنده‌های سخت و در نظر گرفتن یک سیستم معادل برای آن، در نهایت منحنیهای نمونه (شکل ۱) برای محاسبه خصوصیات هیدرودینامیکی به دست می‌آیند.

W&R با در نظر گرفتن اشکال حاصل از معادلات موجود برای جریان بین تخلخل شبه پایدار، به نتایجی دست یافتند که در ادامه به شرح آنها خواهیم پرداخت. نمودار نیمه لگاریتمی این معادلات دارای دو خط موازی و مستقیم می‌باشد (شکل ۲). خط مستقیم اول در این نمودار، نشان‌دهنده جریان شعاعی نیمه لگاریتمی همگن در سیستم دارای نفوذپذیری بیشتر، از جمله شکستگیها، می‌باشد. دومین خط مستقیم در واقع جریان شعاعی نیمه لگاریتمی کل مخزن (سفره) را نشان میدهد.



شکل (۲) نمودار ایده آل افت در یک سفره دارای تخلخلی دوگانه در مدل W&R.



شکل (۱) منحنی نیمه لگاریتمی برای محاسبه افت در سیستم شکستگی در مدل W&R.

این دو خط موازی و مستقیم نیمه لگاریتمی در مرحله انتقال که در آن فشار تمايل به ثابت بودن را دارد، از هم جدا می‌شوند و بر این اساس W&R وجود این دو خط نیمه لگاریتمی موازی را، مشخصه رفتار تخلخل دوگانه سفره آبهای سخت شکافدار و لایه به لایه معرفی مینماید.

در سال ۱۹۹۱ Krushman and Ridder نتایج کارهای فوق را بر طبق فرضیات زیر به صورت یک روش ترسیمی ارائه کردند.

- ۱- سفره محبوس بوده و دارای گسترش بینهایت باشد.
 - ۲- چاه به طور کامل در سفره نفوذ کرده باشد.
 - ۳- ضخامت سفره در منطقه‌ای که تحت تأثیر آرمایش قرار دارد ثابت است.
 - ۴- چاه با نرخ ثابت پمپاژ می‌شود.
 - ۵- جریان به طرف چاه در حالت ناپایدار رخ میدهد.
- به طور کلی برای برآورد ویژگیهای هیدرودینامیکی سازنده سخت به روش ترسیمی مراحل زیر انجام می‌پذیرد:
- ۱- نمودار افت در برابر لگاریتم زمان در یک مقیاس نیمه لگاریتمی رسم می‌شود.
 - ۲- دو خط موازی مستقیم از میان نقاط اولیه و نقاط پایانی ترسیم می‌گردد.
 - ۳- شیب این خطوط موازی (Δs) تعیین می‌شود.
 - ۴- مقادیر Δs و Q را در رابطه $Q = T_f \Delta s$ قرار داده و T_f ضریب انتقال شکستگیها محاسبه می‌شود.

$$T_f = \frac{2.3Q}{4\pi\Delta s} \quad (4)$$

- در روش ژاکوب نیز محاسبه ضریب قابلیت انتقال سفره از رابطه فوق انجام می‌پذیرد.
- ۵- خط مستقیم زمانی اولیه را ادامه داده تا محور زمان را در $t=t_1$ و $s=0$ قطع نماید.
 - ۶- مقادیر T_f و t_1 و t (فاصله چاه مشاهده‌های از چاه پمپاژ) را در رابطه $T_f = Q / \Delta s$ قرار داده و ضریب ذخیره شکستگیها (S_f) محاسبه می‌شود.

$$S_f = \frac{2.25 T_f t_1}{r^2} \quad (5)$$

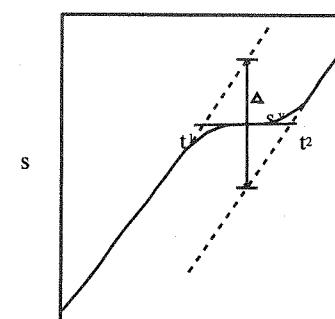
- ۷- خط مستقیم زمانی نهایی را ادامه داده تا محور زمان را در محل $t_2 = t$ و $s = 0$ قطع نماید.
 ۸- مقادیر T_f و t_2 و r را در رابطه (۶) قرار داده و ضریب S_m محاسبه میشود.

