

تحلیل ظرفیت باربری استاتیکی و شبه استاتیکی پی‌های سطحی به روش اجزای مجزا

علی اصغر میرقاسمی
استادیار

علیرضا مجیدی
دانشجوی دکترا

گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی، دانشگاه تهران

مکانیک خاک و مهندسی پی، دانشکده فنی، دانشگاه تهران

چکیده

در این مقاله، با استفاده از روش اجزای مجزا (DEM)، مساله ظرفیت باربری پی‌های سطحی، مورد بررسی قرار گرفته است. در این مدل، پی می‌تواند روی سطح افقی زمین یا در مجاورت سطح شیبدار قرار داده شود. توده خاک، در این روش همانند قطعات مجزای از یکدیگر در نظر گرفته شده، که با اتصال این قطعات توسط فنرهای وینکلر، سطح گسیختگی مفروض زیر پی، به صورت یکپارچه تشکیل می‌گردد. معادلات مربوط به این روش با توجه به مدل رفتاری ارتجاعی-خمیری فنرها، شرایط تعادل نیروها و لنگرها را کاملاً ارضاء می‌کند. سطح گسیختگی زیر پی توسط چهار زاویه مستقل از هم مشخص شده و با سعی و خطا، حالت بحرانی ظرفیت باربری پی بدست می‌آید. در این روش، اثر زلزله توسط اعمال نیروهای شبه استاتیکی قابل ارزیابی است. در این مقاله، برای نشان دادن توانایی‌های این روش، مثالهای متعددی در جهت تعیین ضرایب مختلف ظرفیت باربری در قالب نمودار ارائه شده و نتایج حاصله حتی الامکان با روشهای متعارف دیگر، مقایسه گردیده است. مثالها و نتایج ارائه شده، از اجرای یک برنامه کامپیوتری با نام مخفف (BCAP)، که براساس این روش تهیه شده، حاصل شده است.

کلمات کلیدی

اجزای مجزا، ظرفیت باربری، پی سطحی، سطح شیبدار، زلزله.

Static and Pseudo-Static Bearing Capacity Analysis of Shallow Foundations by Discrete Element Method (DEM)

A. A. Mirghasemi
Assistant Professor

A. R. Majidi
Ph.D. Student

Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering,
University of Tehran

Abstract

Discrete Element Method (DEM) can be used for numerical analysis of different geotechnical problems such as slope stability, bearing capacity of shallow foundation and relative displacement of rock masses.

In this research, an effort is made to use the method for determining bearing capacity of foundation. To do this a computer program called BCAP (Bearing Capacity Analysis Program) is developed. In this model the foundation can rest on a horizontal or inclined slope surface. The bearing capacity of strip shallow foundation is analyzed by "DEM" in both static and pseudo-static conditions. The soil mass is modeled as several discrete blocks connected with Winkler springs. Similar to the conventional bearing capacity theories, the failure of footing occurs by a wedge of soil below the footing pushing its way downward into the soil. The geometry of the failure surface is not fixed and can be altered due to the all factors affect the problem. The geometry of the failure surface under the foundation is determined by four independent angles. By the trial and error the optimum shape of failure surface beneath the foundation can be found. This optimum failure surface is corresponds to the minimum collapsing load. Dynamic seismic forces are replaced by horizontal acceleration factors in a semi-static manner affecting on foundation.

The paper includes several examples to explain the capability of the method. Also the results are compared with the other methods currently used for ultimate bearing capacity of shallow foundations.

Several graphs are presented expressing the bearing capacity's coefficients for foundation on horizontal and inclined surfaces, in the conditions of static and pseudo-static forces for various internal friction of underneath soil.

Keywords

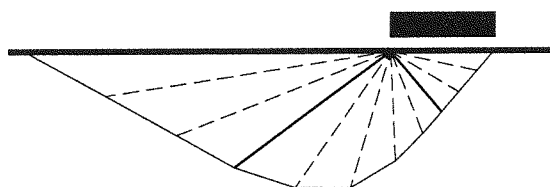
Discrete Element, Bearing Capacity, Shallow Foundations, Slope Surface, Earthquake.

مقدمه

مساله ظرفیت باربری پی‌های سطحی^۱، در گذشته توسط افراد زیادی از جمله ترازقی [۱]، میرهوف [۲]، هانسن [۳]، وسیک [۴] و ... مورد بررسی قرار گرفته است. این روش‌ها که عمدتاً مبتنی بر تعادل حدی^۲ و یا آنالیز حدی^۳ بوده، در شرایط پیچیده هندسی و بارگذاری، دارای دقت لازم نمی‌باشند. از طرفی مدل کردن مساله ظرفیت باربری پی توسط روش اجزای محدود^۴، محتاج اطلاعاتی مانند وضعیت تنش‌های اولیه در خاک، مدل رفتاری صحیح و نیز پارامترهای مناسب مربوط به آن می‌باشد. دخالت این مفروضات پیچیدگی تحلیل را زیاد کرده و ممکن است عدم اطمینان نتایج را نیز باعث شود. روش مطرح شده در این مقاله، روشی است مبتنی بر تعادل حدی، که علاوه بر داشتن امتیاز سادگی این قبیل روش‌ها، توانایی و قابلیت‌های بیشتری را در حل مساله ظرفیت باربری پی، ارائه داده و از طرفی پیچیدگی‌های مربوط به روش اجزای محدود را دارا نمی‌باشد.

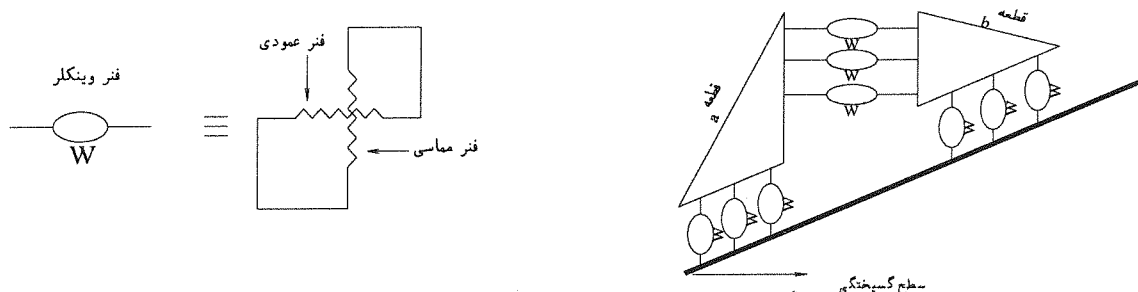
معرفی روش اجزای مجزا^۵

روش اجزای مجزا، به مفهوم جدید خود، اولین بار توسط چانگ (Chang)، برای بررسی پایداری شیروانی‌ها [۵]، دیوارهای حائل [۶] و نیز ظرفیت باربری پی [۷] مورد استفاده قرار گرفته است. در تحقیق حاضر با توسعه این روش، مقادیر ضرایب ظرفیت باربری پی‌های سطحی (N_p, N_q, N_c)، در حالت پی روی سطح افقی و سطح شیب‌دار در شرایط استاتیکی و شبه استاتیکی به دست آمده و در قالب نمودارهایی ارائه شده است. در این روش، ابتدا یک سطح گسیختگی مفروض در نظر گرفته می‌شود. سپس این سطح گسیختگی با توجه به هندسه و ماهیت مساله به تعدادی قطعه مجزا از هم، تقسیم می‌گردد. در این تحقیق، از قطعات مثلثی شکل، برای تقسیم بندی سطح گسیختگی زیر پی استفاده شده است (شکل ۱).



شکل (۱) نحوه تقسیم بندی سطح گسیختگی زیر پی به قطعات مجزا.

