روشی جدید برای اندازه‌گیری و اصلاح خطاهای ادومتری در رباتهای سیار

ابوالقاسم راعی
استادیار
دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

احمد وکیلی
دانشجوی کارشناسی ارشد
دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

مهیار نراقی
استادیار
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

چکیده

در این مقاله روش جدیدی برای اندازه‌گیری و جبران خطاهای ادومتری، در رباتهای سیار (mobile robots) ارائه میشود. ربات مورد بحث، توسط دو چرخ متحرک که بصورت تفاضلی (differential drive) عمل می‌کند، هدایت میشود. خطاهای مورد بررسی در روش ارائه شده، خطاهای ناشی از نابرابر بودن قطر چرخها، عدم دقت کامل در تعیین قطر متوسط چرخها و در تعیین فاصله نقاط اتکاء چرخها می‌باشد. با کالیبره کردن ربات و بعبارت دیگر با اندازه‌گیری و اعمال نسبت دقیق قطر چرخها و فاصله دقیق نقاط اتکاء آنها، بصورت نرم‌افزاری دقت روش ادومتری افزایش می‌یابد. روش جدید، نسبت به روشهای پیشین از سه مزیت اصلی برخوردار است: اولا آزمایشهای مورد نیاز آن، با سادگی و سهولت بیشتر قابل انجام است، ثانیا روابط ارائه شده، برای هر میزان از خطا صادق است که این امر مرهون عدم استفاده از تقریب، در ریاضیات مدل میباشد و ثالثا، روابط دقیقی را نیز برای محاسبه قطر متوسط چرخها بدست میدهد.

کلمات کلیدی

ربات سیار- خودرو هدایت اتوماتیک-ادومتری- خطاهای سیستماتیک

A. Raie
Assistant Professor
Department of Electrical Engineering,
Amirkabir University of Technology

A. Vakili
M. Sc. Student
Department of Electrical Engineering,
Amirkabir University of Technology

M. Naraghi
Assistant Professor
Department of Mechanical Engineering,
Amirkabir University of Technology

Abstract

This paper presents a simple and practical method for measurement and compensation of odometry errors. For a typical differential drive mobile robot, the three dominating systematic error sources unequal wheel diameters, imprecise average wheel diameters and the uncertainty about the effective wheel base, are considered. Odometric accuracy of the mobile robot calibrated with this procedure is considerably improved. Calibration coefficients are obtained by accurate measurement of wheel diameter ratios and the effective wheel base, and applied to robot through driver's controller software.

The new method is distinct from previous studies performed in this subject in three aspects:

- The experimental tests are easily performed.

-The method is valid regardless of error's magnitude, which is direct consequence of mathematics with no approximation in the modeling procedure.
-Accurate relations to determine average wheel diameters that are additional outcome of this method.

Keywords
Wheeled Mobile Robot, AGV, Odometery, Systematic errors

مقدمه

روش ادومتری و کاربرد آن

در اکثر کاربردهای رباتهای سیار، موقعیت مکانی ربات به دو صورت مطلق و نسبی سنجیده میشود. تعیین موقعیت نسبی معمولا مبتنی بر روش ادومتری است، یعنی حرکت نسبی ربات با اندازه‌گیری میزان چرخش چرخها محاسبه میشود. در اغلب رباتهای سیار، ادومتری با استفاده از انکدرهای نوری، جهت اندازه‌گیری میزان چرخش چرخها پیاده‌سازی شده و اطلاعات انکدر برای محاسبه موقعیت ربات از یک نقطه شروع معلوم، مورد استفاده قرار می‌گیرد. روش ادومتری، ساده و ارزان است و بسادگی بصورت بهنگام (real time) قابل پیاده‌سازی میباشد ولیکن عیب آن انباشته شدن بدون مرز خطا میباشد. بجهت انباشته شدن خطا، لازم است که پس از طی مسافتهای کوتاه، در حدود ده متر، خطا صفر شود. اینکار با استفاده از تمهیدات جانبی مثلا شناسایی علایم محیطی، که موقعیت مکانی معلوم دارند، صورت میپذیرد[۱].

با کاهش خطاهای ادومتری، میتوان مسافت ماموریتهای ربات، بین دو نقطه با مختصات معلوم را افزایش داد. اگر چه مباحث این مقاله در رابطه با هر ربات سیاری که در آن دو چرخ محرک بصورت تفاضلی وظیفه هدایت را بعهده دارند صادق است ولی نتایج ارائه شده در این مقاله، در رابطه با هدایت ربات ویژه‌ای از این نوع حاصل شده است، که بعنوان نمونه‌ای از کاربرد روش ادومتری معرفی میشود. این ربات قرار است که مسیر مشخص شده با سیم حامل جریان را دنبال کرده (guidance wire) و در نقاط معین، سیم حامل جریان را ترک کرده و پس از انجام ماموریتی با مسافت کوتاه و با روش ادومتری، بر روی سیم حامل جریان باز گردد. ربات دارای دو درجه آزادی بوده، شامل سه چرخ و بدنه اصلی است. دو چرخ جلو بوسیله موتورهای DC و بطور مستقل تحریک شده و میزان چرخش هر یک با انکدر نوری مجزا اندازه‌گیری می‌شود. چرخ سوم هرزگرد بوده و وظیفه تامین پایداری را بعهده دارد. در این سیستم موقعیت نسبی به روش ادومتری و موقعیت مطلق با استفاده از سیم حامل جریان تعیین می‌گردد.

