توسعه یک مدل MADM دوبعدی با استفاده از شاخص CF

مهدی غضنفری
استاد
دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران

مجید نوجوان
دانشجو
دانشکده فنی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی

چکیده

مدل های تصمیم گیری چند شاخصه (MADM)[1] برای حل مسائلی با معیارهای غالباً ناسازگار بکار می روند. عدم اطمینان موجود در اطلاعات بکار برده شده در این مدل ها که بعلت وجود قضاوت تصمیم گیرنده (DM)[2] می باشد، معمولاً به شکل فازی در نظر گرفته می شود. در مدل MADM توسعه داده شده در این مقاله علاوه بر عدم اطمینان موجود در اطلاعات مورد استفاده در مدل، درجه صحت یا اطمینان نسبت به این اطلاعات نیز در نظر گرفته شده است. در این مدل جدید که ما آن را MADM دوبعدی نامیده ایم، در کنار هر نوع اطلاعاتی مانند امتیاز گزینه ها به ازاء هر شاخص و یا وزن شاخص ها، یك پارامتر جدید به عنوان درجه اطمینان (CF)[3] آن اطلاعات قرار داده می شود. برای حل مدل MADM دوبعدی، دو رویکرد توسعه داده شده و برای بررسی عملکرد مدل پیشنهادی نیز یك مثال عددی با این رویکردها حل شده است. نتایج بدست آمده از حل این مثال نشان می دهد که توجه به درجه اطمینان قضاوت ها می تواند دقت و صحت تصمیم گیری را افزایش دهد.

کلمات کلیدی

مدل های تصمیم گیری چند معیاره (MADM)، تصمیم گیری، عدم اطمینان، درجه اطمینان قضاوت، تصمیم گیری در شرایط عدم اطمینان، عامل اطمینان (CF).

Development of a Two-Dimensional MADM Model By Certainty Factor Index

M. Ghazanfari
Professor
Industrial Engineering Department, Iran
University of Science & Technology

Majid Nojavan
PhD student
Faculty of Technology, Science &
Research Campus, Islamic Azad University

Abstact

Multi-Attribute Decision Making (MADM) models are applied to solve the selection problems with different and usually conflicting attributes. The uncertainty involved in the parameters of the model is due to judgment of Decision Maker (DM) and is usually introduced using fuzzy theory. The MADM model proposed in this paper considers not only the uncertainty of the DM judgments, but also the amount of DM's certainty on his judgments. The proposed model called as "Two-Dimensional MADM Model" uses a new parameter, i.e. Certainty Factor (CF), besides the judgments to show the certainty to those judgments. The propsed model inspired from expert systems domain, which is pioneer of using CF index in decision-making process. This paper also proposes two methods to solve the two-dimensional MADM model, which are called as "one-stage" and "two-stage" methods. The experiments conducted have shown that considering the CF index causes an in crease in increase in the precision and simplicity of decisions.

Keywords

Multi-Attribute Decision Making (MADM), Decision Making, Uncertainty, Certainty Factor.

مقدمه

یکی از روش های متداول در حوزه تصمیم گیری، تصمیم گیری با شاخص های چندگانه (MADM) می باشد. هدف در این رویکرد انتخاب یک گزینه از میان گزینه های موجود و یا رتبه بندی این گزینه ها با توجه به چندین شاخص معمولاً ناسازگار می باشد. شاخص های ناسازگار شاخص هایی می باشند که افزایش مطلوبیت در یک شاخص منجر به کاهش مطلوبیت در شاخص دیگر می شود. از آنجا که مسائل دنیای واقعی همواره با عدم اطمینان همراه می باشند، مدل های MADM متفاوتی توسعه داده شده اند تا این عدم اطمینان را در تصمیم گیری اعمال نمایند. بطور کلی دو رویکرد تئوری احتمال و تئوری مجموعه های فازی برای در نظر گرفتن عدم اطمینان در مدل های MADM بکار گرفته شده است [۱]. تحقیقات بسیاری در زمینه اعمال عدم اطمینان در مدل های MADM با استفاده از تئوری احتمال انجام شده است. در این تحقیقات فرض می شود که هر قضاوت یک متغیر تصادفی با توزیع شناخته شده می باشد [۲و۳و۴]. دوبویس و پرید[4] [۵] اعتقاد دار ند که رویکرد احتمالی نمی تواند برخی از رفتارهای انسان از جمله نادقیقی در قضاوت ها را اندازه گیری کند، از اینرو استفاده از رویکرد فازی برای مشخص کردن عدم اطمینان در مدل های تصمیم گیری گسترش بیشتری یافته است.