در روش اجزای مجزا، از فنرهایی به نام فنر وینکلر^۶، در بین سطوح قطعات استفاده می‌شود. کلیه سطوح مشترک، توسط این فنرها به یکدیگر متصل شده تا سیستمی یکپارچه تشکیل گردد (شکل ۲).



شکل (۳) فنر وینکلر.

شکل (۲) نحوه اتصال قطعات به یکدیگر توسط فنرهای وینکلر.

هر فنر وینکلر، شامل یک فنر فشاری - کششی (عمودبرسطح) و یک فنر برشی (مماس برسطح) بوده (شکل ۳) و رفتار کلیه فنرها بصورت ارتجاعی - خمیری می‌باشد. فنرهای عمودی در فشار به تسلیم نرسیده، و در کشش دارای مقاومت کششی (Ft) می‌باشند:

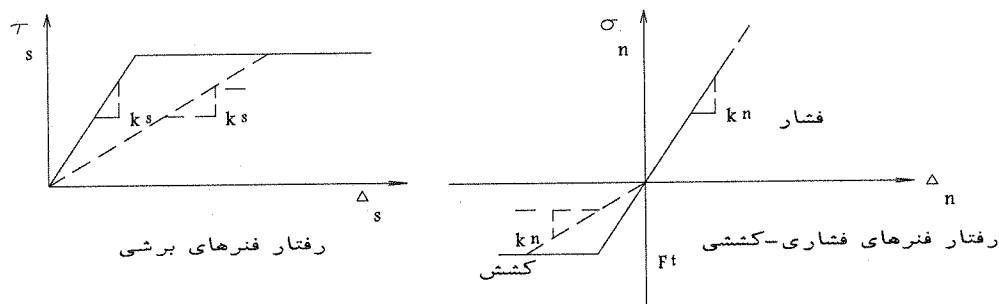
$$F_t = \frac{2c \cdot \cos \varphi}{1 + \sin \varphi} \quad (1)$$

که در آن (c) چسبندگی و (φ) زاویه اصطکاک داخلی خاک است.

در فنرهای مماسی نیز چنانچه تنش برشی موجود به مقاومت برشی فنرها (τ_p) برسد، فنر از حالت ارتجاعی خارج شده و رفتار خمیری خواهد داشت. مقاومت برشی فنرها، از معیار گسیختگی مور-کولمب پیروی کرده و تابعی از تنش عمودی (σ_n) می‌باشد:

$$\tau_p = c + \sigma_n \operatorname{tg} \varphi \quad (2)$$

چنانچه سختی فنرهای عمود برسطح را با (k_n) و سختی فنرهای مماسی را با (k_s) نشان دهیم، در این صورت در طی تحلیل، برای یک سطح تسلیم نشده، ضرایب فنریت همان مقادیر (k_n ، k_s) می‌باشد. اما چنانچه سطح مورد نظر به تنش تسلیم برسد، بایستی با توجه به نمودار تنش - کرنش، مقادیر (\bar{k}_n ، \bar{k}_s) جدید را محاسبه نمود. جهت به دست آوردن مقادیر سختی فنرها در حالت تسلیم، از روش سختی وترت⁸ با توجه به میزان تغییر مکانهای عمودی (Δn) و افقی (Δs) آنها استفاده می‌گردد.



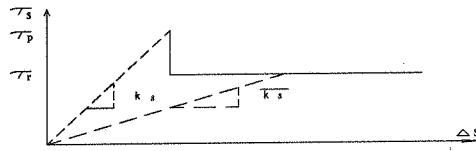
شکل (۴) رفتار فنرهای عمودی و مماس برسطح.

در روش اجزای مجزا، مقادیر سختی اولیه فنرها مورد نیاز است. مقدار سختی اولیه فنرهای عمودی از ضریب ارتجاعی خاک (E) و مقدار سختی اولیه فنرهای مماسی از ضریب برشی خاک (G)، در کرنشهای بسیار کوچک به دست می‌آید. در بررسی‌های انجام شده قبلی توسط چانگ [۵ و ۶ و ۷] که بررسی حاضر نیز مؤید آن است، معلوم گردیده که نتایج حاصل از این روش به نسبت مقادیر سختی فنرهای عمودی و مماسی (k_n/k_s) بستگی داشته و به مقادیر آنها به تنهایی وابسته نمی‌باشد. در یک جسم ارتجاعی و همسان، این نسبت برابر با نسبت ضریب ارتجاعی به ضریب برشی خاک ($(E/G) = 2(1+\nu)$) بوده که در آن (ν) ضریب پواسن می‌باشد. در خاک این نسبت حدوداً بین ۲ تا ۳ متغیر است و در این محدوده نیز نتایج بدست آمده دارای اختلافات بسیار جزئی با یکدیگر می‌باشند.

برای خاکهایی که دارای خاصیت نرم شوندگی⁹ در نمودار تنش-کرنش خود هستند، بعد از اینکه فنرهای برشی به حداکثر مقاومت برشی (τ_p) رسیدند، این مقاومت همراه با افزایش کرنش، کاهش پیدا کرده و به مقاومت برشی پسمانده¹⁰ خواهد رسید. ساده‌ترین روش بیان این افت در شکل (۵) نشان داده شده که مقدار آن با توجه به پارامترهای مقاومت برشی پسمانده خاک (c_r ، ϕ_r) عبارت است از:

$$\tau_r = c_r + \sigma_n \operatorname{tg} \phi_r$$

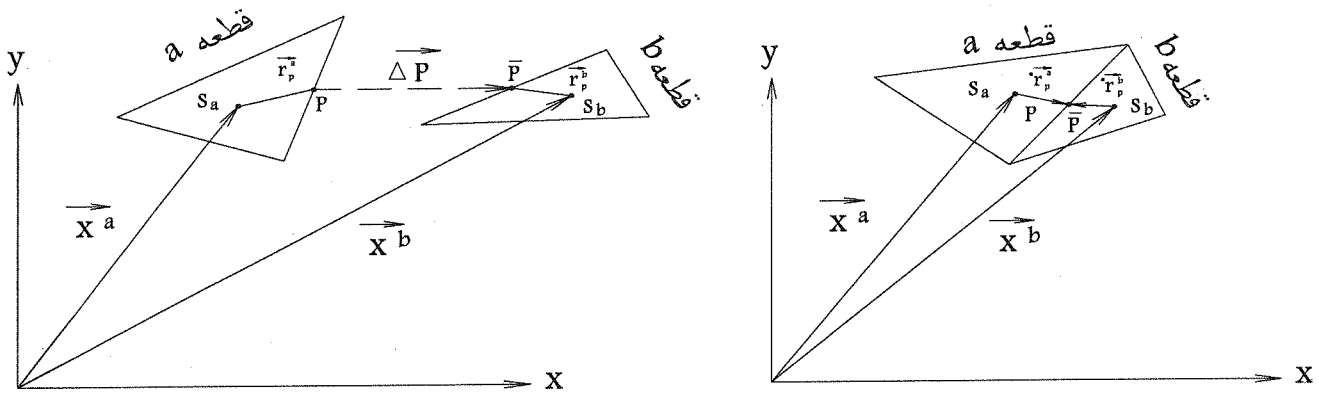
(۳)



شکل (۵) نمودار تنش - کرنش خاکهای نرم شونده.

روش تحلیل

دو قطعه مجاور هم، مطابق شکل (۶) را در نظر می‌گیریم. قبل از اعمال بارگذاری، دو قطعه در وضعیت ساکن قرار دارند. در این حالت دو نقطه (P, P) که عبارتند از نقاط میانی سطوح مشترک بین دو المان برهم منطبقند. بعد از اعمال بارگذاری، دو قطعه نسبت به یکدیگر جابجا می‌شوند. این جابجایی در صفحه (x, y) شامل حرکت در جهت (x)، حرکت در جهت (y) و دوران حول محور (z) می‌باشد. لذا هر قطعه مجموعاً دارای ۳ درجه آزادی حرکتی است.



