مسئله سطح تماس و کاربـــرد آن در تحلیل و طراحی صفحات پای ستون

ایرج مظفری
دانشجوی دکترای
سازه، دانشگاه تبریز

علاء الدین بهروش
استاد
گروه عمران، دانشگاه تبریز

چکیده

در این مقاله تحلیل صفحات پای ستون با استفاده از روش های مطرح شده در مسئله سطح تماس انجام شده و نتایج حاصل از این تحلیل بر روی نمونه های مختلف، با نتایج حاصل از روش های مرسوم فعلی که با فرض تنش یکنواخت زیر صفحه صورت می گیرد، مقایسه و نتیجه گیری شده است.

کلمات کلیدی

صفحات پای ستون ـ مسئله سطح تماس

Contact Problem and its Application in Analysis of Column Base Plates

I. Mozaffary
Ph. D. Student
Civil Engineering Department,
Tabriz University

A. Behravesh
Professor
Civil Engineering Department,
Tabriz University

Abstract

In this paper, analysis of column base plates have been done by using the methods of contact problem. The result of this analysis on diffrernt Specimens, have been compared with the results of current method with is done by presuming uniform stress under plate.

Keywords

Column base plates - Contact Problem

مقدمه

روابطی که در کتاب های سازه های فولادی برای آنالیز و طراحی صفحات پای ستون پیشنهاد شده است براساس دو فرض استوار می باشد: [43, 37, 29, 28]

- صفحه پای ستون صلب بوده و در نتیجه در حالت بار محوری خالص، تنش زیر صفحه یکنواخت، و در حالت بار محوری همراه با لنگر، تغییرات تنش در زیر صفحه خطی می باشد.
- در صورت کافی نبودن ضخامت صفحه، خرابی احتمالی در صفحه و در اثر لنگر خمشی روی می دهد.

با یک بررسی اجمالی می توان دریافت که:

اولاً در اثر تنش زیر صفحه پای ستون، لنگر خمشی در آن ایجاد شده و لبه های آن بطرف بالا خم می شوند. در نتیجه تنش در زیر صفحه نمی تواند یکنواخت باشد و لنگر خمشی ایجاد شده در صفحه نیز کمتر از مقداری خواهد بود که با فرض تنش یکنواخت در زیر صفحه بدست می آید.

ثانیاً بررسی های مقدماتی نشان می دهد که تغییر شکل های صفحه در صورت کافی نبودن ضخامت آن، موجب خواهد شد که سطح تماس بین صفحه و بتن کاهش یابد که در نتیجه این امکان وجود دارد که خرابی در بتن و در اثر تنش فشاری، و نه در صفحه پیش بیاید.

بسط روش های حل مسئله تماس به آنالیز و طراحی صفحات پای ستون می تواند پاسخ دقیق تری به مسئله بدهد.

۱- مروری بر مسئله تماس

مسئله سطح تماس از جمله مباحثی است که سال های متمادی توسط پژوهشگران مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

موارد عملی این مبحث، شامل طیف گسترده ای در رشته های مختلفی از علوم مهندسی می باشد. از قبیل: مبحث مکانیک سنگ که ناپیوستگی های ناشی از وجود ترک و شکاف در سنگ ها را بررسی می کند، اندر کنش سازه و خاک در برخی از سازه های زیرزمینی، اتصال پی به خاک زیر پی، اتصال برخی قطعات ماشین آلات از قبیل دنده ها و غلطک ها و بلبرینگ ها، اتصالات پیچی در دستگاه ها و سازه ها، ناپیوستگی های مربوط به رفتار غیر الاستیکی و غیر خطی ملات که در این مورد ناپیوستگی حدفاصل بین بلوک یا آجر با ملات می باشد و صفحات ضعف را تشکیل می دهد و بالاخره مسائل مربوط به ضربه که در تمام موارد فوق، مبحث مسئله سطح تماس کاربرد دارد.

رفتار فیزیکی سطح تماس دو محیط پیوسته، شامل لغزش مماسی و یا جدا شدن از هم و یا هر دو می باشد. لغزش مماسی وقتی اتفاق می افتد که مؤلفه مماسی بردار تنش در سطح تماس از مقاومت برشی بین دو سطح تماس تجاوز کند. لغزش نسبی حاصل از قانون اصطکاک تبعیت می کند. جدا شدن دو جسم نیز در حالتی بروز می کند که مؤلفه قائم بردار تنش سطح تماس از مقاومت کششی بین دو سطح تجاوز کند. لغزش، جدا شدن و دوباره بهم رسیدن ممکن است همگی در طی تاریخچه زمانی تنش اتفاق بیفتد.

مسائلی که در معادلات اصلی و یا در شرایط مرزی، شامل نامساوی هایی باشند در برخی موقعیت های مهندسی پیش می آیند. این در حالتی است که اعضاء تشکیل دهنده سازه ها قابلیت انتقال تنها نوع خاصی از تنش ها را داشته باشند. مانند اعضایی که نمی توانند کشش یا فشار را انتقال دهند یا تحت شرایط نفوذ ناپذیری در طول مرزها یا سطوح تماس باشند و یا مانند تکیه گاه هایی که نمی توانند کشش را تحمل کنند و ترک ها در اجسام سنگی. علاوه بر این معیار گسیختگی در تئوری های پلاستیسیته نیز نامعادلاتی را در فرمولبندی کلی مسئله معرفی می کند. تمام انواع مسائلی که در آنها اصل کار مجازی به شکل نامعادله می باشد، مسائل یک طرفه یا Unilateral نامیده می شوند.

حتی در محدوده تغییر شکل ها و یا تغییر مکان های کوچک و تحت رفتار الاستیک خطی مصالح سازه پدیده یک طرفه، حالت غیر خطی بالایی ایجاد می کند که با روش های معمولی تحلیل غیر خطی سازه ها بصورت کاملاً رضایتبخش قابل حل نیست. برای یادآوری برخی مشکلات، خاطر نشان می سازد که نواحی تماس یا عدم تماس در مسائل سطح تماس، و نواحی الاستیک و پلاستیک در پلاستیسیته از قبل معلوم نیستند و با استفاده از الگوریتم عددی تعیین می شوند.

مسائل سطح تماس نیز مسائلی پیچیده و ذاتاً غیر خطی می باشند. حتی اگر اجسام در تماس با هم، الاستیک خطی بوده و اصطکاک را هم به حساب نیاوریم، باز مسئله غیر خطی است. حال با در نظر گرفتن اصطکاک که خود یک عامل غیر خطی می باشد، و در صورت غیر خطی بودن مصالح، مسئله حالت بسیار پیچیده ای بخود می گیرد.

از نقطه نظر ریاضی، روش های تحلیلی تنها برای دسته محدودی از مسائل سطح تماس با فرضیات ایده ال قابل کاربرد است. به همین جهت علاقه رو به رشدی به حل عددی چنین مسائلی وجود دارد.

اینک روش های مختلف حل مسائل سطح تماس که تاکنون ارائه شده اند همراه با تاریخچه مختصری از آن بطور خلاصه ذکر می شود.

یکی از روش های حل مسائل سطح تماس، روش تحلیلی می باشد. بطوری که قبلاً اشاره شد، با توجه به پیچیدگی زیاد این مسائل، روش تحلیلی تنها برای دسته محدودی از این مسائل و با فرضیات ساده کننده امکان پذیر است. از نظر تاریخی، اولین روش حل تحلیلی مسائل سطح تماس توسط هرتز ارائه شد که مسائل سطح تماس را برای دو جسم کروی الاستیک خطی بدون اصطکاک، و یک جسم کروی الاستیک خطی در تماس با تکیه گاه صلب بدون اصطکاک، و در حالت کلی تر، دو جسم الاستیک خطی با شکل هندسی کوادراتیک، وباز بدون اصطکاک را بررسی کرد [1].

