

طراحی و توسعه سیستم موجک‌های متعامد دوگانه برای آنالیز سیگنالهای ارتعاشی

سیامک اسماعیلزاده خادم

دانشیار

بخش مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس

موسی رضائی

استادیار

بخش مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز

چکیده

در بسیاری از موارد، روشهای متداول آنالیز سیگنال‌های ارتعاشی در ردیابی پدیده‌هایی که نشان‌دهنده بروز خرابی اولیه در یک سیستم مکانیکی هستند ناتوان می‌باشند. از آنجا که شروع خرابی در سیستم‌های پیچیده، مانند جعبه‌دنده‌ها و رولربیرینگ‌ها، به صورت پدیده‌های گذرای کوتاه مدت و با انرژی کم ظاهر می‌شوند، لذا روشهای مرسوم برای ردیابی تأثیر این پدیده‌ها در سیگنال ارتعاشی دریافت شده از یک سیستم معیوب کارآمد نیستند.

روش آنالیز موجک^۱ که در سالهای اخیر معرفی شده است توانایی آنالیز سیگنال را در حوزه زمان و حوزه فرکانس به طور همزمان دارا می‌باشد. از میان انواع مختلف سیستم‌های موجک، سیستم موجک‌های متعامد دوگانه دارای ویژگیهای منحصر به فردی است که انعطاف‌پذیری روش آنالیز را فراهم می‌آورد ولی تاکنون از سیستم موجک‌های متعامد دوگانه برای آنالیز سیگنالهای ارتعاشی استفاده نشده است. در مقاله حاضر برای اولین بار امکان استفاده از سیستم موجک‌های متعامد دوگانه برای ردیابی پدیده‌های گذرا و سایر پدیده‌های مستتر در سیگنالهای ارتعاشی مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور توابع موجک متعامد دوگانه متعددی طراحی شده و برای آنالیز سیگنالهای شبیه‌سازی شده مورد استفاده واقع شده‌اند. یکی از مهمترین ویژگیهای سیستم‌های یاد شده امکان آنالیز و بازسازی سریع و دقیق سیگنال‌های پیچیده مرکب از هارمونیک‌ها و پدیده‌های گذرا می‌باشد. برای نشان دادن توانایی سیستم موجک‌های متعامد دوگانه نسبت به سایر سیستم‌های موجک، چند سیگنال نمونه با روشهای یاد شده مورد آنالیز قرار گرفته است. نتایج بدست آمده حاکی از توانایی بسیار مطلوب سیستم موجک‌های متعامد دوگانه در شناسایی پدیده‌های گذرای کوتاه مدت و کم انرژی در سیگنال ارتعاشی و همچنین نویز زدائی سیگنال مورد نظر می‌باشد.

Design and Development of Biorthogonal Wavelet Systems for Vibration Signature Analysis

S. Esmailzadeh Khadem

Associate Professor

Mechanical Engineering Department,
Tarbiat Modarres University

M. Rezaee

Assistant Professor

Mechanical Engineering Department,
Tabriz University

Abstract

There are many cases in which the common vibration signature analysis methods are unable to diagnose the phenomena resulting from the initial damages in a mechanical system. Since the initiation of a damage in complex systems like gearboxes and rolling element bearings, appears in the vibration signal generally as a low-energy and short-duration phenomena, the traditional methods fail to detect these small changes in the vibration signal.

The methods based on the wavelet analysis which have been introduced recently, are capable of analyzing a signal both in the time and frequency domains simultaneously. Among the various wavelet systems, the biorthogonal wavelet systems have unique properties which provide the flexibility of the analysis method. However, up to now the biorthogonal wavelet systems have not

been used in the area of the vibration signature analysis. In this paper, for the first time, the application of biorthogonal wavelet systems are developed to damage detection of mechanical systems through detecting the transient and the other hidden phenomena in the vibration signals. For this end, some biorthogonal wavelet and scaling functions have been designed and the developed biorthogonal wavelet systems have been used to analyze some simulated vibration signals. One of the most important properties of the mentioned systems is their capability to analyze and to reconstruct the complicated signals which contain harmonic and transient components, faster and more accurately. In order to show the advantage of biorthogonal wavelet systems over the orthonormal wavelet systems, some simulated vibration signals have been analyzed using the mentioned techniques. The results show the great capability of the biorthogonal wavelet systems to diagnose the transient and low-energy phenomena in the vibration signal as well as to remove the noise from the vibration signal.

مقدمه

عمدتاً خرابی سیستم‌های مکانیکی در اثر شروع یک خرابی اولیه و گسترش آن به وقوع می‌پیوندد. از روش‌های متداولی که برای ردیابی خرابی‌های اولیه در سیستم‌های مکانیکی به منظور جلوگیری و رفع آنها مورد استفاده واقع می‌شوند می‌توان به آنالیز درجه حرارت، آنالیز روغن و آنالیز ذرات حاصل از ساییش اشاره کرد. آنچه که تجارب مختلف در طی سال‌های گذشته نشان داده است این است که آنالیز سیگنال‌های ارتعاشی یک روش مطمئن و قابل اتکاء برای تشخیص وضعیت کارکرد ماشین‌آلات می‌باشد و سیگنال‌های ارتعاشی دریافت شده از ماشین‌آلات، اطلاعات بسیار جامعی را از وضعیت ماشین‌آلات ارائه می‌دهند ولی آنچه که در این میان حائز اهمیت است انتخاب روش مناسب و نحوه آنالیز سیگنال ارتعاشی می‌باشد.

در طی سال‌های اخیر از روش‌های متعددی برای آنالیز سیگنال‌های ارتعاشی استفاده شده است که این روش‌ها به دو گروه، روش‌های آنالیز در حوه زمان و روش‌های آنالیز در حوزه فرکانس، تقسیم می‌شوند. آنالیز طیفی که براساس روش تبدیل فوریه سریع^۳ می‌باشد یکی از قدرتمندترین و جامعترین روش‌های متداول آنالیز ارتعاشی می‌باشد و کاربرد بسیار متنوعی در صنعت دارد ولی با وجود این، نباید از عدم توانایی‌های آن غافل بود. نتایج مختلف نشان‌دهنده عدم توانایی روش یاد شده در ردیابی پدیده‌های گذرا می‌باشد که این مسأله به طور مفصل در مراجع [۱] و [۲] مورد بررسی قرار گرفته است.

در سال‌های اخیر، به منظور برطرف کردن معایب روش‌های آنالیز در حوزه زمان و حوزه فرکانس، روش‌های ترکیبی برای آنالیز ابداع شده است که این روش‌ها، به تکنیک‌های آنالیز زمان - فرکانس معروف هستند. آنالیز موجک یکی از روش‌های آنالیز زمان - فرکانس می‌باشد که دارای ویژگی‌های برجسته‌ای در آنالیز سیگنال می‌باشد [۳-۵]. روش‌های آنالیز موجک که در سال‌های اخیر معرفی شده است کاربردهای زیادی را در زمینه‌های پردازش تصویر و فشرده‌سازی داده‌ها پیدا کرده است، ولی کاربرد روش‌های یاد شده برای آنالیز سیگنال‌های ارتعاشی فقط به سیستم موجک‌های متعامد اسکالر محدود می‌شود [۶-۱۳].

اخیراً تحقیقاتی در زمینه امکان استفاده از تبدیلات موجک‌های متعامد اسکالر با مراتب بالاتر [۱] و سیستم موجک‌های چندگانه $DGHM$ [۲] برای آنالیز سیگنال‌های ارتعاشی صورت گرفته است ولی آنچه که باید ذکر کرد این است که علی‌رغم توانایی‌های بالقوه سیستم موجک‌های متعامد دوگانه، تاکنون از چنین سیستم‌هایی برای آنالیز سیگنال‌های ارتعاشی استفاده نشده است و تحقیقات انجام شده در این زمینه عمدتاً به توسعه تحلیلی سیستم‌های اخیر و به کاربرد آنها در پردازش تصویر محدود شده است [۲۳-۱۴]. لذا با توجه به آنچه که بیان شد، استفاده از توانایی‌های سیستم موجک‌های متعامد دوگانه برای آنالیز سیگنال‌های ارتعاشی حائز اهمیت عملی فراوان می‌باشد.

استفاده از سیستم‌های متعامد دوگانه درجات آزادی بیشتری را برای تولید توابع موجک با ویژگی‌های خاص در اختیار می‌گذارد. در سیستم موجک‌های متعامد یکه صرفاً از یک تابع مقیاس^۴ و یک تابع موجک^۵ برای گسترش فضای سیگنال استفاده می‌شود که این امر محدودیت‌هایی را در بردارد در حالیکه در سیستم‌های موجک‌های متعامد دوگانه از دو گروه تابع مقیاس و تابع موجک برای آنالیز چند دقتی^۶ یک تابع استفاده می‌شود. در مقاله حاضر ابتدا تئوری سیستم موجک‌های متعامد دوگانه مورد بررسی قرار گرفته و مزیت سیستم‌های متعامد دوگانه نسبت به سیستم‌های متعامد یکه بیان می‌شود.