$$S_f + \beta S_m = \frac{2.25 T_f t_2}{r^2} \quad (6)$$

که در رابطه فوق β ضریبی است که مقدار آن برای زمانهای اولیه پمپاژ برابر صفر و برای زمانهای نهایی برای $\frac{1}{3}$ (در حالت شکستگیهای عمود بر هم) میباشد و برای زمانهای نهایی پمپاژ در حالت شکستگیهای موازی مقدار β برابر یک است. حرکت آب در طبقات شکافدار در مقایسه با سفره های آبرفتی با زمان تأخیر جریان انتقالی (P_0) همراه است و این پدیده، به حجم زیاد آب در بلوکهای دارای نفوذپذیری کم مربوط میشود و هر چقدر نسبت ضرایب نفوذپذیری دو محیط بالاتر و اندازه بلوکها بزرگتر و قابلیت هدایت لایه کمتر باشد، به همان نسبت زمان تأخیر افزایش پیدا میکند. به همین جهت اگر زمان جریانهای مورد بررسی در آزمایش پمپاژ، λ در مقایسه با α خیلی زیاد باشد میتوان از روش ژاکوب استفاده کرد. بایستی توجه نمود که در روش W&R اگر مقدار λ کوچک باشد (کمتر از 10^{-2})، تنها در این صورت دو خط موازی و مستقیم نیمه لگاریتمی بدست میآیند ولی در مقادیر بزرگتر λ اگر زمان پمپاژ به اندازه کافی طولانی باشد، فقط خط مستقیم نهایی که نشان دهنده جریان توأم بلوك و شکستگی است، مشاهده میشود. در حالت اخیر تنها میتوان مقادیر T_f و $S_f + S_m$ محاسبه نمود. اگر بخواهیم S_m و S_f را در حالتی که تنها بخش انتهایی نمودار موجود است، به طور جداگانه محاسبه کنیم باید دو پارامتر λ و α را داشته باشیم. نحوه محاسبه پارامترهای λ و α در ادامه شرح داده میشود.

چگونگی محاسبه پارامترهای λ و α بر اساس روش ترسیمی Krushman & Ridder

این دو پارامتر مشخصه های ویژه سفره آب در سازند سخت بوده و به طور کلی چگونگی جریان در سازنده های سخت را کنترل میکنند. برای محاسبه پارامتر α به ترتیب زیر عمل میشود.
 بر روی نمودار نیمه لگاریتمی افت زمان، مرکز دوره انتقال ثابت تعیین شده (شکل ۳) و با توجه به نمودار موجود مقدار $\frac{1}{2} \Delta s_v$ بدست میآید.



شکل (۳) نمودار شماتیک نیمه لگاریتمی افت بر حسب زمان، در یک چاه حفر شده در سازنده های دارای تخلخل دوگانه در روش Krushman & Ridder (۱۹۹۱)

محاسبه مقدار $\frac{1}{2} \Delta s_v$ به این صورت است که از مرکز دوره انتقال خطی عمودی رسم شده تا دو خط موازی و مستقیم نمودار نیمه لگاریتمی را قطع کند. بر این اساس، نصف طول این خط برابر با $\frac{1}{2} \Delta s_v$ میباشد (شکل ۳). حال بر اساس رابطه (۷) مقدار عددی α محاسبه میشود.

$$\omega = 10 \frac{\Delta s_v}{\Delta s} \quad (7)$$

که در این رابطه Δs شیب خطوط موازی رسم شده میباشد. علاوه بر فرمول فوق مقدار ω را با توجه به شکل (۳) میتوان به وسیله فاصله افقی بین دو خط مستقیم موازی و با استفاده از رابطه (۸) بدست آورد.

$$\omega = \frac{t_1}{t_2} \quad (8)$$

برای محاسبه λ به این طریق عمل میگردد که بر اساس مفهوم جریان در حالت شبے پایدار، افت در زمانهای میانی (حد وسط) پمپاژ وقتی که تغییر حالت از جریان شکافی به بلوکهای زمینه (ماتریکس) وجود دارد، ثابت میباشد و در جایی که تغییر حالت رخ میدهد، افت معادل با رابطه (۹) محاسبه میشود.

$$\Delta s = \frac{Q}{2\pi T_f} k(\sqrt{\lambda}) \quad (9)$$

که در این رابطه k تابع بسل نوع دوم با مرتبه صفر میباشد.
اگر $10^{-2} < \lambda$ در اینصورت رابطه (۹) بصورت زیر ساده میشود.

$$\Delta s = \frac{Q}{2\pi T_f} \log \frac{1.26}{\lambda} \quad (10)$$

و در نتیجه با تعریف رابطه فوق بر حسب λ خواهیم داشت

$$\lambda = \frac{1.26}{\frac{4\pi T_f \Delta s}{10^{2.3Q}}} \quad (11)$$

تفسیر آزمایش پمپاژ در چاه مشاهدهای M^4 در سازند سخت شتری منطقه طبس به روشن ترسیمی Krushman & Ridder

چاه مشاهدهای M^4 با مشخصات زیر در سازند سخت شتری حفاری شده و به هنگام انجام آزمایش پمپاژ در چاه اصلی، اندازه‌گیری افت سطح آب در آن صورت گرفته است. دبی پمپاژ برابر $1792 \text{ m}^3/\text{day}$ و فاصله از چاه اصلی ۸ متر میباشد. در شکل (۴) مقادیر افت در چاه M^4 نسبت به لگاریتم زمان رسم شده‌اند. در این نمودار هر سه بخش مشخصه نمودار نیمه لگاریتمی مدل تخلخل دوگانه (بخش مربوط به شکستگیها، بخش انتقال و بخش شکستگی ماتریکس یا زمینه) قابل تشخیص بوده و لذا دو خط بهینه از نقاط بخش‌های فوق عبور داده شده و مقادیر عددی پارامترهای زیر از روی نمودار محاسبه شده‌اند.

$$\Delta t_1 = 0.25 \text{ min} \quad \text{و} \quad \Delta t_2 = 17.28 \text{ min} \quad \Delta s = 0.6 \quad \text{و} \quad \frac{1}{2} \Delta s_v = 0.66$$