روش تحلیلی برای حالت های خاص توسط پژوهشگران دیگر نیز ارائه شد. از جمله در مرجع [2] برای اجسام کروی الاستیک خطی بدون اصطکاک، و در مرجع [3] برای اجسام استوانه ای الاستیک خطی بدون اصطکاک، روش های تحلیلی ارائه شده اند. بطور کلی روش های حل بکار رفته برای حل مسائل سطح تماس بستگی به فرضیات مسئله دارد. مسائل سطح تماس، شامل محدوده وسیعی از مسائل، از سطح تماس بدون اصطکاک در تحلیل الاستیک کرنش کوچک، تا سطح تماس با اصطکاک در حالت عمومی تحلیل غیر خطی و کرنش کوچک، تا سطح تماس با اصطکاک در حالت عمومی تحلیل غیر خطی و کرنش ها و تغییر شکل های بزرگ می باشد. و این حالت ها در روش های فرمولبندی و حل متفاوتند.

در حقیقت در حالت کلی مسئله سطح تماس، از پنج جنبه حالت غیر خطی دارد:

- غیر خطی بودن مصالح (حالت الاستوپلاستیک)
- غیر خطی بودن ناشی از کرنش های بزرگ
- غیر خطی بودن هندسی مربوط به تغییر شکل های بزرگ
- غیر خطی بودن ناشی از اصطکاک
- غیر خطی بودن شرایط سطح تماس

با توجه به پیچیدگی خاص مسئله، پژوهشگران مختلف، هر کدام با فرضیات ساده کننده خاصی مسئله را بررسی کرده و روش های حل متناسب با این فرضیات را بکار برده اند. در ادامه به بررسی فرضیات بکار رفته در پژوهش های مختلف، و روش های حل مختلف بکار رفته اشاره می شود.

برخی از پژوهشگران، مسئله را برای شکل هندسی خاصی حل کرده اند [1, 2, 3]. برخی از آنها مسئله را برای سطح تماس غلطک بررسی نموده اند [4, 13, 21, 22]. در برخی از پژوهش ها، کاربرد خاصی از مسئله سطح تماس مورد نظر بوده و در نتیجه فرضیات متناسب به آن کاربرد خاص در نظر گرفته شده است. مثلاً کاربرد مسئله در مکانیک سنگ و بررسی ترک ها و شکاف های موجود در سنگ ها [4, 8, 15] و یا بررسی تماس چرخ قطار با ریل [10].

در بیشتر پژوهش های انجام شده، مسئله بصورت دو بعدی بررسی شده است و تنها در تعداد محدودی از آنها بصورت سه بعدی مورد مطالعه قرار گرفته است: [13, 26, 35, 38, 39, 45, 46].

از نظر رفتار مصالح، در برخی از پژوهش ها، سطح تماس یک جسم الاستیک با یک جسم صلب بررسی شده است [46]. در بیشتر پژوهش ها رفتار مصالح، الاستیک خطی فرض شده است. در بعضی موارد، رفتار جسم تنها در مجاورت سطح تماس الاستوپلاستیک در نظر گرفته شده است[16]. و بالاخره در تعداد کمی از پژوهش ها، رفتار الاستوپلاستیک مصالح مورد نظر قرار گرفته است [4, 22, 25, 16, 33].

از نظر اصطکاک و تنش ها و تغییر مکان های مماسی بین دو جسم، در برخی از پژوهش ها فرض بر این قرار گرفته است که دو جسم نسبت به هم حرکت لغزشی ندارند [9, 12]. در بیشتر پژوهش های انجام شده، از اصطکاک بین دو جسم صرفنظر شده و حالت بدون اصطکاک بررسی شده است. در بقیه موارد که اصطکاک در نظر گرفته شده است، در بیشتر موارد قانون کلاسیک اصطکاک کولمب استفاده شده است [7, 13, 17, 18, 19]. کولمب در سال ۱۷۸۱ قانون اصطکاک خود را ارائه داد که موفق به دریافت دو جایزه از آکادمی علوم فرانسه شد. به موجب این قانون، لغزش بین دو جسم در تماس، در طول سطوح تخت، زمانی اتفاق می افتد که نیروی برشی خالص موازی صفحه، به یک مقدار بحرانی متناسب با نیروی فشارنده دو جسم بهم، برسد. این قانون در مسائل سطح تماس مورد اشکال می باشد. زیرا از سال ها پیش معلوم شده است که این قانون، تنها در مورد اجسام صلب و لغزش بدون تغییر شکل و خالص دو جسم نسبت بهم صادق می باشد. به هر حال تنها در تعداد کمی از پژوهش ها از اصطکاک غیر خطی شده است. [12, 20, 24, 27].

غیر خطی بودن بدلیل کرنش های بزرگ نیز بندرت در پژوهش ها در نظر گرفته شده است. حالت غیر خطی هندسی به دلیل تغییر شکل های بزرگ در تعداد کمی از مطالعات بررسی شده است: [23, 25, 26, 30, 31, 42].

از نظر روش های حل نیز بطوری که اشاره شد، در تعداد کمی از پژوهش های اولیه روش تحلیلی برای اشکال هندسی ساده بکار رفته است [1, 2, 3]. در بقیه موارد با توجه به پیچیدگی مسئله روش تحلیلی قابل استفاده نبوده و روش های عددی بکار رفته اند.

دریک تقسیم بندی کلی روش المان های محدود [5, 6, 7, 8, ...] و روش المان های مرزی [30, 34, 40, 41, ...]

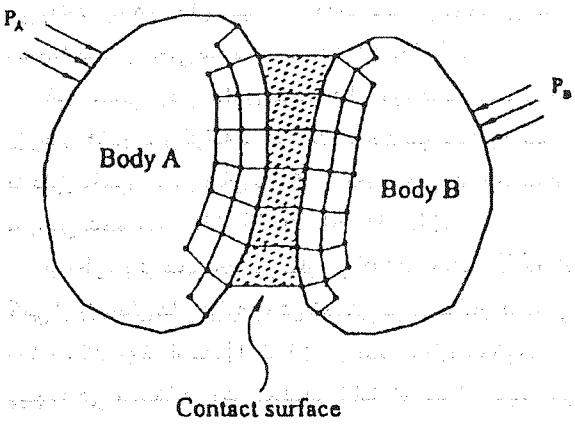
دو روش کلی بکار رفته در حل مسائل سطح تماس می باشند.

یکی از نکات مهم، نحوه مدل کردن سطح بین دو جسم و اعمال شرط نفوذ پذیری می باشد که با روش های مختلفی انجام شده است که هر کدام از این روش ها مزایا و معایبی در بر دارند. اینک بطور مختصر به بررسی آنها می پردازیم.