شکل (۶) نحوه جابجایی نسبی دو قطعه مجاور.

جابجایی و دوران دو قطعه (a) و (b) را با مقادیر (u_i^a, ω^a) و (u_i^b, ω^b) نشان می‌دهیم ($i = x, y$). در این صورت جابجایی نسبی دو قطعه مجاور، نسبت به نقطه (P) را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

$$\begin{Bmatrix} \Delta P_x \\ \Delta P_y \\ \Delta P_\omega \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -r_y^{bp} \\ 0 & 1 & r_x^{bp} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_x^b \\ u_y^b \\ \omega^b \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & -r_y^{ap} \\ 0 & 1 & r_x^{ap} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_x^a \\ u_y^a \\ \omega^a \end{Bmatrix} \quad (۴)$$

در معادله (۴)، بردار متصل کننده مرکز ثقل قطعه (a) به نقطه (P) است. همینطور (r_i^{bp}) بردار متصل کننده مرکز ثقل قطعه (b) به نقطه (P) می‌باشد. در صورت عدم جابجایی سطح مجاور قطعه (a)، مانند خاک خارج از سطح گسیختگی زیر پی، مقادیر (u_x^b, u_y^b, ω^b) صفر خواهند شد.

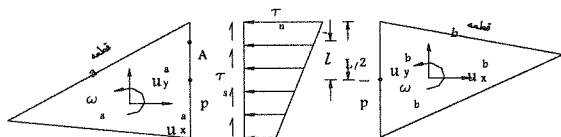
می توان مقادیر جابجایی حاصله را از مختصات سراسری (X,Y) به مختصات محلی (n,s) انتقال داد. در این صورت با تعریف بردار (n^p) ، که بردار یگانه عمود بر سطح در نقطه (P) بوده و با محور (X)، زاویه (α) می سازد، خواهیم داشت:

$$\begin{Bmatrix} \Delta P_n \\ \Delta P_s \\ \Delta P_\omega \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta P_x \\ \Delta P_y \\ \Delta P_\omega \end{Bmatrix} \quad (5)$$

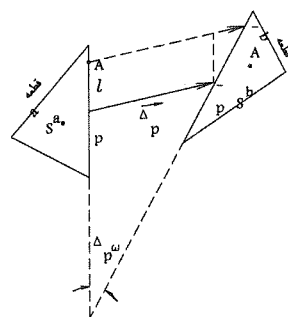
مقادیر جابجایی نسبی، برای هر نقطه دیگری غیر از نقطه (P)، مثلاً نقطه (A) روی سطح مشترک دو قطعه مجاور مطابق شکل (7)، از روابط زیر بدست می آید:

$$\begin{cases} \delta A_s = \Delta P_s \\ \delta A_n = \Delta P_n + l \Delta P_\omega \end{cases} \quad (6)$$

که در آن (l)، فاصله نقطه دلخواه (A) تا نقطه میانی (P) می باشد.



شکل (8) نحوه توزیع تنشها بر روی سطوح مشترک قطعات.



شکل (7) جابجایی نسبی نقاط روی سطح مشترک دو قطعه مجاور.

در نتیجه جابجایی نسبی قطعات مجاور، فنرهای عمودی و مماسی واقع در سطوح مشترک دچار تغییر شکل شده و تنشهایی را در این سطوح موجب می شوند. نحوه توزیع تنش بر روی سطوح مشترک قطعات مطابق شکل (8) فرض می گردد. با انتگرالگیری از تنشهای حاصله، در طول سطح مشترک (L)، می توان نیروهای معادل عمودی (Fn)، مماسی (Fs) و نیز لنگر خمشی (M) را که در نقطه (P) اثر می کند، بدست آورد. این مقادیر عبارتند از:

$$F_n = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} k_n \delta_n dl = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} k_n \Delta_n dl + \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} k_n l \Delta_\omega dl \quad (1-7)$$

$$F_s = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} k_s \delta_s dl = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} k_s \Delta_s dl \quad (2-7)$$

$$M = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} k_n \delta_n l dl = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} k_n l \Delta_n dl + \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} k_n l^2 \Delta_\omega dl \quad (3-7)$$

با یک فرض، می‌توانیم معادلات فوق را ساده‌تر کنیم. فرض می‌کنیم هر شرایطی (الاستیک یا پلاستیک)، که برای فنر واقع در نقطه (P) ایجاد می‌گردد، همان شرایط برای تمامی نقاط روی سطح مشترک برقرار باشد. البته چون در محدوده دورانه‌های کوچک قرار داریم، با توجه به رابطه (۶)، این فرض زیاد دور از واقعیت نمی‌باشد.

لذا مقادیر انتگرالهای $(\int k_n l \Delta_n dl)$ و $(\int k_n l \Delta_\omega dl)$ در روابط (۷) صفر شده، خواهیم داشت:

$$\begin{Bmatrix} F_n^P \\ F_s^P \\ M^P \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_n & 0 & 0 \\ 0 & K_s & 0 \\ 0 & 0 & K_\omega \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta P_n \\ \Delta P_s \\ \Delta P_\omega \end{Bmatrix} \quad (8)$$

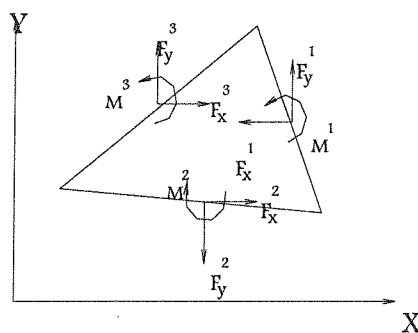
که در آن $K_n = k_n L$ و $K_s = k_s L$ ، $K_\omega = k_n L^3 / 12$ می‌باشد. با انتقال نیروهای حاصله از مختصات محلی به مختصات سراسری، داریم:

$$\begin{Bmatrix} F_x^P \\ F_y^P \\ M^P \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} F_n^P \\ F_s^P \\ M^P \end{Bmatrix} \quad (9)$$

چنانچه مطابق روش فوق، نیروها برای تمام سطوح مشترک هر قطعه محاسبه شود، می‌توان کل نیروی حجمی وارده به مرکز ثقل قطعه را با توجه به شکل (۹)، مطابق رابطه زیر به دست آورد:

$$\begin{Bmatrix} f_x^a \\ f_y^a \\ m^a \end{Bmatrix} = \sum_{p=1}^N \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ r_y^{ap} & -r_x^{ap} & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} F_x^P \\ F_y^P \\ M^P \end{Bmatrix} \quad (10)$$

که در آن (N)، تعداد سطوح مشترک بوده، که برای یک قطعه مثلثی (N) حداکثر مساوی عدد ۳ است.



شکل (۹) نیروهای وارد بر سطوح مشترک یک قطعه.

با ترکیب روابط (۴)، (۵)، (۸)، (۹) و (۱۰)، می‌توان رابطه بین نیروهای حجمی و جابجایی قطعات را بدست آورد:

$$\begin{Bmatrix} f_x^a \\ f_y^a \\ m^a \end{Bmatrix} = \sum_{p=1}^N \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & -r_y^{bp} \\ 0 & 1 & r_x^{bp} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x^b \\ u_y^b \\ \omega^b \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & -r_y^{ap} \\ 0 & 1 & r_x^{ap} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x^a \\ u_y^a \\ \omega^a \end{Bmatrix} \right) \quad (11)$$

که در آن ماتریس [C] از ضرب ۴ ماتریس زیر بدست می‌آید:

$$[c] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ r_y^{ap} & -r_x^{ap} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_n & 0 & 0 \\ 0 & K_s & 0 \\ 0 & 0 & K_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

در حالت کلی و برای تمامی قطعات، معادله (۱۱)، به صورت معادله زیر قابل باز نویسی است:

$$\{f\} = [K]\{u\} \quad (13)$$

که در آن $\{f\}$ ، شامل نیروهای حجمی قطعات $\{u\}$ ، شامل جابجایی آنها و $[K]$ ماتریس سختی سیستم می‌باشد.