ب M^4 مقادیر فوق میتوان پارامترهای زیر را محاسبه کرد:
- محاسبه قابلیت انتقال

$$T_f = \frac{2.3 \times Q}{4\pi \Delta s} = \frac{2.3 \times 1792.8}{12.56 \times 0.6} = 546.89 \frac{\text{m}^2}{\text{day}}$$

- محاسبه ضرایب ذخیره (S_m و S_f)

$$S_f = \frac{2.25 \times T_f \times \Delta t_1}{r^2} = \frac{2.25 \times 546 \times 0.25}{8^2 \times 1440} = 3.3 \times 10^{-3}$$

$$S_f + S_m = \frac{2.25 T_f \times t_2}{r^2} = \frac{2.25 \times 546.89 \times 17.28}{8^2 \times 1440} = 0.23$$

$$S_m = 0.32 - 0.0033 = 0.227$$

$$\frac{S_f}{S_m} = \frac{0.0033}{0.227} \times 100 = 1.45\%$$

- محاسبه پارامترهای λ و ω

پارامتر ω از روابط زیر محاسبه شده که در حد قابل قبولی یک دیگر را تأیید میکند:

$$\omega = 10^{-\frac{\Delta s_v}{\Delta s}} = 10^{-\frac{1.2}{0.6}} = 1 \times 10^{-20}$$

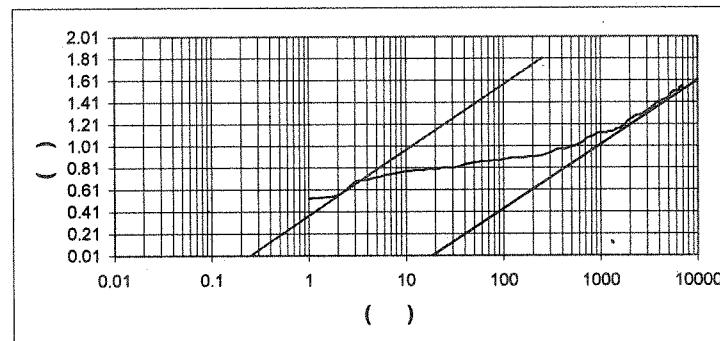
$$\omega = \frac{t_1}{t_2} = \frac{5.5}{500} = 1.1 \times 10^{-2}$$

$$\omega = \frac{S_f}{S_f + S_m} = \frac{0.0033}{0.23} = 1.43 \times 10^{-2}$$

$$\lambda = \frac{1.26}{\frac{4\pi T_f \Delta s}{10^{2.3Q}}} = \lambda = \frac{1.26}{10 \frac{4\pi \times 546.89 \times 0.85}{2.3 \times 1792.8}} = 5.02 \times 10^{-2}$$

همانطور که مشاهده میشود نسبت ضریب ذخیره شکستگیها به ضریب ذخیره زمین ($\frac{S_f}{S_m}$) کمتر از ۱۰ درصد بوده

(۱/۴۵٪) که نشان دهنده کم بودن سهم شکستگیها در حجم ذخیره سفره در توده سنگ است. از طرف دیگر مقدار بدست آمده برای $\omega = 10^{-2}$ نیز این مطلب را تأیید میکند.



شکل (۳) نمودار نیمه لگاریتمی داده‌های پمپاژ چاه مشاهده‌ای M۴ در مرحله رفت.

تفسیر آزمایش پمپاژ در چاه مشاهده‌ای ۲۲B در سازند سخت شتری منطقه طبس

به روشن ترسیمی Krushman & Ridder

این آزمایش با دی پمپاژ برابر $\frac{m^3}{day} = 1563/83$ انجام شده است. فاصله این چاه با چاه اصلی برابر ۱۸ m میباشد. نمودار

لگاریتمی این آزمایش در شکل ۵ رسم شده است.

همانطور که از روی شکل فوق دیده میشود بخش اولیه منحنی بوسیله اثر ذخیره چاه مخفی شده و بر روی نمودار قابل رویت نیست که در این حالت خط مستقیم تنها از نقاط انتهایی نمودار (نشان دهنده سیستم شکستگی - بلوك) قابل رسم میباشد. پارامترهای استخراج شده از نمودار عبارتند از:

$$\Delta t_2 = 7 \times 10^{-3} \text{ min} \quad \frac{1}{2} \Delta s_v = 1.08 \Delta \quad s_1 = 1.08$$

که در نتیجه

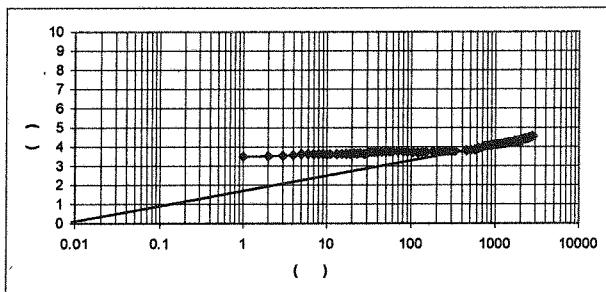
$$T_f = 256.16 \frac{m^2}{day}$$

$$S_f + S_m = 0.917 \quad \text{و} \quad \omega = 1 \times 10^{-2}$$

$$S_f = 9.17 \times 10^{-3} \quad \text{و} \quad S_m = 0.9078 \quad \frac{S_f}{S_m} = 1.01\%$$

$$\lambda = 5.04 \times 10^{-4}$$

در این سفره مقدار بدست آمده برای پارامتر ω به دلیل ناچیز بودن آن، نشان دهنده آن است که در تشکیل حجم ذخیره، سهم شکستگیها کم میباشد. از طرف دیگر مقدار محاسبه شده برای $\frac{S_f}{S_m}$ که کمتر از ۱۰ درصد است به نوعی دیگر ارزیابی فوق را تأیید میکند. همچنین مقدار محاسبه شده برای ضریب λ نیز مؤید همین مطلب است.



