

# مطالعه پایداری غیر خطی سقفهای پوسته ای بزرگ دهانه بتن مسلح تحت بار گذاری ثقلی

حسین نقئی  
دانشجوی کارشناسی ارشد

محمد زمان کبیر  
استادیار

دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

## چکیده

در این مقاله نتایج حاصل از بررسی کمانش غیر خطی قوسها و پوسته‌های استوانه‌ای بتن مسلح، در دو حالت «ارتجاعی» و «غیر ارتجاعی» ارائه شده است. برای این منظور ابتدا محاسبات تحلیلی ریاضی بر اساس اصل حد اقل انرژی پتانسیل، با استفاده از مدل‌های یک درجه آزادی و دو درجه آزادی انجام شده و سپس مدل‌سازیها و تحلیلهای اجزا محدود به کمک نرم افزار صورت گرفته است.

دسته‌بندی قوسها و پوسته‌ها به دو گروه «مرتفع» و «نیمه مرتفع» و لزوم بررسی کمانش ارتجاعی غیر خطی در قوسها و پوسته‌های بتن مسلح کم ارتفاع از نتایج اصلی این تحقیق می‌باشد نرم افزار مورد استفاده در مدل‌سازی‌های لازم در این تحقیق ANSYS 5.4 بوده، که با داشتن المانهای متعدد و روشهای مختلف تحلیل، بررسی توزیع توابع گوناگون در محیطهای مختلف مادی با آن امکان پذیر است. بخش سازه ای نرم افزار قابلیت‌های ویژه‌ای جهت بررسی رفتار سازه‌ای مختلف از جمله پوسته‌ها دارد.

در این تحقیق جهت بررسی کمانش ارتجاعی غیر خطی پوسته‌ها و قوسهای بتن مسلح به ترتیب از المانهای SHELL 63 و BEAM3 استفاده شده، و بررسیهای لازم در خصوص تأثیر پارامترهای مختلف - نظیر «نسبت خیز به دهانه» و «ضخامت» - در رفتار پس از کمانش این نوع سازه‌ها به عمل آمده است. سپس چند نمونه از قوسهای مورد بررسی در حالت ارتجاعی، مجدداً به کمک المان SOLID 65، که یک المان ویژه مصالح بتن مسلح می‌باشد، مدل‌سازی شده و با استفاده از قابلیت‌های خاص این المان (ترک خوردگی کششی و خرد شدگی فشاری) عملکرد واقعی قوسهای بتن مسلح در حین کمانش غیر ارتجاعی مورد بررسی قرار گرفته است. جهت مدل‌سازی آرماتورهای فولادی داخل بتن از المانهای کمکی میله‌ای LINK 8 استفاده شده و با معرفی تنش تسلیم ( $\sigma_y$ ) و مدول مماسی ( $E_t$ ) رفتار غیر خطی مصالح فولاد تخمین زده شده است. در پایان مقایسه‌ای بین رفتار کمانشی قوسهای مرتفع و نیمه مرتفع صورت گرفته و اهمیت بررسی کمانش ارتجاعی غیر خطی در قوسها و پوسته‌های کم ارتفاع مورد بحث واقع شده است.

## Non-linear Stability Study of Large Span Concrete Roofs Subjected to Gravity Loads

M. Z. Kabir  
Assistant Professor

H. Naghaee  
MS.c Student

Department of civil Engineering,  
Amirkabir University of Technology

### Abstract

*The non-linear buckling of arches and cylindrical concrete shells are investigated in both elastic and inelastic material properties in current study. For this purpose, the mathematical solution of*

system with one degree and two degrees of freedom are presented.

The arches and shells are divided into two groups, deep and shallow and the geometrical non-linearity in stability analysis is one of the major theme of the presented work for higher order degrees of freedom, the numerical models are made in ANSYS environment. The analysis was performed in 2-D and 3-D with beam, shell and solid elements for concrete. The steel reinforcement is also taken as separate element and is modeled as link element. Both geometrical and material non-linearity due to stability analysis, cracks and crushing of concrete are included in analysis. The extent parametric study shows the importance of some geometrical terms on load carrying capacity of arches structures. Also, the stress relaxation of concrete cracking on buckling load is measured.

## مقدمه

معمولاً در طراحی سازه‌های بتن مسلح، بدلیل ضعف بتن در کشش، اهمیت چندانی به کمانش ارتجاعی داده نمی‌شود. لیکن در برخی از این سازه‌ها، نظیر پوسته‌ها و قوسهای کم انحنا، ممکن است قبل از رسیدن تنشهای کششی به حد ترک خوردگی بتن، کمانش ارتجاعی ایجاد گردد. از اینرو توجه به مسأله کمانش ارتجاعی در این قبیل سازه‌ها اهمیت فراوان دارد. بدلیل تنوع پارامترهای دخیل در رفتار پس از کمانش سازه‌ها و متفاوت بودن سازه‌های گوناگون از این حیث، محققین این امر نیز قابل دسته‌بندی می‌باشند. برخی از ایشان مانند H.Matsunaga (1989) عمدتاً به بررسی تغییر شکل‌های بزرگ در ناحیه ارتجاعی پرداخته و با استفاده از روش گالرکین مسائلی با هندسه غیر خطی مورد آنالیز قرار داده‌اند. آقای Matsunaga (1991) با تحقیق در شرایط گنبد، مدل‌های متنوعی را از نظر شکل هندسی و منحنی مصالح مورد بررسی قرار داده و روند تغییر شکل سازه را در قبال بارگذاری در تمام مدت پس از کمانش تا رسیدن به یک حالت پایدار مطالعه نموده است. لیکن در مقاله‌های وی اشاره چندانی به موضوع غیر خطی مادی نشده است. وی بطور عمده قوسهای نسبتاً تخت و متشکل از مصالح ارتجاعی را مورد بررسی قرار داده و بالطبع بدون بحث در مورد شکست مصالح و یا حتی تغییر شکل‌های خمیری به نتایج ارزشمندی دست یافته است.

D. Bushnell (1973) رفتار غیر خطی گنبد‌های کروی را در فاصله کمانش تا تخریب سازه مورد بررسی دقیق قرار داده است. وی مطالعات ارزشمندی در خصوص کمانش متقارن و نامتقارن گنبد‌ها انجام داده و پس از سالها تحقیق، آزمایش و مقایسه نتایج تئوری با عملی در سال ۱۹۷۶ برنامه کامپیوتری به نام BOSORS ارائه نموده که به آن می‌توان کمانش ارتجاعی - خمیری پوسته‌ها را با وجود تغییر شکل‌های بزرگ و ویژگی‌های خاص مصالح از قبیل خزش و ترک مورد بررسی قرار داد. خصوصیات اخیر در مورد پوسته‌های بتن آرمه کارایی قابل ملاحظه‌ای و منجر به جواب‌های نزدیک به واقعیت میگردد. استفاده دکتر مهدی زرقامی از این نرم افزار در مقاله تحقیقی ایشان به سال ۱۹۸۳ در مجله سازه‌های انجمن بتن آمریکا که به بررسی مقاومت کمانشی گنبد‌های بتنی با حلقه‌های لبه‌ای متشکل از بتن پیش تنیده پرداخته - دلیلی بر این مدعی می‌باشد. در مقاله مذکور تاثیر خزش، تغییر شکل‌های بزرگ، مصالح غیر خطی و سایر شرایط هندسی یخاس لبه‌ای بر رفتار سازه در حین کمانش مورد بررسی واقع گردیده است.