خطاهای روش ادومتری

خطاهای ادومتری را میتوان به دو گروه سیستماتیک و غیر سیستماتیک طبقه بندی نمود. خطاهای سیستماتیک ناشی از نقص در سینماتیک ربات بوده که نوعا این نقص در ساخت و پیاده‌سازی مکانیکی رخ میدهد. برخی از این موارد عبارتند از:

نامساوی بودن قطر چرخها

تفاوت متوسط قطر چرخها با مقدار نامی

نامیزان بودن چرخها نسبت بهم

نامعین بودن فاصله محل اتکاء دو چرخ بعلت نقطه‌ای نبودن محل تماس

محدودیت دقت انکدر

محدودیت فرکانس نمونه برداری

عوامل خطاهای غیر سیستماتیک عبارتند از:

ناهموار بودن زمین

عبور از روی اشیاء یا موانع پیش‌بینی نشده بر روی زمین

سر خوردن بدلایل مختلف مانند سر بودن زمین، شتاب بیش از اندازه و ....

خطاهای سیستماتیک از آنرو که بطور دایم انباشته میشوند اهمیت زیادی دارند. در اغلب کاربردهای داخل ساختمان که سطح زمین هموار است، خطاهای سیستماتیک، سهم بیشتری را در خطاهای ادومتری دارند. از بین منابع خطاهای سیستماتیک، دو عامل نابرابری قطر چرخها و دقیق نبودن فاصله نقاط اتکاء دو چرخ قابل توجه می‌باشند و بترتیب با E_d و E_b نشان داده می‌شوند.

اغلب رباتهای سیار، از چرخ های بادی لاستیکی استفاده میکنند. ساخت چرخهای لاستیکی با قطرهای یکسان مشکل میباشد و علاوه بر این، بعلت توزیع غیر متقارن بار، چرخ های لاستیکی در معرض میزان فشردگی متفاوت می‌باشند. همچنین، دلیل غیر دقیق بودن فاصله نقاط اتکاء، نقطه‌ای نبودن محل تماس آنها با زمین می‌باشد.

خطای دیگری که بالقوه قابل توجه است، E_s نامیده میشود و ناشی از تفاوت متوسط قطر واقعی چرخها و مقدار نامی قطر چرخها میباشد[۲].

روابط ۱، ۲ و ۳ بترتیب خطاهای E_d، E_b و E_s را نشان میدهند. در این روابط D_r و D_l بترتیب قطر واقعی چرخهای راست و چپ، b_{act} و b_{nom} بترتیب فاصله واقعی و نامی نقاط تماس دو چرخ با زمین و D_{ave} و D_{nom} بترتیب قطر متوسط واقعی و قطر نامی میباشند.

$$E_d = \frac{D_r}{D_l} \tag{1}$$

$$E_b = \frac{b_{act}}{b_{nom}} \tag{2}$$

$$E_s = \frac{D_{ave}}{D_{nom}} \tag{3}$$

روش UMBmark برای اندازه‌گیری خطاهای ادومتری

اگر از روشهای سعی و خطا برای جبران خطاهای ادومتری یا کالیبره کردن ربات بگذریم، روش" تست مسیر مربعی بصورت یکطرفه" و "تست مسیر مربعی بصورت دو طرفه" از روشهای مطرح شده در مقالات می‌باشند. مشاهده و سعی و خطا، زمان بر و غیر بهینه میباشد و نامناسب بودن روش" تست مسیر مربعی بصورت یکطرفه" برای رباتهایی که در آنها دو چرخ محرک بصورت تفاضلی وظیفه هدایت را بعهده دارند، در [۲] نشان داده شده است.

در روش " تست مسیر مربعی بصورت دو طرفه" که UMBmark شهرت یافته[۳، ۲، ۱]، دو آزمایش ترتیب داده میشود. در یک آزمایش، ربات برای پیمودن مسیری مربعی شکل به ضلع چهار متر و طی مسیر در جهت عقربه‌های ساعت برنامه‌ریزی میشود و در آزمایش دیگر، مسیر مربعی شکل در خلاف جهت عقربه‌های ساعت، پیموده می‌شود. دو آزمایش از یکدیگر مستقل نبوده و میبایست نسبت به یک دستگاه مختصات انجام شوند. همچنین در این روش فرض میشود که $E_s = 1$ است و مقدار دقیق D_{ave} مثلا با متر کردن مسیر طی شده، به ازاء چند دور دوران چرخها، بدست میآید[۲].

شکل۱ مسیرهای طی شده در دو آزمایش را با توجه به خطاهای E_d و E_b نشان میدهد. برای واضح شدن موضوع، خطاها اغراق آمیز در نظر گرفته شده‌اند. در هر دو آزمایش نقطه S نقطه شروع حرکت و یک راس از مربع میباشد. اولین ضلع مسیر، در هر دو آزمایش، بموازات محور x و در جهت مثبت آن برنامه‌ریزی شده است. نقاط E_1 و E_2 نقاط توقف ربات پس از پیمودن مسیر برنامه‌ریزی شده در دو آزمایش میباشند. اگر مختصات نقطه E_1 و E_2 را بترتیب (X_{cw}, Y_{cw}) و (X_{ccw}, Y_{ccw}) بنامیم، زوایای α و β در شکل۱ از روابط ۴ و ۵ بدست میآیند.

$$\alpha = \frac{X_{cw} + X_{ccw}}{-4L} \frac{180}{\pi} \tag{۴}$$

$$\beta = \frac{X_{cw} - X_{ccw}}{-4L} \frac{180}{\pi} \tag{۵}$$

$$R = \frac{L/2}{\sin(\beta/2)} \tag{۶}$$

$$E_b = \frac{b_{act}}{b_{nom}} = \frac{90}{90 - \alpha} \tag{۷}$$

$$E_d = \frac{D_r}{D_l} = \frac{R + b_{act}/2}{R - b_{act}/2} \tag{۸}$$

رابطه ۶ شعاع انحناء مسیر و روابط ۷و ۸ نحوه محاسبه خطاهای سیستماتیک را نشان میدهند. برای کاهش اثر خطاهای غیر سیستماتیک در آزمایشها، توصیه میشود که هر آزمایش پنج بار تکرار شود و از مختصات نقاط انتهایی آنها میانگین گرفته شود، و مقادیر میانگین در روابط ۴ و ۵ استفاده شوند.