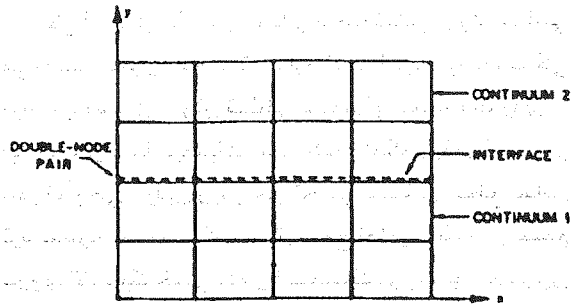
یکی از روش ها که برای ارضاء شرایط نفوذ پذیری بکار می رود، استفاده از المان های لغزشی بین دو جسم می باشد [45, 14, 11, 8, 6]. المان های فرضی بین دو جسم دارای سختی متغیر می باشند. وقتی که فاصله باز است، سختی صفر در نظر گرفته می شود و وقتی که فاصله بسته است، سختی مقدار بزرگی گرفته می شود (شکل ۱).

در بیشتر پژوهش ها، مقدار کوچکی رویهم رفتگی مجاز فرض شده است. مزیت این روش در این است که نیاز به معرفی هیچ مجهول جدیدی نبوده استراتژی حل بخصوصی لازم نیست. المان های فرضی مشابه یک سیستم الاستوپلاستیک رفتار کرده و مسئله مشابه یک سیستم الاستوپلاستیک قابل حل است. معایب این روش در این است که اولاً باید ضخامتی برای المان در نظر گرفت که موجب می شود که حد فاصل بطور واقعی مدل نشود. ثانیاً برای ارضاء شرایط سازگاری باید سختی بسیار بزرگی در امتداد ناحیه هایی که فاصله بسته است، فرض کرد که موجب بد حالت شدن ماتریس سختی می شود که خود موجب افزایش خطا در حل معادلات حاصله می شود.

در روش دیگر حد فاصل ناپیوسته، توسط یک دسته از جفت گره ها مدل می شود که هر گره از یک جفت گره، به یک حد فاصل مربوط می باشد. (شکل ۲). جواب مورد نظر با اصلاح معادلات سختی کل به طریقی که تمام شرایط حد فاصل از قبیل سازگاری و قانون اصطکاک را ارضاء کند، بدست آید.



شکل (۱) مدل کردن سطح بین دو جسم و اعمال شرط نفوذ پذیری با استفاده از المان های لغزشی بین دو جسم.



شکل (۲) مدل کردن حد فاصل ناپیوسته توسط یك دسته از جفت گره ها.

روش های عددی که برای تشخیص شرایط سطح تماس و تغییرات آن بکار می رود نیز متفاوت می باشند. یک دسته از روش ها، شامل روش های نموی و تکراری و آزمون و خطا می باشند که بصورت های مختلف بکار رفته اند. [45, 40, 33, 18, 17, 12, 5]. روش نمو بار برای حالت الاستیک و بدون اصطکاک کارایی بیشتر دارد. ابتدا کل بار به سیستم وارد می شود و نقاطی از سطح تماس که بر هم منطبق شده و یا شرایط نفوذ پذیری را نقض کرده اند، مشخص می شوند. اولین نقطه ای از دو جسم که بعد از اعمال بار، شرایط آن از نظر جدا شدن و بهم رسیدن تغییر کرده است تعیین شده و بار وارده به نحوی مقیاس می شود که در آستانه عوض شدن شرایط نقطه مورد نظر باشد. سپس شرایط جدید را اعمال کرده مجدداً بقیه بار را یکباره وارد کرده این عمل را آنقدر ادامه می دهیم که هم تمام بار اعمال شده باشد و هم شرایط تمام نقاط سطح تماس بدرستی اعمال شده باشد. ولی در حالت الاستوپلاستیک و یا وجود اصطکاک استفاده از این روش باید به طریق آزمون و خطا انجام شود که وقت زیادی می گیرد و معمولاً همگرایی تضمین شده ندارد. به همین دلیل یکی از روش ها که در مکانیک سازه ها برای تحلیل مسائل شامل نامعادلات بکار می رود روش برنامه ریزی ریاضی می باشد. [45, 44, 34, 13, 6].

روش دیگر، روش ضرایب لاگرانژ است. در این روش قیدها توسط ضرایبی موسوم به ضرایب لاگرانژ اعمال می شوند [36, 32, 16, 9]. در این روش شرط غیر قابل نفوذ بودن دقیقاً اعمال می شود. ولی اولاً تعدادی متغیر جدید به دستگاه معادلات اصلی اضافه می شود و ثانیاً جملات صفر درطول قطر ماتریس ضرایب بوجود می آیند.

در روش موسوم به پنالتی، تعداد متغیرها افزایش نمی یابد: [44, 38, 32, 31, 23].

در این روش با معرفی یک پارامتر، فشار تماس متناسب با مقدار نفوذپذیری فرض می شود. مزیت این روش این است که بدون وارد کردن مجهولات اضافی، شرط نفوذپذیری اعمال

می شود. عیب این روش نیز در این است که اولاً شرط نفوذپذیری بطور تقریبی ارضاء می شود که بستگی به پارامتر فرضی دارد. هر قدر این پارامتر بزرگتر انتخاب شود، شرط نفوذناپذیری دقیق تر اعمال می شود. ولی از طرف دیگر با انتخاب پارامتر های پنالتی بسیار بزرگ معادلات حاصل بد حالت خواهند شد.

۳ـ کاربرد مسئله سطح تماس در تحلیل و طراحی صفحات پای ستون

بطوریکه در مطالب مربوط به مسائل سطح تماس ذکر شد، مسئله سطح تماس در حالت کلی خود بسیار پیچیده بوده و حل آن مشکل و وقت گیر می باشد و لذا هر کدام از پژوهش گران با فرض های ساده کننده خاصی با این مسئله برخورد کرده اند. در این مورد خاص نیز باید ابتدا مشخص کرد که چه فرض های ساده کننده ای را می توان برای حل این مسئله خاص بکار برد که ضمن تسهیل در حل مسئله، صحت و دقت جواب ها زیر سوال نرود. سپس با توجه به فرضیات ساده کننده ای که در نظر گرفته می شود، روش حل مناسبی برای تحلیل صفحات پای ستون، با روش های مربوط به مسئله سطح تماس انتخاب شود.

در اولین بخش از پژوهش که نتایج آن در این مقاله می آید، مهمترین پارامتر یعنی عامل غیر خطی سطح تماس وارد مسئله شده و نتایج حاصل از بررسی ها با جواب های حاصل از روش های متداول مقایسه می شود.

چنانچه اشاره شد، روش های مختلفی برای حل مسئله سطح تماس توسط پژوهش گران مختلف پیشنهاد و بکار رفته است. روشی که در این مرحله از پژوهش مورد استفاده قرار گرفته است، روش تکراری با استفاده از اجزاء محدود می باشد. در این روش ابتدا سطح تماس بین صفحه و پی، بصورت فنرهایی در گره ها اعمال می شود. سپس با فرض فوق، تحلیل انجام گرفته و تغییر مکان ها بدست می آیند. هر گرهی که تغییر مکان آن بطرف بالا بوده و فنر به کشش کار بکند. فنر موجود در آن گره حذف می شود. پس از حذف فنرهای اضافی، مجدداً تحلیل انجام می گیرد.

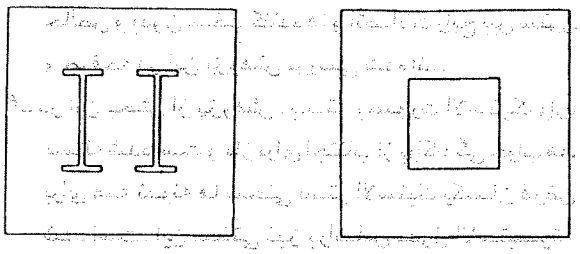
با توجه به حذف بعضی از فنرها و باز توزیع نیروی آنها، تغییر مکان ها در تحلیل مجدد عوض شده و ممکن است تعداد دیگری از فنرها به کشش کار بکنند. این فنرها نیز حذف شده و تحلیل تکرار می شود. پس از چند نوبت تکرار، بالاخره مسئله همگرا شده و جواب تحلیل نهایی بدست می آید.