از دیگر افرادی که در خصوص کمانش پوسته‌های بتن آرمه با خصوصیات ویژه مصالح آنها تحقیق نموده‌اند می‌توان به آقای Alex C. Scordelis (1981) اشاره نمود.

در مورد مصالح غیر خطی اغلب تحقیقات طی دهه‌های ۷۰ و ۸۰ انجام شده و این در حالی است که بحث غیر خطی هندسی هنوز در دنیا طرفداران زیادی دارد. یکی از دلایل این امر رواج گنبد‌های نسبتاً تخت و اهمیت هندسی غیر خطی در این سازه‌ها و متقابلاً کم اهمیت بودن مصالح غیر خطی در بحث کمانش می‌باشد. در این نوع سازه‌ها معمولاً می‌توان هندسه گنبد را طوری طرح کرد که حتی پس از گذر سازه از مرز کمانش نیز تا مدتی مصالح به حد گسیختگی و یا حتی خمیری نرسد. شاید یکی از دلایل رواج یکباره این بحث در طی دو دهه اخیر، رشد غیر منتظره کامپیوترهای الکترونیکی از نظر سرعت پردازش و ظرفیت حافظه باشد. چرا که برای حل عددی مسائل حاوی تغییر شکل‌های بزرگ به دلیل کثرت معادلات، ابزار سریع و قدرتمند لازم است. شکی نیست که یکی از مشکلات موجود در دهه‌های ۷۰ و ۸۰ برای حل مسائل فوق الذکر عدم کارایی مناسب روش نیوتن - رافسون در حل معادلات بوده که با توجه به نبودن روش مناسب‌تر در این خصوص، جوابها با صرف وقت انرژی زیاد به دست می‌آمده و بعضاً دور از واقع بوده‌اند.

در سال ۱۹۸۳ مقاله‌ای توسط آقای M.P.Crisfield به چاپ رسیده است که در آن یک روش سریع اصلاح شده نیوتن - رافسون برای حل معادلات از طریق تکرار (سعی و خطا) ارائه گردیده بود. از آن پس روش مذکور توسط محققین مورد استفاده قرار گرفت و مزیت آن بر روش ابتدایی نیوتن - رافسون آشکار گردید. یکی از موارد اختلاف آشکار بین این دو روش از نظر سرعت همگرایی و دقت در نتایج، تحلیل مسائل پس کمانشی با استفاده از روشهای طول - قوس می‌باشد. در راهنمای نرم افزار MCS-NASTRAN متعلق به ناسا که احتمالاً قدرتمندترین نرم افزار تحلیل سازه‌ها در حال حاضر می‌باشد. مقایسه دقیقی بین روشهای Crisfield, Newton, Raphson انجام یافته و با حل مثالهای عملی، برتری روش اصلاح شده به اثبات رسیده است. در ادامه توضیحات کاملتری در این خصوص ارائه خواهد شد. و اما متأسفانه نرم افزار فوق الذکر هنوز در دسترس عموم قرار نگرفته و در حال حاضر تنها، شرکتهای بزرگ با خرید این نرم افزار و نصب روی ابر کامپیوترها، از آن در راستای طراحی‌ها و فعالیتهای تحقیقاتی خود استفاده می‌نمایند. نرم افزار مورد استفاده در این پایان نامه ANSYS 5.4 می‌باشد که در آن امکان استفاده از روشهای Arc-Length وجود داشته و این ویژگی تحلیل کمانش غیر خطی هندسی، مسائل حاوی تغییر شکلهای بزرگ را با دقت مناسب، میسر می‌سازد.

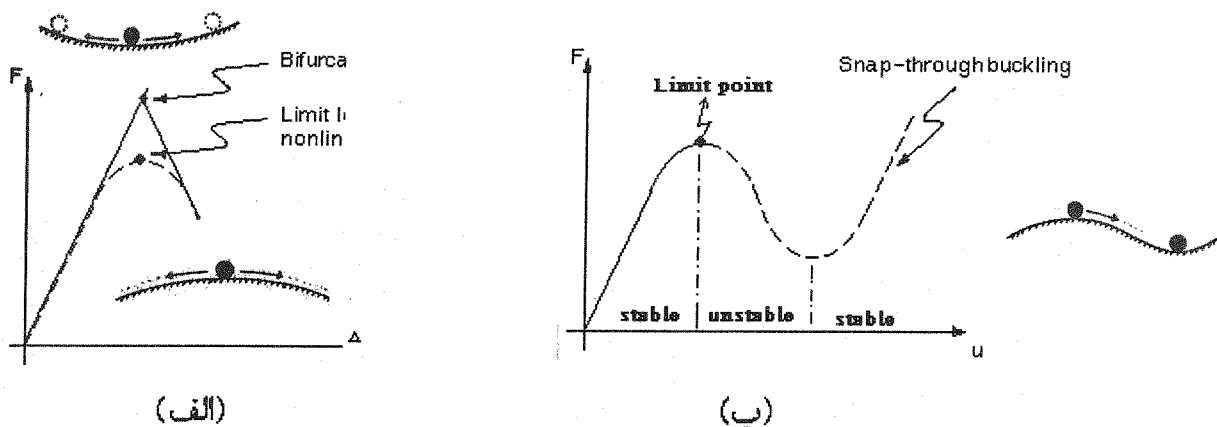
در این تحقیق بطور خاص، قوسها و پوسته‌های بتنی با نسبتهای کوچک «ارتفاع به دهانه» تحت بارگذاری ثقلی مختلف، مورد بررسی قرار گرفته و سعی بر یافتن معیارهایی جهت طراحی در قبال مسأله کمانش غیر خطی بوده است. منظور از کمانش غیر خطی در این تحقیق، وقوع تغییر شکلهای بزرگ در طی کمانش سازه می‌باشد که هم در ناحیه ارتجاعی و هم در ناحیه غیر ارتجاعی مصالح مورد بررسی واقع شده است.

## ۱- اصول و مبانی تغییر شکلهای بزرگ در پایداری سازه های ارتجاعی

پایداری سازه‌ها را تحت بارگذاری فشاری می‌توان در دو گروه کلی دسته‌بندی کرد:

الف - سازه‌هایی که ناپایداری آنها با یک نقطه دو گانگی تعادل بیان می‌شود. حالت خاصی از این دسته در شکل (۱-الف) نشان داده شده است.

