

مطالعه نیروهای موثر بر الیاف، در میدان الکترواستاتیک

مجید جوهری

دانشیار

دانشکده مهندسی نساجی، دانشگاه صنعتی امیر کبیر

اسفندیار اختیاری

استادیار

دانشکده مهندسی نساجی، دانشگاه یزد

مهرداد عابدی

استاد

دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیر کبیر

سید محمد عترتی

استادیار

دانشکده مهندسی نساجی، دانشگاه صنعتی امیر کبیر

چکیده

خصوصیات الکتروسیته ساکن الیاف از مدتها قبل مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. برخی از این خصوصیات باعث اشکالاتی در مراحل تولید گردیده و برخی دیگر سبب بوجود آمدن روشهای جدید تولید و ثبت اختراعات متعددی شده است. در این تحقیق نیروهای وارد بر الیاف هنگامی که در میدان الکترواستاتیک قرار می گیرند، از قبیل نیروهای کولمب، نیروی انعکاس آینه‌ای، نیروی ناشی از پلاریزاسیون، نیروی باردار کردن تماسی یک لیف، نیروی دافعه بین دو لیف باردار و نیروی مقاومت هوا در برابر یک لیف متحرک مورد بررسی قرار گرفته است. روابط فیزیکی بیان کننده آن است که شدت میدان الکتریکی، طول و قطر لیف مورد استفاده، بر نیروهای الکترواستاتیک وارد بر الیاف تاثیر می گذارد و نتایج تجربی بدست آمده نشان دهنده آن است که در شرایط یکسان، نیروی کولمب و نیروی انعکاس آینه‌ای بیشترین اثر و نیروی دافعه بین دو لیف بار دار و نیروی مقاومت هوا در برابر یک لیف متحرک دارای کمترین تاثیر می باشد.

کلمات کلیدی

نیروهای الکترواستاتیک، نیروی مقاومت هوا، شارژ سطوح الکترو.

Study of Affecting Forces on Fibre in Electrostatic Field

M. Johari

Associate Professor

Textile Engineering Department,
Amirkabir University of Technology

E. Ekhtiyari

Assistant Professor

Textile Engineering Department,
Yazd University

M. Abedi

Professor

Electrical Engineering Department,
Amirkabir University of Technology

S.M. Etrati

Assistant Professor

Textile Engineering Department,
Amirkabir University of Technology

Abstract

In past, the scientists attracted to electrostatic properties of fibre. Some of these electrostatic properties have caused trouble in production process while others resulted in new methods and their patent in textile.

In this research study on the forces affecting the fiber, using electrostatic field, such as Coulomb and mirror-image forces, polarization force, contact charge force, repulsion between two flying fibers and air resistance are investigated.

The results showed that the intensity of the field, the length and diameter of fibre affect the electrostatic forces applied to the fibres. The results also showed that under the same conditions, Coulomb force and mirror-image forces have more effectiveness on the fibres and repulsion force between two flying fibres and air resistance have less affect on the fibres.

Keywords

Electrostatic forces, Air resistance force, Electrode surface charge.

مقدمه

بطور کلی مواد مهندسی بر اساس خواص الکتریکی خود به سه نوع هادی‌ها، نیمه هادی‌ها و عایق‌ها (دی الکتریک‌ها) تقسیم‌بندی می‌شوند [۱]. اصولاً الیاف معمولی مورد استفاده در محصولات نساجی، عایق بوده و یا اینکه دارای هدایت الکتریکی کمی می‌باشند و بدین سبب باری که بر روی آنها به‌رذیلی بوجود آید، بسختی جدا می‌گردد [۲]. خواص الکتریکی الیاف همانند مواد دیگر بیکدیگر وابسته‌اند. آمادگی الیاف جهت پذیرش بارهای ساکن بوسیله مقاومت الکتریکی مشخص می‌شود و مقاومت الکتریکی به نوبه خود توسط قابلیت‌گذردهی (نفوذ) مواد مشخص می‌گردد [۳، ۱]. از خصوصیات الکتریسیته ساکن که از زمانهای گذشته مورد توجه دانشمندان قرار گرفته آن است که قطبهای همنام یکدیگر را دفع می‌کنند و این موضوع سبب مشکلاتی هنگام عملیات تولیدی نساجی و جابجائی مواد می‌شود. بعنوان مثال این موضوع در چله‌کشی نخهای فیلامنتی سبب می‌شود تا نخها از یکدیگر دور شوند [۴].