شکل (۵) نمودار لگاریتمی داده‌های پمپاژ چاه اصلی B.۲۲

تفسیر آزمایش پمپاژ در چاه اکتشافی شماره ۱۵ گلچهره در حوضه کارستی مهارلو به روشن ترسیمی Krushman & Ridder

این چاه در گردنه‌های به همین نام در ۲۵ کیلومتری جنوب شرقی شیراز واقع در حوضه کارستی مهارلو با نرخ $\frac{m^3}{hr}$ ۲۹۰ پمپاژ شده است. شعاع چاه ۰/۲۲ متر میباشد. نمودار نیمه‌لگاریتمی داده‌های حاصل از پمپاژ چاه گلچهره در شکل ۶ نشان داده شده است [۱۲]. بر روی این نمودار بخش‌های مربوط به سیستم شکستگی و سیستم بلوک قابل تشخیص میباشند و از میان نقاط اطلاعات اولیه و نقاط زمان پایانی، دو خط موازی و مستقیم قابل ترسیم‌اند. پس از انجام این کار از روی نمودار پارامترهای زیر برای محاسبه خصوصیات هیدرودینامیکی سفره استخراج شده‌اند.

$$\Delta t_1 = 0.05 \text{ min} \quad \text{و} \quad \Delta t_2 = 3 \text{ min} \quad \Delta s_1 = 0.082$$

$$\Delta s = 3.59 \quad \text{و} \quad \frac{1}{2} \Delta s_v = 0.072$$

بر اساس پارامترهای فوق در روابط گفته شده، خصوصیات هیدرودینامیکی سفره آب سازند سخت به شرح زیر محاسبه شده‌اند.

$$T_f = 15542.9 \frac{m^2}{day}$$

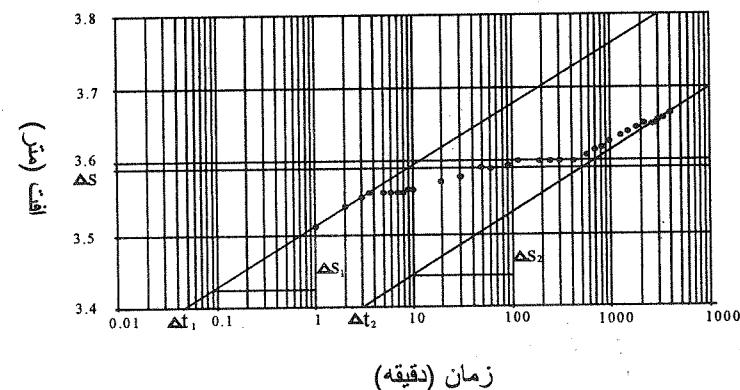
تذکر: این پارامتر با استفاده از روش ژاکوب نیز محاسبه شده است که در آزمایش افت مقدار آن ۱۵۶۳۸ و در

آزمایش برگشت $\frac{m^2}{day}$ ۱۲۹۶۰ بوده است.

$$S_f = 24.6 \quad \text{و} \quad S_f + S_m = 1475.65 \quad \text{و} \quad S_m = 1451.05 \quad \text{و} \quad \frac{S_f}{S_m} = 1.70\%$$

مقدار Δs با استفاده از سه روش (که قبل از شرح داده شد) به ترتیب برابر 1.7×10^{-2} و 1.8×10^{-2} و 1.67×10^{-2} محاسبه شده‌اند.

در این چاه S_f ، S_m مقادیر غیر معمولی را دارا هستند که دلیل آن بواسطه عدم وجود چاه مشاهده‌های در اطراف این چاه می‌باشد و لذا کنترل افت تنها در خود چاه پمپاژ صورت گرفته است، بدین لحاظ مقادیر غیر معمول بدست آمده غیرمنتظره نمی‌باشند. هم به این دلیل مقدار $\frac{S_f}{S_m}$ نیز مقدار غیرمعمول دارد. این مقدار که کمتر از ۱۰٪ است بیانگر شرکت ناچیز شکستگیها در تشکیل حجم ذخیره سفره می‌باشد. مقدار محاسبه شده برای Δs با توجه به تعریف این پارامتر، می‌تواند دلیل بر کم بودن سهم شکستگیها نسبت به بلوك زمینه (ماتریکس) در تأمین حجم ذخیره سفره باشد. مقدار غیرعادی λ (ناچیز بودن این مقدار) می‌تواند دلیل بر این باشد که جریان از بلوك زمینه به شکستگیها به آسانی صورت نمی‌گیرد، به عبارت دیگر منافذ موجود در بلوك زمینه کمتر به یکدیگر مرتبطند.