با توجه به معادلات فوق، برای هر قطعه ۶ متغیر وجود دارد: نیروهای حجمی (f_x^a, f_y^a, m^a) و جابجایی‌های (u_x^a, u_y^a, ω^a) . نیروهای حجمی جزء معلومات مساله می‌باشند، لذا دستگاه معادلات شامل (3N) معادله (N تعداد قطعات) را می‌توان برای به‌دست آوردن (3N) متغیر مجهول (u_x, u_y, ω) ، حل نمود. جابجایی نسبی دو قطعه مجاور و در نتیجه میزان کشیدگی فنرها را نیز می‌توان توسط رابطه (۴)، تعیین کرد. همچنین نیروهای قائم و مماس بر سطح را می‌توان توسط روابط (۵) و (۸) و نیز تنشهای قائم و مماس بر سطح (σ_n, τ_s) را از تقسیم این نیروها بر سطح مورد نظر به‌دست آورد. ضریب اطمینان کلی^{۱۱} مطابق رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$FS = \frac{\sum_{i=1}^N \tau_f \times Li}{\sum_{i=1}^N \tau_s \times Li} \quad (14)$$

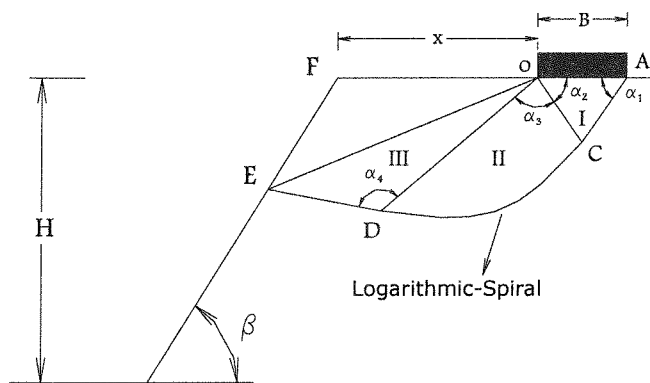
که در آن (τ_s) تنش برشی موجود و (τ_f) ، مقاومت برشی خاک بر روی سطح گسیختگی است. اگر خاک دارای خاصیت ارتجاعی - خمیری باشد، (τ_f) از رابطه (۳) لحاظ می‌گردد.

به علت رفتار ارتجاعی - خمیری فنرها، هرگاه در فنرهای برشی میزان تنش برشی موجود (τ_s) ، از مقاومت برشی (τ_f) بیشتر شود، فنر به حالت خمیری رفتار کرده و اصطلاحاً گسیخته می‌گردد. در صورتیکه با افزایش بار پی تمام فنرهای برشی روی سطح گسیختگی مفروض، به حالت خمیری برسند، گسیختگی کلی در خاک زیر پی رخ داده و بار پی در این لحظه، ظرفیت باربری را نشان خواهد داد. لازم به ذکر است که با خمیری شدن یک فنر برشی یا عمودی در بین سطوح مشترک قطعات، تنش در آن ثابت مانده و اضافه تنش باقیمانده در بین قطعات دیگر توزیع خواهد شد. با توزیع تنشها در بین قطعات دیگر، شاهد به‌وجود آمدن گسیختگی‌های موضعی به‌صورت پیشرونده خواهیم بود. توزیع مجدد تنشها بصورت یک روند تکراری^{۱۲}، تا جایی ادامه می‌یابد که تنش‌های موجود در سطح تماس قطعات به‌طور کامل روابط تنش و کرنش را ارضاء نماید. برای اعمال خاصیت غیر خطی مساله در حالت خمیری، از روند تکراری نیوتن - رافسون^{۱۳} استفاده شده است [۸].

روش اجزای مجزا، از این لحاظ که توانایی مدل کردن حالت گسیختگی پیشرونده^{۱۴} را داشته و همچنین تعادل نیروها و لنگرها را به‌طور کامل ارضاء می‌کند، بر روشهای متعارف تعادل حدی و یا آنالیز حدی برتری دارد. همچنین در این روش، چون فقط به دانستن مقادیر ضرایب ارتجاعی و برشی خاک احتیاج است، از این لحاظ نیز بر روشهای اجزای محدود دارای مزیت است. البته این روش مانند تمام روشهای حدی، قابلیت تحلیل تنش - کرنش را دارا نمی‌باشد. به عبارت دیگر مقدار تنش و کرنش در تمام محیط مشخص نیست و فقط بر روی سطوح قطعات معلوم بوده و این نکته از نقاط ضعف عمده روش (DEM) می‌باشد.

تعریف سطح گسیختگی زیر پی

در این روش، ابتدا یک سطح گسیختگی در خاک زیر پی فرض می‌شود. در روشهای متعارف تعیین ظرفیت باربری پی، سه ناحیه در محدوده این سطح گسیختگی، از هم قابل تفکیک می‌باشند (شکل ۱۰).



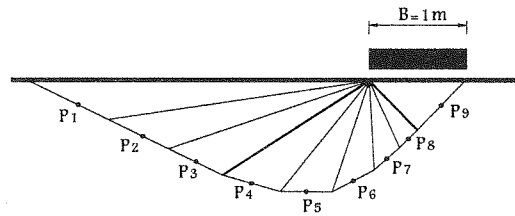
شکل (۱۰) مناطق تشکیل دهنده سطح گسیختگی در خاک زیر پی.

ناحیه (I) به صورت یک گوه مثلثی در زیر پی قرار دارد. یک ضلع این گوه بوسیله قاعده پی و دو ضلع دیگر بوسیله سطوح برش مشخص می‌شوند. این ناحیه به صورت یک گوه صلب به سمت پایین حرکت کرده و در خاک ناحیه (II) رانش مقاوم را بسیج می‌کند. ناحیه (II) یک منطقه دارای کرنشهای برشی بالا بوده و معمولاً بصورت یک منحنی لگاریتمی - حلزونی^{۱۵} فرض می‌شود. در ناحیه (III) نیز که به صورت مثلثی است، مقدار کرنشهای برشی کم بوده، لذا می‌توان رفتار آن را با رفتار یک جسم صلب، تقریب زد. در این بررسی، شکل سطح گسیختگی، تابعی از مقادیر عرض پی (B)، زاویه اصطکاک داخلی خاک (ϕ)، فاصله پی تا شیروانی (X) و نیز زاویه شیروانی (β) و همچنین چهار زاویه مستقل ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$) فرض شده است. برای یک مساله مشخص، مقادیر (B, X, β) جزء مفروضات بوده و مقادیر زوایای (α_1) تا (α_4)، به صورت مستقل تغییر داده شده تا بحرانی‌ترین سطح گسیختگی که متناظر با کمترین ظرفیت باربری پی است به دست آید. با توجه به شکل (۱۰)، در صورتیکه زاویه شیروانی (β) صفر باشد، نقطه (E) روی سطح افقی و در امتداد (OF) قرار خواهد گرفت. در حالتی که پی بر روی سطح شیبدار قرار می‌گیرد، وزن ناحیه مثلثی (ΔOEF) مانند یک سربار بر روی منطقه (III)، اعمال می‌شود. همانطور که مشاهده می‌شود تنها پیش فرض، وجود سه ناحیه تشکیل دهنده سطح گسیختگی زیر پی بوده، اما برخلاف اغلب روشهای متعارف تعیین ظرفیت باربری پی، در این بررسی هیچگونه پیش فرضی در تعیین مقادیر زوایای (α_1) تا (α_4) نشده است. لذا از لحاظ به دست آوردن سطح گسیختگی بحرانی از میان کلیه سطوح گسیختگی ممکن، نسبت به این روشها دارای مزیت می‌باشد.