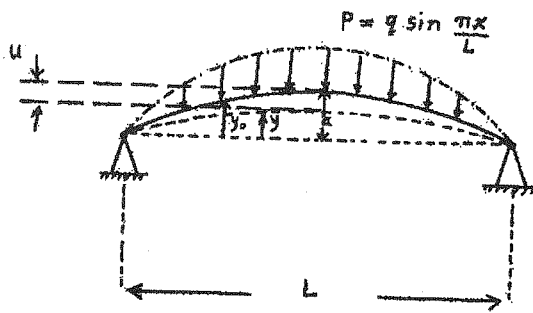
ب - سازه‌هایی که بواسطه رسیدن به یک بار حدی (بیشینه نسبی) ناپایدار می‌گردند. ولی با ادامه بارگذاری در نقطه دیگری به تعادل می‌رسند (شکل ۱-ب).



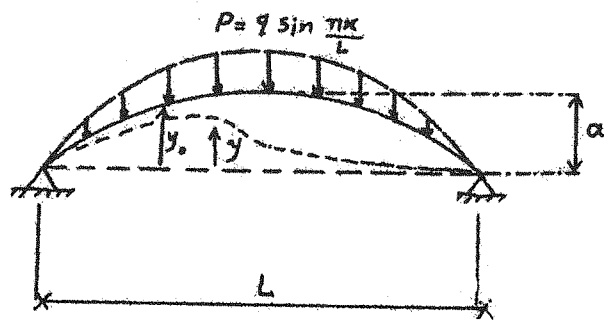
شکل (۱) مسیرهای تعادلی در پدیده کمانش.

### ۱-۱- بررسی کمانش ارتجاعی غیر خطی هندسی سازه‌ها با استفاده از اصل حداقل انرژی پتانسیل

به عنوان یک مسأله کلی، یک تیر قوسی با تکیه گاههای مفصلی، تحت بارگذاری ثقلی با توزیع سینوسی مطابق شکل (۲) در نظر گرفته می‌شود.



(الف-۲)



(ب-۲)

شکل (۲) کمانش قوس دو سر مفصل تحت بار ثقلی.

در حالت (الف) که از مدل یک درجه آزادی استفاده شده، معادله شکل قوس پس از تغییرشکل (u) بصورت رابطه (۱) تخمین زده می‌شود:

$$(y_0 - y) = u \cdot \sin \frac{\pi x}{L} \Rightarrow y = (a - u) \sin \frac{\pi x}{L} \quad (1)$$

با توجه به فشاری بودن عضو مورد بررسی در تمام مدت بارگذاری (قبل از کمانش) می‌توان از رابطه مربوط به انرژی کرنشی فشاری ستونها کمک گرفت:

$$\left. \begin{aligned} \text{میزان کاهش طول در اثر فشار} \\ e = \frac{1}{2} \int_0^L \left[ \left( \frac{dy_0}{dx} \right)^2 - \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right] dx \\ \text{از طرفی از مقاومت مصالح داریم} \\ e = \frac{HL}{AE} \end{aligned} \right\} \Rightarrow U_A = \frac{1}{2} He = \frac{1}{2} \frac{AE}{L} e^2 \quad (2)$$

در روابط فوق مقدار فشار محوری و A سطح مقطع عضو می‌باشد. بروش مشابه، انرژی کرنشی خمشی به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$U_B = \frac{EI}{2} \int_0^L \left[ \frac{d^2(y_0 - y)}{dx^2} \right] dx \quad (3)$$

انرژی کرنشی کل سیستم پس از جایگذاری مقادیر y و y<sub>0</sub> و ساده کردن روابط، بصورت رابطه (۴) محاسبه می‌شود:

$$U_A + U_B = \frac{1}{32} \frac{AE}{L^3} \pi^3 (4a^2 u^2 - 4au^3 + u^4) + \frac{EI}{4} \frac{\pi^4}{L^3} u^2 \quad (4)$$

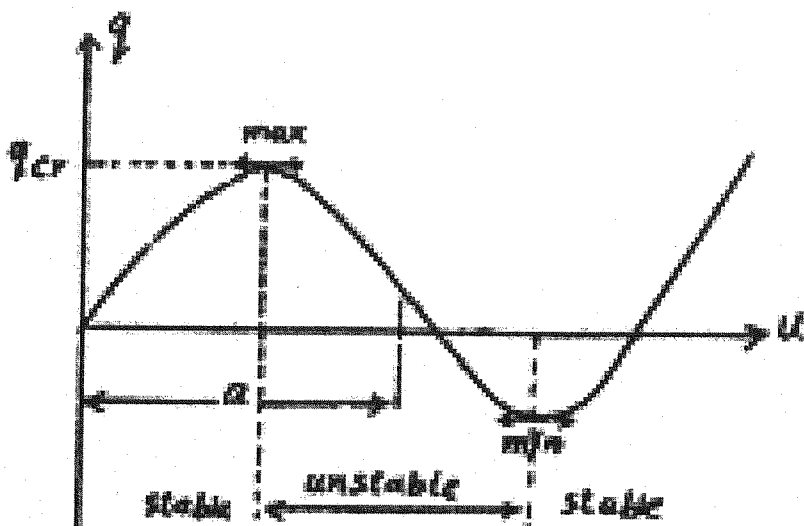
$$\text{کار انجام شده توسط بار} \quad w = \int_0^L q \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \cdot u \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) dx = q \cdot u \cdot \frac{L}{2} \quad (5)$$

$$\text{انرژی پتانسیل کل} \quad V = (U_A + U_B) - W \quad (6)$$

برای یافتن محل وقوع کمانش می‌توان از انرژی پتانسیل نسبت به پارامتر جابجایی مشتق گرفت و مساوی صفر قرار داد. در این صورت مسیر تعادلی سازه (معادله تغییرات بارگذاری نسبت به جابجایی) به صورت رابطه (۷) خواهد بود:

$$\frac{\partial V}{\partial U} = \dots = 0 \Rightarrow q = \frac{\pi^4}{L^4} \left\{ \left( \frac{1}{2} AE a^2 + EI \right) u - \frac{3}{4} AE a u^2 + \frac{1}{4} AE u^3 \right\} \quad (7)$$

همانطور که در شکل (۳) مشاهده می‌شود با رسیدن بار به یک مقدار بحرانی، کمانش آغاز می‌شود ولی برخلاف ستونها، پس از کمانش، سازه از بار بری ساقط نمی‌گردد. بلکه پس از عبور کردن از حالت افقی و رسیدن به شکل مقعر مجدداً قادر به باربری (در حالت کششی) خواهد بود.



شکل (۳) رفتار پس از کمانش قوسهای کم ارتفاع دو سر مفصل تحت بار ثقیلی.