نخستین تلاش برای بکارگیری تئوری مجموعه های فازی در مدل های تصمیم گیری چند معیاره توسط بلمن و زاده[5] [۶] انجام شد. باس و کواکرناک[6] [۷] برای حل مدل MADM فازی روشی را توسعه دادند که به عنوان روش کلاسیک حل این مسائل از آن یاد می شود. بدنبال این کارها فعالیت گسترده ای در زمینه توسعه روش های حل مسائل MADM فازی صورت گرفت. کیکرت[7] [۸]، دوبویس و پرید [۹] و زیمرمن[8] [۱۰,۱۱] در کتاب های خود، مجموعه کارهای انجام شده در این زمینه را ذکر کرده اند. همچنین زیمرمن و همکاران [۱۲]، گستره استفاده از تئوری فازی در انواع تصمیم گیری را بیان کرده و از جمله به نوع خاصی از MADM فازی اشاره می کنند که در آن برای رتبه بندی گزینه ها از قواعد فازی مبتنی بر دانش استفاده می شود. بر اساس انتشارات فوق مسائل MADM فازی در دو مرحله اصلی حل می شوند. در مرحله اول مطلوبیت (امتیاز نهائی) فازی هر گزینه محاسبه شده و در مرحله دوم با استفاده از روش های مختلف رتبه بندی اعداد فازی، رتبه هر گزینه بصورت قطعی مشخص می گردد.

یکی از مهمترین رویکردها در حل مدل های MADM فازی، روش[9] فرآیند تجزیه و تحلیل سلسله مراتبی (AHP) فازی می باشد. در این روش مسئله به سطوح مختلفی تقسیم شده و در هر سطح با انجام مقایسات زوجی، اوزان نسبی محاسبه و با ترکیب آنها رتبه بندی گزینه ها انجام می شود. بعلت قابلیت های این روش استفاده از AHP فازی در حل مسائل تصمیم گیری گسترش زیادی یافته و در مورد روش های عملیاتی مورد استفاده در آن نیز تحقیقات فراوانی صورت گرفته است [۱۳و۱۴و۱۵].

بهر حال درهمهٔ مدل های MADM فازی و روش های حل آنها، عدم اطمینان در قضاوت های DM در خود قضاوت در نظر گرفته شده و برای نشان دادن آن، قضاوت بصورت یک عدد فازی یا متغیر زبانی بیان شده است. در این مقاله ما عدم اطمینان در قضاوت های DM را به دو قسمت یعنی عدم اطمینان موجود در قضاوت و عدم اطمینان نسبت به آن قضاوت تفکیک کرده ایم. برای نشان دادن درجهٔ اطمینان نسبت به قضاوت از شاخصی به نام عامل اطمینان (CF) استفاده شده است. تفکیک عدم اطمینان به دو مورد فوق می تواند باعث سهولت کار DM و در نهایت کاهش عدم اطمینان در تصمیم گیری گردد.

۲ـ تشریح مدل

یک مسئله تصمیم گیری چند شاخصه (MADM)، برای رتبه بندی گزینه های موجود با توجه به چندین شاخص بکار می رود. این مسائل را می توان بصورت ماتریس تصمیم گیری شکل ۱ نشان داد.

شاخص / گزینه	C_1	...	C_n
A_1	r_{11}	...	r_{1n}
⋮	⋮		⋮
A_m	r_{m1}	...	r_{mn}

شکل (۱) ماتریس تصمیم گیری مدل MADM.

که در آن A_i گزینه i، C_j شاخص j و r_{ij} امتیاز گزینه i در شاخص j می باشد. همچنین در بسیاری از مدل های MADM یک بردار وزنی که درجهٔ اهمیت نسبی شاخص ها را نسبت به هم نشان می دهد توسط DM بصورت زیر مشخص می شود.