بررسی یک مثال

همانطور که اشاره شد، از توانایی‌های این روش، نشان دادن نحوه گسیختگی پیشرونده در خاک زیر پی است. در مثال زیر، بار روی پی به تدریج زیاد شده است شکل (۱۱). مفروضات این مثال عبارتند از:

وزن مخصوص خاک 2 t/m^3 ، چسبندگی 3 t/m^2 ، زاویه اصطکاک 30° درجه، ضریب ارتجاعی 300 t/m^2 ، ضریب برشی 111 t/m^2 ، تعداد قطعات در نواحی سه‌گانه به ترتیب ۱، ۵ و ۳، زوایای α_1 تا α_4 به ترتیب $60^\circ, 90^\circ$ و 120° درجه.



شکل (۱۱) نحوه جزءبندی خاک زیر پی مثال.

لازم به ذکر است که در این تحقیق، مثالها و نتایج ارائه شده، از اجرای یک برنامه کامپیوتری با نام مخفف (BCAP)^{۱۶}، که توسط نویسندگان مقاله حاضر و مخصوص روش (DEM) تهیه شده، به دست آمده است. خلاصه نتایج، در جدول (۱) آورده شده است. همانطور که ملاحظه می شود، با افزایش تدریجی بار بر روی پی، ابتدا فنرهای برشی روی سطح گسیختگی و در زیر پی خمیری شده (ضریب اطمینان محلی یک، نشان دهنده خمیری شدن فنر در آن محل است) و این گسیختگی به سمت خارج پی گسترش می یابد. در نهایت با خمیری شدن تمامی فنرهای برشی روی سطح گسیختگی و اتصال این سطوح گسیخته شده به هم، شاهد گسیختگی کلی خاک زیر پی خواهیم بود. بار پی در این مرحله نیز ظرفیت باربری متناظر با سطح گسیختگی مفروض را نشان می دهد.

همانطور که اشاره شد، این روش در اصل توسعه یافته روش تعادل حدی است، که با فرض رفتار ارتجاعی - خمیری فنرهای متصل کننده قطعات خاک انجام شده است. در صورتیکه در روشهای متعارف مبتنی بر تعادل حدی یا آنالیز حدی، رفتار خاک به صورت صلب - خمیری^{۱۷} فرض می شود. لذا می توان گفت چون توزیع تنشها بر روی سطح گسیختگی تابع توزیع تنشها در میان قطعات تشکیل دهنده این سطح است، پس تفاوت در مدل رفتاری فنرها، میزان تنشها را روی سطح گسیختگی دستخوش تغییر خواهد کرد و این موضوع بر میزان ظرفیت باربری بدست آمده تاثیر مستقیم خواهد داشت. به عبارت دیگر فرض ارتجاعی - خمیری بودن خاک، به علت داشتن تشابه بیشتر با واقعیت بر روی افزایش دقت نتایج نسبت به مدل صلب - خمیری، مؤثرتر است. همچنین در روشهای متعارف حدی، تمام ناحیه درون سطح گسیختگی خمیری فرض می شود، در صورتیکه در روش حاضر، لزوماً تمام فنرهای واقع در بین قطعات در حالت نهایی بارگذاری روی پی، خمیری نشده و فقط فنرهای روی سطح گسیختگی به حد تسلیم می رسند.

جدول (۱) نحوه گسیختگی پیشرونده در خاک زیر پی.

(ton) بار پی / ضریب اطمینان جزئی	10	20	50	60	80	120	121.6
F.S[p ₁]	6.389	8.746	14.396	6.420	2.928	1.093	1.000
F.S[p ₂]	8.125	12.666	8.887	4.936	2.481	1.000	1.000
F.S[p ₃]	11.466	33.478	4.951	3.300	1.948	1.000	1.000
F.S[p ₄]	75.645	14.626	2.741	2.075	1.409	1.000	1.000
F.S[p ₅]	9.321	4.285	1.558	1.257	1.000	1.000	1.000
F.S[p ₆]	4.139	2.284	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
F.S[p ₇]	2.452	1.406	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
F.S[p ₈]	1.567	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
F.S[p ₉]	1.076	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
ضریب اطمینان کلی	2.97	2.08	1.36	1.26	1.13	1.004	1.000

نکته دیگری که در این روش قابل ذکر است، تاثیر تعداد و شکل قطعات در نظر گرفته شده برای تشکیل ناحیه گسیختگی است. نواحی (I) و (III) اشاره شده در شکل (۱۰)، چون دچار کرنشهای برشی زیادی نشده و نسبتاً صلب عمل می کنند، لذا

احتیاج چندانی به مدخل شدن با بیشتر از یک قطعه ندارند. اما در ناحیه (II) چون کرنشهای برشی بالایی وجود دارد و شکل این ناحیه نیز به صورت منحنی لگاریتمی - حلزونی فرض شده است، لذا هر چه تعداد قطعات در این ناحیه بیشتر در نظر گرفته شود، دقت جوابها بالاتر خواهد رفت. البته باید در نظر داشت که با افزایش تعداد قطعات حجم محاسبات و در نتیجه مدت زمان اجرای برنامه کامپیوتری نیز بالاتر خواهد رفت. جدول (۲) تاثیر تعداد قطعات در مقدار ظرفیت باربری پی مثال قبلی را نشان می‌دهد.

جدول (۲) تاثیر تعداد قطعات نواحی سه گانه در ظرفیت باربری پی مثال.

N_1	1	1	3	1	1
N_2	5	5	5	10	10
N_3	3	1	1	3	1
$Q_{ult}(\text{ton})$	121.6	120.7	121.7	118.3	118.6

شکل قطعات نیز در این بررسی همانند اغلب روش‌های متعارف قبلی، به صورت مثلثی انتخاب شده است. اما می‌توان با تغییرات اندکی در برنامه کامپیوتری تاثیر تغییر شکل قطعات را نیز بر روی نتایج مورد بررسی قرار داد. همانطور که قبلاً متذکر گردید، نتایج حاصل از این روش به نسبت مقادیر سختی فنرهای عمودی و مماسی (k_n/k_s) بستگی دارد. به‌عنوان نمونه در مثال مورد بحث برای نسبت (E/G) معادل ۲ و ۳ ظرفیت باربری به ترتیب مساوی ۱۲۱/۷۵ و ۱۲۱/۵۵ تن به دست می‌آید. مثالها و نتایج ارائه شده در این مقاله با فرض ($\nu = 0.35$) یا ($E/G = 2/7$) به دست آمده است.