نقاط اکسترمم منحنی شکل (۳) از مساوی صفر قرار دادن مشتق دوم انرژی پتانسیل نسبت به پارامتر تغییر شکل بدست می‌آید و با تعیین علامت مشتق دوم، محدوده‌های پایداری و ناپایداری سازه تعیین خواهد شد:

$$u = a \left[ 1 \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - 4 \frac{I}{Aa}} \right] \quad (8)$$

با جایگذاری مقادیر  $u$  بدست آمده در رابطه (۷) مقدار بار نظیر هر یک از نقاط اکسترمم قابل محاسبه است. تئوری مورد استفاده در بررسی فوق (مدل یک درجه آزادی) برای قوسهای کم ارتفاع پاسخ مناسب می‌دهد، چرا که رفتار کمانشی این قبیل قوسها بطور متقارن بوده و استفاده از مدل متقارن (یک درجه آزادی) در مورد آنها معقول می‌باشد. ولی در قوسهای مرتفع به دلیل تأثیر مودهای نامتقارن بهتر است از درجات آزادی بالاتر استفاده شود. به عنوان نمونه روابط مربوط به مدل دو درجه آزادی (شکل ۲ - ب) بصورت ذیل بیان می‌شود:

$$y_0 = a \sin \frac{\pi x}{L}$$

$$(y_0 - y) = u_1 \sin \frac{\pi x}{L} + u_2 \sin \frac{2\pi x}{L} \quad (9)$$

مشابه روش مورد استفاده در حالت قبل (یک درجه آزادی) در این حالت نیز یکبار رفته و پس از ساده سازیهای مقتضی، انرژی پتانسیل کل سیستم بصورت ذیل حاصل می‌گردد:

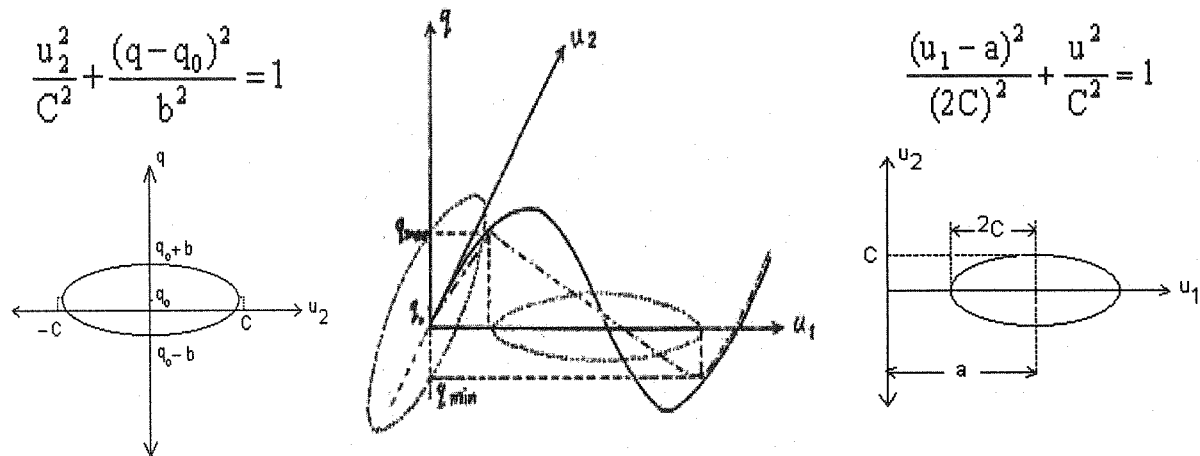
$$U_A = \frac{1}{2} H e = \frac{1}{2} \frac{A E}{4} e^2 = \frac{1}{32} \frac{A E}{L^3} \pi^4 [2a u_1 - u_1^2 - 4u_2^2] \quad (10)$$

$$U_B = \frac{E I}{2} \int_0^L \left[ \frac{d^2(y_0 - y)}{dx^2} \right]^2 dx = \dots = \frac{E I \pi^4}{4 L^3} [u_1^2 + 16u_2^2] \quad (11)$$

$$W = \int_0^L q \sin \frac{\pi x}{L} (u_1 \sin \frac{\pi x}{L} + u_2 \sin \frac{2\pi x}{L}) dx = q u_1 \frac{L}{2} \quad (12)$$

$$V = U_A + U_B - W = \dots \quad (13)$$

با مشتق‌گیری جزئی، از انرژی پتانسیل نسبت به پارامترهای تغییر مکان و مساوی صفر قرار دادن آنها نقاط تعادل بدست آمده، و پس از تعیین علامت مشتقهای دوم، دو محدوده ناپایداری - که هر یک بصورت معادله یک بیضی می‌باشند، حاصل می‌شود با اعمال محدوده‌های ناپایداری مذکور به معادله مسیر تعادلی سازه - بدست آمده از مدل یک درجه آزادی (۹) - منحنی اصلاح شده مسیر تعادلی بصورت شکل (۴) حاصل خواهد شد.



شکل (۴) استفاده از مدل دو درجه آزادی جهت اصلاح مسیر تعادلی بدست آمده از مدل یک درجه آزادی در تحلیل کماتش قوسهای دو سر مفصل تحت بار ثقلی.

حل مسائل با نسبتهای مختلف خیز به دهانه نشان می‌دهد که هر چه قوس مرتفعتر باشد، محدودیتهای اعمالی از جانب بیضی‌های ناپایداری در مدل دو درجه آزادی در کاهش نقاط اکسترمم منحنی بدست آمده از مدل یک درجه آزادی مؤثرتر واقع شده و لزوم استفاده از درجات آزادی بالاتر، بیشتر خواهد شد.

## ۲- مدلسازی و تحلیل کامپیوتری

بررسی‌های انجام شده در این تحقیق در خصوص کماتش غیر خطی بوده که در دو حالت «ارتجاعی» و «غیر ارتجاعی» انجام گردیده است. در نرم افزار مورد استفاده (ANSYS 5.4) برای هر یک از حالات نامبرده المانهای ویژه‌ای تعبیه گردیده که باختصار معرفی می‌شوند:

المان **SHELL 63** یک المان چهار گرهی بوده و در عین سادگی نسبت به المانهای مشابه، همه قابلیت‌های لازم جهت تحلیل ارتجاعی غیر خطی پوسته‌های متشکل از مصالح همگن و همسان را دارا می‌باشد. هر یک از گره‌های این المان دارای ۶ درجه آزادی بوده و قابلیت ایجاد تغییر شکل‌های بزرگ را دارد.