برای اینکه بتوان جواب ها را مقایسه کرده و به نتیجه عملی دست یافت بررسی روی چند نمونه مشخص متمرکز گردید. از نظر ابعاد صفحه، تمام نمونه های مورد بررسی یکسان و به ابعاد ۴۰×۴۰ سانتی متر بودند.

از نظر ضخامت صفحه، ضخامت های ۱ تا ۳۰ میلیمتر، با تغییرات ۱ میلیمتر بکار برده شدند.

از نظر مقدار بار وارده، بارهای ۱۰ تا ۶۰ تن با تغییرات ۱۰ تن اعمال شد.

از نظر شکل بارگذاری (شکل مقطع ستون)، دو نوع مقطع متداول بررسی شدند. یک نوع به شکل قوطی (شکل ۳ـ الف) و نوع دیگر پروفیل I دوبل (شکل ۳ ـ ب)



الف ـ ستون به شکل قوطی ب ـ ستون به شکل پروفیل I دوبل

شکل (۳) شکل و نحوه قرارگیری ستون بر روی صفحه.

۱ـ چنانچه قبلاً نیز اشاره شده فرضیات بکار رفته در روش متداول تحلیل و طراحی با واقعیت های موجود تطابق چندانی ندارد. برای بدست آوردن یک مدل کاملاً دقیق باید عوامل مختلفی از قبیل: سطح تماس، اصطکاک، وارد شدن مصالح صفحه به ناحیه غیر خطی و پیش آمدن حالت غیر خطی هندسی در روند بارگذاری، پارامترهای غیر خطی بستر، نقش اتصالات و ... در نظر گرفته شود. نیز همان طور که گفته شد مسئله سطح تماس نوعاً یک مسئله پیچیده بوده و در موارد دیگر نیز پژوهش گران مسئله را بسته به مورد با فرضیات ساده کننده متناسب با مسئله مورد نظر حل کرده اند. لذا در این مورد نیز ابتدا باید فرضیات ساده کننده ای را که لطمه ای به نتایج نمی زنند مشخص کرد. در این بخش از پژوهش که نتایج آن ارائه می شود تلاش براین بوده است که فقط یکی از مهمترین عوامل مؤثر یعنی سطح تماس را وارد مسئله کرده و با مقایسهٔ نتایج حاصل با روش های متداول فعلی، دربارهٔ لزوم یا عدم لزوم وارد کردن این پارامتر تصمیم گیری کرد. وارد کردن یا وارد نکردن پارامترهای دیگر به معنی بی اهمیت و یا بی اثر بودن آنها نبوده و در مراحل دیگر پژوهش بررسی خواهند شد.

۲ـ برخی از ضخامت های مورد بررسی در این پژوهش کاربرد عملی نداشته و حتی با کاربرد آنها اشکالات دیگری از قبیل لهیدگی و غیره پیش خواهد آمد. هدف از بررسی

آنها فقط نشان دادن روند تغییرات پارامترهای مورد مطالعه (از قبیل لنگرهای خمشی، تغییر شکل ها، فشارهای ماگزیمم وارده به پی و مرز ناحیه سطح تماس) با تغییر ضخامت صفحه تحت فرضیات بکاررفته در پژوهش و مقایسه آنها با نتایج حاصل از روش متداول است.

۳ـ با توجه به اینکه وارد کردن شرایط متنوع باعث بالا رفتن تعداد نمونه های مورد بررسی شده و مقایسه نتایج را مشکل خواهد کرد لذا تنها ستون های با بار محوری خالص و بدون سخت کننده ها و اتصالات رایج بین ستون و صفحه در این پژوهش بررسی شده اند.

۴ـ در این بخش از پژوهش، بستر بصورت الاستیک وارد مسئله شده است و باز برای اجتناب از پراکندگی جواب ها، برای همه نمونه ها سختی بستر الاستیک یکسان فرض شده است. این سختی نیز براساس مدول الاستیسیته فرضی بستر و ارتفاع ثابت پی (50 cm) محاسبه و اعمال شده است. البته غیر خطی بودن بستر نیز یکی از پارامتر هایی است که در بخش های بعدی پژوهش بررسی و دربارهٔ لزوم یا عدم لزوم اعمال آن نتیجه گیری خواهد شد.

۵ـ برای جلوگیری از تنوع شرایط، محل میل مهارها در تمام صفحات ثابت در نظر گرفته شده است وجود میل مهارها با توجه به اینکه بار بصورت محوری خالص وارد شده است مادامی که صفحه در محل مهارها میل به جدا شدن از پی نداشته باشد نیروی کششی به آن وارد نمی شود. و از آن به بعد وجود میل مهار مانع از جداشدن صفحه از پی در آن نقطه شده نیروی وارده از طرف میل مهار به صفحه باعث تغییر در روند تغییر شکل ها خواهد شد.

بدین ترتیب ۳۶۰ مسئله مختلف مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته و برای هر کدام لنگر خمشی حول محور X، لنگر خمشی حول محور Y، لنگر خمشی ماگزیمم در هر نقطه از صفحه، شکل تغییر شکل یافته صفحه تحت بار وارده، و بالاخره شکل مرزهای بین نواحی در تماس با پی و نواحی جدا شده از پی بدست آمده نتایج حاصله با یکدیگر و نیز با جواب های بدست آمده از روش های معمول مقایسه گردید.