باردار شدن الکترو استاتیکی یک پدیده سطحی است و نظر به اینکه الیاف دارای نسبت سطح به حجم زیادی هستند، لذا قابلیت باردار شدن الکترواستاتیکی بالائی دارند. باردار کردن الکترواستاتیکی به روشهای مختلف امکان‌پذیر است [۲]. بعنوان مثال هنگام استفاده از الکتریسیته ساکن در خط تولید، معمولاً از باردار کردن به روش شارژ سطوح الکترو، استفاده می‌گردد [۲].

تحقیقات نشان داده است [۵] که نیروی چسبندگی بین سطوح الیاف، بیشتر از نیروهای فعال الکترواستاتیک بین آنها می‌باشد و لذا جهت مطالعه الیاف در میدان الکترواستاتیک، استفاده از وسایل مکانیکی برای باز کردن الیاف اجتناب‌ناپذیر می‌باشد. عبارت دیگر، لازم است ابتدا توسط دستگاههای مکانیکی مانند دستگاه جداکننده ناخالصی‌ها (*Trash Separator*) دستگاه آنالیزور شرلی (*Shirley Analyser*)؛ ماشین کارد (*Carding*)؛ و یا دستگاههای مشابه، الیاف را کاملاً باز کرد تا هیچگونه نیروی چسبندگی بین الیاف وجود نداشته و الیاف به صورت انفرادی (*Single Fiber*) در آیند. فقط در چنین حالتی نیروی الکتریسیته ساکن اعمال می‌گردد و یک الیاف بصورت مستقل تحت تاثیر نیروهای الکترواستاتیک قرار می‌گیرند.

در یک فرآیند الکترواستاتیکی دو نیروی اصلی الکترواستاتیکی مورد استفاده قرار می‌گیرند [۶، ۷] که عبارتند از: نیروی کولمب و نیروی انعکاسی. این نیروها، بواسطه وجود بار الکترواستاتیک داخل الیاف، در شرایط زیر بوجود می‌آیند:

۱- بار الکتریکی مبادله شده بین لیف و هوای تخلیه شده از بار که اصطلاحاً *Corona Discharged* نامیده می‌شود و تحت تاثیر یک میدان الکتریکی که از هوا به لیف منتقل می‌شود، قرار می‌گیرد.

۲- بار الکتریکی در حال انتقال از یک سطح فلزی شارژ شده به الیافی که در تماس با آن می‌باشند.

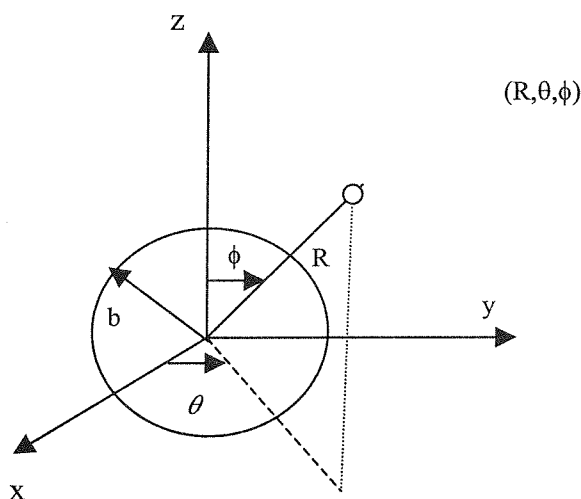
علاوه بر دو نیروی فوق، نیروهای از قبیل نیروی ناشی از پلاریزاسیون، نیروی تماسی، نیروی دافعه بین دو لیف باردار نیز در اثر میدان الکترواستاتیک بوجود می‌آیند که نیاز به محاسبه آنها نیز می‌باشد. نیروی مقاومت مالشی هوا، که در اثر حرکت یک لیف متحرک در میدان بوجود می‌آید، نیز می‌بایست مد نظر قرار گیرد. در تحقیق حاضر چگونگی محاسبه نیروهای اشاره شده و روابط آنها بیان می‌گردد. واحد پارامترهای بکار رفته در روابط، بر اساس سیستم SI می‌باشد [۶].