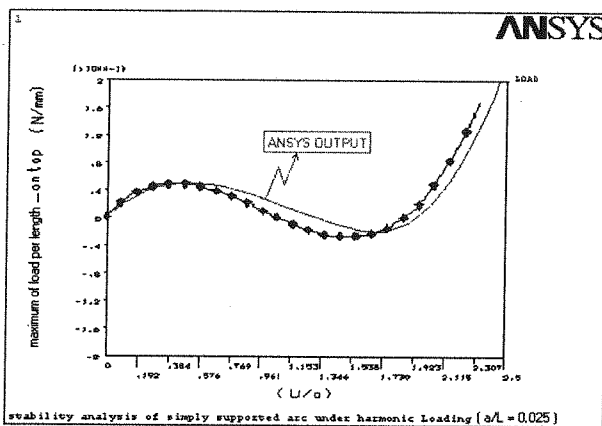
المان **BEAM 3** یک المان دو گرهی تیری با قابلیت‌های کششی، فشاری و خمشی می‌باشد. هر یک از گره‌های این المان دارای ۳ درجه آزادی (در صفحه) بوده و این درجات برای تحلیل قوس تیری کافی است. لذا تحلیل مسائل با این المان ضمن تأمین اهداف مورد نظر (بررسی کماتش غیر خطی هندسی قوسها) از سرعت قابل ملاحظه‌ای برخوردار می‌باشد. بنابراین بخش عمده‌ای از پارامتری سازیهای لازم در این تحقیق با استفاده از المان مذکور انجام یافته است.

المان **SOLID 65** یک المان هشت گرهی برای مدلسازی محیط‌های جامد سه بعدی - با میله‌های مسلح کننده و یا بدون آن - می‌باشد. بنا براین برای مدلسازی سازه‌های بتن مسلح می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. هر یک از گره‌های این المان دارای سه درجه آزادی انتقالی است و به لحاظ استفاده از توابع شکلی غیر خطی، از دقت نسبتاً خوبی برخوردار بوده و جهت تحلیل کماتش غیر خطی مناسب می‌باشد. قابلیت‌های ویژه این المان در بیان خواص غیر خطی مادی هویدا می‌شود. به عنوان مثال در مصالح بتن قابلیت ترک خوردگی در سه جهت متعامد، خرد شدگی در اثر فشار زیاد، تغییر شکل خمیری و

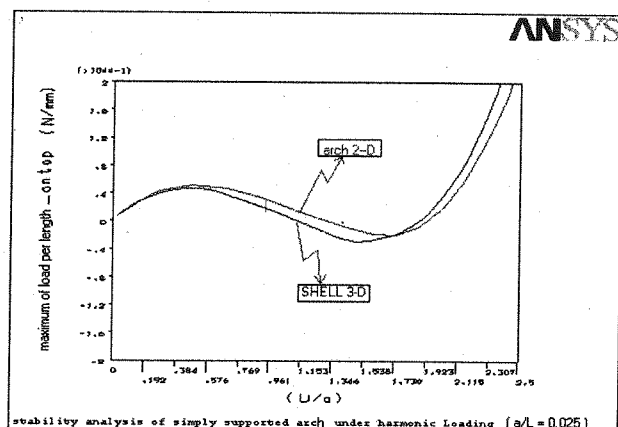
خزش وجود دارد که همه این موارد با استفاده از المان مذکور قابل بررسی می‌باشد. مشکل عمده پیش آمده در تحلیل سازه‌های مورد بررسی به کمک این المان، گسترش ترکهای کششی ایجاد شده در بتن به داخل آرماتورهای مسلح کننده (در تحلیل کمانش غیر خطی) و نهایتاً شکست زود هنگام سازه بوده که با استفاده از المانهای کمکی 8 LINK مشکل مذکور مرتفع شده است. المان 8 LINK یک المان میله‌ای دو گرهی برای مدلسازی اعضای تحت کشش یا فشار می‌باشد. هر یک از گرههای این المان دارای سه درجه آزادی انتقالی است و بمنظور مدلسازی آرماتورهای مسلح کننده بتن مورد استفاده قرار گرفته است. قابلیت تعریف خصوصیات خمیری مصالح در این المان موجب سهولت و دقت در مدلسازی رفتار خمیری فولاد مسلح کننده بوده است.

## ۱-۲- بررسی پارامتریک عددی رفتار کمانشی ارتجاعی قوسها تحت بارگذاری ثقلی

پس از تحلیل یک پوسته استوانه‌ای با المان پوسته‌ای SHELL63 و مقایسه نتایج با تحلیل مشابه به کمک المان BEAM 3 و همچنین مقایسه با نتایج تحلیل ریاضی، جهت حصول اطمینان از صحت روش مدلسازی و تحلیل که گرافهای مربوط در شکل‌های (۵ و ۶) مشهود می‌باشد مطالعات پارامتریک به شرح ذیل انجام گردیده است.



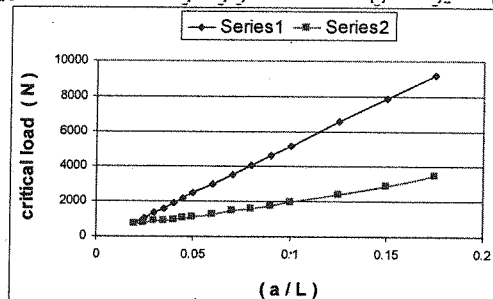
شکل (۶) تحلیل ریاضی کمانش قوس دو سر مفصلی تحت بار گذاری ثقلی با توزیع سینوسی و مقایسه با خروجی ANSYS.



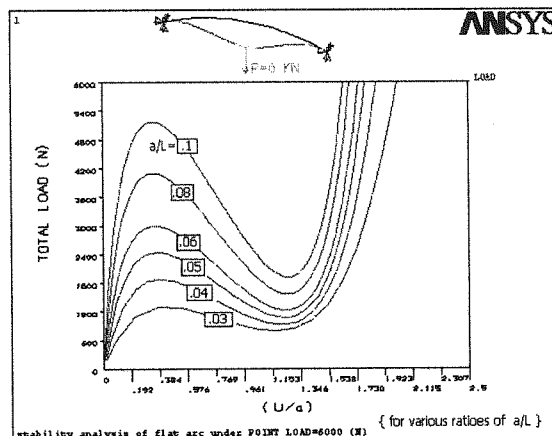
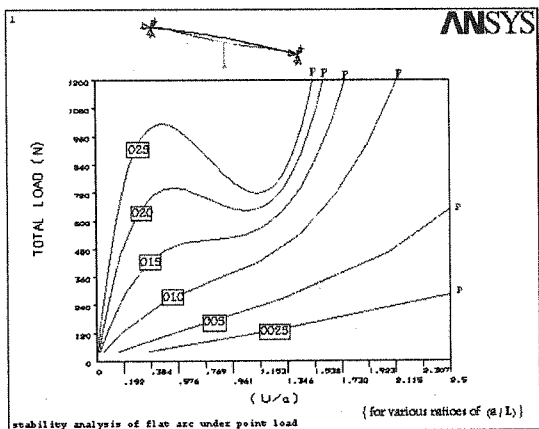
شکل (۵) تحلیل مفصلی و پوسته استوانه‌ای متناظر آن تحت بار ثقلی با توزیع سینوسی.