سپس به تأمین شرط بازسازی دقیق سیگنال اولیه پرداخته شده و روش بدست آوردن ضرائب توابع موجک متعامد دوگانه بیان می‌شود. با توجه به اهمیت رفتار فرکانسی موجک‌ها در آنالیز سیگنال‌ها، توابع موجک و توابع مقیاس تولید شده از نظر

طیفی مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. دیاگرامهای طیفی حاصل نشان دهنده رفتار فرکانسی مطلوب سیستم موجک‌های تولید شده می‌باشد. در پایان از سیستم موجک‌های متعامد دوگانه تولید شده برای آنالیز چند سیگنال نمونه استفاده شده است. نتایج بدست آمده حاکی از توانایی بسیار خوب سیستم موجک‌ها متعامد دوگانه در مقایسه با مراتب مختلف سیستم موجک‌های متعامد اسکالر می‌باشد.

۱- سیستم پایه‌های متعامد دوگانه

بسط متعامد یک تابع، ابزار مهمی برای آنالیز سیگنال می‌باشد و ضرائب بسط نشان دهنده مقدار مؤلفه‌های سیگنال است. گرچه تعریف پایه‌های متعامد یکه^۷، روش کارآمدی برای بیان سیگنال بر حسب مؤلفه‌های متعامد می‌باشد ولی مواردی وجود دارد که توابع متعامد یکه دارای خواص مطلوبی برای آنالیز سیگنالها نمی‌باشند. توصیف سیگنال بر حسب پایه‌های متعامد دوگانه^۸ روش دیگری است که دارای محدودیت‌های توابع متعامد یکه نمی‌باشد و تقریب خوبی از سیگنال موردنظر را ارائه می‌دهد.

فرض می‌کنیم $\{\phi_k(t), k \in Z\} \in L^2$ مجموعه توابع پایه متعامد دوگانه باشند. اگر مجموعه توابع پایه دیگری مانند $\{\tilde{\phi}_k(t), k \in Z\} \in L^2$ نیز وجود داشته باشد که

$$\langle \phi_k, \tilde{\phi}_k \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_k(t) \overline{\tilde{\phi}_k(t)} dt = \delta_{ki} \quad (1)$$

در آن صورت مجموعه $\{\tilde{\phi}_k(t), k \in Z\}$ پایه‌های دوگان^۹ مجموعه $\{\phi_k(t), k \in Z\}$ نامیده می‌شود [۲۴] و تابع $g(t)$ را می‌توان به صورت زیر بر حسب پایه‌های متعامد دوگانه بسط داد:

$$g(t) = \sum_{k=0}^{\infty} d_k \phi_k(t), \quad (2)$$

d_k ها در رابطه اخیر ضرائب بسط می‌باشند. برای بدست آوردن ضرائب بسط می‌توان نوشت:

$$\langle g, \tilde{\phi}_n \rangle = \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_k \langle \phi_k, \tilde{\phi}_n \rangle. \quad (3)$$

رابطه (۳) را می‌توان براساس تعریف پایه‌های متعامد دوگانه به صورت زیر بیان کرد:

$$d_n = \langle g, \tilde{\phi}_n \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) \overline{\tilde{\phi}_n(t)} dt. \quad (4)$$

از طرف دیگر تابع $g(t)$ را می‌توان بر حسب پایه‌های دوگانه به صورت زیر بسط داد:

$$g(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \tilde{d}_k \tilde{\phi}_k(t), \quad (5)$$

که در آن ضرائب \tilde{d}_k به صورت زیر قابل محاسبه هستند [۲۵]:

$$\tilde{d}_i = \langle g, \phi_i \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) \overline{\phi_i(t)} dt. \quad (6)$$

آنچه که چنین سیستمی را از مجموعه پایه‌های متعامد یک متمایز می‌سازد این است که در یک مجموعه پایه‌های متعامد یکه همه توابع به یک فضا تعلق دارند در حالیکه در یک مجموعه متعامد دوگانه الزامی برای قرار داشتن پایه‌های دوگان در فضای اولیه وجود ندارد بنابراین آزادی عمل بیشتری برای بدست آوردن پایه‌ها وجود دارد.

۲-۱- محاسبه توابع پایه‌های دوگان

چون هم $\phi_k, k = 1, \dots, n$ و هم $\tilde{\phi}_j, j = 1, \dots, n$ تشکیل دهنده پایه‌هایی برای یک فضای مورد نظر، مثلاً X ، می‌باشند بنابراین هر بردار دلخواه $x \in X$ را می‌توان به صورت ترکیب خطی بردارهای پایه دوگان بیان کرد:

$$x = \sum_{i=1}^n \gamma_i \tilde{\phi}_i. \quad (7)$$

با ضرب داخلی طرفین رابطه فوق در ϕ_j خواهیم داشت:

$$\langle x, \phi_j \rangle = \sum_{i=1}^n \gamma_i \langle \tilde{\phi}_i, \phi_j \rangle, \quad (8)$$

که با استفاده از شرط تعامد دوگانه، یعنی $\langle \tilde{\phi}_i, \phi_j \rangle = \delta_{ij}$ ، رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\gamma_i = \langle x, \phi_i \rangle. \quad (9)$$

با جایگذاری رابطه (۹) در معادله (۷) خواهیم داشت:

$$x = \sum_{i=1}^n \langle x, \phi_i \rangle \tilde{\phi}_i. \quad (10)$$

با توجه به اینکه بردار x یک بردار دلخواه در فضای X می‌باشد لذا بردار پایه ϕ_j را نیز می‌توان براساس رابطه (۱۰) به صورت زیر بیان کرد:

$$\phi_j = \sum_{i=1}^n \langle \phi_j, \phi_i \rangle \tilde{\phi}_i. \quad (11)$$

که شکل ماتریسی معادله فوق عبارت است از:

$$\begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \phi_1, \phi_1 \rangle & \langle \phi_2, \phi_1 \rangle & \dots & \langle \phi_n, \phi_1 \rangle \\ \langle \phi_1, \phi_2 \rangle & \langle \phi_2, \phi_2 \rangle & \dots & \langle \phi_n, \phi_2 \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle \phi_1, \phi_n \rangle & \langle \phi_2, \phi_n \rangle & \dots & \langle \phi_n, \phi_n \rangle \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{\phi}_1 \\ \tilde{\phi}_2 \\ \vdots \\ \tilde{\phi}_n \end{Bmatrix}, \quad (12)$$

و شکل فشرده‌تر آن به صورت زیر می‌باشد:

$$\bar{\phi} = \Phi \tilde{\phi}. \quad (13)$$

بنابراین توابع پایه‌های دوگان $\{\tilde{\phi}_1, \tilde{\phi}_2, \dots, \tilde{\phi}_n\}$ را می‌توان برحسب توابع پایه $\{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n\}$ از رابطه زیر بدست آورد:

$$\tilde{\phi} = \Phi^{-1} \bar{\phi}. \quad (14)$$

تجزیه سیگنال به مؤلفه‌های متعامد دوگانه

در مورد موجک‌های متعامد یکه^۱ شرطی که بر زیرفضای موجک w_j حاکم است این است که این فضا مکمل v_j در v_{j+1} می‌باشد [۱ و ۵]:

$$v_{j+1} = w_j + v_j \quad (15)$$

و زیرفضای w_j بر زیرفضای v_j عمود می‌باشد، یعنی:

$$w_j \perp v_j \quad (16)$$

با توجه به اینکه زیرفضای v_0 توسط انتقال‌های صحیح توابع مقیاس $\{\phi(t-k), k \in Z\}$ و زیرفضای w_0 توسط انتقال‌های صحیح توابع موجک $\{\Psi(t-k), k \in Z\}$ گسترش می‌یابند، لذا با استفاده از شرط تعامد $w_0 \perp v_0$ می‌توان نوشت:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t)\Psi(t-k)dt = 0, k \in Z. \quad (17)$$

برخلاف سیستم موجک‌های متعامد یکه، در سیستم موجک‌های متعامد دوگانه، الزام متعامد بودن زیرفضاهای v_j و w_j منتفی است. در سیستم موجک‌های متعامد دوگانه فرض بر این است که تابع موجک $\Psi_{k,j} \in w_j$ دارای تابع موجک دوگان $\tilde{\Psi}_{k,j} \in \tilde{w}_j$ می‌باشد، بنابراین شرط تعامد دوگانه برای توابع اخیر را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\langle \Psi_{j,k}, \tilde{\Psi}_{l,m} \rangle = \delta_{jl} \cdot \delta_{km}, \quad j, k, l, m \in Z. \quad (18)$$