۱- تعیین مقدار نیروی وارده بر الیاف، توسط نیروی کولمب

در یک فرایند الکترواستاتیکی، ولتاژ بالائی بین دو قطب وجود دارد که نشانگر وجود یک میدان الکتریکی قوی می‌باشد. به علت وجود شدت میدان الکتریکی بالا، هوای بین دو الکتروود یونیزه شده و این امر باعث مبادله یونها، بین الیاف و هوا می‌شود. در این حالت یک لیف نساجی مقداری از بار الکترواستاتیک را جذب می‌کند و از این رو لازم است که مقدار نیروی وارد بر الیاف محاسبه گردد.

یک لیف کوتاه (Pile) مانند یک کره دی الکتریک به شعاع b و ضریب دی الکتریک ϵ_r ، که در درون یک میدان الکتریکی اولیه یکنواخت ($E_0 = a_z E_0$)، در هوا قرار داده شده است، در نظر گرفته می‌شود [۸]. در مختصات کروی، ولتاژ $V(R, \theta)$ و شدت میدان $E(R, \theta)$ در درون و بیرون الیاف کوتاه (کره دی الکتریک) بصورت زیر محاسبه می‌گردد [۹، ۱۰، ۶]: شکل (۱).

$$V(R, \theta) = -E_0 R \cos \theta \quad , R \gg b \quad (1)$$



شکل (۱) الیاف با طول کوتاه (Pile) در مختصات کروی.

با استفاده از چندجمله‌ای لژاندار (با ضرایب $P_n(\cos \theta)$ و ثابتهای معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم (B_n, A_n)) [۱۰] ولتاژ خارج و داخل لیف کوتاه عبارتند از:

$$V_{out}(R, \theta) = B_0 R^{-1} + (B_1 R^{-2} - E_0 R) \cos \theta + \sum_{n=2}^{\infty} B_n R^{-(n+1)} P_n(\cos \theta)$$

$$V_{in} = \sum_{n=0}^{\infty} A_n R^n P_n(\cos \theta) \quad (2)$$

با استفاده از روابط اصلی الکترومغناطیس [۶]، می‌توان شدت میدان الکتریکی در خارج از لیف کوتاه را طبق رابطه زیر بدست آورد.

$$\vec{E}_{out} = - \left[-B_0 R^{-2} + (-2B_1 R^{-3} - E_0) \cos \theta + \sum_{n=2}^{\infty} -(n+1) B_n R^{-(n+2)} P_n(\cos \theta) \right] \vec{a}_R - \left[-(B_1 R^{-3} - E_0) \sin \theta - \sum_{n=2}^{\infty} \sin \theta B_n R^{-(n+2)} P'_n(\cos \theta) \right] \vec{a}_\theta \quad (3)$$

و شدت میدان در داخل لیف کوتاه، برابر است با:

$$\vec{E}_{in} = \left[- \sum_{n=1}^{\infty} n A_n R^{n-1} P_n(\cos \theta) \vec{a}_R + \sum_{n=1}^{\infty} A_n R^{n-1} \sin \theta P'_n(\cos \theta) \vec{a}_\theta \right] \quad (4)$$

در روی سطح لیف کوتاه، با توجه به روابط ۳ و ۴ و برابر قرار دادن ضرایب شعاعی، می توان نوشت:

$$E_0 \cos \theta + B_0 R^{-2} + \sum_{n=1}^{\infty} (n+1) B_n R^{-(n+2)} P_n(\cos \theta) = -\epsilon_r \sum_{n=1}^{\infty} n A_n R^{n-1} P_n(\cos \theta), \quad (R=b) \quad (5)$$

که با جایگذاری $R=b$ (طول لیف کوتاه برابر با b در نظر گرفته شود) رابطه ۶ بدست می آید.