بررسی مقادیر ضرایب ظرفیت باربری (N_γ, N_q, N_c)

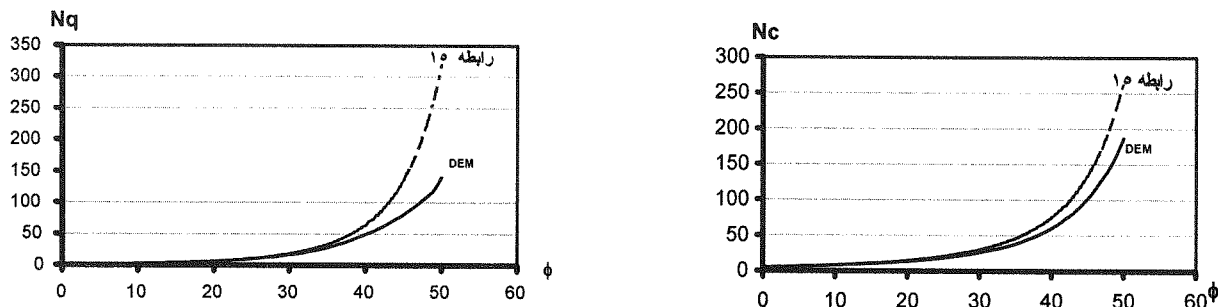
در روشهای متعارف مکانیک خاک، مقادیر (N_c) و (N_q) با استفاده از روابط دقیق ریاضی زیر بدست می‌آیند:

$$N_q = \text{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right) \cdot \exp(\pi \text{tg}\phi) \quad (1-15)$$

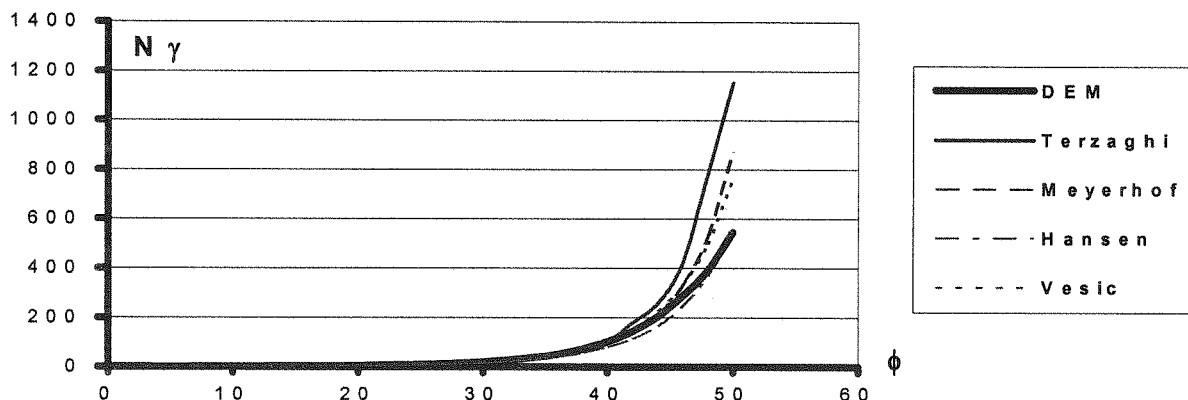
$$N_c = \left(\frac{N_q - 1}{\text{tg}\phi}\right) \quad (2-15)$$

روابط فوق با فرض ($\alpha_1 = \alpha_2 = \pi/4 + \phi/2$)، ($\alpha_3 = \pi/2$)، و ($\alpha_4 = \pi/2 + \phi$) به دست آمده است. اما همانطور که ذکر شد، در روش حاضر هیچگونه قیدی در تعیین این زوایا وجود نداشته و آنها به صورت کاملاً مستقل از هم تغییر می‌کنند تا مقادیر بحرانی مربوطه به دست آیند. این مزیت به خصوص در هنگامی که خاک دارای چسبندگی و اصطکاک به صورت توأم می‌باشد، دقت جوابها را نسبت به روشهای متعارف بالاتر می‌برد. در شکل (۱۲)، مقادیر (N_c) و (N_q) به دست آمده از روابط (۱۵) و مقادیر حاصل از روش (DEM) با یکدیگر مقایسه شده است. برای به دست آوردن (N_c) کفایت وزن مخصوص خاک (γ) را صفر در نظر گرفته و از سربار اطراف پی (q) صرف نظر کنیم. (N_q) را می‌توان با فرض ($\gamma=0$) و ($c=0$) به دست آورده، همچنین برای یافتن (N_γ)، مقادیر (c) و (q) را معادل صفر در نظر می‌گیریم. در این بررسی تعداد قطعات در نواحی سه‌گانه سطح گسیختگی به ترتیب ۱، ۷ و ۱۰ در نظر گرفته شده است.

همچنین ذکر این نکته ضروری است که اگر در این روش، همان زوایای فرض شده در روشهای متعارف (α_1 تا α_4) در نظر گرفته شوند، مقادیر به دست آمده نیز همان مقادیر به دست آمده از روابط (۱۵) خواهند شد. این نکته نیز قابل توجه است که مقدار (N_γ)، دارای بزرگترین محدوده پیشنهادی مقادیر ضرایب ظرفیت باربری می‌باشد. به‌طور مثال برای ($\phi = 40^\circ$) بررسی‌ها نشان می‌دهد که ($192 < N_\gamma < 38$) متغیر است [۹]. در شکل (۱۳)، مقادیر (N_γ) به دست آمده از روش (DEM)، با برخی از مهمترین روشهای متعارف که کاربرد عملی فراوانی نیز دارند، مقایسه شده است.



شکل (۱۲) مقایسه مقادیر N_c و N_q حاصل از روشهای متعارف و DEM.



شکل (۱۳) مقایسه مقادیر N_γ حاصل از روشهای ترزاقی، میرهوف، هانسن و وسیک با روش DEM.

یکی دیگر از مزایای مهم روش اجزای مجزا، نسبت به اغلب روش‌های متعارف قبلی، توانایی در اعمال اکثر شرایط محیطی، مقاومتی و هندسی خاک و پی به صورت همزمان به مساله است. به طور مثال در برآوردهای متعارف ظرفیت باربری پی، در حالتی که خاک دارای چسبندگی (c)، زاویه اصطکاک داخلی (ϕ) و سربار (q) به صورت توأم است، مقادیر (N_q) ، (N_c) و (N_γ) به صورت جداگانه و مستقل (حداقل) به دست آمده و ظرفیت نهایی پی را تابعی از این سه مقدار حداقل فرض می‌کنند:

$$q_{ult} = 0.5B\gamma N_\gamma + qN_q + cN_c \quad (16)$$

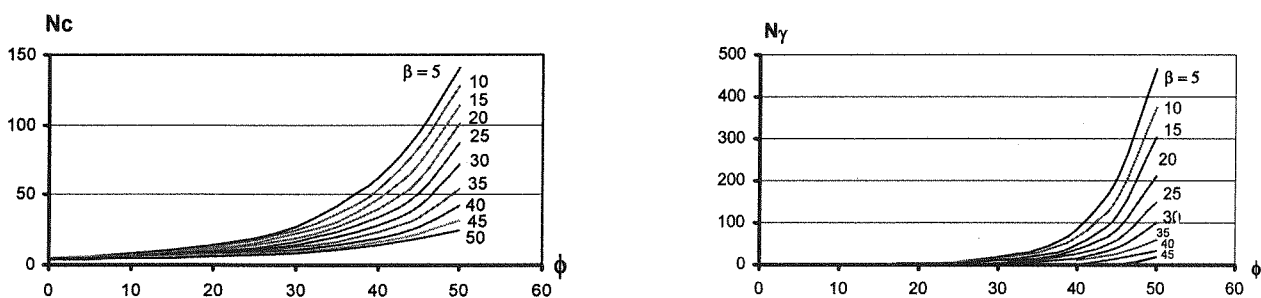
در صورتیکه هندسه سطح گسیختگی در برآورد حداقل مقادیر فوق با یکدیگر متفاوت است. به عبارت دیگر اصل رویهم‌گذاری^{۱۸} در به دست آوردن معادله فوق رعایت نمی‌شود. همچنین در شرایط هندسی پیچیده‌تر، مانند وجود سطح شیبدار، سفره آب زیرزمینی، پی به صورت مایل، بار با خروج از مرکزیت، بار متمایل، بار زلزله و ...، که ضرایب جداگانه‌ای به معادله کلی ظرفیت باربری پی (رابطه ۱۶) اعمال می‌شود، دقت جوابها می‌تواند دچار تغییرات غیر قابل برآوردی گردد. اما در روش (DEM) می‌توان تمام این شرایط را به صورت یکجا به مساله اعمال کرده و سطح گسیختگی بحرانی یکتایی را متناظر با آن به دست آورد.