روش جدید AKUBmark (Amir Kabir University Benchmark) برای اصلاح خطاهای ادومتری

تعاریف لازم

در این قسمت، پیش از بیان روش جدید و آزمایشها و محاسبات مربوط به آن، تعاریف مورد نیاز ارائه می شوند. در اینجا نیز E_s، E_b و E_d بر طبق روابط ۱ و ۲ و ۳ مورد استفاده قرار خواهند گرفت. سه زاویه α و β و θ در سه آزمایش فرضی تعریف شده و استفاده خواهند شد. لازم به تاکید است که زوایای α و β در این بخش تعاریف متفاوتی با α و β تعریف شده در بخش قبل دارند. همچنین قابل ذکر است که وجود فقط خطای E_b، یعنی $E_b \neq 1$ و $E_s = E_d = 1$، باعث خطا در میزان چرخش برنامه‌ریزی شده میشود و مسیر مستقیم الخط برنامه‌ریزی شده بدون انحنا طی میشود. وجود فقط خطای E_d، یعنی $E_d \neq 1$ و $E_s = E_b = 1$، باعث انحنا در مسیر مستقیم الخط برنامه‌ریزی شده میشود و میزان چرخش برنامه‌ریزی شده، بدرستی انجام میشود. و بالاخره وجود خطا فقط در E_s، یعنی $E_s \neq 1$ و $E_b = E_d = 1$، باعث خطا در میزان چرخش و مسافت برنامه‌ریزی شده میگردد و مسیر مستقیم الخط برنامه‌ریزی شده بدون انحناء طی میشود. برای بیان دقیق تر ارتباط θ، α و β با E_s، E_b و E_d، در ادامه سه آزمایش فرضی مطرح می‌شوند.

برای مشاهده اثر E_d بطور مستقل، فرض میکنیم که ربات را برای حرکت مسیر مستقیم الخط رفت و برگشت و بر اساس پارامترهای D_{nom} و b_{nom} برنامه‌ریزی کرده باشیم. در این برنامه ریزی، امتداد حرکت را دلخواه، مسافت رفت و برگشت را مساوی و زاویه چرخش ربات را π اختیار میکنیم. اگر $E_s = E_b = 1$ فرض شود و در آزمون تجربی، نقطه شروع را A_1، نقطه مقصد را B_1 و نقطه برگشت را C_1 نام گذاری کنیم، شکل ۲ اثر خطای E_d را نشان میدهد. در این شکل β زاویه اندازه‌گیری شده $\angle A_1B_1C_1$ در جهت مثلثاتی یعنی از A_1 به C_1 و علامت دار میباشد. بدیهی است که $\beta > 0$ بمعنی $E_d = \frac{D_r}{D_l} > 1$، $\beta = 0$ بمعنی $E_d = \frac{D_r}{D_l} = 1$ و $\beta < 0$ بمعنی $E_d = \frac{D_r}{D_l} < 1$ میباشد. همچنین بدیهی است که چون $E_s = E_b = 1$ فرض

شده است، دور زدن ربات برای برگشت، چه در جهت عقربه های ساعت یا خلاف آن، اثری بر مقدار اندازه‌گیری شده و علامت β ندارد.

برای مشاهده اثر E_b بطور مستقل، برنامه‌ریزی و آزمون قبلی را تکرار میکنیم. با فرض اینکه $E_s = E_d = 1$ باشد، و نقاط شروع، مقصد و برگشت در آزمون بترتیب A_2 ، B_2 و C_2 نامگذاری شوند، شکل ۳ مسیر طی شده و اثر خطای E_b را نشان میدهد. توجه شود که در این آزمون دور زدن ربات در نقطه B_2 در جهت عقربه‌های ساعت انجام میشود و زاویه $\angle A_2B_2C_2$ در جهت مثلثاتی، از A_2 به C_2 و علامت دار بوده و α نامیده میشود. با توجه به اثر $E_b = \frac{b_{act}}{b_{nom}}$ بر زاویه چرخش در نقطه B_2، به این نتیجه میرسیم که $\alpha > 0$ بمعنی $E_b > 1$ و $\alpha = 0$ بمعنی $E_b = 1$ و $\alpha < 0$ بمعنی $E_b < 1$ خواهد بود. همچنین بدیهی است که در صورتیکه دور زدن ربات در خلاف جهت عقربه‌های ساعت باشد، زاویه اندازه‌گیری شده، برابر $-\alpha$ خواهد شد.

برای مشاهده اثر E_s بطور مستقل، فرض بگیرید که $E_b = E_d = 1$ است و آزمایش رفت و برگشت و دوران به اندازه π در جهت عقربه‌های ساعت تکرار شود. در اینصورت اولا مسیر رفت و برگشت بطور مستقیم طی میشود. ثانیا بجای مسافت $N_1 \times \pi \times D_{nom}$ مسافت $N_1 \times \pi \times D_{act}$ طی میشود که در آن N_1 تعداد دورهای برنامه ریزی شده برای طی مسافت است. ثالثا میزان دوران بجای π برابر $\pi - \theta$ خواهد بود که در آن $\theta = 0$ بمعنی $E_s = 1$ و $\theta > 0$ بمعنی $E_s = \frac{D_{act}}{D_{nom}} < 1$ و $\theta < 0$ بمعنی $E_s = \frac{D_{act}}{D_{nom}} > 1$ خواهد بود. شکل ۴ اثر E_s را نشان میدهد. باز هم زاویه θ علامت دار است و از A_3 به C_3 در جهت مثلثاتی اندازه‌گیری میشود. بدیهی است که با دور زدن در خلاف جهت عقربه‌های ساعت $-\theta$ اندازه‌گیری خواهد شد.