$$E_0 \cos \theta + B_0 b^{-2} = - \sum_{n=1}^{\infty} \left((n+1) B_n b^{-(n+2)} + \epsilon_r n A_n b^{n-1} \right) P_n(\cos \theta) \Rightarrow \quad (6)$$

$$n=1 \Rightarrow E_0 \cos \theta + B_0 b^{-2} = -(2B_1 b^{-3} + \epsilon_r A_1) P_1 \cos \theta$$

با توجه به چند جمله‌ای‌های لژاندر بقیه ضرایب مطابق روابط زیر خواهند بود.

$$(n+1) B_n b^{-(n+2)} + \epsilon_r n A_n b^{n-1} = 0, \quad n \neq 0, 1 \quad (7)$$

$$B_0 b^{-2} = 0 \Rightarrow B_0 = 0 \quad (8)$$

در روی سطح لیف، با توجه به روابط ۳ و ۴ و برابر قرار دادن ضرایب بردار زاویه، و برابر قرار دادن $R=b$ (طول لیف کوتاه) می توان نوشت:

$$-E_0 = \sum_{n=1}^{\infty} \left(-B_n b^{-(n+2)} + A_n b^{(n-1)} \right) P'_n(\cos \theta) \quad (9)$$

با توجه به رابطه ۹، ضرایب رابطه فوق برابر با رابطه زیر می باشد.

$$\begin{cases} -E_0 = -B_1 b^{-3} + A_1 b \\ \left(-B_n b^{-(n+2)} + A_n b^n \right) = 0, \quad n \neq 1 \end{cases} \quad (10)$$

با توجه به روابط ۶، ۷ و ۱۰، ضرایب معادله لژاندر در مؤلفه‌های شعاعی و زاویه‌ای، برابر رابطه زیر خواهد بود.

$$\begin{cases} -B_1 b^{-3} + A_1 b = -E_0 \\ 2b^{-3} B_1 + \epsilon_r A_1 = -E_0 \end{cases} \Rightarrow A_1 = \frac{-3E_0}{(\epsilon_r + 2)}, \quad B_1 = \frac{E_0 b^3 (\epsilon_r - 1)}{(\epsilon_r + 2)} \quad (11)$$

با توجه به ضرایب به دست آمده و جایگذاری آن در رابطه ۲، ولتاژ در خارج لیف کوتاه بدست آمده و با توجه به معادله لاپلاس، شدت میدان در داخل لیف با طول کوتاه، مطابق رابطه زیر خواهد بود.

$$\vec{E} = -\nabla V \Rightarrow \vec{E}_{in} = (\vec{a}_R \cos \theta - \vec{a}_\theta \sin \theta) \frac{3E_0}{\epsilon_r + 2} = a_z \frac{3E_0}{(\epsilon_r + 2)} \quad (12)$$

اگر مقدار ضریب گذردهی لیف، ϵ_2 و ضریب گذردهی هوا ϵ_1 در نظر گرفته شود، می توان نوشت:

$$E_{out} = \vec{a}_R \left[1 + \frac{2(\epsilon_2 - \epsilon_1) b^3}{\epsilon_2 - 2\epsilon_1 R^3} \right] E_0 \cos \theta - \vec{a}_\theta \left[1 - \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1 b^3}{\epsilon_2 - 2\epsilon_1 R^3} \right] E_0 \sin \theta \quad (13)$$

که بر روی محور مختصات ($\theta=0$) و در سطح لیف کوتاه ($R=b$) باشد می توان نوشت:

$$\frac{\partial V}{\partial r} = E = E_0 \left(1 + 2 \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + 2\epsilon_1} \right) \quad (14)$$

با در نظر گرفتن شکل لیف با طول کوتاه (تقریباً بصورت کره) و رابطه ۱۴، شدت بار در سطح (σ)، طبق قانون گوس بدست می آید [۶] و مقدار بار موجود بر روی لیف از رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$q = S \cdot \sigma = 4\pi r^2 \sigma \quad (15)$$

چنانچه E شدت میدان، ϵ_r ضریب دی الکتریک نسبی لیف باشد آنگاه با در نظر گرفتن طول لیف کوتاه برابر با b ، رابطه ۱۵ به رابطه ۱۶ تبدیل می گردد.

$$q_{max} = \left(1 + 2 \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right) E b^2 \quad (16)$$