شکل (۶) نمودار نیمه لگاریتمی داده‌های پمپاژ چاه گلچهره [۱۲].

توسعه روش Krushman & Ridder به چاههای ناقص

آنچه که تاکنون در مورد مدل W&R و روش ترسیمی R گفته شد برای چاههای کامل (چاهی که سفره آب را به طور کامل قطع کرده است) بود. در این بخش با تغییراتی که داده شده می‌توان از روش K&R در چاههای ناقص نیز استفاده کرد. بدین منظور همانند روش K&R در چاههای ناقص نیز از نقاط اولیه منحنی پمپاژ بهترین خط را عبر برداشت و ضریب زاویه این خط $\Delta s_1 = \frac{2.3Q}{4\pi T_f}$ و محل برخورد خط با محور زمان، Δt_1 ، و محل برخورد خط با محور افت بدست می‌آیند. با توجه به پارامترهای فوق معادله خط بصورت زیر خواهد بود:

$$s = \Delta s_1 \log t + s_1 \quad (12)$$

در محاسبه s برای چاه کامل داشتیم:

$$S_f = \frac{2.25 \times T_f \times \Delta t_1}{r^2}$$

که در آن $\Delta t_1 = \frac{S_f r^2}{2.25 T_f}$ بوده و در حالتی رخ میدهد که $s=0$ باشد.

اگر مقدار Δs_1 را در معادله (۱۲) قرار دهیم:

$$s = \frac{2.3Q}{4\pi T_f} \log t + s_1$$

با قرار دادن نقطه $s=0$ و $\Delta t=t_1$ در معادله فوق خواهیم داشت:

$$\frac{2.3Q}{4\pi T_f} \log \left(\frac{S_f r^2}{2.25 T_f} \right) + s_1 = 0$$

$$s_1 = \frac{2.3Q}{4\pi T_f} \log \frac{2.25 T_f}{S_f r^2}$$

با قرار دادن مقادیر s_1 و Δs_1 در معادله (۱۲) خواهیم داشت:

$$s_1 = \frac{2.3Q}{4\pi T_f} \log t + \frac{2.3Q}{4\pi T_f} \log t \frac{2.25 T_f}{S_f r^2}$$

$$s = \frac{2/3Q}{4\pi t_f} \log \left(\frac{2/25 t_f}{S_f r^2} \right)$$

$$s = \frac{Q}{4\pi T_f} \log \left(\frac{2.25 T_f}{r^2 S_f} \right) \quad (13)$$

که این معادله روش ژاکوب برای چاه کامل است. از طرفی وقتی که چاه ناقص است برای روش ژاکوب رابطه زیر را داریم
(شمسایی، ۱۳۷۷)

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \left(\ln \frac{2.25 T_f t}{r^2 s} + 2S_p \right)$$

که در آن S_p افت مازاد در چاه ناقص است.

مانند رابطه فوق برای روش K & R با تغییر دادن معادله ۱۳ برای چاه ناقص خواهیم داشت:

$$s = \frac{Q}{4\pi T_f} \left(\ln \frac{2.25 T_f t}{r^2 s} + 2S_p \right)$$

که در نتیجه:

$$S_f = \frac{2.25 T_f}{r^2} e^{(rS_p - \frac{2.3s_1}{\Delta s_1})} \quad (14)$$

رابطه ۱۲ را میتوان به صورت زیر نیز نوشت:

$$s = \frac{\Delta s_1}{2.3} \ln t + s_1$$

با قرار دادن نقطه $t=t_1$ و $s=0$ در رابطه فوق معادله زیر بدست میآید.

$$\ln \Delta t_1 = -\frac{2.3s_1}{\Delta s_1}$$

که در نتیجه:

$$\Delta s_1 = \frac{2.3S_1}{\ln \Delta t_1}$$

حال اگر مقدار Δs_1 را در رابطه ۱۴ قرار دهیم خواهیم داشت:

$$S_f = \frac{2.25T_f \Delta t_1}{r^2} e^{2S_p} \quad (15)$$

به همین ترتیب اگر از نقاط انتهایی منحنی بهترین خط را عبور دهیم همانند استدلالهای فوق میتوان ثابت کرد.

$$S_f + S_m = \frac{2.25T_f \Delta t_2}{r^2} e^{2S_p} \quad (16)$$

که از روابط (۱۴) و (۱۵) و (۱۶) برای چاه ناقص بدست میآید.

برنامه کامپیوتري برای محاسبه ضرایب هیدرودینامیکی سفره آب زیرزمینی در سازندهای سخت

برنامه کامپیوتري زیر بوسيله نرم افزار Matlab نسخه ۳.۵ در محيط ويندوز نوشته شده که برای بدست آوردن ضرایب ذخیره و انتقال سفره آب زیرزمینی در روش ژاكوب و روش K&R در سفره آبهای سخت و برای هر دو حالت چاههای کامل و ناقص به کار می رود. توسط این نرم افزار ضرایب λ و S_f و S_m محاسبه می گردد.