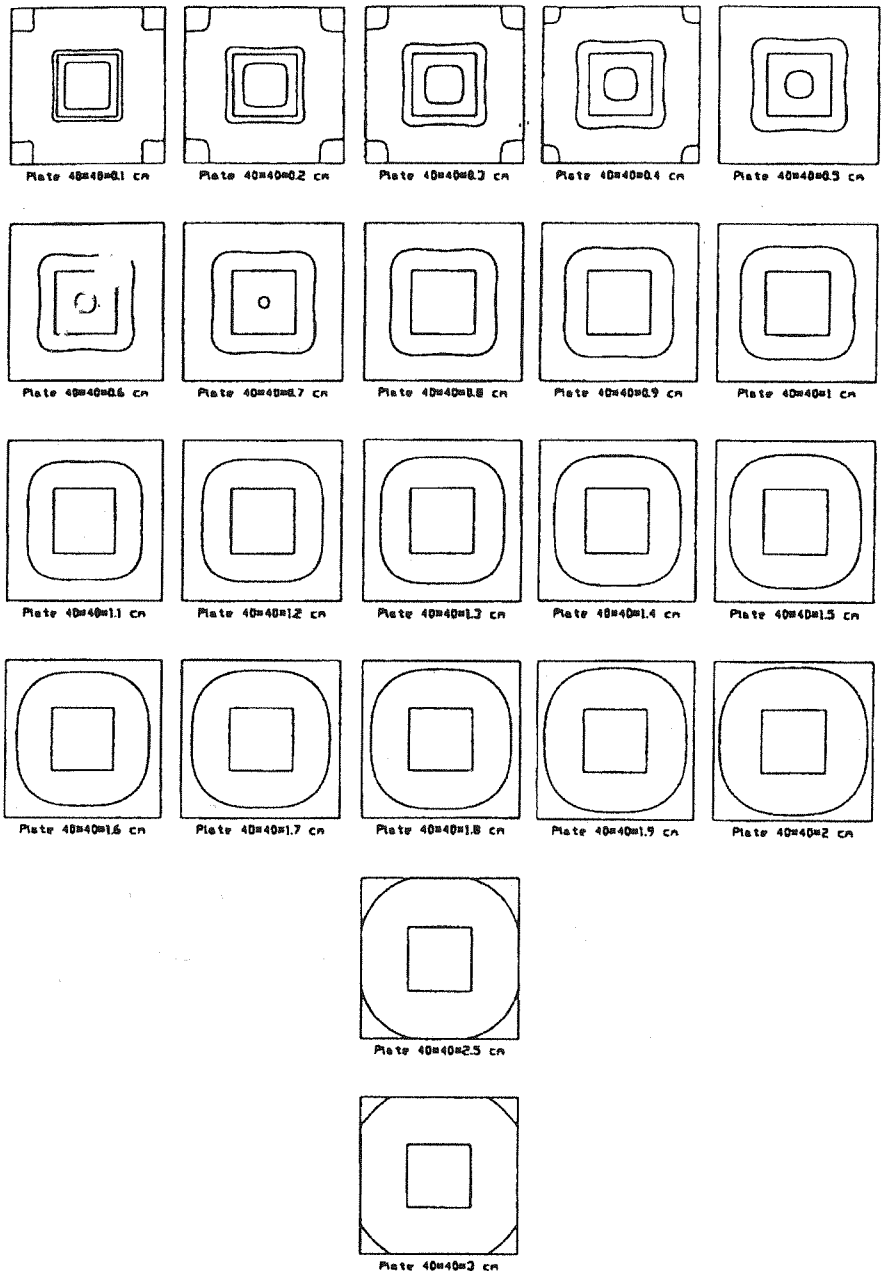
بعنوان نمونه در شکل های ۴و۵ شکل این مرزها برای دو شکل بارگذاری فوق الذکر و برای صفحه به ابعاد ۴۰×۴۰ سانتی متر و برای ضخامت های مختلف، تحت بارهای ثابت ۶۰ تن نشان داده شده اند.

بررسی های شکل ها نشان می دهد که با افزایش ضخامت صفحه، سطح تماس افزایش می یابد (در حالت حدی که صفحه صلب می باشد، تمام سطح صفحه، بطور یکنواخت با پی در تماس خواهند بود). با کاهش ضخامت صفحه نیز سطح کاهش می یابد (در حالت حدی که ضخامت صفحه صفر باشد، سطح تماس، معادل سطح مقطع ستون خواهد بود). ضمناً در مرحله ای از کاهش ضخامت صفحه، که ناحیه جدا شده از پی تا محل بولت ها توسعه می یابد، در اثر نیروی وارده از طرف بولت به صفحه، قسمت هایی از گوشه های بلند شده صفحه مجدداً بطرف پایین بر می گردد که در شکل ها مشاهده می شود.

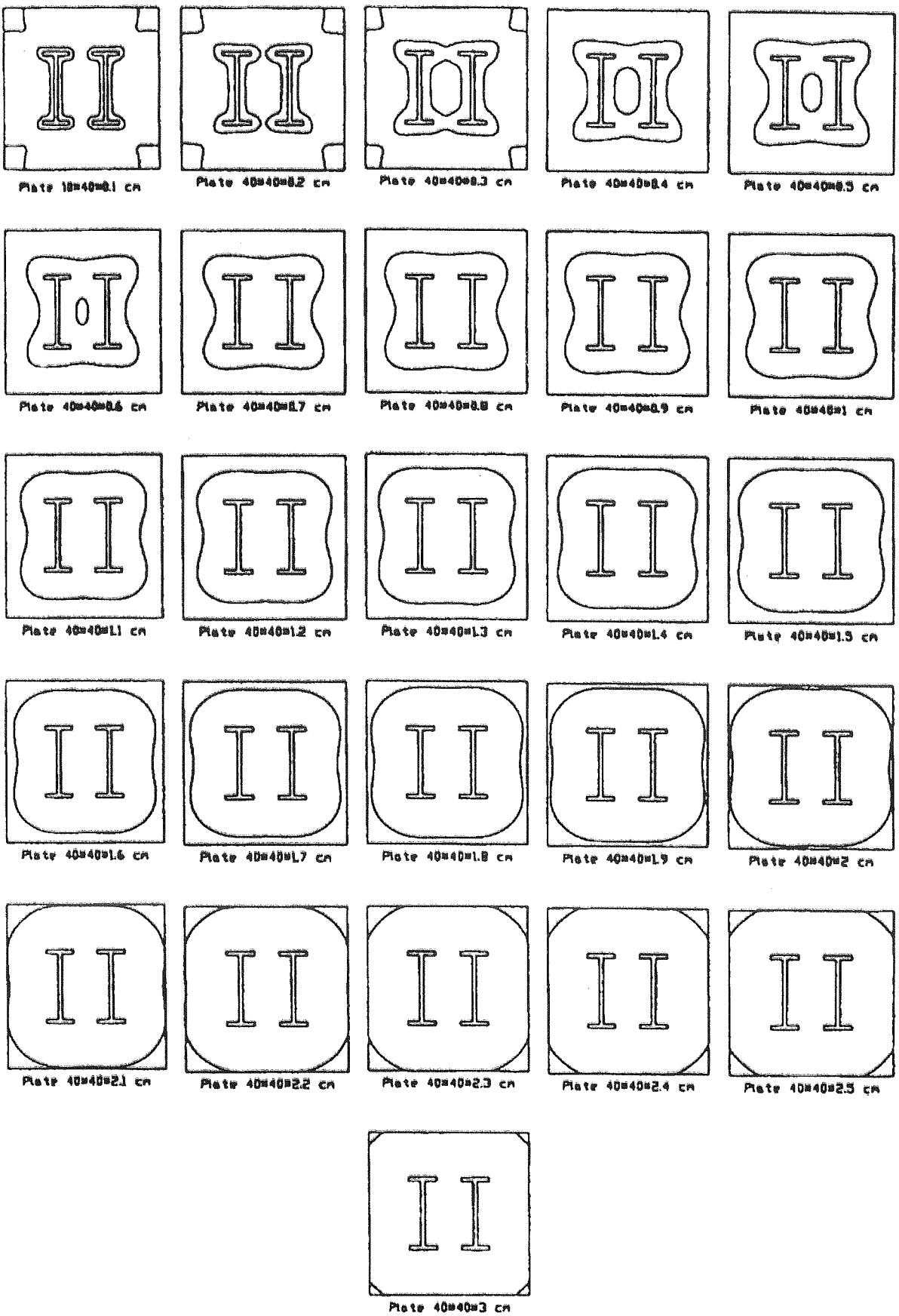
نتایج حاصل از بررسی های فوق را می توان بصورت زیر بیان کرد:

- در روش های متداول فعلی، با افزایش ضخامت صفحه، ظرفیت باربری آن متناسب با توان دوم ضخامت، افزایش می یابد. ولی با فرضیات بکار رفته در این پژوهش، تأثیر افزایش ضخامت صفحه بر روی ظرفیت باربری آن کمتر است. مثلاً با افزایش ضخامت صفحه از ۱ سانتی متر به ۳ سانتی متر که طبق روش های فعلی ظرفیت باربری آن باید ۹ برابر می شد، تنها ۲ برابر می شود. دلیل امر این است که برای یک بار ثابت ضمن بالا رفتن ظرفیت خمشی صفحه لنگر خمشی ایجاد شده نیز با افزایش ضخامت صفحه افزایش می یابد. در حالی که در روش های فعلی، چون از تغییر شکل صفحه صرفنظر می شود، لذا با افزایش ضخامت صفحه، لنگر خمشی ثابت می ماند.
- در روش های متداول فعلی، ضخامت صفحه تأثیری بر تنش فشاری پی ندارد. تنش فشاری پی با تغییر ضخامت صفحه ثابت بوده و با نتایج حالت حدی صفحه صلب مطابقت دارد. در حالی که با فرضیات بکار رفته در این پژوهش، با افزایش ضخامت صفحه بدلیل تغییر سطح تماس، ماگزیمم تنش فشاری پی کاهش می یابد. مثلاً با افزایش ضخامت صفحه از ۱ سانتی متر به ۳ سانتی متر، تنش فشاری ماگزیمم پی حدوداً نصف شده است.
- با فرضیات بکار برده شده، با تغییر پیدا کردن بار وارده، شکل مرز بین نواحی در تماس با پی و نواحی جدا شده از پی تغییر نمی یابد. لنگرهای خمشی و تغییر شکل ها نیز متناسب با افزایش بار، افزایش می یابند. زیرا چون در این پژوهش پارامترهای مربوط به صفحه و بستر، خطی فرض شده اند بنابراین مثلاً با K برابر شدن بارها، تغییر شکل ها و تنش های داخلی نیز K برابر شده و تغییر شکل مربوط به مرز ناحیه تماس نیز که صفر است K بر ابر و باز برابر صفر خواهد بود. البته این نتیجه با واقعیت تطابق ندارد با وارد کردن سایر پارامترها از قبیل غیر خطی بودن مصالح و غیره که در بخش های بعدی پژوهش اعمال خواهند شد نتیجه فرق خواهد کرد.

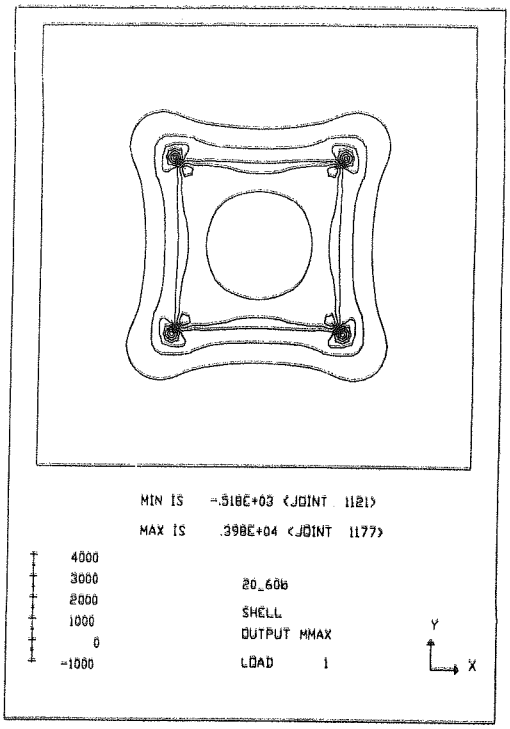
- ظرفیت باربری صفحات پای ستون، بالاتر از آن چیزی است که با روش های معمول فعلی بدست می‌آید. البته هر چه ضخامت صفحه نازکتر باشد، این اختلاف چشم گیرتر است. مثلاً برای صفحه به ضخامت ۱ سانتی متر با ابعاد و شکل بارگذاری فوق الذکر، ظرفیت باربری بدست آمده از روش معرفی شده در این پژوهش، حدود ۸ برابر روش های فعلی می باشد.
- در نقاطی از صفحه که معمولاً گوشه های ستون است، تمرکز تنش شدیدی مشاهده می شود. برای نمونه، شکل خطوط هم تنش برای لنگر خمشی ماکزیمم نقاط، در مورد صفحه به ابعاد ۲×۴۰×۴۰ سانتی متر با بارگذاری به شکل پروفیل I دوبل در شکل ۸ و برای بارگذاری به شکل پروفیل قوطی در شکل ۹ نشان داده شده است. بطوریکه ملاحظه می شود، تنش های حاصله در گوشه های ستون، چند برابر بزرگتر از نقاط دیگر کاملاً نزدیک به آنها می باشد. از یک طرف با توجه به اینکه با تسلیم شدن صفحه در این نقاط نمی توان ظرفیت باربری صفحه را تمام شده تلقی کرد، و از طرف دیگر نمی توان باز توزیع تنش را نادیده گرفت. بنابراین تحلیل صفحه بصورت الاستوپلاستیک ضروری بنظر می رسد.



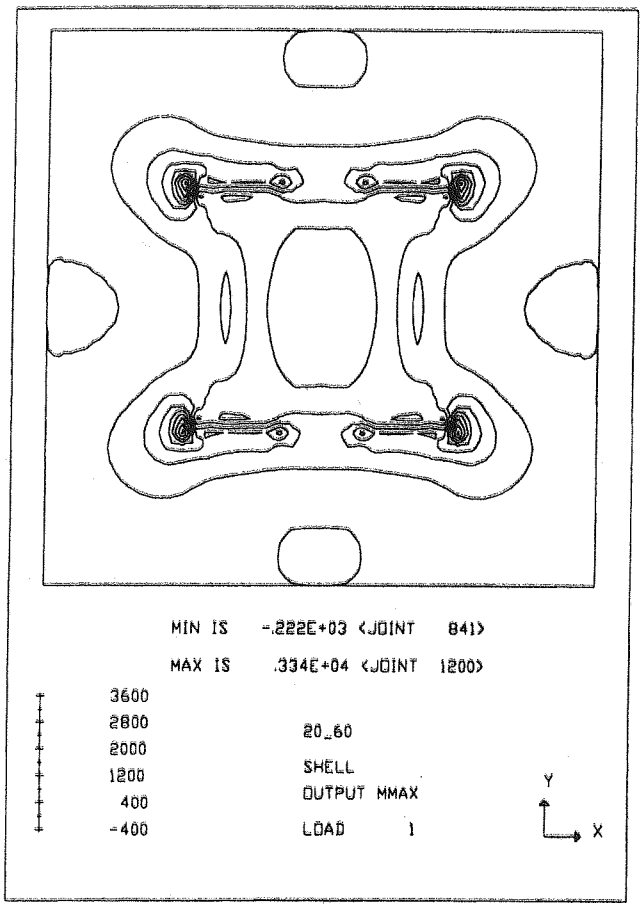
شکل (۴) تغییرات مرز سطح تماس صفحه پای ستون تحت بارگذاری مطابق شکل (۳) الف با تغییرات ضخامت صفحه از ۱ تا ۳۰ میلی متر.



شکل (۵) تغییرات مرز سطح تماس صفحه پای ستون تحت بارگذاری مطابق شکل ۳سب با تغییرات ضخامت صفحه از ۱ تا ۳۰ میلی‌متر.



شکل (۶) نمونه‌ای از دیاگرام خطوط هم تنش برای لنگر خمشی ماگزیمم نقاط در مورد صفحه با بار گذاری مطابق شکل ۳ـ الف و بار ۶۰ تن برای نشان دادن تمرکز تنش در گوشه های ستون.