چنانچه طول و قطر لیف با طول بلند، به ترتیب L و d در نظر گرفته شود، مساحت جانبی آن برابر با $s = \pi d L$ بوده و می توان از رابطه ۱۵ نتیجه گرفت:

$$q_{max} = \pi d L \delta 4 \pi \epsilon_0 = \pi \epsilon_0 \left(1 + 2 \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right) E L d \quad (17)$$

بردار کردن الیاف توسط روش Corona Discharge به زمان وابسته است و بنابراین معادلات ۱۶ و ۱۷ مقدار ماکزیمم بار حاصله بر روی لیف با طولهای مختلف را نشان می دهد و برای در نظر گرفتن تاخیر زمانی تا حداکثر بار بوجود آمده،

می بایست روابط ۱۶ و ۱۷ در ضریب $\frac{\pi n e k t}{1 + \pi n e k t}$ بعنوان تصحیح کننده زمانی، ضرب گردد [۸]، بنابراین:

$$\text{لیف با طول کوتاه} \quad q = \left(1 + 2 \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right) E b^2 \frac{\pi n e k t}{1 + \pi n e k t} \quad (18)$$

$$\text{لیف با طول بلند} \quad q = \pi \epsilon \left(1 + 2 \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right) E L d \frac{\pi n e k t}{1 + \pi n e k t} \quad (19)$$

با بدست آمدن بار حاصله بر روی لیف، محاسبه مقدار نیروی بدست آمده از روابط الکترومغناطیس [۶] امکان پذیر می باشد. بنابراین با استفاده از رابطه ۱۹ مقدار نیروی کولمب وارده بر لیف بلند از رابطه زیر محاسبه می گردد.

$$F = qE = \pi\epsilon_0 \left(1 + 2 \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2}\right) E^2 L d \frac{\pi m e k t}{1 + \pi m e k t} \quad (20)$$

که در روابط فوق ϵ_0 ثابت دی الکتریک فضای آزاد، ϵ_r ضریب دی الکتریک نسبی لیف، L طول لیف، d قطر لیف، n چگالی یونها در واحد حجم، e بار یک الکترون، k تحرک پذیری یون (*Mobility*) و t (ثابت زمانی) مدت زمانی است که لیف در میدان قرار می‌گیرد.

چون ظرفیت خازنی یک لیف بسیار کم است [λ] (در حدود 10^{-13} فاراد)، ثابت زمانی برای باردار کردن لیف بسیار کوچک و در حدود 10^{-2} یا 10^{-3} ثانیه می‌باشد. این بدان معنی است که واکنش لیف در میدان الکتریکی بسیار سریع می‌باشد و بنابراین مقدار ماکزیمم بار با استفاده از حد ضریب تصحیح کننده زمانی، از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \pi\epsilon_0 \left(1 + 2 \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2}\right) E^2 L d \cdot \frac{\pi m e k t}{t(1/t + \pi m e k)} = \pi\epsilon_0 \left(1 + 2 \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2}\right) E^2 L d \quad (21)$$

۲- تعیین مقدار نیروی وارد بر الیاف توسط نیروی انعکاس آینه‌ای

نیروی الکترواستاتیک مهم دیگری که در فرایند الکترواستاتیکی بر روی الیاف اثر می‌گذارد، نیروی انعکاس آینه‌ای (*Mirror-Image*) می‌باشد. این نیرو زمانی بر الیاف اعمال می‌گردد که الیاف، در مجاورت یک سطح هادی قرار گیرد. اگر لیف بارداری نزدیک و موازی با یک سطح هادی در پتانسیل صفر قرار گیرد، بار موجود در سطح لیف بر روی سطح هادی، مقداری بار القاء می‌نماید. در این حالت بار الکتریکی در واحد طول لیف با چگالی λ توزیع می‌گردد. شدت میدان ناشی از یک بار خطی (الیف) که دارای مقدار بار بر واحد طول λ ، مقدار بار q ، طول L و شعاع r است، با استفاده از قانون گوس [۶]، قابل محاسبه است و شدت میدان از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\begin{cases} E = \frac{q}{2\pi r L \epsilon_0} \\ \lambda = \frac{q}{L} \end{cases} \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0} \quad (22)$$