این برنامه نمودار نیمه لگاریتمی در برابر زمان را رسم کرده و به کاربر امکان داوری مناسب در قبال رسم بهترین خط از نقاط آزمایش را میدهد.

```
%*****
START
*****
clear all
clc
load naderi.txt
%
INPPUT
%
xl=[1 7 7 1 1];
yl=[1 1 7 7 1];
axis on
fill(xl,yl,'g')
axis off
hold on
text(3,5.5,'IN THE NAME OF GOD')
text(2,4.5,'Program for Calculation Transmisivity
& Storativity ')
text(2.2,3.75,'in Jacob method and Wareen and
root model')
text(3,3,'please wait five seconds')
pause(5)
h1=figure;
prompt={'for jacob method Enter the 1 & for
Warren & Root model write 0:'};
def={'0'};
dlgTitle='naderi';
lineNo=1;
AddOpts.Resize='on';
AddOpts.WindowStyle='modal';
AddOpts.Interpreter='tex';

answer=inputdlg(prompt,dlgTitle,lineNo,def,AddOp
ts);
gj=str2num(str2mat(answer));

%.....%
if pe==0
    prompt={'insert the number of piezometer : '};
    def={'20'};
    lineNo=1;
    AddOpts.Resize='on';
    AddOpts.WindowStyle='normal';
    AddOpts.Interpreter='tex';

    answer=inputdlg(prompt,dlgTitle,lineNo,def,AddOp
ts);
    np=str2num(str2mat(answer));
end
%.....%
prompt={'insert well radial (m)' ;'insert the
number of columns ?' ;'insert the number of rows ?
'};
```

```

def={'0.15','5','169'};
dlgTitle='naderi';
lineNo=1;
AddOpts.Resize='on';
AddOpts.WindowStyle='normal';
AddOpts.Interpreter='tex';

answer=inputdlg(prompt dlgTitle,lineNo,def,AddOp
ts);
rw=str2num(str2mat(answer(1)));
co=str2num(str2mat(answer(2)));
ro=str2num(str2mat(answer(3)));
prompt={' what is the first column c1 ? ','what is
the end column c2 ? '};
def={'1','2'};
dlgTitle='naderi';
lineNo=1;
AddOpts.Resize='on';
AddOpts.WindowStyle='normal';
AddOpts.Interpreter='tex';

answer=inputdlg(prompt dlgTitle,lineNo,def,AddOp
ts);
c1=str2num(str2mat(answer(1)));
c2=str2num(str2mat(answer(2)));
prompt=('insert the amount of dropping (m) ? ');
def={'14.49'};
lineNo=1;
AddOpts.Resize='on';
AddOpts.WindowStyle='normal';
AddOpts.Interpreter='tex';

answer=inputdlg(prompt dlgTitle,lineNo,def,AddOp
ts);
of=str2num(str2mat(answer));
prompt='what is the date of pumpage [yaer
month day] ? ';
def={'[1380 ,5, 21]'};
lineNo=1;
AddOpts.Resize='on';
AddOpts.WindowStyle='normal';
AddOpts.Interpreter='tex';

answer=inputdlg(prompt dlgTitle,lineNo,def,AddOp
ts);
dp=str2num(str2mat(answer));
prompt={'what is the number of well ? ','what is
the time of pumpag (min) ? ','what is the thickness
of aquifer (m) ? '};
def={'15','5775','20.5'};
dlgTitle='naderi';
lineNo=1;
AddOpts.Resize='on';
AddOpts.WindowStyle='normal';
AddOpts.Interpreter='tex';

answer=inputdlg(prompt dlgTitle,lineNo,def,AddOp
ts);
nw=str2num(str2mat(answer(1)));
tp=str2num(str2mat(answer(2)));
at=str2num(str2mat(answer(3)));
prompt='(' position of well in cartesian coordinate
system [x,y z] ?');
def={'[320,265,275]'};
lineNo=1;
AddOpts.Resize='on';
AddOpts.WindowStyle='normal';
AddOpts.Interpreter='tex';

answer=inputdlg(prompt dlgTitle,lineNo,def,AddOp
ts);
po=str2num(str2mat(answer));
prompt='(' position of piezometer in cartesian
coordinate system [x,y z] ?');
def={'[250,300,275]'};
lineNo=1;
AddOpts.Resize='on';
AddOpts.WindowStyle='normal';
AddOpts.Interpreter='tex';

answer=inputdlg(prompt dlgTitle,lineNo,def,AddOp
ts);
pp=str2num(str2mat(answer));
%.....%
if e==1
    prompt={'what is the amount open section the
well(m):Le ? ','what is the amount of sp ?'};
    def={'12','2'};
    dlgTitle='naderi';
    lineNo=1;
    AddOpts.Resize='on';
    AddOpts.WindowStyle='normal';
    AddOpts.Interpreter='tex';

answer=inputdlg(prompt dlgTitle,lineNo,def,AddOp
ts);
Le=str2num(str2mat(answer(1)));
sp=str2num(str2mat(answer(2)));
else
    sp=0;
end
%.....%
prompt={'what is the Rate Flow (m^3/day):Q
?'};
def={'1120'};
dlgTitle='naderi';
lineNo=1;
AddOpts.Resize='on';
AddOpts.WindowStyle='normal';
AddOpts.Interpreter='tex';

answer=inputdlg(prompt dlgTitle,lineNo,def,AddOp
ts);
q=str2num(str2mat(answer));
%.....%
if pe==0
    prompt={'What is the Radial Distance(m):r ?
'};
    def={'80'};