آزمایشهای لازم

روش جدید پیشنهادی، مبتنی بر انجام دو آزمایش مستقل میباشد و ربات مورد آزمایش میتواند هر سه نوع خطای E_s، E_d و E_b را در بر داشته باشد. در هر دو آزمایش، ربات بر اساس پارامترهای D_{nom} و b_{nom} و برای رفت و برگشت مستقیم الخط و در امتداد و مسافت دلخواه مثلا $N_1 \times \pi \times D_{nom}$ که در آن N_1 تعداد دور زدن چرخها برای طی مسافت است، برنامه‌ریزی میشود، و لیکن در آزمایش اول دور زدن برای برگشت در جهت عقربه‌های ساعت و به اندازه π و در آزمایش دوم دور زدن در خلاف جهت عقربه‌های ساعت و به اندازه π برنامه‌ریزی میشود. نقاط شروع، مقصد و نقطه برگشت در دو آزمایش را بترتیب $\{A_4, B_4, C_4\}$ و $\{A_5, B_5, C_5\}$ و زوایای $\angle A_4B_4C_4$ و $\angle A_5B_5C_5$ را بترتیب γ_1 و γ_2 مینامیم. زوایای γ_1 و γ_2 علامت دار بوده، در جهت A_4 به C_4 و A_5 به C_5 اندازه‌گیری میشوند و در جهت مثلثاتی مثبت و در خلاف آن منفی محسوب خواهند شد. شکل ۵ نمونه‌ای از مسیر طی شده، برای رباتی که در آن $E_s < 1$، $E_d > 1$ و $E_b < 1$ است را نشان میدهد.

با توجه به آزمایشهای فرضی و تعاریف انجام شده در قسمت قبل، اگر اثر E_s، E_b و E_d را بترتیب با θ، α و β نشان دهیم، میدانیم که در دو آزمایش علامت β عوض نمیشود ولیکن علامتهای θ و α هر دو عوض میشوند و رابطه ۹ برقرار خواهد بود.

$$\gamma_1 = \beta + (\alpha + \theta), \quad \gamma_2 = \beta - (\alpha + \theta) \tag{۹}$$

بدیهی است که با اندازه‌گیری فاصله رئوس، در مثلثهای $A_4B_4C_4$ و $A_5B_5C_5$ و روابط ساده مثلثاتی، γ_1 ، γ_2 قابل تعین میباشند و البته برای کاهش اثر خطاهای اندازه‌گیری و کاهش اثر خطاهای غیر سیستماتیک، میتوان هر آزمایش را چند بار تکرار و γ_1 متوسط و γ_2 متوسط را مبنای محاسبه $\alpha + \theta$ و β بر طبق روابط ۱۰ و ۱۱ قرار داد.

$$\beta = \frac{(\gamma_1 + \gamma_2)}{2} \tag{۱۰}$$

$$\alpha + \theta = \frac{(\gamma_1 - \gamma_2)}{2} \tag{۱۱}$$

محاسبه خطاهای E_s، E_b و E_d

با انجام آزمایشهای مذکور در بخش قبل و محاسبه $\alpha+\theta$ و β و اندازه‌گیری M ، مقادیر E_s، E_d و E_b قابل محاسبه خواهند بود.

برای محاسبه E_s، میدانیم که مسافت برنامه‌ریزی شده $N_1 \times \pi \times D_{nom}$ بوده است اما مسافت واقعی طی شده $N_1 \times \pi \times D_{act}$ میباشد. در صورتیکه $\beta = 0$ باشد مسافت واقعی طی شده مستقیم الخط و همان M اندازه گیری شده میباشد و در صورتیکه $\beta \neq 0$ باشد، مسافت طی شده قوسی به شعاع R و با زاویه β رادیان میباشد. لذا E_s برای $\beta = 0$ از رابطه ۱۲ و برای $\beta \neq 0$ از رابطه ۱۳ محاسبه خواهد شد.

$$E_s = \frac{D_{act}}{D_{nom}} = \frac{N_1 \times \pi \times D_{act}}{N_1 \times \pi \times D_{nom}} = \frac{M}{N_1 \times \pi \times D_{nom}} \tag{۱۲}$$

$$E_s = \frac{|\beta| \times R}{N_1 \times \pi \times D_{nom}} \tag{۱۳}$$

در این روابط N_1 و D_{nom} را میدانیم، β از رابطه ۱۰ بدست میآید، M اندازه‌گیری میشود و R از رابطه ۲۱ و بر اساس توضیحات بعدی محاسبه میشود.

از طرف دیگر برنامه‌ریزی برای دور زدن به اندازه π، بر اساس D_{nom} و b_{nom} صورت گرفته است و میبایست دو چرخ در خلاف جهت یکدیگر و برای طی مسافت $l_1 = \frac{\pi \times b_{nom}}{2} = \pi \times N_2 \times D_{nom}$ برنامه‌ریزی شوند، که در آن N_2 تعداد دور لازم برای هر چرخ میباشد و l_1 مسافتی است که برای طی کردن نیم دایره ای به قطر b_{nom} لازم است. ولیکن در عمل بجای l_1، مسافت $l_2 = \pi \times N_2 \times D_{act}$ طی خواهد شد و با توجه به شکل ۴ روابط ۱۴، ۱۵ و ۱۶ را خواهیم داشت.

$$l_2 = \pi \times N_2 \times D_{act} = \frac{(\pi - \theta) b_{nom}}{2} \tag{۱۴}$$

$$E_s = \frac{l_2}{l_1} = \frac{\pi \times N_2 \times D_{act}}{\pi \times N_2 \times D_{nom}} = \frac{\pi - \theta}{\pi} \tag{۱۵}$$

$$\theta = \pi(1 - E_s) \tag{۱۶}$$

همانطور که ملاحظه میشود θ بر حسب E_s محاسبه میشود و E_s از رابطه ۱۲ یا ۱۳ بدست میآید. توجه شود که θ علامت‌دار است و همان روابط $\theta > 0 \Rightarrow E_s < 1$، $\theta = 0 \Rightarrow E_s = 1$ و $\theta < 0 \Rightarrow E_s > 1$ برقرار میباشند.