بمنظور مقایسه رفتار کمانشی قوسهای مرتفع و کم ارتفاع، چند نمونه مسأله با یکدیگر مقایسه شده است. شکل (۷) مقایسه نقاط اکسترمم منحنی مسیر تعادل (بار تغییر شکل) را برای قوسهای دو سر گیر دار با نسبتهای مختلف «خیز به دهانه»  $(a/L)$  تحت بار گذاری ثقلی متمرکز در وسط دهانه نشان می‌دهد بررسی‌های انجام شده نشان می‌دهد که با تغییر نحوه توزیع بار و شرایط تکیه گاهی نیز کماکان رشد بار نظیر کمانش نسبت به افزایش نسبت  $(a/L)$  بصورت افزایشی و نحوه افزایش آن خطی خواهد بود. و اما در قوسهای کم ارتفاع، همانطور که در شکل (۸) نمایش داده شده است، علاوه بر پایین بودن بار منجر به کمانش، نوع رفتار پس از کمانش نیز با قوسهای مرتفع متفاوت است. بطوریکه با کاهش  $(a/L)$  از فاصله نقاط اکسترمم در منحنی مسیر تعادل، کاسته شده و رفتار صفحات تحت شیب می‌گردد.

Series 1 =	qmax (buckling)
Series 2 =	qmin (snap back)



شکل (۷) تاثیر نسبت خیز به دهانه قوس در نقاط اکسترمم منحنی «بار- تغییر شکل».

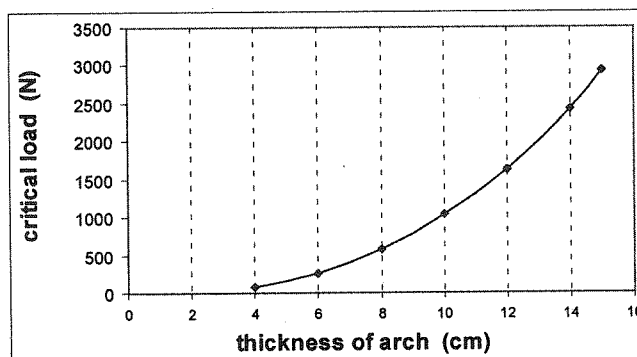


(ب) قوسهای کم عمق

(الف) قوسهای عمیق (مرتفع)

شکل (۸) منحنی‌های «بار- تغییر شکل» مربوط به کمانش قوسهای دو سر گیردار تحت بار متمرکز در وسط دهانه.

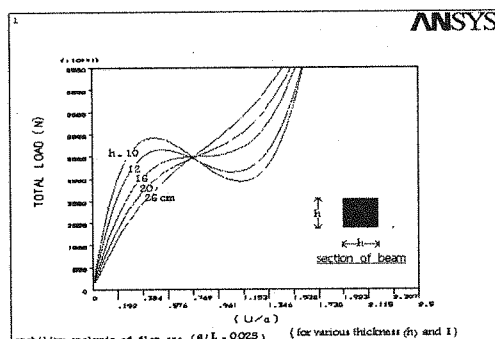
مشابه بررسیهای فوق در خصوص تأثیر ضخامت قوس بر بار منجر به کمانش ارتجاعی تحت بار متمرکز ثقلی انجام گردیده و مقایسه نتایج بصورت منحنی شکل (۹) نمایش داده شده است و همانطور که در شکل مشاهده می‌شود تغییرات بار نظیر کمانش نسبت به افزایش ضخامت قوس، بصورت افزایشی و روند تغییرات آن تصاعدی است.



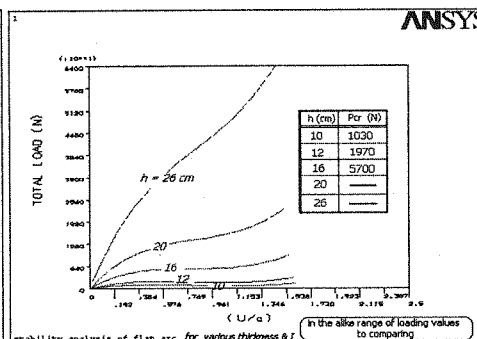
شکل (۹) تأثیر ضخامت، در مقاومت کمانشی قوسهای کم انحنا تحت بار ثقلی متمرکز.

چند نمونه از منحنی‌های «بار - تغییر شکل» در شکل (۱۰ - الف) نشان داده شده است که جهت مقایسه نوع رفتار پس از کمانش، همان منحنی‌ها بصورت کالیبره شده (بدون توجه به بار منجر به کمانش) در شکل (۱۰ - ب) ترسیم گردیده‌اند. نتیجه حاصل از مقایسه این منحنی‌ها به صورت یک جمله قابل بیان می‌باشد.

«هرچه ضخامت قوس بالاتر رود بار منجر به کمانش افزون گشته، لیکن از شدت رفتار Snap through کاسته می‌شود.» به عبارت دیگر با افزایش ضخامت قوس رفتار کمانشی آن شبیه به رفتار صفحات مسطح می‌گردد.



(ب)

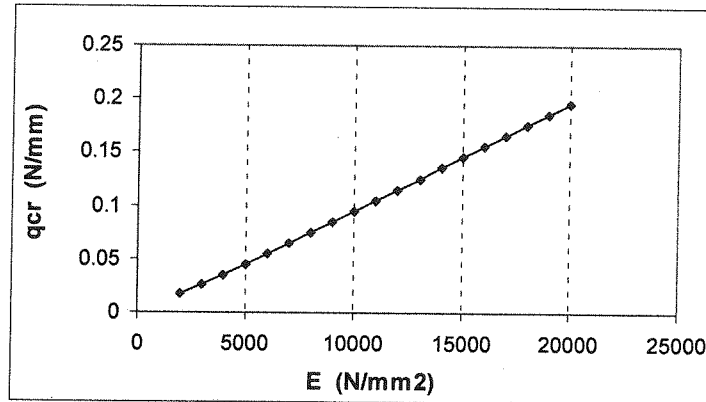


(الف)

شکل (۱۰) تأثیر ضخامت قوس دو سر گیردار در مقدار بار متمرکز منجر به کمانش جهشی.



مدول الاستیسیته مصالح نیز تأثیر مشابهی از این حیث دارد، ولی شدت تأثیر آن کمتر است. بطوریکه روند رشد بار کمانش در اثر افزایش مدول الاستیسیته خطی است (شکل ۱۱).