با آنکه در سیستم موجک‌های متعامد دوگانه نیازی به برقراری شرط $w_j \perp v_j$ نیست، ولی باید شرط $\tilde{w}_j \perp v_j$ برقرار باشد. در سیستم موجک‌های متعامد دوگانه، توابع مقیاس $\phi_{j,k}$ نیز دارای توابع مقیاس دوگان $\tilde{\phi}_{j,k}$ هستند که فضاهای چند دقتی $\{\tilde{v}_j\}$ در L^2 را تولید می‌کنند. به عبارت دیگر، توابع مقیاس $\phi_{j,k}$ و توابع موجک $\Psi_{j,k}$ متناظر با فضاهای چند دقتی $\{v_j\}$ ، و توابع مقیاس $\tilde{\phi}_{j,k}$ و توابع موجک $\tilde{\Psi}_{j,k}$ متناظر با فضاهای چند دقتی $\{\tilde{v}_j\}$ می‌باشند بنابراین روابط حاکم بر فضاهای چند دقتی $\{v_j\}$ با روابط حاکم بر سیستم موجک‌های متعامد یکه یکسان می‌باشد [۱] و در مورد فضاهای چند دقتی $\{\tilde{v}_j\}$ می‌توان نوشت [۲۶]:

$$\begin{aligned} \tilde{v}_{j+1} &= \tilde{v}_j + \tilde{w}_j, \\ \tilde{v}_i \cap \tilde{v}_j &= \tilde{v}_i, \quad j > i, \\ \tilde{w}_i \cap \tilde{w}_j &= \{0\}, \quad i \neq j, \\ \tilde{v}_i \cap \tilde{w}_j &= \{0\}, \quad i \leq j. \end{aligned} \quad (19)$$

با در نظر گرفتن شرط‌های تعامد دوگانه $w_j \perp \tilde{v}_j$ و $\tilde{w}_j \perp v_j$ به ترتیب می‌توان نوشت:

$$\tilde{v}_i \cap w_j = \{0\}, \quad i \leq j, \quad (20)$$

$$v_i \cap \tilde{w}_j = \{0\}, \quad i \leq j. \quad (21)$$

در روش آنالیز چند دقتی، برای تجزیه تابع $x(t) \in L^2$ به مقیاس‌های مختلف، ابتدا تابع موردنظر در یک زیرفضای v_j که از دقت کافی برخوردار است، بیان می‌شود:

$$x_j(t) = \sum_k C_{k,j} \phi(2^j t - k) \in v_j. \quad (22)$$

با توجه به اینکه زیرفضای v_j را می‌توان برحسب فضاهای تابع موجک و تابع مقیاس نوشت، بنابراین با تجزیه متوالی هر فضای مقیاس به دو فضای تابع مقیاس و تابع موجک خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} v_j &= w_{j-1} + v_{j-1} \\ &= w_{j-1} + w_{j-2} + v_{j-2} \\ &= \sum_{n=1}^N w_{j-n} + v_{j-N}. \end{aligned} \quad (23)$$

با در نظر گرفتن رابطه اخیر، تابع x_j را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$x_j(t) = \sum_{n=1}^N [y_{j-n}(t) + x_{j-n}(t)] \quad (24)$$

در رابطه (24)، $x_{j-n}(t)$ تقریب تابع $x_j(t)$ با کمترین دقت در زیرفضای تابع مقیاس و $y_{j-n}(t)$ تصویر تابع $x_j(t)$ در زیرفضای تابع مقیاس می‌باشد بنابراین:

$$x_j(t) = \sum_k C_{k,j} \phi(2^j t - k) \in v_j, \quad (25)$$

$$y_j(t) = \sum_k d_{k,j} \Psi(2^j t - k) \in w_j. \quad (26)$$

اهمیت تابع موجک دوگانه در این مرحله آشکار می‌شود. با استفاده از شرط تعامد دوگانه، می‌توان ضرائب $d_{j,k}$ را بدست آورد. $\Psi_{k,j}(t)$ که بیان کننده تابع موجک با انتقال k و اتساع 2^j می‌باشد، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\Psi_{k,j}(t) = 2^{j/2} \Psi(2^j t - k), \quad k, j \in \mathbb{Z}. \quad (27)$$

بنابراین رابطه (26) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$y_j(t) = \sum_j d_{j,l} 2^{-j/2} \Psi_{j,l}(t). \quad (28)$$

با انجام ضرب داخلی طرفین رابطه فوق در $2^{-s/2} \tilde{\Psi}_{k,s}$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} y_j(t) 2^{-s/2} \tilde{\Psi}_{k,s} dt &= 2^{-\frac{s+1}{2}} \left\{ \sum_j d_{j,l} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{j,l} \tilde{\Psi}_{k,s} dt \right\} \\ &= 2^{-\frac{s+1}{2}} \left\{ \sum_j d_{j,l} (\delta_{jk} \cdot \delta_{ls}) \right\} \\ &= 2^{-\frac{s+1}{2}} \left\{ \sum_j d_{j,s} \delta_{jk} \right\} \\ &= 2^{-s} d_{k,s}. \end{aligned} \quad (29)$$

بنابراین $d_{j,k}$ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$d_{j,k} = 2^j \int_{-\infty}^{\infty} y_j(t) \tilde{\Psi}(2^j t - k) dt. \quad (30)$$

در رابطه (30) ضرائب $d_{j,k}$ برحسب توابع $y_j(t)$ بیان شده است. ضرائب اخیر را می‌توان به طور مستقیم برحسب تابع $x_j(t)$

بدست آورد. با توجه به اینکه $\tilde{\Psi}(2^j t - k) \in \tilde{w}_j$ و $v_j \perp \tilde{w}_j$, $i \leq j$ بنابراین می‌توان نوشت:

$$d_{j,k} = 2^j \int_{-\infty}^{\infty} x_j(t) \tilde{\Psi}(2^j t - k) dt. \quad (31)$$

بازسازی دقیق^{۱۳} سیگنال اولیه

در روش آنالیز چند دقتی، یک تابع با بالاترین دقت موردنظر به طور متوالی به دو تابع در فضاهای توابع موجک و توابع مقیاس تجزیه می‌شود به طوری که تابع موجک بدست آمده دارای جزئیات تابع اولیه بوده و تابع مقیاس نشان دهنده تصویر تابع اولیه در یک مقیاس پائین است. تصاویر تابع اولیه را که بدین طریق بدست می‌آیند می‌توان به ترتیب به صورت دو ترکیب خطی مجزا برحسب توابع موجک و توابع مقیاس بیان کرد. به همین ترتیب می‌توان تصویر تابع اولیه در مقیاس پائین‌تر را مجدداً به تصاویر آن در فضاهای توابع مقیاس و توابع موجک با یک دقت پائین‌تر تجزیه کرد. این عمل در روش آنالیز چند دقتی تا هر مرتبه دلخواهی ادامه می‌یابد و تابع اولیه به فضاهای توابع موجک و توابع مقیاس با دقت‌های معلوم تجزیه می‌شود. آنچه که در فرآیند اخیر حائز اهمیت است بدست آوردن رابطه بین ضرائب توابع موجک و توابع مقیاس در مراحل متوالی می‌باشد. اگر تابع اولیه $x_1(t)$ با بالاترین دقت موردنظر برحسب ترکیب خطی از توابع مقیاس با ضرائب $c_1(k)$ بیان شود و در آن صورت ضرائب توابع مقیاس و توابع موجک در یک مقیاس پائین‌تر بیان کننده تصاویر تابع اولیه در فضاهای یاد شده خواهند بود.