حال E_b را مورد توجه قرار میدهیم. مسافت واقعی طی شده برای دوران یعنی l_2 بجای اینکه کمانی با زاویه $\pi - \theta$ از دایره‌ای بقطر b_{nom} را طی کند، زاویه ای به میزان $\pi - \theta - \alpha$ از دایره‌ای به قطر b_{act} را طی خواهد کرد و لذا روابط ۱۷ و ۱۸ برقرار میباشند.

$$l_2 = \frac{(\pi-\theta)\times b_{nom}}{2} = \frac{(\pi-\theta-\alpha)\times b_{act}}{2} \quad (۱۷)$$

$$E_b = \frac{b_{act}}{b_{nom}} = \frac{\pi-\theta}{\pi-\theta-\alpha} = \frac{\pi-\theta}{\pi-(\theta+\alpha)}$$

$$b_{act} = E_b \times b_{nom}$$

توجه شود که αو θ در رابطه ۱۸ علامت دار هستند، θ از رابطـه ۱۶ و $\alpha+\theta$ از رابطـه ۱۱ بدسـت میـآیند و همـان روابط $\alpha > 0 \Rightarrow E_b > 1$ ، $\alpha = 0 \Rightarrow E_b = 1$ و $\alpha < 0 \Rightarrow E_b < 1$ بر قرار میباشند.

برای محاسبه E_d بر حسب β و b_{act} که از روابط ۱۰ و ۱۸بدست میآیند، شکل ۶ را در نظر میگیریم. این شکل با خطـای اغراق آمیز کشیده شده است. در اینجا فرض بر اینست که $E_s = E_b = 1$ میباشد و روابط نشان داده شده در شکل ۶، برای هـر دو شکل ۲الف و ۲ب صادق است. بعبارت دیگر در این شکل رابطه قطر دو چرخ، شعاع دوران و رئـوس مثلـث، مبـدا، مقصـد و نقطه برگشت نشان داده شده است. M مسافت اندازه‌گیری شده بین A_4 ، B_4 یا A_5 و B_5 در هر یک از دو شـکل ۵ الـف یـا ۵ب میتواند اختیار شود. β از نتیجه دو آزمایش و رابطه ۱۰ بدست آمده است. N با استفاده از رابطه ۱۹ قابل محاسـبه اسـت. رابطه ۲۰ از تشابه مثلثها درقسمت بالای شکل۶ یعنی مثلثهای OB_1C_1 و $A_1B_1C_1$ بدست میآید و از آن شعاع دوران R طبـق رابطه ۲۱ محاسبه میشود. رابطه ۲۲ از شکل۶ و تشابه مثلثها بدست میآید. نسبت قطر دو چرخ کوچک به بـزرگ از رابطـه ۲۳ بدست میآید. توجه شود که $E_d = \frac{D_r}{D_l}$ تعریف شده است، در صورتیکه E نسبت قطر کوچک به بزرگ است. پس اگر $\beta \le 0$ باشد $E_d = E$ و در صورتیکه $\beta \ge 0$ باشد $E_d = 1/E$ خواهد بود.

$$N = 2M \times |\sin(\beta/2)| \quad (۱۹)$$

$$\frac{R}{(M/2)} = \frac{M}{(N/2)} \quad (۲۰)$$

$$R = \frac{M^2}{N} \quad (۲۱)$$

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{R - b_{act}/2}{R + b_{act}/2} \quad (۲۲)$$

$$E = \frac{D_2}{D_1} = \frac{2\times M^2 - N\times b_{act}}{2\times M^2 + N\times b_{act}} \quad (۲۳)$$

ارزیابی روش جدید AKUBmark

مزایای اصلی روش جدید را نسبت به روش UMBmark میتوان در سهولت بیشـتر انجـام آزمایش‌هـای پیشـنهادی، دقـت کامل روابط جدید استنتاج شده و محاسبه E_s خلاصه نمود.

در روش UMBmark، یک دستگاه مختصات برای برنامه ریزی ربات لازم میباشد و دو مسیر مربعـی میبایسـت در امتـداد

محورهای آن برنامه‌ریزی شوند. مشکل بزرگ در این زمینه، انجام آزمایشهای مربوطه است که در آنها می‌بایست ربات را در نقطه شروع با دقت بالایی در امتداد اولیه x تنظیم نمود و این کار اگر چه غیر ممکن نیست ولی بسیار مشکل است. همچنین در انجام آزمایشها، سطح وسیعی بر روی زمین و با ویژگیهای خاص، مورد نیاز است. از طرف دیگر روابط پیشنهادی در روش UMBmark مبتنی بر این فرض است که خطاها بسیار کوچک بوده و $E_s = 1$ است. تقریب‌هایی که در استنتاج روابط برای توابع مثلثاتی بکار رفته است، باعث میشود که برای خطاهای نه چندان غیر معقول، روش UMBmark بلااستفاده شود.

همچنین فرض $E_s = 1$، چندان قابل قبول نیست، زیرا بدلائل مشابهی که برای E_d ذکر شده است، E_s نیز میتواند مخالف یک باشد. اندازه‌گیری D_{act} با متراژ مسافت طی شده نیز، بعلت احتمال قوسی بودن مسیر با دقت کامل قابل انجام نمیباشد.

در مقایسه، روش پیشنهادی AKUBmark ، دو آزمایش ساده و مستقل را می‌طلبد. برنامه ریزی ربات شامل رفت و برگشت مستقیم الخط و در امتداد دلخواه در هر آزمایش میباشد. روابط بدست آمده، بدون اعمال هیچگونه تقریبی استنتاج شده‌اند و لذا برای خطاهای بزرگ نیز، صادق بوده و همچنین برای E_s نیز روابط دقیق داده شده است.