چنانچه در رابطه ۲۲ و در تعریف λ مقدار ماکزیمم بار محاسبه شده روی لیف منظور گردد، مقدار نیروی انعکاسی از رابطه زیر بدست خواهد آمد.

$$F = Eq = \frac{\lambda^2 L}{2\pi r \epsilon_0} = \frac{\pi^2 \epsilon_0^2 \left(1 + 2 \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2}\right)^2 E^2 d^2 L}{2\pi r \epsilon_0} = \frac{1}{2} \pi \epsilon_0 \left(1 + 2 \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2}\right) E^2 L d \quad (23)$$

۳- نیروی ناشی از پلاریزاسیون

وقتی الیاف نساجی وارد میدان الکتریکی می‌شوند، الیاف باردار نشده به دو قطبی‌های الکتریکی تبدیل می‌گردند در نتیجه الیاف آرایش مشخصی تحت تأثیر میدان الکتریکی پیدا می‌کنند. این پدیده را پلاریزاسیون (قطبی شدگی) می‌نامند. عبارت دیگر پلاریزاسیون توسط جابجائی بار الکتریکی تحت تأثیر یک میدان الکتریکی حاصل می‌شود [۷]. اثر میدان الکتریکی روی ماده دی الکتریک همان جدایی بارهای مثبت و منفی است. چنانچه میدان الکتریکی چندان بزرگ نباشد، بردار دو قطبی حاصل شده از این راه، متناسب با شدت میدان الکتریکی (E) است و بر اساس روابط الکترومغناطیس [۶]، می‌توان آنرا بصورت رابطه ۲۴ نشان داد.

$$P = \alpha E \quad (24)$$

در رابطه فوق، α قابلیت پلاریزاسیون و E دو قطبی القاء شده نامیده می‌شوند. این بردار دو قطبی، تقریباً برای تمام مواد، موازی با بردار شدت میدان (E) است. این قانون برای کریستالهای معین و نیز برای رساناهای غیرایزوتروپیک، بدلیل عدم یکنواخت در قطبی شدن، قابل استفاده نیست.

بنابراین برای یک ماده دی الکتریک، مانند لیف، نتیجه پلاریزاسیون دو قطبی، بردار لحظه‌ای همسو باجهت میدان می‌باشد. اگر N ملکول در واحد حجم لیف وجود داشته باشد، مطابق رابطه ۲۴ می‌توان نوشت:

$$P = N\alpha E = kE \quad (25)$$

که ضریب k ، معادل $k = N\alpha$ ، قابلیت جذب الکتریکی نامیده می‌شود. بنابراین اثر میدان الکتریکی روی دی الکتریک مانند لیف، ایجاد بردار پلاریزاسیون P است که در حالت دو قطبی (پلاریزاسیون)، در حجم dV ، مساوی PdV می‌باشد. هنگامی که یک دی الکتریک، مانند یک لیف، در یک میدان الکترواستاتیکی قرار گیرد، بردار جابجائی الکتریکی D به صورت رابطه زیر خواهد بود [۷]:

$$D = E + 4\pi P \quad (26)$$

با استفاده از روابط ۲۵ و ۲۶، بردار جابجائی الکتریکی نیز از رابطه زیر بدست خواهد آمد:

$$D = (1 + 4\pi k)E \quad (27)$$

نظر به اینکه، چگالی حجمی انرژی یک میدان الکترواستاتیکی متجانس E ، برابر $\frac{DE}{8\pi}$ است [۸]، بنابراین با استفاده از رابطه ۲۷ می‌توان نوشت:

$$\frac{DE}{8\pi} = \frac{(1 + 4\pi k)E^2}{8\pi} = \frac{E^2}{8\pi} + \frac{1}{2}kE^2 \quad (28)$$

رابطه فوق نشان می‌دهد که انرژی پلاریزاسیون یک لیف (دی الکتریک) با $1/2kE^2$ در واحد حجم گسترش می‌یابد. در یک میدان نامتجانس، شدت میدان الکتریکی در نقطه‌ای از فضا تابعی از مختصات آن نقطه است، بنابراین می‌توان انرژی پلاریزاسیون در واحد حجم را مطابق رابطه زیر بدست آورد.