آنچه که باید در فرآیند تجزیه یک تابع به دقت‌های مختلف در فضاهای توابع مقیاس و توابع موجک مورد توجه قرار گیرد این است که روش آنالیز چند دقتی موردنظر باید برگشت پذیر باشد؛ به عبارت دیگر، باید با ترکیب تصاویر تابع اولیه در مقیاس‌های مختلف توابع موجک و توابع مقیاس، امکان بازسازی تابع اولیه وجود داشته باشد. اگر از فیلترهای $h_0(n)$, $h_1(n)$, $g_0(n)$, $g_1(n)$ به ترتیب برای تجزیه و ترکیب تصاویر تابع اولیه استفاده شود در آن صورت ضرائب تابع بازسازی شده را می‌توان از رابطه زیر بدست آورد [۲۶]:

$$\tilde{c}_i(m) = \sum_n \sum_k [g_0(2k-m)h_0(2k-n) + g_1(2k-m)h_1(2k-n)] c_i(n) \quad (32)$$

بنابراین برای آنکه بازسازی تابع اولیه امکان پذیر باشد، باید به ازای تمام مقادیر صحیح m و n رابطه زیر برقرار باشد:

$$\sum_k [g_0(2k-m)h_0(2k-n) + g_1(2k-m)h_1(2k-n)] = \delta_{nm} \quad (33)$$

آشکار است که اگر سیگنال بازسازی شده انتقال صحیحی از سیگنال اولیه باشد در این حالت نیز شرط بازسازی کامل سیگنال اولیه برقرار خواهد بود. اگر تبدیل ${}^{14}Z$ سیگنال بازسازی شده را با $\tilde{X}(z)$ و تبدیل Z سیگنال اولیه را با $X(z)$ نمایش دهیم در آن صورت رابطه (۳۲) به صورت زیر در فضای Z بیان می‌شود:

$$\tilde{X}(z) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} G_0(z)H_0(z) + G_1(z)H_1(z) \\ G_0(z)H_0(-z) + G_1(z)H_1(-z) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} X(z) \\ X(-z) \end{bmatrix} \quad (34)$$

در رابطه اخیر $H_0(z)$, $H_1(z)$, $G_0(z)$ و $G_1(z)$ به ترتیب تبدیل Z فیلترهای $h_0(n)$, $h_1(n)$, $g_0(n)$ و $g_1(n)$ می‌باشند. می‌توان ثابت کرد که بازسازی دقیق سیگنال زمانی امکان پذیر است که تابع جدید $T(z)$ را که به صورت زیر تعریف می‌شود،

$$T(z) = \frac{1}{2} [H_0(z)G_0(z) + H_1(z)G_1(z)] \quad (35)$$

$$T(z) = \frac{1}{2} [H_0(z)H_0(-z) - H_0(-z)H_1(z)] \quad (۳۶)$$

با تعریف تابع جدید $R(z)$,

$$R(z) = \frac{1}{2} H_0(z)H_1(-z), \quad (۳۷)$$

معادله (۳۶) را می‌توان به شکل ساده‌تر نوشت:

$$T(z) = R(z) - R(-z). \quad (۳۸)$$

با توجه به اینکه $H_0(z)$ در سیستم موجک‌های متعامد دوگانه دارای نقش فیلتر پائین‌گذر می‌باشد و توابع مقیاس نیز با استفاده از ضرائب آن بدست می‌آیند لذا تابع $H_0(z)$ باید طوری انتخاب شود که حائز شرایط ذکر شده باشد. از طرف دیگر ضرائب تابع $H_1(z)$ تشکیل دهنده توابع موجک متعامد دوگانه هستند و توابع تولید شده توسط این ضرائب دارای باند فرکانسی بالایی می‌باشند. همچنین توابع مورد استفاده برای $H_0(z)$ و $H_1(z)$ باید شرط بازسازی دقیق سیگنال اولیه را نیز ارضا کنند.

تعیین ضرائب توابع مقیاس و توابع موجک متعامد دوگانه

در تحقیق حاضر به منظور بدست آوردن توابع مقیاس و توابع موجک متعامد دوگانه، توابع $H_0(z)$ به صورت دو جمله‌ای در نظر گرفته شده و تابع $H_1(z)$ طوری انتخاب شده است که امکان بازسازی دقیق سیگنال اولیه وجود داشته باشد، بدین‌منظور تابع اخیر به صورت یک چند جمله‌ای برحسب z و با ضرائب مجهول انتخاب شده است. با توجه به اینکه امکان محاسبه ضرائب یاد شده برای حالت‌های مختلف و با تعداد دلخواه مستلزم انجام محاسبات زیادی می‌باشد و در بعضی از حالت‌های خاص به دستگاه معادلات غیرخطی منجر می‌شود لذا از نرم‌افزار Maple برای حل معادلات یاد شده استفاده شده است.

چنانکه قبلاً نیز اشاره شد، با توجه به محدودیت تعداد درجات آزادی برای طراحی سیستم موجک‌های متعامد یکه، امکان برآورده کردن همه نیازها برای آنالیز سیگنالها توسط چنین سیستم موجک‌هایی وجود ندارد. یکی از اساسی‌ترین محدودیت‌های سیستم‌های یاد شده، عدم امکان طراحی موجک‌های متقارن و یا پادمقارن می‌باشد. همچنانکه در بخش‌های بعدی معلوم خواهد شد، رفتار بسیار مطلوب موجک‌های متقارن و هموار این است که چنین موجک‌هایی سیگنال‌های مرکب از هارمونیک‌ها را به طور دقیق و سریع بازسازی می‌کنند و وجود پدیده‌های گذرا و کوتاه مدت در سیگنال ارتعاشی را که ممکن است در اثر وجود یک عیب کوچک و اولیه در یک سیستم مکانیکی ناشی شده باشند، به طور دقیق ردیابی می‌کنند. بعلاوه، متقارن بودن سیستم موجک‌ها باعث کاهش حجم محاسبات برای آنالیز سیگنالها می‌شود.

در جدول (۱) نمونه‌ای از ضرائب بدست آمده برای تولید توابع مقیاس و توابع موجک متعامد دوگانه نشان داده شده است. ضرائب بردارهای h_0 و h_1 به ترتیب ضرائب توابع مقیاس و توابع موجک متعامد دوگانه برای آنالیز سیگنال به مقیاس‌های مختلف باشند در حالیکه بردارهای g_0 و g_1 نشان دهنده توابع مقیاس و توابع موجک متعامد دوگانه برای بازسازی مجدد سیگنال اولیه بکار می‌روند.

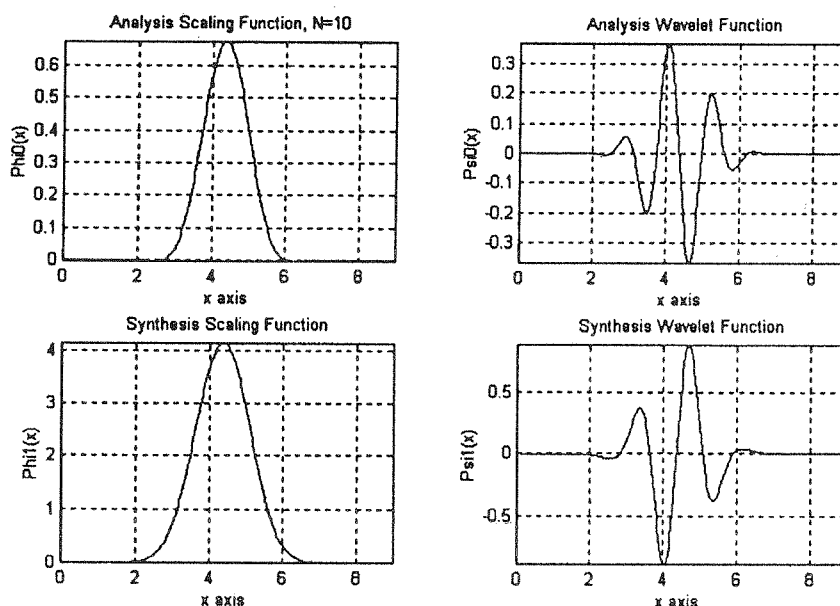
نکته‌ای که در اینجا باید یادآوری کرد این است که در سیستم موجک‌های متعامد یکه، از ضرائب توابع مقیاس و توابع موجک یکسانی برای آنالیز و بازسازی سیگنال اولیه استفاده می‌شود. در حالیکه در سیستم موجک‌های متعامد دوگانه از چهار مجموعه ضرائب استفاده می‌شود.

جدول (۱) نمونه‌ای از ضرایب بدست آمده برای توابع مقیاس و توابع موجک متعامد دوگانه، (N طول بردار ضرایب می‌باشد).