```

```

dlgTitle='naderi';
lineNo=1;
AddOpts.Resize='on';
AddOpts.WindowStyle='normal';
AddOpts.Interpreter='tex';

answer=inputdlg(prompt dlgTitle, lineNo, def, AddOp
ts);
r=str2num(str2mat(answer));
else
r=rw;
end
%
....%
%
CALCULATION
%
naderi1(ro,co)=0;
x=naderi(:,c1);
t=x;
naderi1(:,2)=-of;
naderi=naderi1+naderi;
%
....%
fprintf('t(((-----***==>>>---- Output ---
-<<<-----***-----))\n')
%
....%
if e==1
fprintf('ttype of well is partially penetrating
well\n\t')
fprintf('tthe number of open section of well(m)
: Le=%d \n\t', Le)

else
fprintf('ttype of well is Fully
penetratingwell\n\t')
end
%
....%
fprintf('tthe number of well=%d \n\t', nw)
%
....%
fprintf('tthe date of pumpage [yaer moth
day]:\t%d,%d,%d\n\t', dp(1),dp(2),dp(3))
if pe==0
fprintf('tthe number of piezometer=%d \n\t',
np)
end
%
....%
fprintf('tthe radial well(m)=%d \n\t', rw)
fprintf('tthe time of pumpage(min)=%d\n\t', tp)
fprintf('tthickness of aquifer(m)=\t%d\n\t', at)
fprintf('tposition of well [x y
z]:\t%d,%d,%d\n\t,po(1),po(2),po(3)')
fprintf('tposition of piezometer [x y
z]:\t%d,%d,%d\n\t,pp(1),pp(2),pp(3)')
fprintf('tthe Radial Distance(m):\ttr=%d\n\t', r
%,,,,,,,,,,,,
,,,,,,%
nl=1;
while nl>0
prompt={'what is the first row a ? ','what is the
end row b ? '};
def={'6','37'};
dlgTitle='naderi';
lineNo=1;
AddOpts.Resize='on';
AddOpts.WindowStyle='normal';
AddOpts.Interpreter='tex';

answer=inputdlg(prompt dlgTitle, lineNo, def, AddOp
ts);
a=str2num(str2mat(answer(1)));
b=str2num(str2mat(answer(2)));
x=naderi(a,b,c1);
y=naderi(a,b,c2);
t=log10(x);
polyfit(t,y,1);
p=polyfit(x,y,1);
t=x;
m=ans;
d=-m(2)./m(1);
t0=10.^d;

%
%
T=2.3*q/(4*pi*m(1));
S=2.25*T*t0/((r^2)*1440)*exp(2*sp);
%
----- OUTPUT -----
%
if gj==0
if nl==1
fprintf('t..... for Wareen and Root method
.....\n')
end
sprintf('tDipline:\t\tdeltaS1=%f (m)\n',m(1))
fprintf('tfirst time:\t\tt0=%f (min)\n',t0)
if nl==1
fprintf('t\t\tdelta Sv=%f \n\t\t\tdelta
s=%f\n\t,-2*m(2),naderi(a,c2))'
fprintf('t\t\t\tomega =%f
\n',10^((2*m(2))/m(1)))
fprintf('t\t\t\tlanda=%f
\n',1.26/10^(4*pi*T*naderi(a,c2)/(2.3*q)))
fprintf('ttransmissivity:\t\tT=%f
(m^2/day)\n\tfracture
Storativity:\t\tSf=%f\n',T,S*10^((2*m(2))/m(1)))
fprintf('tmatrix Storativity:\t\tSm=%f\n',S-
S*10^((2*m(2))/m(1)))
end
else
fprintf('t.....for jacod method
.....\n')
fprintf('ttransmissivity:\t\tT=%f
(m^2/day)\n\tStorativity:\t\tS=%f\n',T,S)
end
prompt={'If you want to repeat fitting with new
parameters insert 1 or 2; for quiting fitting insert
0.'};
def={'0'};
```

```

dlgTitle='naderi';
lineNo=1;
AddOpts.Resize='on';
AddOpts.WindowStyle='normal';
AddOpts.Interpreter='tex';

answer=inputdlg(prompt dlgTitle, lineNo, def, AddOp
ts);
nl=str2num(str2mat(answer));
end
%.....%
%_____ GR
APH _____%
%
xi=naderi(:,c1);
yi=naderi(:,c2);
xj=naderi(a:b,c1);
yj=naderi(a:b,c2);
semilogx(xi,yi,'.')
grid on
hold on
plot(xj,yj,'r-')
xlabel('time(min)')
ylabel('s(m)')
title('Semilogarithmic graph of pumping test')
pause(15)
h2=figure;
Close All
fprintf('t((-----<<=====***---end---\n'
'***_======>>-----))\n\'')
%..... END
.....%