شکل (۷) نمونه‌ای از دیاگرام خطوط هم تنش برای لنگر خمشی ماگزیمم نقاط در مورد صفحه با بار گذاری مطابق شکل ۳ـ ب و بار ۶۰ تن برای نشان دادن تمرکز تنش در گوشه های ستون.

جدول شماره (۱) تنش فشاری ماگزیمم پی برای ضخامت‌های مختلف صفحه.

ضخامت صفحه (میلیمتر)	تنش فشاری پی با روش متداول فعلی	تنش فشاری ماگزیمم پی برای ستون II	تنش فشاری ماگزیمم پی برای ستون قوطی
حالت حدی صفر	۳۷/۵۰	۱۰۰۰/۰۰	۱۰۰۰/۰۰
۱	۳۷/۵۰	٤٤۲/٤۰	۵۱۰/۰۰
۲	۳۷/۵۰	۳۳٦/۵٦	۳٦۸/۰٤
۳	۳۷/۵۰	۲٦٦/۵۲	۲۹۳/۰۸
٤	۳۷/۵۰	۲۲۰/۰۸	۲٤۵/۸٤
۵	۳۷/۵۰	۱۸۸/۱۲	۲۱۲/۸۸
٦	۳۷/۵۰	۱٦۵/۰۸	۱۸۸/٦۰
۷	۳۷/۵۰	۱٤۷/٦۸	۱٦۹/۹٦
۸	۳۷/۵۰	۱۳٤/۱٦	۱۵۵/۳۲
۹	۳۷/۵۰	۱۲۳/٤۰	۱٤۳/٤۰
۱۰	۳۷/۵۰	۱۱٤/٦٤	۱۳۳/٦۸
۱۱	۳۷/۵۰	۱۰۷/۳٦	۱۲۵/۵۲
۱۲	۳۷/۵۰	۱۰۱/۲۸	۱۱۸/٦۰
۱۳	۳۷/۵۰	۹٦/۰٤	۱۱۲/٦٤
۱٤	۳۷/۵۰	۹۱/۵۲	۱۰۷/٤٤
۱۵	۳۷/۵۰	۸۷/۵۲	۱۰۲/۸۰
۱٦	۳۷/۵۰	۸۳/۹٦	۹۸/٦٤
۱۷	۳۷/۵۰	۸۰/۷٦	۹٤/۹۲
۱۸	۳۷/۵۰	۷۷/۸۸	۹۱/٤۸
۱۹	۳۷/۵۰	۷۵/۲۰	۸۸/۳٦
۲۰	۳۷/۵۰	۷۲/۸۰	۸۵/٤٤
۲۲	۳۷/۵۰	٦۸/٤٤	۸۰/۷۲
۲۳	۳۷/۵۰	٦٦/۵۲	۷۸/۳٦
۲٤	۳۷/۵۰	٦٤/٦۸	۷۵/۹۹
۲۵	۳۷/۵۰	٦۲/۹٦	۷۳/٦٤
۳۰	۳۷/۵۰	۵٦/۰٤	٦٤/۹٦
حالت حدی صلب	۳۷/۵۰	۳۷/۵۰	۳۷/۵۰

۵ـ نتیجه گیری

با توجه به نتایجی که از تحلیل صفحات مختلف پای ستون با اعمال شرایط سطح تماس بدست آمد، و با مقایسه آنها با جواب های حاصل از روش های معمول، نتیجه گیری می شود که:

در روش های معمول بدون در نظر گرفتن مسئله سطح تماس:

اولاً لنگرهای خمشی محاسبه شده در صفحه پای ستون بسیار بیشتر از مقدار واقعی آن بوده و این اختلاف در صفحات نازکتر، بیشتر می باشد.

ثانیاً در روش های معمول، تغییر ضخامت صفحه پای ستون تأثیری در تنش فشاری پی ندارد که دور از واقعیت بوده و با اعمال شرایط سطح تماس ملاحظه می شود که با کم شدن ضخامت صفحه، تنش فشاری پی افزایش می یابد.

ثالثاً فرض تماس تمام سطح صفحه با پی بطوریکنواخت صحیح نبوده، و با کاهش ضخامت صفحه، سطح تماس صفحه با پی مطابق شکل های ۴و۵ کم می شود.

رابعاً ظرفیت باربری صفحات پای ستون به مراتب بیشتر از مقداری است که از روش های معمول بدست می آید. و این اختلاف در صفحات نازکتر چشمگیر تر است.

خامساً در روابط معرفی شده در روش های معمول، ظرفیت باربری صفحه، متناسب با توان دوم ضخامت صفحه تغییر می کند که در واقع چنین نیست و تغییرات ظرفیت باربری نسبت به ضخامت صفحه به مراتب کمتر از مقدار پیش بینی شده در روش های معمول است.

با توجه به مسائل فوق نتیجه گیری می شود که اعمال شرایط سطح تماس برای تحلیل دقیق صفحات پای ستون الزامی است.

از طرف دیگر با توجه به شرایطی که در گوشه های ستون ها از نظر تمرکز تنش پیش می آید، بنظر می رسد که باید عامل غیر خطی بودن مصالح نیز وارد مسئله گردد.

در مراحل بعدی پژوهش سایر عوامل ذکر شده در بخش ۲ نیز باید مورد بررسی قرار گیرد تا تصمیم نهایی در مورد مؤثر بودن یا قابل صرفنظر بودن هر یک از عوامل، روشن شده دربارهٔ روش نهایی تحلیل اظهار نظر گردد.

مراجع

[1] **Timoshenko and J. N. Goodier,** "Theory of Elasticity", *McGraw-Hill, New-York,* **1951**.

[2] **L. E. Goodman,** "Contact Stress Analysis of Normally Loaded Rough Spheres," *journal of applied Mecanics, ASME,* Vol, 29, pp. 515-522, **1962.**

[3] **H. D. Conway and K. A. Farnham,** "Contact Stresses between Cylindrical Shafts and Sleeves," *International Journal of Engineering Scinces,* Vol, 5, pp. 541-554, **1967**.

[4] **Dumas, G., and Baronet, C. N.,** "Elastoplastic Indentation of Half-Space by an Infinitely Long Rigid Circular Cylinder", *International Journal of Mechanical Scinces,* Vol. 13, pp. 519-530, **1971**.

[5] **Chan, S. K., and Tuba, I. S.,** "A Finite Element Method for Contact Problems of Solid Bodies-Part II: Application to Turbine Blade Fastening," *International Journal of Mechanical Scinces,* Vol. 13. pp. 627-639, **1971**.

[6] **T. F. Conry, and A. Seireg,** "A Mathematical Programming Method for Design of Elastic Bodies in Contact", *Journal of Applied Mechanics, ASME,* Vol. 38, pp. 387-392, **1971**.

[7] **S. Ohte,** "Finite Element Analysis of Elastic Contact Problems", *Bulletin of JSME,* Vol. 16, pp. 797-804, **1973**.

[8] **Ghabousi, J., Wilson, E. L., and Isenberg, J.,** "Finite Element for Rock Joints and Interfaces", *Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE,* Vol. 99, No. SM10, oct., pp. 833-848, **1973**.

[9] **Hughes, T. J. R., et al.,** "A Finite Element Method for a Class of Contact-Impact Problems", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,* Vol, 8, pp. 249-276, **1976**.

[10] **Wetenkamp, M. R. and Kipp, R. M.,** "Thermal Damage And Rail Road Stresses in a 33-inch Railroad car wheel", *Journal of Engineering for industry, ASME,* Vol. 100, pp. 363-369, **1978**.