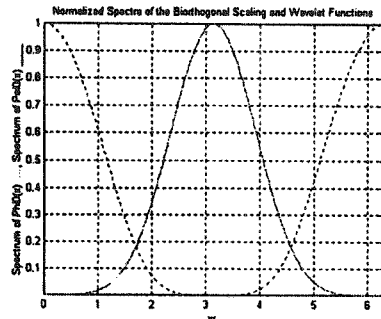
N=8				
h0=[-0.10714890153467 0.42123453421232	-0.04191096523742 -0.14031762491465	0.70373906945863 -0.01782470162669	-1.13665824371156 -0.04557034593091]	
h1=[0.04557034590461 1.13665824336402	0.01782470138124 -0.70373906882048	-0.14031762412346 -0.04191096514869	0.42123453405775 -0.10714890144518]	
g0=[0.04557034590461 1.13665824336402	-0.01782470138124 0.70373906882048	-0.14031762412346 -0.04191096514869	-0.42123453405775 0.10714890144518]	
g1=[0.10714890153467 -0.42123453421232	-0.04191096523742 -0.14031762491465	-0.70373906945863 0.01782470162669	-1.13665824371156 0.04557034593091]	

با توجه به اینکه در روش آنالیز موجک از توابع مقیاس و توابع موجک برای تجزیه سیگنال استفاده می‌شود بنابراین بررسی رفتار طیفی موجک‌های مورد استفاده حائز اهمیت می‌باشد. بدین منظور نمونه‌ای از توابع مقیاس و توابع موجک بدست آمده با طولهای ۱۰ و ۱۴ به ترتیب در شکل‌های (۱) و (۲) ارائه شده است. در شکل‌های (۱-الف) و (۲-الف) دو تابع مقیاس و دو تابع موجک به ترتیب با طول بردار ضرایب ۱۰ و ۱۴ نشان داده شده است. توابع نشان داده شده در بخش فوقانی شکل‌های اخیر، برای آنالیز سیگنال بکار می‌روند و از تابع مقیاس و تابع موجک نشان داده شده در بخش تحتانی شکل، برای بازسازی مجدد سیگنال اولیه استفاده می‌شود. چنانکه از شکل‌های اخیر ملاحظه می‌شود توابع مقیاس و توابع موجک بدست آمده برای N=10 دارای تقارن (متقارن و پادمقارن) می‌باشند در حالیکه توابع مقیاس و توابع موجک ارائه شده در شکل (۲) کاملاً متقارن نیستند.

طیف‌های متناظر با توابع مقیاس و توابع موجک متعامد دوگانه اخیر برای آنالیز سیگنال در شکل‌های (۱-ب) و (۲-ب) نشان داده شده است. دیاگرام‌های اخیر در محدوده 0 تا 2π رسم شده‌اند و تقارن منحنی‌های رسم شده حول نقطه $\omega = \pi$ کاملاً مشهود است. همچنانکه از این شکل‌ها استنباط می‌شود توابع مقیاس دارای رفتار یک فیلتر پائین‌گذر می‌باشند در حالیکه توابع موجک متعامد دوگانه، مشابه یک فیلتر بالاگذر عمل می‌نماید. از طرف دیگر فیلترهای متناظر با شکل (۲) به فیلترهای ایده‌آل نزدیکتر هستند در حالیکه فیلترهای متناظر با شکل (۱) دارای دقت نسبتاً کمتری در حوزه فرکانس می‌باشند.

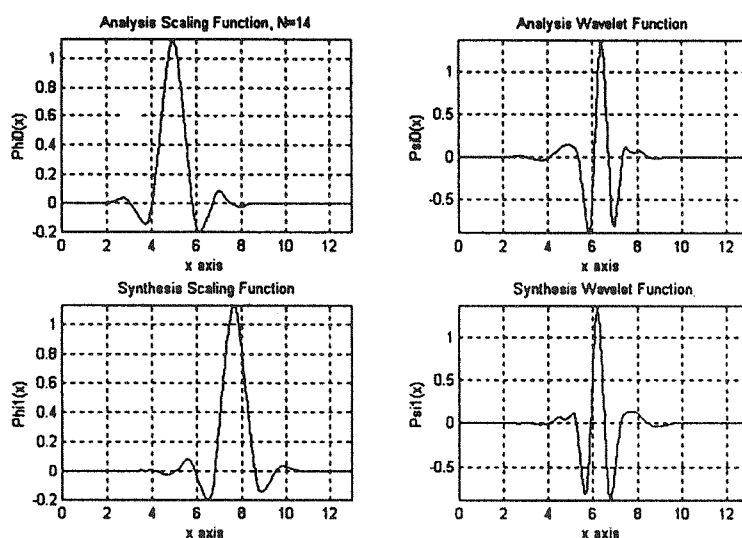


الف - توابع مقیاس و توابع موجک متعامد دوگانه با تعداد ضرایب ۱۰

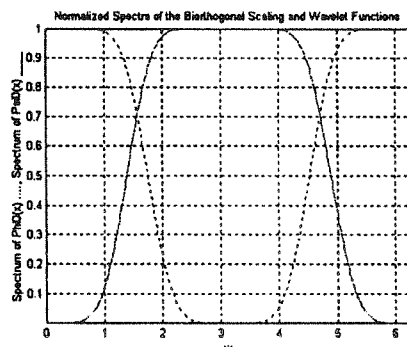


ب - طیف‌های تابع مقیاس و تابع موجک متعامد دوگانه با طولهای ۱۰
 شکل (۱) توابع مقیاس و توابع موجک متعامد دوگانه با تعداد ضرایب ۱۰، و طیف‌های فرکانسی آنها.

در بخش‌های بعدی به منظور بررسی کارایی سیستم موجک‌های متعامد دوگانه بدست آمده، از سیستم‌های یاد شده برای آنالیز سیگنالهایی که هر یک دارای مشخصه‌های خاص هستند استفاده شده و نحوه استخراج پدیده‌های گذرا و کوتاه مدت در سیگنال با استفاده از سیستم موجک‌های متعامد دوگانه مورد بررسی قرار می‌گیرد.



الف - توابع مقیاس و توابع موجک متعامد دوگانه با تعداد ضرایب ۱۴



ب - طیف‌های تابع مقیاس و تابع موجک متعامد دوگانه با طولهای ۱۴

شکل (۲) توابع مقیاس و توابع موجک متعامد دوگانه با طول ۱۴ و طیف‌های فرکانسی آنها.

آنالیز و بازسازی سیگنال با رفتار هارمونیک با استفاده از موجک‌های متعامد دوگانه

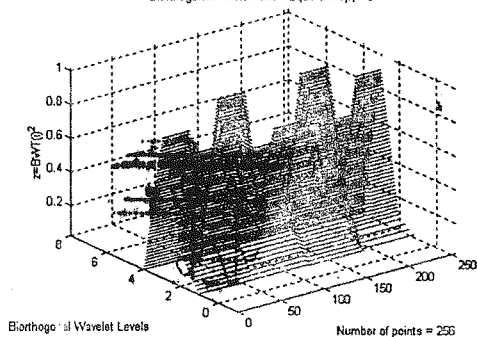
مقارن و هموار، و مقایسه نتایج با موجک‌های متعامد یکه [۲۶]

چنانکه قبلاً نیز بیان شد یکی از ویژگیهای مهم موجک‌های متعامد دوگانه مقارن و هموار، بازسازی دقیق و سریع سیگنالها با رفتار هارمونیک می‌باشد (عیوبی از قبیل نابالانسی و ناهم محوری منجر به چنین سیگنالهایی می‌شوند). به منظور روشن شدن اهمیت این مسأله، در این بخش یک سیگنال سینوسی مرکب مورد بررسی قرار می‌گیرد. سیگنال موردنظر در قسمت فوقانی شکل (۳-الف) نشان داده شده است، چنانکه مشاهده می‌شود این سیگنال دارای محدوده فرکانسی پائینی می‌باشد.

به منظور نشان دادن توانایی موجک‌های متعامد دوگانه مقارن و هموار در آنالیز سیگنالها با رفتار هارمونیک، سیگنال اخیر با استفاده از موجک متعامد دوگانه مقارن با طول ۱۰ و موجک‌های متعامد دوگانه یکه D_2 و D_{10} آنالیز شده است. در قسمت تحتانی شکل (۳-الف) تبدیل سیگنال اخیر با استفاده از موجک‌های متعامد دوگانه با طول ۱۰ نشان داده شده است. رفتار فرکانس پائین سیگنال از تبدیل موجک آن نیز قابل استنباط است. دیاگرام Mean-Square Map سه بعدی ارائه شده در شکل (۳-ب) نشان می‌دهد که سیگنال اخیر دارای هیچ مؤلفه فرکانس بالایی که در سطوح بالاتر از سطح ۴ قرار داشته باشد نیست. بنابراین با ترکیب مولفه‌های مختلف سیگنال تا سطح سوم، می‌توان سیگنال اولیه را بازسازی کرد. آنچه در اینجا حائز اهمیت است این است که استفاده از سیستم موجک متعامد دوگانه مقارن برای تجزیه سیگنال اولیه به مولفه‌های مختلف در سطوح پائین‌تر به مؤلفه‌های شبه سینوسی منجر می‌شود و این واقعیتی است که با استفاده از هیچ یک از انواع سیستم‌های موجک نامقارن و ناهموار امکانپذیر نمی‌باشد. شکل‌های (۳-ج)، (۳-د) و (۳-ه) به ترتیب نشان دهنده مؤلفه‌های سیگنال اصلی در سطوح اول تا سوم موجک متعامد دوگانه مقارن یاد شده هستند. همچنانکه از این شکل‌ها مشهود است هر یک از مولفه‌های سیگنال اصلی در سطوح اول تا سوم موجک متعامد دوگانه مقارن یاد شده هستند. همچنانکه از این شکل‌ها مشهود است هر یک از مولفه‌های سیگنال دارای شکل شبیه سینوسی می‌باشد. با توجه به اینکه سیگنال اخیر دارای مولفه‌ای در سطوح بالاتر نمی‌باشد، بنابراین ترکیب مولفه‌های یاد شده به سیگنال اولیه منجر می‌شود (شکل ۳-و).