$$W = 1/2kE^2 \quad (29)$$

اگر یک ماده دی الکتریک مانند یک لیف نساجی در یک میدان الکتریکی قرار گیرد، نیروی ناشی از پلاریزاسیون که بر لیف وارد می‌شود باعث بوجود آمدن اختلاف انرژی خواهد بود که با توجه به مختصات فضایی لیف بوجود می‌آید. چنانچه حجم لیف V در نظر گرفته شود، انرژی پلاریزاسیون از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$W = 1/2 kVE^2 \quad (30)$$

و در نتیجه نیروی پلاریزاسیون وارد بر لیف نیز، از رابطه زیر بدست خواهد آمد [۷، ۸]:

$$F_p = \text{grad}.W = 1/2 kV \text{ grad } E^2 \quad (31)$$

با قرار دادن پارامترهای لیف رابطه زیر بدست می‌آید:

$$F_p = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4\pi} \right) (\epsilon_r - 1) \times V \times \text{grad} E^2 \times 4\pi\epsilon_0 = \frac{1}{2} V \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \text{grad} E^2 \quad (32)$$

و بنابراین، نیروی ناشی از پلاریزاسیون عبارت خواهد بود از:

$$F_p = \frac{1}{8} \pi d^2 L \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \text{grad} E^2 \quad (33)$$

۴- نیروی ناشی از باردار کردن تماسی یک لیف

الیاف نساجی هدایت کننده‌های خوبی برای الکترواستاتیته نیستند، اما هنگامیکه یک لیف در تماس با یک سطح فلزی باردار قرار گیرد، بارهای سطح فلز بطرف لیف جریان می‌یابند تا چگالی بار سطحی هر دو، یعنی لیف و سطح، یکسان گردند. اگر چگالی بار سطحی با σ نشان داده شود، با بکار بردن قانون گوس می‌توان شدت میدان الکتریکی، که همان نیروی میدان است را محاسبه نمود.

بنابراین بار کلی روی کل سطح لیف به طول L و قطر d عبارت خواهد بود از:

$$q_{\max} = \delta \cdot S = \delta \left(\pi d L + 2 \frac{\pi d^2}{4} \right) \quad (34)$$

و نیروی تماسی یک لیف برابر رابطه زیر خواهد بود.

$$F = \varepsilon_0 E^2 \left(\pi d L + \frac{\pi d^2}{2} \right) \quad (35)$$

۵- نیروی دافعه بین دو لیف باردار واقع در میدان الکتریکی

در فرآیند الکترواستاتیکی، با توجه به باردار شدن الیاف، آنها در امتداد خطوط میدان حرکت می‌کنند. الیاف در میدان الکتریکی بارهای مشابهی دارند که یکدیگر را دفع می‌کنند. هرلیف، بارهای استاتیکی با علائم مخالف را در دو انتهای خود که ناشی از پلاریزاسیون است، خواهد داشت و بنابراین انتهای یک لیف، انتهای لیف دیگر را دفع می‌کند.

مقدار حداکثر نیروی دافعه بین الیاف مجاور یکدیگر، با طولهای تقریباً برابر، هنگامی اتفاق می‌افتد که آنها کاملاً موازی و نزدیک یکدیگر در میدان قرار گرفته باشند. لذا چنانچه یک لیف باردار شده، دارای یک بار خطی با مقدار λ بر واحد طول و متوسط فاصله بین دو لیف مجاور r باشد، میدان الکتریکی ناشی از آن (E) ، برابر با $2\lambda/r$ است [۸]. در صورتیکه بار کامل روی لیف (q) برابر λl باشد، نیروی دافعه با توجه به رابطه ۲۳، برابر رابطه زیر خواهد بود.

$$F_r = qE = \frac{2\lambda^2 L}{r} = 2\pi^2 \varepsilon_0^2 \left(1 + 2 \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} \right)^2 E^2 d^2 l L / r \quad (36)$$