از مزیت‌های دیگر این روش نسبت به روشهای موسوم به روش قطعات^{۱۹}، عدم در نظر گرفتن فرضیات اضافه برای برابری تعداد معادلات و مجهولات در دستگاه معادلات سیستم می‌باشد. همانطور که می‌دانیم در روش قطعات، به علت بیشتر بودن

تعداد مجهولات از تعداد معادلات تعادل، اصولاً جواب یکتایی برای مساله یافت نمی‌شود و بایستی با تحمیل فرضیات اضافی که مبنای راه حل‌های مختلفی در این روش می‌باشد، دستگاه معادلات سیستم را قابل حل نمود. در صورتیکه در روش (DEM)، اصولاً تعداد معادلات و مجهولات با یکدیگر برابر بوده و لذا یکتایی جواب بدون در نظر گرفتن فرض به‌خصوصی تضمین شده است. ضمن اینکه در این روش تعادل نیروها و لنگرها نیز به طور کامل ارضا می‌شود.

تأثیر شیب شیروانی بر ضرایب ظرفیت باربری پی

در بررسی حاضر، مقادیر (N_c) و (N_γ) ، برای حالتی که پی روی تاج شیروانی قرار دارد (در شکل ۱۰)، نیز محاسبه گردیده است. در این حالت تعداد قطعات در نواحی سه‌گانه اشاره شده، به ترتیب ۱، ۳ و ۱ قطعه در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که در این حالت ناحیه (II) دارای اندازه کوچکتری نسبت به حالت پی روی سطح افقی بوده و لذا این منطقه با تعداد قطعات کمتری مدل شده است. نتایج این بررسی در شکل (۱۴) دیده می‌شود.



شکل (۱۴) مقادیر N_c و N_γ در حالت پی بر روی سطح شیب‌دار.

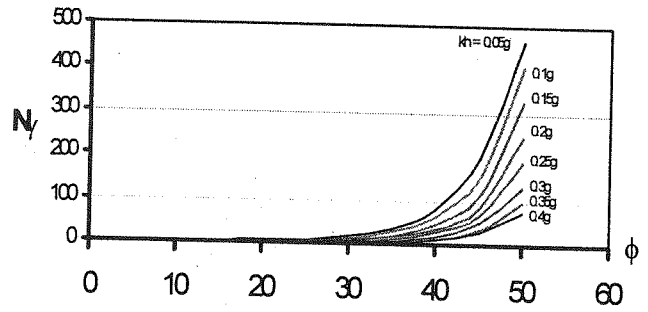
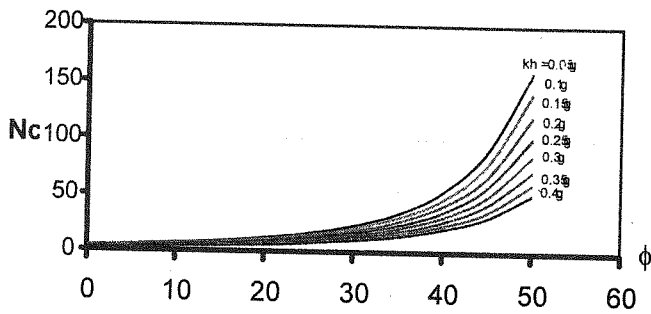
تأثیر زلزله بر ضرایب ظرفیت باربری پی

از روش المانهای مجزا، می‌توان به سادگی در برآورد ظرفیت باربری دینامیکی پی‌ها، به‌صورت شبه استاتیکی استفاده نمود. ضرایب شتاب افقی و قائم زلزله، می‌تواند بر روی جرم خاک، سربار اطراف پی و نیز بار پی وارد شود. در ادامه مثالی از یک پی روی سطح افقی که تحت تاثیر مقادیر مختلف ضرایب شتاب افقی (k_H) زلزله قرار دارد، آورده شده و مقادیر (N_γ) به‌دست آمده با نتایج حاصل از نظریه Richards و همکارانش [۱۰]، در جدول (۳) مقایسه شده است. مفروضات این مثال عبارتند از: وزن مخصوص خاک $1/8 \text{ t/m}^3$ ، چسبندگی صفر، زاویه اصطکاک 30° درجه، ضریب ارتجاعی 30 t/m^2 ، ضریب برشی 111 t/m^2 ، تعداد قطعات در نواحی سه‌گانه به ترتیب ۱، ۵ و ۳ عدد.

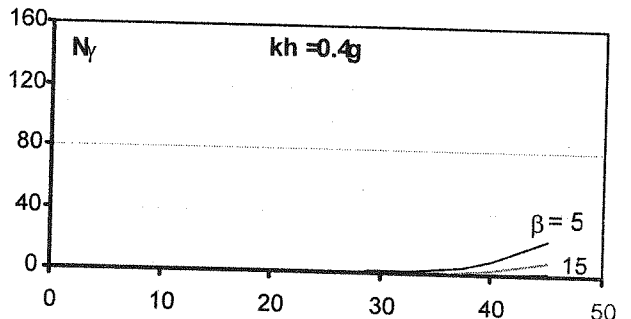
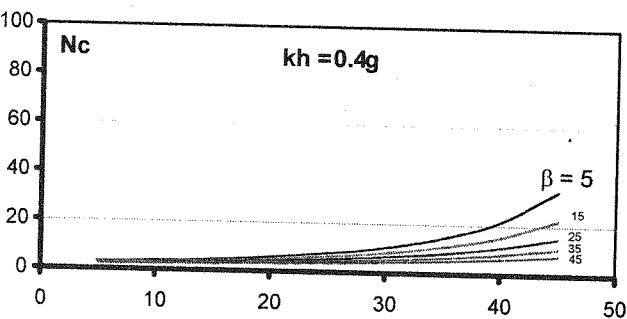
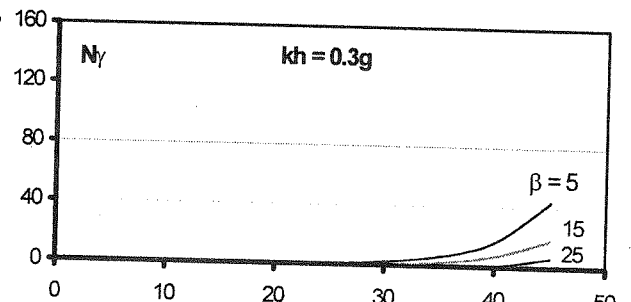
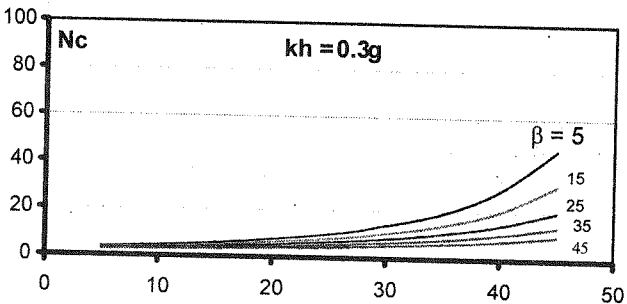
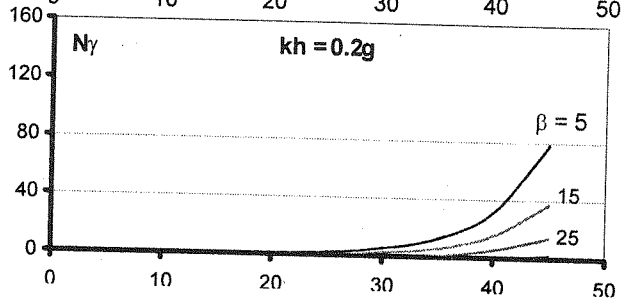
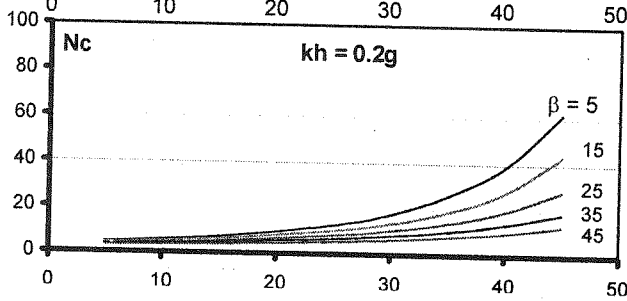
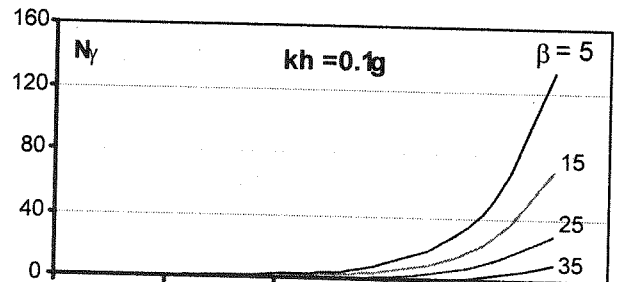
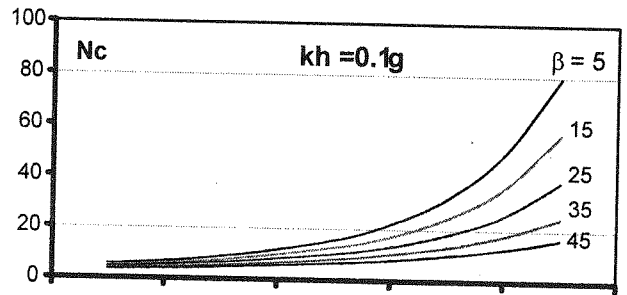
جدول (۳) مقایسه (N_γ) حاصل از مقادیر مختلف ضریب شتاب افقی.