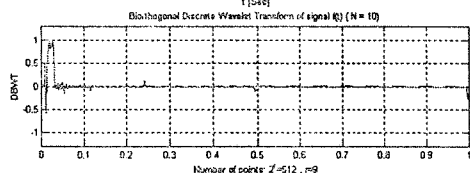
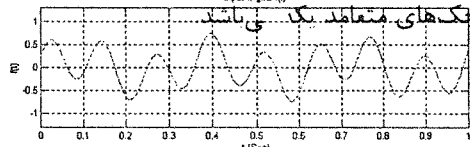
به منظور مقایسه نتایج اخیر حاصل از آنالیز سیگنال یاد شده توسط سیستم موجک‌های متعامد یکه، از سیستم موجک‌های متعامد یکه D_2 و D_{10} استفاده شده است. در شکل‌های (۴-الف) سیگنال یاد شده به سطوح مختلف تابع موجک D_2 تجزیه شده است و شکل (۴-ب) نشان دهنده مؤلفه‌های سیگنال در سطوح مختلف تابع موجک D_{10} می‌باشد. چنانکه از شکل‌های اخیر مشاهده می‌شود بازسازی سیگنال اولیه مستلزم ترکیب سطوح بیشتری از مولفه‌های سیگنال می‌باشد. بدین معنی که سیستم موجک D_2 دارای رفتار بسیار نامطلوبی می‌باشد و برای آنالیز چنین سیگنالی مناسب نیست و سیستم موجک D_{10} نسبت به D_2 دارای رفتار بسیار نامطلوبی می‌باشد و برای آنالیز چنین سیگنالی مناسب نیست و سیستم موجک D_{10} نسبت به D_2 دارای رفتار نسبتاً بهتری است و بازسازی سیگنال اولیه با ترکیب ۵ سطح از مولفه‌ها امکانپذیر است ولی در هر صورت با هیچ یک از سیستم موجک‌های متعامد یکه، بازسازی سیگنال اولیه تنها با ترکیب سه سطح از مولفه‌ها امکانپذیر نیست و چنانکه از نتایج آنالیز آشکار است سیستم موجک متعامد دوگانه مقارن و هموار دارای توانایی بسیار خوبی نسبت به سیستم

Biorthogonal Wavelet Mean-Square Map, $m=9$

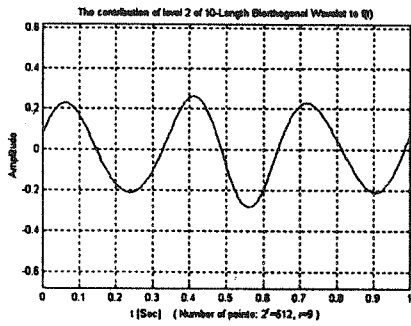


ب - دیاگرام Mean-Square Map سه بعدی با استفاده از تبدیل موجک متعامد دوگانه با طول ۱۰

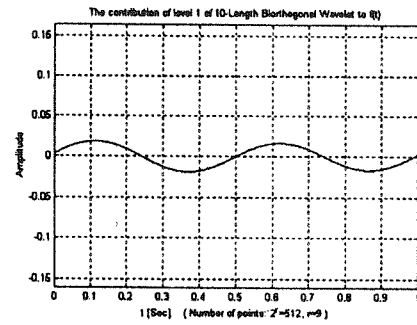
موجک‌های متعامد یکه می‌باشد



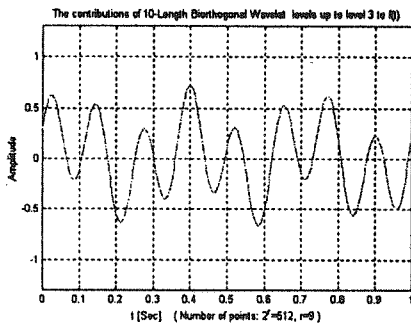
الف - سیگنال اولیه همراه با تبدیل موجک متعامد دوگانه با طول ۱۰



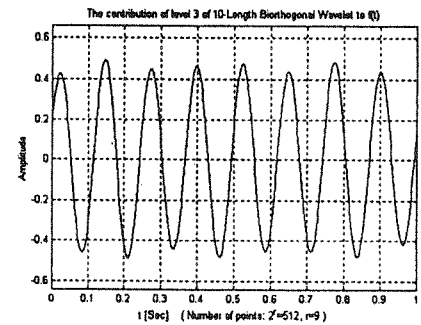
د- مؤلفه سیگنال در سطح دوم تابع موجک متعامد دوگانه با طول ۱۰



ج- مؤلفه سیگنال در سطح اول تابع موجک متعامد دوگانه با طول ۱۰

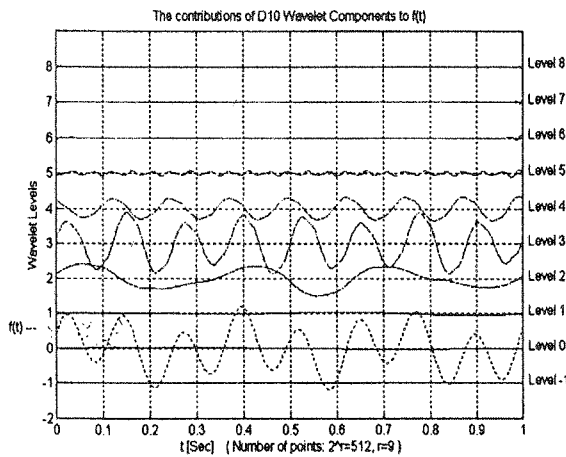


و- ترکیب مؤلفه‌های سیگنال تا سطح سوم تابع موجک متعامد دوگانه با طول ۱۰

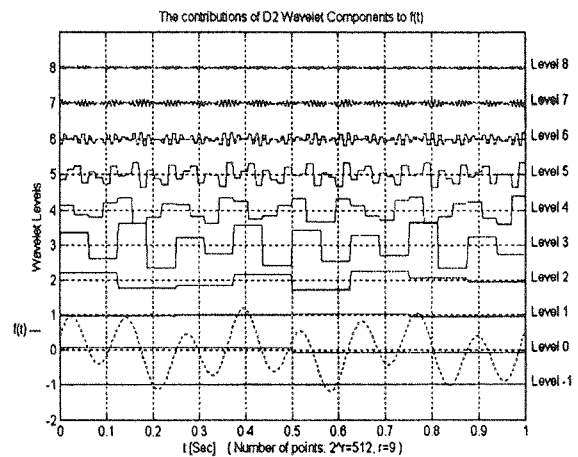


ه- مؤلفه سیگنال در سطح سوم تابع موجک متعامد دوگانه با طول ۱۰

شکل (۳) آنالیز سیگنال سینوسی مرکب با استفاده از سیستم موجک متعامد دوگانه با تعداد ضرائب ۱۰.