با توجه به موارد فوق الذکر، شاید مقایسه نتایج دو روش چندان لزومی نداشته باشد، در عین حال برای آزمون روشها و درستی و میزان دقت آنها، جدول ۱، بکمک شبیه‌سازی تولید شده است. شبیه ساز نوشته شده، رفتار رباتی را که با روش ادومتری هدایت میشود، شبیه سازی میکند. قطر واقعی چرخها و فاصله نقطه اثر آنها بصورت پارامتر داده شده و برای طی مسیر معینی با b_{nom} و D_{nom} برنامه ریزی میشود. حالتهای مختلف با $E_b \neq 1, E_s \neq 1$ و $E_d \neq 1$ و نتایج حاصله از دو روش در جدول ۱ آمده است. در محاسبات $D_{act} = \frac{D_{r(act)} + D_{l(act)}}{2}$ منظور شده است. بدیهی است که عدم دقت کامل در نتایج روش AKUBmark ناشی از مدل و تقریب در روابط نیست، بلکه بعلت محدودیت دقت در محاسبات عددی میباشد.

سخن پایانی

این مقاله روش جدیدی را برای اندازه‌گیری و جبران خطاهای ادومتری در رباتهای سیار، پیشنهاد میکند.

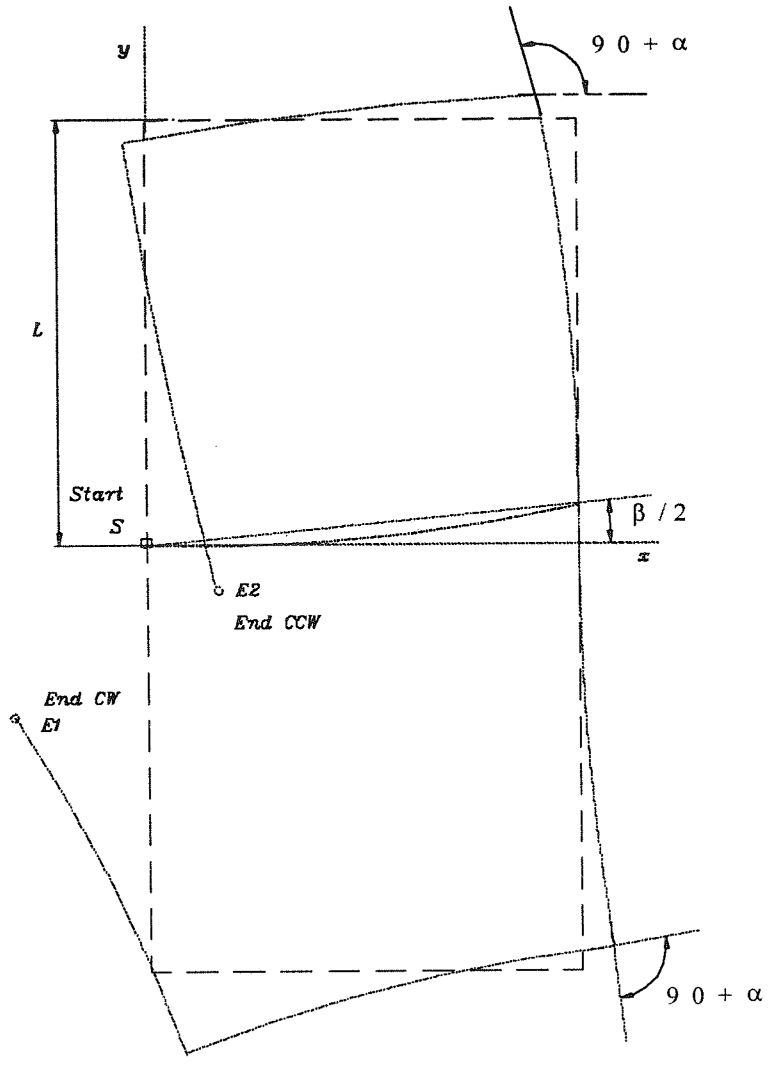
روش پیشنهادی برای رباتهایی که در آن دو چرخ محرک بصورت تفاضلی (differential-drive mobile robots) وظیفه هدایت ربات را بعهده دارند قابل استفاده است. خطاهایی که در این روش مورد توجه قرار میگیرند، خطاهای ناشی از نسبت قطر دو چرخ $E_d = \frac{D_r}{D_l}$، عدم قطعیت در فاصله نقطه اتکاء دو چرخ $E_b = \frac{b_{act}}{b_{nom}}$ و اندازه متوسط قطر چرخها $E_s = \frac{D_{act}}{D_{nom}}$ میباشند. علت توجه به این خطاها اینست که تولید فرامین و هدایت ربات، نوعا مبتنی بر $E_d = 1$ ، $E_b = 1$ و $E_s = 1$ صورت میگیرد. حال آنکه بدلیل عدم تطابق تحلیل تئوریک سینماتیکی با آنچه در عمل ساخته می شود عملا این روابط برقرار نمی‌باشند. همچنین می‌توان مشاهده کرد که انحرافات کوچک E_d، E_b و E_s از یک، می‌تواند منجر به تفاوت فاحش بین مسیر برنامه‌ریزی و مسیر طی شده شود. با اندازه گیری دقیق E_d ، E_b و E_s، اولا از خطاهای مکانیکی آگاه می شویم و ثانیا برای جبران آن به صورت نرم افزاری اقدام کرده و بعبارت دیگر ربات را کالیبره می‌کنیم.

تا به امروز کارآترین روش پیشنهاد شده برای اندازه گیری و جبران خطاهای E_d و E_b، روش موسوم به UMBmark میباشد. در این روش، ربات برای پیمودن مسیر مربعی شکل، به ضلع چهار متر و در دو جهت عقربه های ساعت و خلاف آن برنامه‌ریزی شده و با اندازه‌گیری خطاهای نقاط انتهایی، E_d و E_b محاسبه میشوند. در این روش تنظیم ربات در یک امتداد اولیه ضروری بوده و تنظیم دقیق آن اگر چه ممکن، ولی مشکل میباشد. همچنین روابط ارائه شده با اعمال تقریبهای محاسباتی استنتاج شده‌اند و فقط برای انحراف‌های بسیار کوچک E_d و E_b از یک قابل استفاده میباشند. همچنین در این روش $E_s = 1$ فرض شده است.