[11] **L. R. Herrmann,** "Finite Element Analysis of Contact Problems", *Jounal of Engineering Mechanics, ASCE,* Vol. 104, pp. 1043-1057, **1978**.

[12] **N. Okamoto, and M. Nakazawa,** "Finite Element Incremental Contact Analysis with Various Frictional Conditions", *International Journal for Numerical Methods in Engineering,* Vol. 14, pp. 337-357, **1979**.

[13] **J. J. Kalker,** "The Computation of Three Dimensional Rolling Contact With Dry Friction", *International Journal for Numerical Methods in Engineering,* Vol. 14. pp. 1293-1307, **1979**.

[14] **J. T. Stadter, and R. O. Weiss,** "Analysis of Contact through Finite Element Gaps", *Computers & Structures,* Vol. 10, pp. 867-872,

1979.

[15] **Francis E. Heuze, and Timothy G. Barbour,** "New Models For Rock Joints and Interfaces", *Journal of Geotechnic Engineering Division, ASCE,* Vol. 108, pp. 757-776, **1982.**

[16] **E. Stein, and p. Wriggers,** "Calculation of Impact Problems of Thin Elastic Shells Taking into Account Geometrical Nonlinearities within the Contact Region," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,* Vol, 34, pp. 861-880, **1982.**

[17] **E. B. Pires, and J. T. Oden,** "Analysis of Contact Problems With Friction under Oscilating loads", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,* Vol. 39, PP. 337-362, **1983.**

[18] **M. G. Katona,** "A Simple Contach-Friction Interface Element With Application to Buried Culverts," *International Journal for Numerical Methods in Engineering,* Vol. pp. 371-384, **1983.**

[19] **B. Torstenfelt,** "Contact Problems with Friction in General Purpose Finite Element Computer Programs," *Computers & Structures,* Vol. 16, pp. 487-493, **1983.**

[20] **J. T. Oden, and E. B. Pires,** "Algorithms and Numerical Results for Finite Element Approximations of Contact Problems with Non-Classical Fricton Lawes," *Computers & Structures,* Vol. 19, pp. 137-147, **1984.**

[21] **V. Bhargava and G. T. Hahu and C. A. Rubin,** "an Elastic-Plastic Model of Rolling Contact-part I: Analysis of Single Contacts," *Journal of Applied Mechanics, ASME,* Vol. 52, pp. 67-74, **1985.**

[22] V. Bhargava and G. T. Hahn, and C. Rubin, "An Elastic-Plastic Finite Element Model of Rolling Contact-Part II: Analysis of Repeated Contacts," Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol. 52, pp. 75-82, 1985.

[23] J. H. Chenge, and N. Kikuchi, "An Incremental Constitutive Relation of Unilateral Contact Friction for Large Deformation, Journal of applied Mechanics, ASME, Vol. 639-648, 1985.

[24] J. T. Oden, and J. A. C. Martins, "Models and Computational Methods for Dynamic Friction Phenomena," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 52, pp. 627-634, 1985.

[25] A. B. Chaundhary, and K. J. Bathe, "A Soluntion Method for Static and Dynamic Analysis of Three-Dimentional Contact Problems with Friction," Computers & Structures, Vol. 24, pp. 855-873, 1986.

[26] Xinli Bai, and Xinghua Zhao, "Analysis of Large Deformation Elastoplastic Contact through Finite Gap Element." Computers & Structures, VCol. 30, No. 4, pp. 975-978, 1988.

[27] S. K. Pascoe, and J. E. Mottershead, "Linear Elastic Contact Problems Using Curved Elements and Including Dynamic Friction," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 26, pp. 1631-1643, 1988.

[28] Morris, L. J. "Structural Steel Work Design," Longman, England, 1988.

[۲۹] آرگ مگرد چیان «طرح و محاسبات ایستائی - جلد دوم: طرح و محاسبه ساختمان‌های فلزی» انتشارات دهخدا، ۱۳۶۸

[30] H. Okada, H. Rajayah, and S. N. Atluri, "A Full Tangent Stiffness Field Boundary Element Formulation for Geometric and Material Non-Linear Problem of Solid Mechanics," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 29, 15-35, 1990.

[31] P. Wriggers, T. Vu Van, and E. Stein, "Finite Element Formulation Of Large Deformation Impact-Contact Problems with Friction," Computers & Structures, Vol. 319-331, 1990.

[32] T. Belytschko, and M. O. Neal, "Contact-Impact by the Pinball Algorithm with Penalty and Lagragian Methods," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 31, pp. 547-572, 1991.

[33] G. Karami, "Boundary Element Analysis of Elasto-Plastic Contact Problems," Computers & Structures, Vol. 41, No. 5, pp. 927-935, 1991.

[34] Saran, M. J., and Wgonr, R. H., "A Consistent Implicit Formulation for Nonlinear Finite Element Modeling with Contact and Friction: Part I-Theory," Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol. 58, pp. 499-506, 1991.

[35] Gakwaya, D. Lambert, and A. Cardou, "A Boundary Element and Mathematical Programming Approach for Frictional Contact Problems," Computers & Structures, Vol. 42, No. 3, pp. 341-353, 1992.

[36] Peric, D., and Owen, D. R. J., "Computational Model for 3-D Contact Problems with Friction Based on the Penalty Method," International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 35, pp. 1289-1309, **1992.**

[37] **P. Papadopoulos, and R. L. Taylor,** "A Mixed Formulation For the Finite Element Solution of Contact problems," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering,* Vol. 94, pp. 373-389,

1992.

[38] **Edwin Gaylord, and Charles N. Gaylord,** "Design of Steel structures," *McGraw-Hill, New York,* **1992.**

[39] **P. Papadopoulos, and R. L. Taylor,** "A Simple Algorithm for Three-Dimensional Finite Element Analysis of Contact problems," *Computers & Structures,* Vol, 46, No. 6, pp. 1107-1118, **1993.**

[40] **K. W. Man, M. H. Aliabadi, and D. P. Pooke,** "BEM Frictionsl Contact Analysis: Load Increment Technique," *Computers & Structures,* Vol. 47, No. 6, pp. 893-905, **1993.**

[41] **I. Hunek,** "On a Penalty Formulation for Contact-Impact Problems," *Computers & Structures,* Vol. 48, 193-203, **1993.**

[42] **A. Olukoko, and A. A. Becker,** "A New Boundary Element Approach for Contact Problems with Friction," *International Journal for Numerical Methods in Enginnering* Vol. 36, pp. 2625-2642, **1993.**

[43] **V. N. Vazirani, and M. M. Ratwani,** "Building Cunstrution-Analysis, Design and Details," *Khana Publishers, Delhi,* **1993.**

[44] **Z. Changming, asnd J. Yngue,** "The Solution of Frictional Contact Problems Using a Finite Element-Mathematical Programming Method," *Computers & Structures,* Vol. 52, pp. 149-155, **1994.**

[45] **D. Givoli, and I. Doukhovni,** "Finite Element-Quadratic Programming Approach for Contact Problems with Geometrical Nonlinearity," *Computers & Structures,* Vol. 61, No. 1, pp. 31-41, **1996.**

[46] **Chang-Koon Choi, and Gi Teck Chung,** "A Gap Element For Three-Dimensional Elasto-Plastic Contact Problems," *Computers & Structures, Vol,* 61, No. 6, pp. 1155-1167, **1996.**