ب- تجزیه سیگنال مرکب سینوسی با استفاده از موجک‌های D_{10}



الف- تجزیه سیگنال مرکب سینوسی توسط موجک‌های D_2 در سطوح مختلف

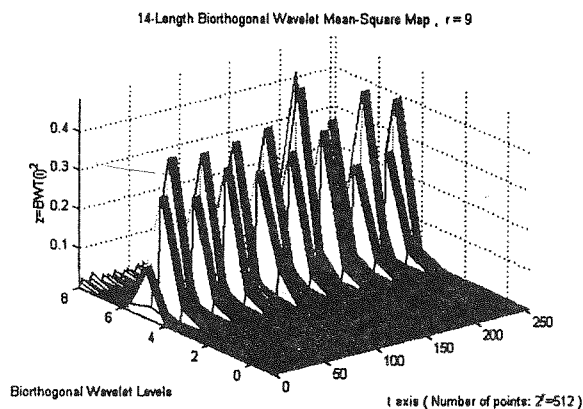
شکل (۴) آنالیز سیگنال مرکب سینوسی توسط سیستم موجک‌های متعامد یکه D_2 و D_{10}

۷- آنالیز یک سیگنال سینوسی همراه با ترکیبی از نویز و ضربه باند پهن [۲۶]

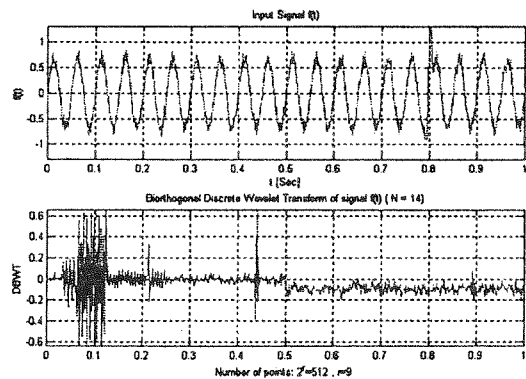
در این بخش به منظور بررسی توانایی سیستم موجک‌های متعامد دوگانه برای ردیابی پدیده‌های گذرا و همچنین نویززدایی سیگنال ارتعاشی، یک سیگنال سینوسی که با نویز و ضربه گذرای باند پهن ترکیب شده است مورد آنالیز قرار می‌گیرد. سیگنال موردنظر همراه با تبدیل موجک متعامد دوگانه با طول ۱۴ در شکل (۵-الف) نشان داده شده است. دیاگرامهای *Mean-Square Map* دو بعدی و سه بعدی به ترتیب در شکل‌های (۵-ب) و (۵-ج) نشان داده شده است. گرچه وجود پالس در هر دو دیاگرام یاد شده قابل ردیابی است ولی این پدیده که در سطوح ششم و هفتم ظاهر شده است در شکل (۵-ج) با وضوح بیشتری قابل تشخیص است.

سیگنال مورد نظر در شکل (۵-د) به مولفه‌های خود در سطوح مختلف توابع موجک متعامد دوگانه با طول ۱۴ تجزیه شده است. همانند شکل (۵-ج)، با استفاده از این شکل می‌توان علاوه بر وجود پالس در موقعیت زمانی $t=0.8$ Sec واقع در سطوح ششم و هفتم، به وجود نویز نیز که در سطح هشتم ظاهر شده است پی برد. به منظور شناسایی دقیقتر وجود پالس، مولفه سیگنال در سطح هفتم بطور مجزا در شکل (۵-ه) نشان داده شده است.

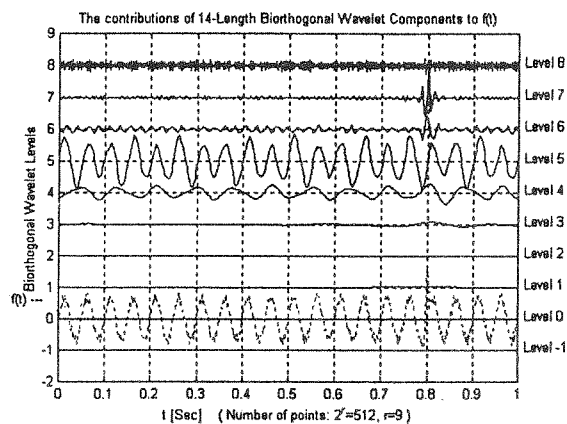
یکی دیگر از مزایای مهم سیستم موجک‌های متعامد دوگانه، امکان فیلتر کردن نویز می‌باشد. در سیگنال مورد آنالیز که با نویز سفید ترکیب شده است، نویز در بالاترین سطح ظاهر شده است. سطح هشتم موجک که حاوی نویز می‌باشد از سیگنال اولیه جداسازی شده و در شکل (۵-و) نشان داده شده است. نظر به اینکه وجود نویز باعث آشفتگی شدن اطلاعات مفید در سیگنال می‌شود بنابراین با حذف آن می‌توان سیگنال اصلی را بازسازی کرد. سیگنال نویززدایی شده حاصل که دارای اطلاعات مفید می‌باشد در شکل (۵-ز) ارائه شده است.



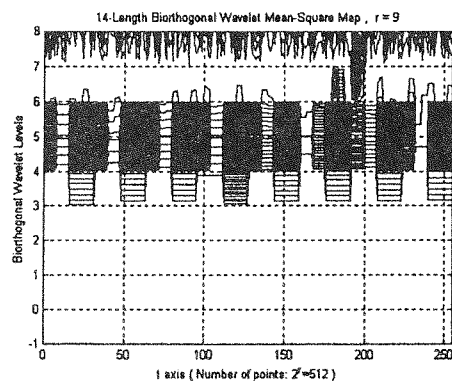
ب - دیاگرام *Mean-Square Map* سه بعدی با استفاده از تبدیل موجک متعامد دوگانه با طول ۱۴



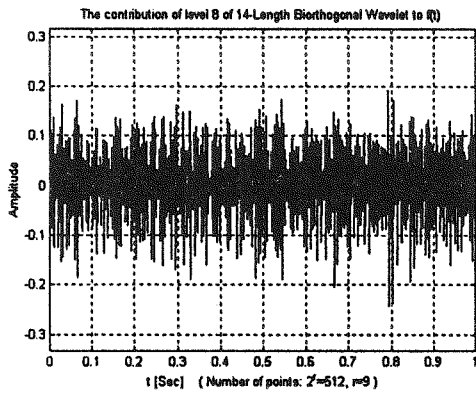
الف - سیگنال سینوسی همراه با نویز و ضربه باند پهن، و تبدیل موجک متعامد دوگانه با طول ۱۴



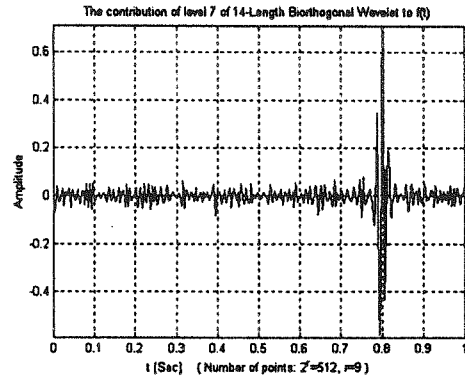
د - تجزیه سیگنال به سطوح مختلف توابع موجک متعامد دوگانه با طول ۱۴



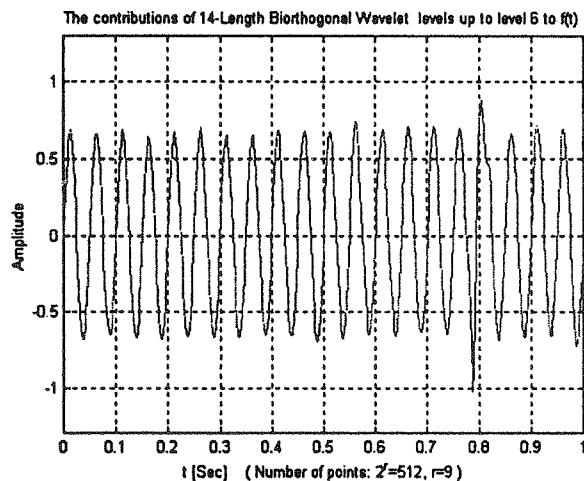
ج - دیاگرام *Mean-Square Map* دو بعدی با استفاده از موجک متعامد



۵- تصویر سیگنال ورودی در سطح هفتم
تابع موجک متعامد دوگانه با طول



۶- تصویر سیگنال ورودی در سطح هشتم تابع
موجک متعامد دوگانه با طول ۱۴



۷- نویز زدائی و بازسازی سیگنال با استفاده از تابع موجک متعامد دوگانه با طول ۱۴.

شکل (۵) آنالیز سیگنال سینوسی آلوده شده توسط نویز همراه با ضربه باند پهن با استفاده از سیستم موجک متعامد دوگانه با طول ۱۴.

۸- بحث و نتیجه گیری

سیستم موجک‌های متعامد یکه از متداولترین سیستم‌های موجک مورد استفاده در زمینه‌های مختلف می‌باشد و برای آنالیز سیگنال‌های ارتعاشی نیز از این سیستم‌ها استفاده شده است. سیستم موجک‌های متعامد دوگانه نوعی از سیستم‌های موجک می‌باشد که تاکنون از چنین سیستم‌هایی برای آنالیز سیگنال‌های ارتعاشی استفاده نشده است. در این مقاله سیستم موجک‌های متعامد دوگانه و نحوه تولید توابع مقیاس و توابع موجک متعامد دوگانه مورد بررسی قرار گرفته است. برخلاف سیستم موجک‌های متعامد یکه که امکان طراحی موجک‌های متقارن وجود ندارد، در سیستم موجک‌های متعامد دوگانه محدودیت اخیر منتفی می‌شود و زیاد بودن تعداد درجات آزادی برای تعیین ضرائب موجک‌های متعامد دوگانه، امکان تولید موجک‌های متعامد دوگانه متقارن و هموار را فراهم می‌آورد. وجود تقارن در ضرائب توابع موجک و توابع مقیاس علاوه بر اینکه باعث کاهش حجم محاسبات برای انجام تبدیل موجک می‌شود بلکه در بازسازی سریع و دقیق سیگنال دارای نقش اساسی می‌باشد. نتایج نشان می‌دهند که سیستم موجک‌های متعامد دوگانه در مقایسه با سیستم موجک‌های متعامد یکه دارای توانایی‌های بیشتری برای آنالیز انواع سیگنال‌ها می‌باشند.