$$W^T = (w_1, \ldots, w_n)$$

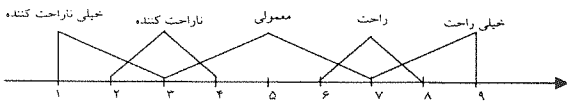
که در آن w_j وزن شاخص j می باشد، بطوریکه داریم:

$$\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$$

رتبه بندی گزینه ها در مدل های MADM به روش های متفاوتی انجام می شود. بهر حال در همهٔ این مدل ها قضاوت انسانی بصورت امتیاز دهی به گزینه ها و یا مقایسات زوجی وجود دارد. کاملاً واضح است که این قضاوت ها ممکن است دارای عدم اطمینان باشند. عدم اطمینان درقضاوت ها ممکن است ناشی از وجود اطلاعات کیفی، اطلاعات ناکامل، اطلاعات نادقیق یا شواهد جزئی[10] باشد [۱]. این منابع عدم اطمینان را می توان به دو دسته کلی، عدم اطمینان موجود در قضاوت ها و عدم اطمینان نسبت به صحت قضاوت های انجام شده، تقسیم کرد. بهر حال مدل های قطعی MADM نمی توانند مسائلی با این اطلاعات غیر مطمئن را بررسی کنند، از این رو برای در نظر گرفتن عدم اطمینان موجود در قضاوت ها، مدل های MADM متعددی توسعه داده شده اند که از میان آنها استفاده از تئوری مجموعه های فازی که ابتدا توسط زاده (۱۹۶۵) مطرح گردید، کاربرد گسترده تری یافته است.

تئوری مجموعه های فازی برای حل مسائلی که در آنها اطلاعات غیر دقیق و غیر مطمئن وجود دارد توسعه داده شده است. لفظ فازی به حالتی اشاره می کند که در آن مرزهای روشن و واضحی برای فعالیت ها، پدیده ها یا مفاهیم وجود ندارد.

در مدل های MADM فازی هر دو دسته عدم اطمینان باهم ادغام شده و برای بیان آن، قضاوت بصورت یک عدد فازی یا متغیر زبانی نشان داده می شود. در این مدل ها فرض بر این است که DM در مورد همهٔ قضاوت های خود دانش یکسان داشته و می تواند با اطمینان کامل نظر خود را بیان کند و یا در صورتی که درجات اطمینان قضاوت ها متفاوت باشد، DM می تواند این عدم اطمینان را در خود قضاوت نشان دهد. این فرض در تصمیم گیری گروهی که در آن برای یک سئوال از قضاوت چندین DM استفاده می شود نیز در نظر گرفته شده است. در تصمیم گیری گروهی، اگر چه برای هر DM یک وزن مشخص (که درجهٔ اعتبار و صحت قضاوت های او را نشان می دهد) در نظر گرفته شده است، اما برای قضاوت های یک DM مشخص هنوز فرض قبلی صادق است. با توجه به این پیش فرض، در هنگام استفاده از مدل های MADM متداول معمولاً با طرح پرسش هایی، از DM می خواهند تا نظر خود را در مورد امتیاز گزینه ها یا وزن شاخص ها در قالب کلمات یا اعدادی در یک بازهٔ معین و از پیش تعیین شده بیان کند و در نتیجه DM فرصتی برای بیان درجهٔ اطمینان خود نسبت به پاسخ داده شده ندارد. این فرض دارای دو اشکال است: اولاً یکسان بودن درجهٔ اطمینان DM نسبت به کلیه قضاوت های خود در بسیاری از موارد صحیح نیست و ثانیاً نشان دادن درجهٔ اطمینان قضاوت در خود قضاوت ممکن است به اشتباه در قضاوت بیانجامد. با توجه به این مسئله لازم است سئوالات مربوط به قضاوت و درجهٔ اطمینان مربوط به آن، بصورت جداگانه پرسیده شده و برای تصمیم گیری صحیح از هر دو اطلاع استفاده شود. برای تشریح موضوع فرض کنید که از DM خواسته شود که نظر خود را در مورد درجه راحتی سه نوع اتومبیل B,A و C در بازهٔ زیر بیان کند.



شکل (۲) واژه های مرتبط با متغیر زبانی «راحتی»