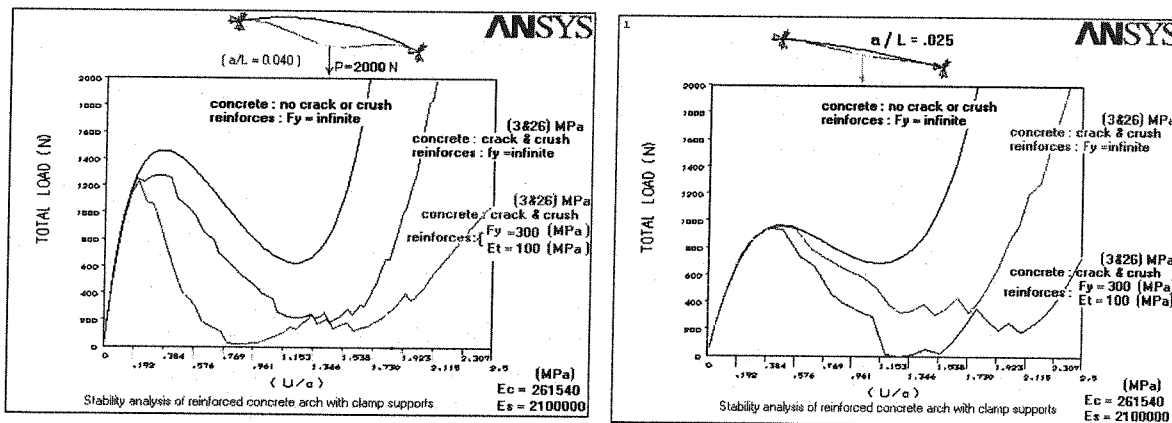
شکل (۱۱) تأثیر مدول الاستیسیته در مقاومت کمانشی قوسهای کم انحنا تحت بار ثقلی با توزیع سینوسی.

بنا بر این جهت تعیین مرتفع یا کم ارتفاع بودن یک قوس یا پوسته از نقطه نظر کمانش ارتجاعی غیرخطی (Snapthrough buckling) لازم است پارامترهای مربوط به انحنا (ارتفاع و طول دهانه) و سختی (ضخامت و مدول الاستیسیته) بررسی شود.

## ۲-۲- بررسی‌های پارامتریک عددی رفتار کمانشی غیر ارتجاعی قوسهای بتن مسلح تحت بارگذاری

### ثقلی

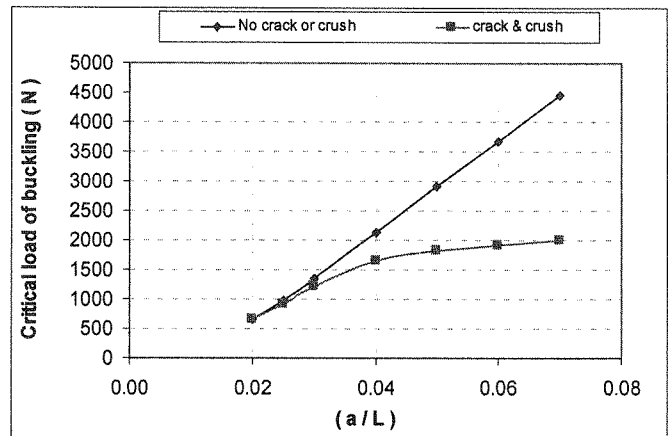
بمنظور بررسی عملکرد قوسهای بتن مسلح در کمانش غیر ارتجاعی، مدل‌های گوناگون با نسبت‌های مختلف «خیز به دهانه» به کمک نرم افزار ANSYS 5.4 تحت بارگذاری ثقلی مورد بررسی قرار گرفته و نتایج حاصل با تحلیل کمانش ارتجاعی (موضوع بخش قبل) مقایسه شده است. منحنی‌های «بار - تغییر شکل» برای دو نسبت مختلف «خیز به دهانه» در شکل‌های (۱۲ - الف و ب) مشهود می‌باشد.



شکل (۱۲) تأثیر خصوصیات غیر خطی مصالح بتن و فولاد در رفتار کمانشی قوسهای بتن مسلح.

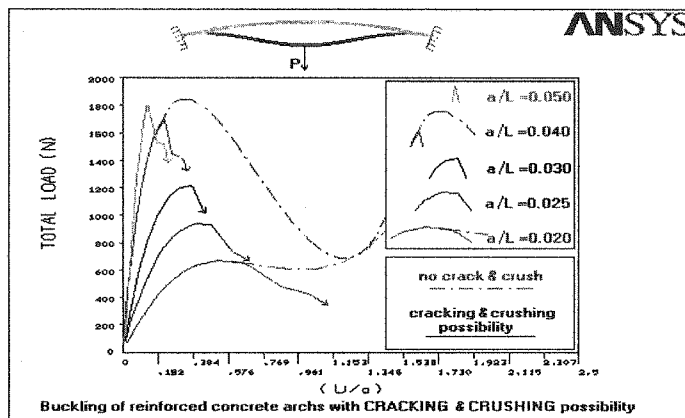
همانطور که در شکل‌ها مشاهده می‌شود در قوسهای مرتفع بار منجر به شکست مصالح به مراتب کمتر از بار نظیر کمانش ارتجاعی است، لیکن با کاهش نسبت «خیز به دهانه» دو مقدار مذکور به یکدیگر نزدیک شده و در قوسهای بسیار کم ارتفاع کمانش ارتجاعی زودتر از شکست مصالح حادث می‌گردد. شکل (۱۳) جهت تشریح این مطلب و مقایسه باربری قوسهای بتن مسلح مرتفع و کم ارتفاع در دو حالت ارتجاعی و خمیری ارائه می‌گردد.

(a/L)	Buckling Load (N)	
	No crack or crush	crack & crush
0.020	647	647
0.025	972	916
0.030	1342	1207
0.040	2123	1647
0.050	2904	1817
0.060	3672	1915
0.070	4464	2000



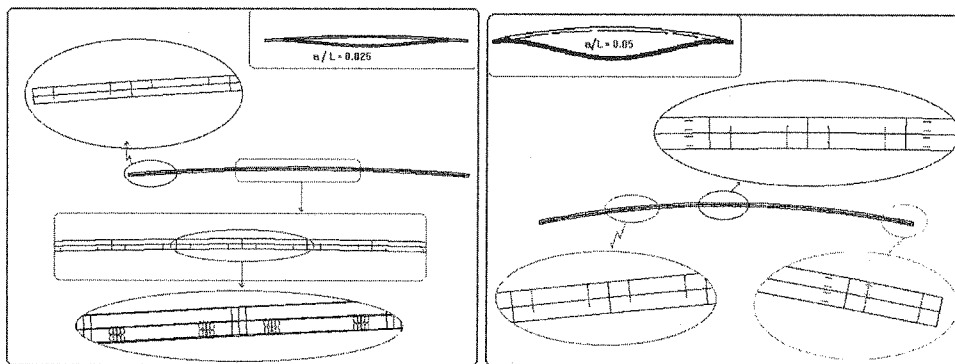
شکل (۱۳) تاثیر خواص خمیری مصالح بتن در مقدار بار منجر به کماتش قوسهای دوسرگیدار.

همچنین در شکل (۱۴) چند نمونه منحنی «بار - تغییر شکل» مربوط به تحلیل کماتش غیر ارتجاعی قوسهای بتن مسلح با نسبتهای مختلف خیز به دهانه ارائه شده، که در دو مورد (یکی کم ارتفاع و دیگری نسبتاً مرتفع) منحنی مربوط به کماتش ارتجاعی نیز جهت مقایسه ترسیم گردیده است.