۶- نیروی مقاومت هوا در برابر یک لیف متحرک در میدان الکترواستاتیک

اگر هیچ جریان یا تلاطم هوایی، در فضایی که در آن، الیاف تحت تاثیر یک میدان الکتریکی حرکت می‌کنند وجود نداشته باشد، نیروی مقاومت هوا در برابر یک تک لیف از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$R = \frac{1}{2} c s \rho V^2 \quad (37)$$

که در این رابطه c مقدار ثابت، S سطح مخصوص لیف عمود بر امتداد میدان الکتریکی، ρ چگالی هوا و V سرعت اولیه لیف می‌باشد. رابطه فوق یک رابطه استاندارد می‌باشد و برای محدوده متوسطی از سرعتها (تقریباً بین 30 تا 300 m/sec)، می‌تواند بکار گرفته شود [۱۱].

۷- بحث و نتیجه گیری

با توجه به مباحث و روابط ارائه شده در یک فرآیند الکترواستاتیکی، می‌توان نتایج زیر را بطور اختصار بیان کرد.

۱- آنچه در روابط بدست آمده مشاهده می‌گردد آن است که چنانچه ثابت دی الکتریک لیف افزایش یابد، بار لیف نیز افزایش می‌یابد.

- ۲- در روابط بدست آمده طول لیف، شدت میدان الکتریکی و اندازه قطر لیف، مقدار عددی نیروهای الکترواستاتیک وارد بر لیف را افزایش می‌دهند.
- ۳- رابطه ۳۲ نشان می‌دهد که، حرکت لیف تحت تأثیر نیروی پلاریزاسیون تنها در میدانهای غیر یکنواخت انجام می‌گیرد و ممکن است، در یک میدان یکنواخت فقط یک حرکت چرخشی برای ردیف (مرتب) کردن لیف در جهت میدان اتفاق بیافتد و در یک میدان غیریکنواخت لیف به طرف منطقه‌ای با شدت میدان بالاتر حرکت کند.
- ۴- اثر نیروی دافعه بین دو لیف بار دار واقع در میدان الکتریکی، با وجود اینکه از مقدار بسیار کوچکی برخوردار است، در جداسازی و موازی کردن لیف تاثیر دارد.
- ۵- روابط بدست آمده نشان‌دهنده آن است که در شرایط یکسان، نیروی کولمب و نیروی انعکاس آینه‌ای بیشترین مقدار و نیروی دافعه بین دو لیف بار دار و نیروی مقاومت هوا در برابر یک لیف متحرک، کمترین اثر را دارا میباشند.

مراجع

- [1] W.E.Morton, J.W.S.Hearle, "Physical Properties of Textile Fibres" , Manchester, 1962, Chapter 19, P 481.
- [2] I.Holme, J.E.Mcintyre, Z.I.Shen, "Electrostatic Charging of Textiles", Textile Progress, The Textile Institute, 1998, Vol 28, Number 1.
- [۳] پ. نورپناه " فیزیک نساجی " دانشکده مهندسی نساجی و سندیکای صنایع نساجی پنبه ای و الیاف مصنوعی ایران، ۱۳۶۴، صفحه ۲۵۹.
- [4] W.E.Morton, J.W.S.Hearle, "Physical Properties of Textile Fibers", Manchester, 1962, Chapter 21, P 529.
- [5] P.R.Lord, "Electrostatic Spinning: Prototype Machine Could be Commercial in Three Years", Text. Weekly, 1968, 68, P 578.
- [6] D.K.Chang, " Field and Wave Electromagnetics", Newyork, 1978, 7thed.
- [7] D.Holliday, R.Resnik, "Physics", Newyork, 1966.
- [8] E.N.Bershev, I.S.Sezina, G.P.Smirnov, "Analysis of the Pile Density of Materials with Electrostatically Applied Pile" , Tech. of Textile Industry, U.S.S.R, 1970, 1, P9.
- [9] W.H.Hayt, J.R.Jacke. Kenmerle, "Engineering Circuit Analysis", 5th.ed, Mc Graw-Hill, W.Y, 1993.
- [10] E.Kreyszig, "Advanced Engineering Mathematics", Newyork, 1997, 7thed.
- [11] L.Feldman, "Theoretical Trajectory Studies of Light Bodies in Non-Uniform Two-Dimensional Flows", Text Res.J, 1966,Sep., p809.