DM درجهٔ راحتی اتومبیل های B, A و C را در بازهٔ تعیین شده مشخص خواهد کرد حتی اگر دانش و تجربه یکسان نسبت به درجهٔ راحتی هر سه نوع اتومبیل نداشته باشد. مثلاً ممکن است DM درجهٔ راحتی اتومبیل A را که شخصاً آزمایشی کرده است، بصورت «راحت» مشخص کند، درجهٔ راحتی ماشین B را از طریق اطلاعات موجود در مجلات فنی بصورت «راحت» تشخیص داده باشد و بالاخره درجهٔ راحتی اتومبیل C را با استفاده از شنیده های خود بصورت «راحت» بیان کند. اما آیا درجهٔ اطمینان DM نسبت به سه قضاوت انجام شده یکسان است؟ مطمئناً این گونه نیست. در حالیکه درجهٔ اطمینان قضاوت DM در مورد راحتی اتومبیل A بسیار بالاست، درجهٔ اطمینان DM نسبت به این قضاوت در مورد راحتی اتومبیل های B و C به ترتیب کمتر خواهد بود. حال فرض کنید که از DM خواسته شود تا درجهٔ اطمینان خود نسبت به هر قضاوت را بیان کند. در این حالت ممکن است درجهٔ اطمینان قضاوت DM درمورد راحتی اتومبیل های B ،A و C به ترتیب بصورت کاملاً مطمئن، مطمئن و مردد بیان شود. واضح است که درجهٔ اطمینان به قضاوت را نمی توان بسادگی در خود قضاوت نشان داد و بهتر است این دو بصورت جدا از هم درنظر گرفته شود. عدم توجه به درجهٔ اطمینان قضاوت ها درمدل های MADM می تواند به تصمیم گیری اشتباه بیانجامد. مثلاً فرض کنید رتبه بندی سه نوع اتومبیل B,A و C در مثال قبل با توجه به کلیهٔ شاخص های موجود و با استفاده از یکی از روش های حل مدل های MADM، به

رتبه های مساوی برای آنها ختم شود اما درجهٔ اطمینان موجود دراطلاعات اتومبیل A بیشتر از اتومبیل های B و C باشد. در مدل های متداول MADM که درجات اطمینان را در نظر نمی گیرند، این سه اتومبیل اولویت یکسان خواهند داشت، حال آنکه به نظر می رسد اتومبیل A گزینه بهتری باشد زیرا درجهٔ اطمینان رتبه نهایی بدست آمده برای آن از درجات اطمینان رتبه های اتومبیل های B و C بیشتر است.

درجهٔ اطمینان قضاوت ها از مدت ها پیش در سیستم های خبره بکار گرفته شده است. سیستم خبره یک برنامه کامپیوتری هوشمند است که با استفاده از قدرت دانش و رویه های استنتاج به حل مسائلی می پردازد که حل آنها نیازمند تجربه بسیاربالا و خبرگی فراوان است. پایگاه دانش سیستم های خبره غالباً شامل قواعد[11] و حقایقی[12] است که توسط فرد خبره ابراز شده است. از آنجا که خبرگان به مرزهای دانش خود واقفند معمولاً اطلاعات موجود در مرزهای دانش خود را با عدم اطمینان بیان می کنند. در سیستم های خبره عدم اطمینان موجود در قواعد و حقایق معمولاً بصورت اعداد فازی یا متغیرهای زبانی بیان می شود. همچنین برای بیان درجه اطمینان نسبت به قواعد و حقایق بیان شده نیز از شاخص CF استفاده می گردد. CF یک اندازهٔ رسمی از درجهٔ درستی اطلاعات را نشان می دهد که به صورت گسترده در سیستم های خبره بکار گرفته شده است [۱۶]. اگر چه CF می تواند در هر بازه ای تعریف شود اما معمولاً نرمالایز شده و در بازهٔ [۰ ,۱] بیان می شود. در این حالت صفر نشان دهندهٔ عدم اطمینان کامل ویک نشان دهندهٔ اطمینان کامل به قضاوت می باشد. عبارت زیر را در نظر بگیرید:

اتومبیل A «راحت» است. $(CF = ۰/۹)$

در این عبارت که بصورت یک حقیقت بیان شده است، درجهٔ راحتی اتومبیل A بصورت یک متغیر زبانی و با کلمهٔ «راحت» مشخص شده و درجهٔ اطمینان DM نسبت به این قضاوت نیز با $CF = ۰/۹$ نشان داده شده است.

با الهام از کاربرد CF در سیستم های خبره، می توان از این پارامتر در مدل های MADM برای مشخص کردن درجهٔ اطمینان نسبت به قضاوت های DM استفاده کرد. در این حالت در کنار هر قضاوت (که ممکن است به صورت یک عدد قطعی، یک عدد فازی و یا یک متغیر زبانی باشد)، یک مقدار CF نیز وجود خواهد داشت که درجهٔ اطمینان DM نسبت به آن قضاوت را نشان می دهد.

ما این مدل MADM جدید را MADM دوبعدی نامیده ایم. ماتریس تصمیم گیری مدل MADM دوبعدی در شکل ۳ نشان داده شده است.

شاخص / گزینه	C_1	...	C_n
A_1	(r_{11}, CFr_{11})	...	(r_{1n}, CFr_{1n})
⋮	⋮		⋮
A_m	(r_{m1}, CFr_{m1})	...	(r_{mn}, CFr_{mn})

شکل (۳) ماتریس تصمیم گیری مدل MADM دوبعدی.