```

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله به شرح مدل تخلخل دوگانه Krushman & Root و روش ترسیمی Warren & Root در تفسیر آزمایشات پمپاژ چاههای آب کامل (تمام نفوذی) در سازندهای سخت و ارزیابی و پرایب هیدرودینامیکی آنها پرداخته شده است. از محاسن روش تخلخل دوگانه نسبت به روش‌های متداولی همچون ژاکوب آنست که روش تخلخل دوگانه اطلاعات مفیدی در خصوص ضریب ذخیره بلوکهای سنگی زمینه (ماتریکسها) و ضریب ذخیره سیستم شکستگیها ارائه می‌دهد. در این مقاله همچنین با استفاده از مفاهیم تخلخل دوگانه و روابط مربوط به هیدرولیک چاههای ناقص، روش ترسیمی & Krushman Ridder به چاههای ناقص نیز گسترش یافته است. در پایان برنامه کامپیوتری در محیط مطلب نسخه ۵/۳ توسط نگارندگان ارائه شده که با دریافت اطلاعات خام حاصل از آزمایش پمپاژ در سازندهای سخت، روش Krushman & Ridder را برای چاههای کامل و ناقص به اجرا گذارده و پارامترهای مربوطه را محاسبه می‌نماید.

فهرست علائم

پارامتر	توضیح	ابعاد (دیمانسیون)
h	بار هیدرولیکی در سیستم شکستگی	L
h'	بار هیدرولیکی در سیستم بلوک زمینه	L
h_D	افت بدون بعد در سیستم شکستگی	بی‌بعد
h'_D	افت بدون بعد در سیستم بلوک زمینه	بی‌بعد
K	تابع بسل	---
K_f	ضریب نفوذپذیری سیستم شکستگی	L/T
K_m	ضریب نفوذپذیری سیستم بلوک زمینه	L/T
P	تبديل لابلس	---
Q	نرخ آبکشی	L^3/T
r	فاصله چاه مشاهدهای از چاه پمپاژ	L
r_D	شعاع بدون بعد	بی‌بعد
r_m	شاخصه طول ابعاد بلوک	L
r_w	شعاع چاه	L
s	افت سطح ایستایی آب زیرزمینی	L
S_f	ضریب ذخیره سیستم شکستگی	بی‌بعد
S_m	ضریب ذخیره بلوک زمینه	بی‌بعد
t	زمان	T
t_D	زمان بدون بعد	بی‌بعد
T	ضریب انتقال اکیفر	L^2/T

T_f	ضریب انتقال سیستم شکستگی‌ها	L^2/T
α	ضریب واپسیه به تعداد دسته شکستگی‌ها	—
β	ضریب بی‌بعد	—
λ	ضریب جریان بین تخلخل	—
ω	نسبت قابلیت ذخیره	—
Δs	تفاضل افت	L
Δs_v	تفاضل افت در نقطه میانه زون انتقال	L

مراجع

- [1] Snow, D. T., 1965, A parallel plate model of fractured permeable media, PHD thesis, Univ. of California, Berkely.
- [2] Barenblatt, G. E., I. P. Zheltov and I. N. Kochina, 1960, Basic concepts in the theory of seepage of homogenous liquids in fissured rocks, Journal of Applied Mathematics and mechanics, 24 (5), PP. 1286.
- [3] Warren, J. E. and P. j. Root, 1963, The behavior of naturally fractured reservoirs, Soc. Pet. Eng. J., 9, pp. 245 – 255.
- [4] Bourdet, D. and A. C. Gringarten, 1980, Determination of fissure volume and block size in fractured reservoirs by Type Curve analysis, paper SPE 9293, presented at the 1980 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas.
- [5] Spane, F. A. and S. K. Wurstner, 1993, A computer program for calculating pressure derivative for use in Hydraulic Test Analysis, Groundwater, vol. 31, no. 5, pp. 814 – 822.
- [6] Kruseman, G. P. and N. A. de Ridder, 1991, Analysis and evaluation of pumping test data, 2nd. Edition, International Institute for Lab Reclamation and Improvement, Publication 47, pp. 379.
- [7] Kazemi, H. 1969, Pressure transient analysis of naturally fractured reservoirs with uniform fracture distribution, SPE journal, Vol. 9, no 11, P. 451.
- [8] McConnell, C. L., 1993, Double porosity well testing in the fractured carbonate rocks of the Ozarks, Journal of Groundwater, Vo. 31, No. 1, Jan.-Feb. .
- [9] National Research Council, 1996, Rock fractures and fluid flow, contemporary and understanding and applications, Washington D. C., National Academy Press., 551 p.
- [10] Long, A. J., 1997, Effect of fracture spacing in dual-porosity modeling of Karst, Spring Meeting, Geology & Geological Eng., South Dakota School of Mines and Technology, USA.
- [11] Andrews, R. E.; D. R. Wunsch; J. S. Dinger, 2002, Evaluation of the use of fracture-flow solutions to analyze aquifer test data collected from wells in the eastern Kentucky coal field, Proceedings of the National Groundwater Association Fractured-Rock Aquifer Conference, Denver, Colorado. USA.
- [12] دولتی، محمد جواد، (۱۳۷۶)، ارزیابی مدل‌های تحلیلی آزمونهای پمپاز در سازنده‌های سخت، تز ارشنایی ارشد، گروه آبشناسی، دانش ده علوم، دانشگاه شیراز.
- [13] شمسایی، ابوالفضل، (۱۳۷۷)، هیدرولیک جریان آب در محیط‌های سنگی، مهندسی آبهای زیرزمینی، مرکز نشر دانشگاه صنعتی امیرکبیر.