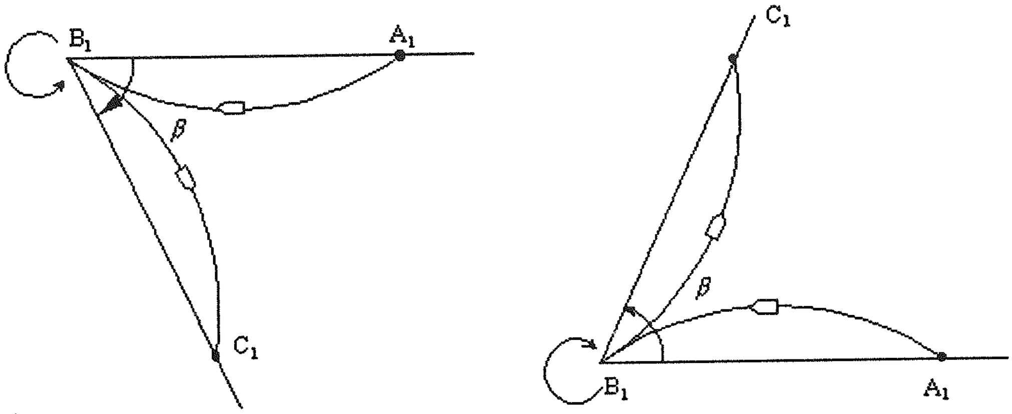
روش پیشنهادی این مقاله که آنرا AKUBmark نامیده‌ایم، مبتنی بر دو آزمایش ساده و مستقل از یکدیگر میباشد. ربات برای رفت و برگشت مستقیم الخط و در امتداد دلخواه برنامه‌ریزی میشود. در یک آزمایش برای برگشت در جهت عقربه‌های ساعت و در آزمایش دوم در خلاف جهت عقربه‌های ساعت دور میزند. فاصله نقاط شروع، مقصد و برگشت اندازه‌گیری شده و E_d ، E_b و E_s با روابط دقیق و بدون تقریب از این اندازه‌گیری‌ها بدست می‌آیند. بنابراین در مجموع، آزمایشهای سهل‌تر و روابط دقیقی که برای هر مقدار از خطای E_d ، E_b و E_s صادق است، محصول جدید این مقاله میباشد.

جدول(۱) مقایسه عملکرد UMBmark و AKUBmark

D_r	D_l	$D_{ave(no}$	b_{act}	b_{no}	$E_{s(act)}$	$E_{s(AKUB)}$	$E_{b(act)}$	$E_{b(UMB)}$	$E_{b(AKUB)}$	$E_{d(act)}$	$E_{d(UMB)}$	$E_{d(AKUB}$
.311	.309	.31	.505	.5	1	.9997	1.01	1.0146	1.0100	.99356	.99312	.99355
.312	.308	.31	.51	.5	1	.9997	1.02	1.03	1.0197	.9871	.9852	.9872
.312	.308	.31	.49	.5	1	.9999	.98	.9989	.9799	.98717	.98884	.97727
.31	.31	.314	.5	.5	.9872	.9873	1	1.0132	1.000	1	.9999	.9999
.312	.308	.306	.49	.5	1.0130	1.0128	.98	.9884	.9798	.9871	.9899	.9872
.315	.305	.315	.51	.5	.9841	.9840	1.02	1.14	1.0199	.9682	.9604	.9685
.32	.3	.305	.53	.5	1.0163	1.0153	1.06	1.46	1.0589	.9375	.9218	.9380
.32	.3	.315	.45	.5	.9841	.9835	.9	1.462	.8994	.9375	.9646	.9378
.312	.308	.306	.5	.5	1.0130	1.0128	1	1.0051	.9998	.98718	.9880	.98727
.312	.308	.314	.5	.5	.9872	.9872	1	1.029	1.000	.9871	.9860	.9872



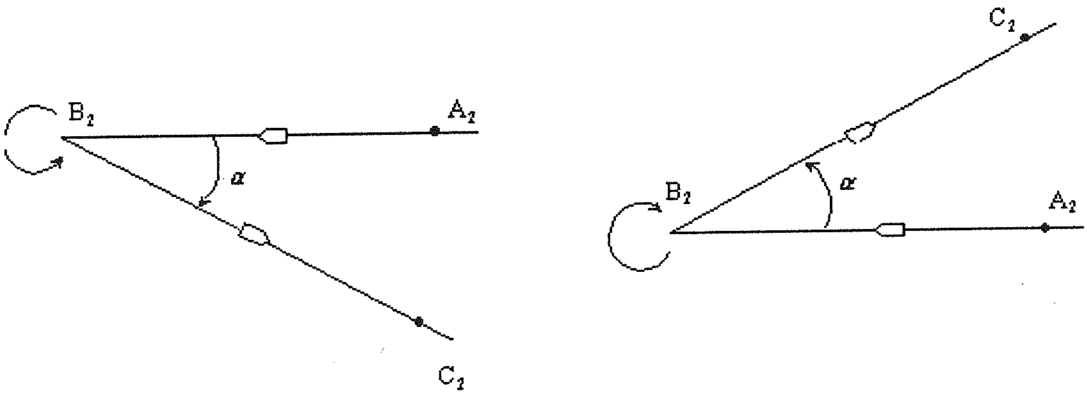
شکل(۱) نمایش مسیر های طی شده با توجه به خطاهای E_d و E_b (روش UMBmark).