که در آن، r_{ij} امتیاز گزینه i در شاخص j و $CF_{r_{ij}}$ درجهٔ اطمینان نسبت به امتیاز گزینه i در شاخص j را نشان می دهد. همچنین وزن شاخص ها نیز به صورت دوبعدی زیر داده می شود.

$$W^T = \{(w_1, CFw_1), \dots, (w_n, CFw_n)\}$$

که در آن w_j وزن شاخص j ام و CF_{w_j} درجهٔ اطمینان وزن شاخص j ام می باشد، و داریم:

$$\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$$

با توجه به مدل MADM دوبعدی پیشنهاد شده، می توان مدل های MADM متداول را حالت خاصی از این مدل در نظر گرفت که در آن درجهٔ اطمینان همهٔ قضاوت ها یکسان می باشد.

در مدل MADM دوبعدی می توان عملیات بر روی قضاوت ها و درجات اطمینان آنها را با رویکردهای جداگانه و متفاوتی انجام داد. در حالیکه برای انجام عملیات بر روی قضاوت ها، می توان از روش های بسیار زیادی استفاده کرد [۱]، برای کار بر روی درجات اطمینان هیچ رویکردی در حوزه MADM توسعه نیافته است. پیشنهاد این مقاله، استفاده از روش های سادهٔ مدیریت CF است که در سیستم های خبره بکار گرفته شده اند [۱۶]. استفاده از چنین مدل هایی باعث می شود که بتوان مدل MADM دو بعدی را به سادگی برای حل مسائل واقعی بکار برده و با اینکار کارائی و دقت تصمیم گیری را افزایش داد. بدین منظور دو روش ساده برای حل مدل MADM دو بعدی توسعه داده شده است که در بخش بعدی تشریح شده اند.

۳- روش های حل مدل MADM دو بعدی

مسئله MADM دوبعدی با ماتریس تصمیم گیری نشان داده شده در شکل ۳ را در نظر بگیرید. برای اعمال درجه اطمینان موجود در مدل MADM دو بعدی و استفاده از آن در رتبه بندی گزینه ها، دو روش زیر توسعه داده شده است.

۳-۱ - روش یک مرحله ای

در این روش یک شاخص درجه اطمینان به مجموعهٔ شاخص های مسئله اولیه اضافه می شود. در این حالت مسئله اولیه به یک مسئله MADM معمولی با m گزینه و n+1 شاخص تبدیل می شود. امتیاز هر گزینه در شاخص درجهٔ اطمینان را می توان از ترکیب (ادغام) درجات اطمینان موجود در قضاوت های آن گزینه و درجه اطمینان وزن شاخص ها بدست آورد. نهایتاً مدل MADM بدست آمده با استفاده از روش های متداول حل می گردد. چون در این روش قبل از انجام عملیات بر روی قضاوت ها، درجهٔ اطمینان موجود در مدل ادغام و در یک شاخص متمرکز می شود، ما این رویکرد را روش یک مرحله ای نامیده ایم. قدم های حل مسئله با استفاده از این روش در زیر آمده است.

قدم ۱ - انتخاب روش ترکیب درجات اطمینان

برای محاسبه امتیاز هر گزینه در شاخص CF، روش مناسبی انتخاب کنید که همهٔ درجات اطمینان موجود در امیتازات آن گزینه و درجات اطمینان وزن شاخص ها را با هم ادغام کند. برای اینکار DM می تواند با توجه به شرایط خود از عملگرهای متفاوتی استفاده کند. مثلاً اگر DM فردی محافظه کار (ریسک گریز) باشد می تواند از عملگر min به صورت زیر استفاده کند.

$$CF_i = \min \{\min (CFr_{ij}, CFw_j) \quad j=1, \ldots, n\} \quad i=1, \ldots, m$$

همچنین اگر DM ریسک پذیر باشد ممکن است قاعده max را به صورت زیر بکار برد.

$$CF_i = \max \{\max (CFr_{ij}, CFw_j) \quad j=1, \ldots, n\} \quad i=1, \ldots, m$$

که در آنها CF_i امتیاز گزینهٔ i در شاخص CF می باشد.