در همه سیگنال‌های ارتعاشی دریافت شده از سیستم‌های مکانیکی وجود نویز اجتناب‌ناپذیر است و وجود نویز در سیگنال

باعث آشفته شدن اطلاعات اصلی در سیگنال می‌شود. بنابراین جداسازی نویز از سیگنال دارای اهمیت خاصی است و چنانکه بررسی نتایج نشان می‌دهد، با استفاده از سیستم موجک‌های متعامد دوگانه می‌توان سیگنال ارتعاشی را به خوبی نویززدائی کرد.

مسئله دیگری که حائز اهمیت است این است که عیوب اولیه و کوچک در سیستم مکانیکی عموماً به صورت پدیده‌های کوتاه مدت و با انرژی کم در سیگنال ارتعاشی ظاهر می‌شوند و ردیابی چنین عیوبی با استفاده از روشهای متداول، که به منظور جلوگیری از گسترش آنها صورت می‌گیرد، به سادگی امکانپذیر نیست درحالیکه با توجه به نتایج تحقیق حاضر با استفاده از سیستم موجک‌های متعامد دوگانه، چنین پدیده‌هایی را می‌توان به سهولت و با دقت بیشتری از نظر موقعیت زمانی و محدوده فرکانسی ردیابی کرد.

زیر نویس‌ها

- | | |
|--------------------------|--------------------------------|
| 8- Biorthogonal Basis | 1-Wavelet Analysis |
| 9- Dual Basis | 2-Biorthogonal Wavelet Systems |
| 10- Orthonormal Wavelets | 3-Fast Fourier Transform |
| 11- Shifting | 4-Scaling Function |
| 12- Dilation | 5-Wavelet Function |
| 13- Exact Reconstruction | 6-Multiresolution Analysis |
| 14-Z-Transform | 7-Orthonormal Bases |

مراجع

- [۱] س. اسماعیل‌زاده خادم و م. رضائی، «توسعه آنالیز سیگنالهای ارتعاشی برای عیب‌یابی سیستم‌های مکانیکی با استفاده از تبدیلات موجک با مراتب بالاتر»، مجله علمی - پژوهشی امیرکبیر، سال سیزدهم، شماره ۴۹، ۱۳۸۰.
- [۲] س. اسماعیل‌زاده خادم و م. رضائی، «توسعه تحلیلی آنالیز سیگنالهای ارتعاشی بوسیله سیستم موجک‌های چندگانه DGHM برای تشخیص عیوب موضعی و پدیده‌های گذرا در سیستم‌های مکانیکی»، مجله علمی - پژوهشی امیرکبیر، سال سیزدهم، شماره ۴۹، ۱۳۸۰.
- [3] I. Daubechies, "The Wavelet Transform, Time-Frequency Localization and Signal Analysis", IEEE Transactions on Information Theory, 36, pp. 961-1005, 1990.
- [4] Staphane G. Mallat, "A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 11(7), pp. 674-693, 1989.
- [5] Stephane Mallat, A Wavelet Tour of Signal Processing Academic Press, 1998.
- [6] G. Y. Luo, D. Osypiw & M. Irlé, "Real-Time Condition Monitoring by Significant and Natural Frequencies Analysis of Vibration Signal with Wavelet Filter and Autocorrelation Enhancement", Journal of Sound and Vibration, 236(3), pp. 413-430, 2000.
- [7] S. T. Lin & P. D. McFadden, "Vibration Analysis of Gearboxes by the Linear Wavelet Transform", Second International Conference on Gearbox Noise, Vibration, and Diagnostics, IMechE Conference Transactions, pp. 59-72, 16-17 November 1995.
- [8] Yulin Yan and Taro Shimogo, "The Application of Haar Transform in Signature Extraction and Condition Monitoring of Mechanical Systems", JSME International Journal, Series III, 33 (2), pp. 191-197, 1990.
- [9] B. S. Berger, I. Minis, J. Harley, M. Rokni & M. Papadopoulos, "Wavlet Based Cutting State Identification" Journal of Sound and Vibration, 213 (5), pp. 813-827, Jun 1998.
- [10] Jing Lin & Liangsheng Qu, "Feature Extraction Based on Morlet Wavelet and its Application for Mechanical Fault Diagnosis", Journal of Sound and Vibration, 234(1), pp. 135-148 Jun 2000,
- [11] K. Mori, N. Kasashima, T. Yoshiola and Y. Ueno, "Prediction of Spalling on a Ball Bearing by Applying the Discrete Wavelet Transform to Vibration Signals", Wear, 195 (1-2), pp. 162-168, 1996.
- [12] H. R. Martin & S. Ziaei, "Wavelet Analysis Applied to Bearing Vibration Analysis, pp. 455-461, Dublin/Ireland 3-5 September 1997.
- [13] Roger Ghanem & Francesco Romeo, "A Wavelet-Based Approach for the Identification of Linear Time-Varying Dynamical Systems", Journal of Sound and Vibration, 234 (4), pp. 555-576, Jul 2000.
- [14] Dong Wei, Jun Tian, Raymond O. Wells, Jr. and C. Sidney Burrus, "A New Class of Biorthogonal Wavelet Systems for Image Transform Coding", IEEE Transactions on Image Processin, 1998, 7(7), pp. 1000-1013.
- [15] Nikolay Polyak and William A. Pearlman, "A New Flexible Bi-Orthogonal Filter Design for Multiresolution Filterbanks with Application to Image Compression", IEEE Transactions on Signal Processing, 48(8), pp. 2279-2288, 2000.
- [16] Albert Cohen and Ingrid Daubechies, "A Stability Criterion for Biorthogonal Wavelet Bases and their

- Related Subband Coding Scheme”, Duke Mathematical Journal, Vol. 68(2), pp. 313-335, 1992.
- [17] Todor Coolkev, Akinori Nishihara, and Mike Sablatash, “Regular Orthonormal and Biorthogonal Wavelet Filters”, Signal Processing, 1997, 57, pp. 121-137.
- [18] Truong Q. Nguyen, and P. P. Vaidyanathan, “Two-Channel Perfect-Reconstruction FIR QMF Structures Which Yield Linear-Phase Analysis and Synthesis Filters”, IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. 37 (5), pp. 676-690, 1989.
- [19] Truong Q. Nguyen, and P. P. Vaidyanathan, “Structures for M-Channel Perfect-Reconstruction FIR QMF Banks Which Yield Linear-Phase Analysis Filters”, IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal processing, Vol. 38 (3), pp. 433-446, 1990.
- [20] PengLang Shui and Zheng Bao, “Biorthogonal Interpolating Wavelet with Compactly Supported Duals”, Electronics Letters, 34 (12), pp. 1185-1186, 1998.
- [21] Michael Unser, “Approximation Power of Biorthogonal Wavelet Expansions”, IEEE Transactions on Signal processing, 44(3), pp. 519-527, 1996.
- [22] S. C. Chan, Y. Luo and K. L. Ho, “M-Channel Compactly Supported Biorthogonal Cosine-Modulated Wavelet Bases”, IEEE Transactions on Signal Processing, 46(4), pp. 1142-1151, 1998.
- [23] Dong Wei and Alan C. Bovik, “On Asymptotic Convergence of the Dual Filters Associated with Two Families of Biorthogonal Wavelets”, IEEE Transactions on Signal Processing, 46(1), pp. 2928-2940, 1998.
- [24] A. Mertins, Signal Analysis: Wavelets, Filterbanks, Time-Frequency Transforms and Applications, John Wiley & Sons Ltd., 1999.
- [25] A. N. Akansu and R. A. Haddad, Multiresolution Signal Decomposition, Academic Press, 2001.
- [۲۵] موسی رضائی، توسعه تحلیل و بررسی تجربی سیگنالهای ارتعاشی برای عیب‌یابی بوسیله طراحی سیستم‌های موجک‌های متعامد دوگانه و جندگانه، گزارش سمینار رساله دکتری (منتشر نشده)، دانشگاه تربیت مدرس، تابستان ۱۳۸۰.