الف- $\beta > 0$ برای حالت $E_d > 1$

ب- $\beta < 0$ برای حالت $E_d < 1$

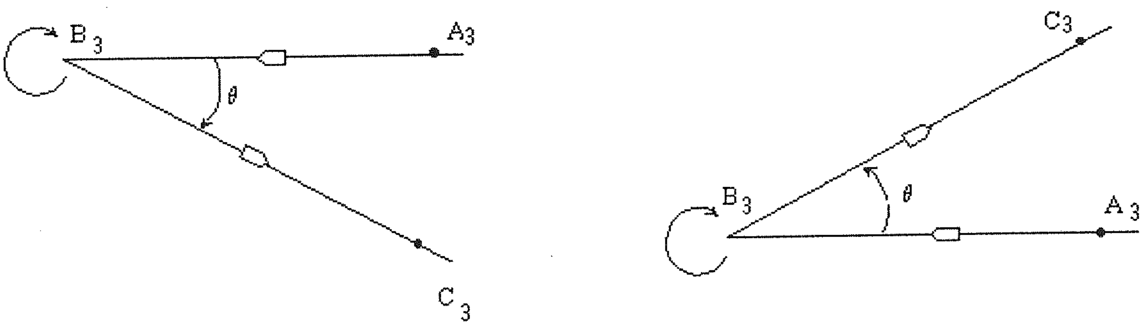
شکل(۲) اثر E_d بر مسیر رفت و برگشت با فرض $E_s = E_b = 1$.



الف- $\alpha > 0$ برای حالت $E_b > 1$

ب- $\alpha < 0$ برای حالت $E_b < 1$

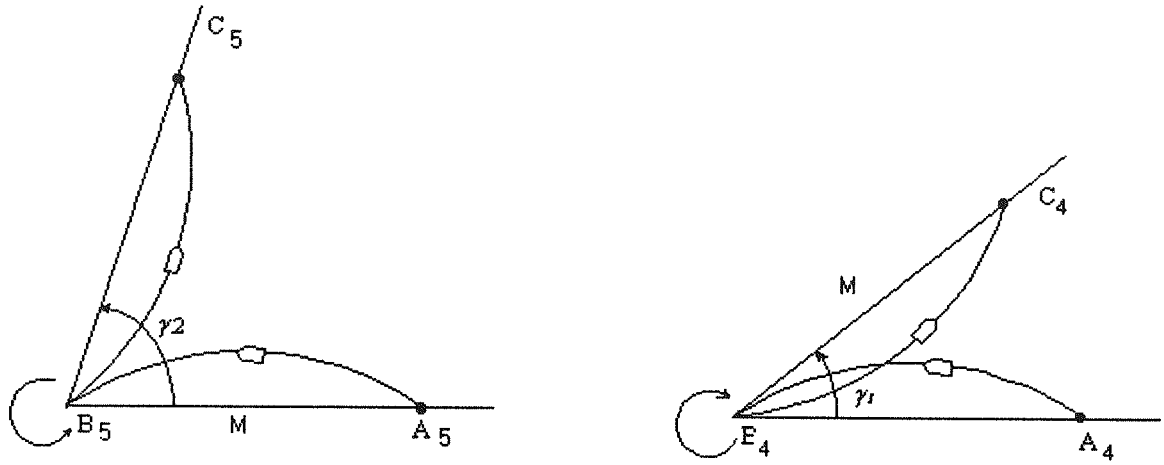
شکل (۳) اثر E_b بر مسیر رفت وبرگشت با فرض $E_s = E_d = 1$.



الف- $\theta > 0$ برای حالت $E_s < 1$

ب- $\theta < 0$ برای حالت $E_s > 1$

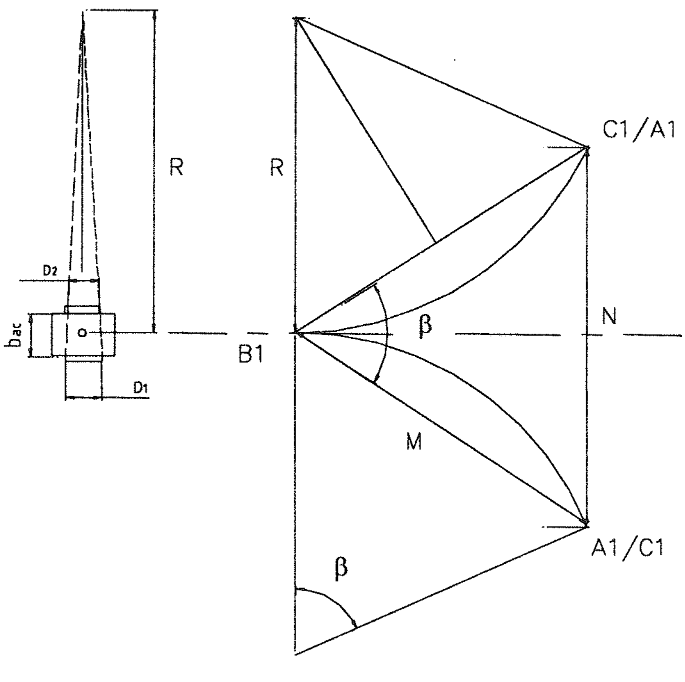
شکل(٤) اثر E_s بر مسیر رفت وبرگشت با فرض $E_b = E_d = 1$.



الف- رفت وبرگشت و دور زدن در جهت عقربه های ساعت

ب- رفت وبرگشت ودور زدن در خلاف جهت عقربه های ساعت

شکل(۵) نمونه مسیر رفت وبرگشت در دوآزمایش پیشنهادی برای رباتی با $E_d > 1$، $E_b < 1$ و $E_s < 1$



شکل (۶) نمایش روابط حاکم بین E_d و β و رابطه بین D_R و D_l.

مراجع

[1] Borenstein, J. Feng, L. " Correction of Systematic Odometry Errors in Mobile Robots" 1995, IEEE
[2] Borenstein, J. Feng, L. " UMBmark: A Benchmark Test for Measuring Odometry Errors in Mobile Robots", SPIE Conference on Mobile Robots, Philadelphia, Oct. 1995
[3] Borenstein, J. Feng, L. " Measurement and Correction of Systematic Odometry Errors in Mobile Robots" IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 12, No 5, Oct 1996