k_H/g	0.087	0.176	0.268	0.364	0.466
N_γ (Richards)	15.34	9.45	5.36	2.61	0.88
N_γ (DEM)	14.20	8.46	4.47	1.99	0.58

شکل (۱۵) نیز نمودارهای مربوط به ضرایب ظرفیت باربری را در حالتی که شتاب زلزله فقط به‌صورت افقی از $0.1g$ تا $0.4g$ متغیر است نشان می‌دهد. تعداد قطعات در نواحی (I)، (II) و (III) به ترتیب ۱، ۷ و ۱ در نظر گرفته شده است. همچنین در شکل (۱۶)، نمودار ضرایب (N_c) و (N_γ) ، برای حالتی که پی روی سطح شیب‌دار قرار داشته و تحت اثر شتاب افقی زلزله می‌باشد، نشان داده شده است. در این حالت نیز تعداد قطعات در نواحی سه‌گانه سطح گسیختگی زیر پی، به ترتیب ۱، ۳ و ۱ فرض شده است.



شکل (۱۵) - تاثیر شتاب افقی زلزله در کاهش ضرایب ظرفیت باربری پی روی سطح افقی



شکل (۱۶) مقادیر N_c و N_y در حالت پی روی سطح شیبدار تحت اثر شتاب افقی زلزله.

جمع بندی

در این بررسی از روش اجزای مجزا (DEM)، در برآورد ظرفیت باربری پی‌های سطحی روی سطح افقی و شیبدار در حالت استاتیکی و شبه استاتیکی، استفاده شده و مقادیر ضرایب ظرفیت باربری پی مربوطه (N_p , N_q , N_c) در قالب نمودارهایی ارائه شده است. مزیت‌های این روش نسبت به روشهای متعارف قبلی عمدتاً عبارت است از:

- رفتار خاک ارتجاعی - خمیری فرض شده است.
- در تعیین سطح گسیختگی پیش فرض خاصی، به غیر از وجود مناطق سه‌گانه انجام نشده است.
- تعادل نیروها و لنگرها به‌طور کامل ارضا می‌شود.
- احتیاج به فرض خاصی برای وجود جواب یکتا در دستگاه معادلات سیستم نمی‌باشد.
- توانایی اعمال اغلب شرایط محیطی، هندسی و مقاومتی خاک و پی به‌طور همزمان و تعیین یک سطح گسیختگی بحرانی متناظر با آن وجود دارد.
- گسیختگی پیش‌رونده با این روش قابل مشاهده است.
- مفروضات اضافی اولیه در این روش، فقط مقادیر ضریب ارتجاعی و برشی خاک بوده، لذا برای مقاصد مهندسی در عمل مفید می‌باشد

تشکر و قدردانی

این مقاله مستخرج از طرح پژوهشی بررسی ظرفیت باربری استاتیکی و دینامیکی پی به شماره (۶۱۴/۱/۴۲۱) می‌باشد که با حمایت مالی معاونت پژوهشی دانشگاه تهران انجام شده است.

زیر نویس‌ها

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 1-Bearing Capacity | 11-Overall Factor of Safety |
| 2-Limit Equilibrium | 12-Iteration |
| 3-Limit Analysis | 13-Newton-Raphson Iteration Scheme |
| 4-Finite Element Method | 14-Progressive Failure |
| 5-Discrete (Distinct) Element Method | 15-Logarithmic-Spiral |
| 6-Winkler Spring | 16-Bearing Capacity Analysis Program |
| 7-Elastic-Plastic | 17-Rigid-Plastic |
| 8-Secant Stiffness Method | 18-Superposition |
| 9-Softening | 19-Slices Method |
| 10-Residual Shear Strength | |

مراجع

- [1] Terzaghi, K. (1943). Theoretical Soil Mechanics, Wiley, New York.
- [2] Meyerhof, G. G. (1963). "Some Recent Research on the Bearing Capacity of Foundations", Canadian Geotechnical Journal, Vol. 1, No. 1, pp. 16-26.
- [3] Hansen, J.B. (1970). "A Revised and Extended Formula for Bearing Capacity", Danish Geotechnical Institute Bulletin, No. 28, Denmark.
- [4] Vesic, A.S. (1973). "Analysis of Ultimate Loads of Shallow Foundations", Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, American Society of Civil Engineers, Vol. 99, No. SM1, pp. 45-73.
- [5] Chang, C.S. (1992). "Discrete Element Method for Slope Stability Analysis", Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 118, No. 12, pp. 1889-1905.
- [6] Chang, C.S. (1994). "Discrete Element Analysis For Active And Passive Pressure Distribution on Retaining Wall", Computers and Geotechnics, Vol. 16, pp. 291-310.
- [7] Chang, C.S. (1991). "Discrete Element Method for Bearing Capacity Analysis", Computers and Geotechnics, Vol. 12, pp. 273-288.
- [8] Bathe, K.J. (1982). Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hill, Englewood Cliffs, New Jersey.
- [9] Bowels, J.E. (1996). Foundation Analysis and Design, McGraw-Hill, 5th Edition, pp. 222.
- [10] Richards, Jr., Elms, D.G., Budhu, M. (1993). "Seismic Bearing Capacity and Settlement of Foundations", Journal of Geotechnical Engineering, vol 119, No. 4.