شکل (۱۴) نحوه آغاز کماتش قوسهای بتن مسلح با نسبتهای مختلف «خیز به دهانه» در تحلیل کماتش غیر ارتجاعی.

بمنظور مقایسه نوع ترکهای کششی و فشاری در قوسهای مرتفع و کم ارتفاع، دو نمونه قوس بتن مسلح دو سرگیدار با نسبتهای خیز به دهانه «۰،۰۲۵» و «۰،۰۵۰» تحت بار ثقلی متمرکز در وسط دهانه مورد تحلیل کماتش غیر خطی قرار گرفته و ترکهای ایجاد شده در مرحله گسیختگی سازه‌ها در شکل (۱۵) نمایش داده شده است.



شکل (۱۵) مقایسه ترکهای نهایی ایجاد شده در قوسهای مرتفع و کم ارتفاع (تحت بارگذاری یکسان).  
 (الف) قوس نسبتاً مرتفع  
 (ب) قوس کم ارتفاع

همانطور که در شکلها مشاهده می‌شود در قوسه‌های کم ارتفاع، ترکهای نهایی - منجر به تخریب سازه - اغلب کششی هستند و سازه تقریباً مشابه تیر مستقیم تحت خمش عمل می‌کند، ولی در قوسه‌های مرتفع فشار محوری در بعضی از قسمتهای سازه به حد خرد شدگی بتن می‌رسد و سازه هنگام گسیختگی با ترکیبی از ترکهای کششی - در نواحی خمشی - و ترکهای طولی ناشی از خرد شدگی - در نواحی فشار محوری - مواجه خواهد بود. بنظر می‌رسد که با افزایش نسبت «ارتفاع به دهانه» سهم ترکهای ناشی از خرد شدن بتن فشاری در تخریب سازه بیشتر از ترکهای کششی شود. این موضوع با تحلیل قوسه‌های مرتفع‌تر در بخشهای بعدی بررسی گردیده و نتایج حاصله ارائه شده است.

### ۳- نتیجه گیری

قوسه‌ها و پوسته‌های جدار نازک را می‌توان برحسب نسبتهای بین ابعاد آنها (طول دهانه، خیز اولیه، ضخامت جداره در دو گروه «مرتفع» و «کم ارتفاع» دسته‌بندی کرد. معمولاً پارامترهای نسبی «خیز به دهانه» و «ضخامت به دهانه» برای دسته‌بندی قوسه‌ها و پوسته‌های دایروی مفید هستند به عنوان یک معیار کلی مناسب برای دسته‌بندی از این حیث، می‌توان به نوع کمناش غیر خطی هندسی این قبیل سازه‌ها تحت فشار خارجی اشاره نمود. از این نقطه نظر، پوسته‌ها و قوسه‌هایی که روند کمناشی متقارن داشته باشند «کم ارتفاع» نامیده می‌شوند و در صورت غلبه موده‌های نامتقارن در رفتار کمناشی، اصطلاح «مرتفع» جهت معرفی این نوع سازه‌ها بکار خواهد رفت.

در دسته‌بندی قوسه‌ها و پوسته‌های بتن مسلح بدلیل قابلیت ترک خوردگی بتن در کشش و خرد شدن آن در فشار، علاوه بر نوع کمناش (متقارن یا نامتقارن) توجه به قابلیت‌های فوق نیز لازم است. چراکه ممکن است سازه‌ای دارای رفتار کمناشی متقارن باشد، ولی بدلیل شکست خمیری مصالح قبل از کمناش هندسی، احتساب آن در دسته قوسه‌های کم ارتفاع معقول بنظر نرسد. در این موارد مقایسه بار نظیر کمناش ارتجاعی غیر خطی با بار منجر به شکست خمیری مصالح پیشنهاد میشود. بطوریکه اگر نسبت «بار کمناش» به «بار شکست» کوچکتر از یک باشد سازه را کم ارتفاع می‌نامیم. در سازه‌هایی که طبق این دسته‌بندی، «کم ارتفاع» نامیده می‌شوند، بسته به مقدار نسبت خیز به دهانه، ضخامت و نحوه توزیع بارگذاری ممکن است بلافاصله پس از وقوع کمناش، ترکهای کششی و پس از آن ترکهای فشاری در بتن بوجود آید. در اینخصوص تحقیق در راستای افزایش شکل‌پذیری مصالح بتن مسلح و یا جایگزین نمودن مصالحی با شکل‌پذیری بالاتر که سایر جوانب - نظیر اقتصاد طرح، سهولت اجرا و امکان پوشش دهانه‌های بزرگ - را نیز تأمین نماید لازم بنظر می‌رسد.

### مراجع

- [۱] حسین نقعی، «بررسی پایداری (کمناش) سقفهای پوسته‌ای گنبدی بتن مسلح با دهانه بزرگ تحت بارگذاری ثقلی»، پایان نامه کارشناسی ارشد رشته مهندسی عمران - گرایش سازه - دانشگاه صنعتی امیر کبیر (پلی تکنیک تهران) - پاییز ۸۰
- [2] Arregui, I. & Destuynder, P. & Salaun, M., 1995, "An Eulerian approach for large displacements of thin shells including geometrical non-Linearities", *Computer Methods Applied Mechanics Engineering*. 140361-381.
- [3] Bushnell, D. 1973, "Large Deflection Elastic-Plastic Creep Analysis of Axisymmetric Shells", Numerical Solution of Non-linear Structural problem, AMD, *V6-American Society of Mechanical Engineers*, New York
- [4] Crisfield, M. P. 1983, "An Arc-Length Method including Line Searches and Acceleration", *Int. J. Numerical Methods Engrg.*
- [5] Hsu, M. B., 1986, "Collapse Load Estimations for Inelastic Structures", *MARC Analysis Research Corporation Palo Alto, California, U.S.A.*
- [6] Matsunaga, H., 1989, "Non-Linear Analysis of Shallow Hyperbolic Parabolic Shells by the Galerkin Method", *30<sup>th</sup> Anniversary of IASS, Madrid, 1989, Vol. 1. Shells (1).*
- [7] Matsunaga, H., 1991, "Non-Linear Load-Deflection Curves of shallow shells with non-Negative Gaussian curvatures", *Department of Architecture Setsunan university, Neyagawa 572, Osaka, JAPAN.*
- [8] Mileikovskii, I.E. and Trushin, S.I., 1994, "Analysis of Thin walled Structures",
- [9] Ramaswamy, G. S., 1968, "Design and construction of concrete shell roofs", MC Graw-Hill.
- [10] Scordelies, Alex, C. 1981, "Stability of Reinforced Concrete Doimes and Hyperbolic Parabolic Shells", *Concrete Shell Buckling, SP-67, American Concrete Institute, Detroit, pp. 63-110.*