قدم ۲ - اضافه کردن شاخص CF و محاسبهٔ امتیاز گزینه ها در این شاخص

یک شاخص CF به ماتریس تصمیم گیری اضافه کرده و امتیاز هر گزینه در این شاخص را توسط عملگرهای انتخاب شده در قدم ۱ بدست آورید. ماتریس تصمیم گیری در این حالت بصورت شکل ۴ خواهد بود.

قدم ۳ - تعیین وزن شاخص ها توسط DM

با توجه به اضافه شدن شاخص CF به مجموعهٔ شاخص های مسئله اولیه، مجدداً وزن همهٔ شاخص ها را توسط DM مشخص کنید، بطوریکه داشته باشیم:

$$\sum_{j=1}^{n+1} w_j = 1$$

شاخص / گزینه	C_1	...	C_n	CF
A_1	r_{11}	...	r_{1n}	CF_1
⋮	⋮		⋮	⋮
A_m	r_{m1}	...	r_{mn}	CF_m

شکل (۴) ماتریس تصمیم گیری در روش یك مرحله ای.

قدم ٤ - حل مدل MADM با روش های متداول

با توجه به ماتریس تصمیم گیری بدست آمده و بردار وزن شاخص ها که هر دو فاقد درجات اطمینان می باشند، مسئله MADM بدست آمده را با یکی از روش های متداول حل کرده و رتبه بندی نهایی گزینه ها را بدست آورید.

۳-۲ - روش دو مرحله ای

در این روش به موازات عملیات بر روی قضاوت ها (امتیازات گزینه ها و وزن شاخص ها) عملیات بر روی درجات اطمینان قضاوت ها نیز انجام شده و این کار آنقدر ادامه می یابد تا برای هرگزینه علاوه بر رتبه نهایی بدست آمده، درجه اطمینان آن رتبه نیز مشخص شود. برای تشریح موضوع وضعیت زیر را درنظر بگیرید:

$$(a, CFa) \; O \; (b, CFb) = (c, CFc)$$

که درآن a و b مقادیر قضاوت (به صورت اعداد قطعی، فازی یا متغیر زبانی) و CFa و CFb به ترتیب درجات اطمینان نسبت به آن قضاوت ها می باشند. وظیفه عملگر O تلفیق مقادیر a و b (از طریق جمع، ضرب، و...) برای دستیابی به یک مقدار جدید c و ادغام CFa و CFb (از طریق عملگرهایی چون min، max، average، product و ...) برای بدست آوردن CFc یعنی درجه اطمینان نهایی نسبت به مقدار c می باشد. برای رتبه بندی نهایی گزینه ها می توان پس از بدست آوردن رتبه های دو بعدی، آن را به صورت یک مسئله MADM ثانویه در نظر گرفت. این مسئله دارای m گزینه و دو شاخص یعنی رتبه و درجهٔ اطمینان رتبه می باشد. با تعیین وزن این دو شاخص توسط DM و بکارگیری یکی از

روش های متداول حل مدل های MADM می توان رتبه بندی نهایی گزینه ها را تعیین نمود. چون در این روش از دو ماتریس تصمیم گیری اولیه و ثانویه استفاده می شود ما این رویکرد را روش دو مرحله ای نامیده ایم. قدم های حل مسئله با استفاده از این روش در زیر آمده است.

قدم ۱ـ انتخاب روش رتبه بندی و ترکیب درجات اطمینان

برای انجام عملیات بر روی قضاوت ها و رتبه بندی گزینه ها از یکی از روش های متداول استفاده کرده و با توجه به آن برای محاسبهٔ درجهٔ اطمینان نهایی حاصل از عملیات بر روی درجه اطمینان قضاوت ها نیز عملگرهای مناسب را انتخاب کنید.

قدم ۲ـ محاسبه رتبه گزینه ها و درجه اطمینان رتبه ها

با انجام عملیات بر روی قضاوت ها و محاسبهٔ درجات اطمینان حاصل از این عملیات (توسط روش های انتخاب شده در مرحله ۱) رتبه بندی گزینه ها و درجهٔ اطمینان هر رتبه را مشخص نمایید.

قدم ۳ـ تشکیل ماتریس تصمیم گیری ثانویه

رتبه بندی دو بعدی بدست آمده در قدم ۲ را به صورت یک مسئله MADM ثانویه با دو شاخص رتبه و درجهٔ اطمینان رتبه در نظر گرفته و ماتریس تصمیم گیری MADM این مسئله را مانند شکل ۵ تشکیل دهید.

شاخص / گزینه	رتبه	درجه اطمینان رتبه
A_1	R_1	CFR_1
⋮	⋮	⋮
A_m	R_m	CFR_m

شکل (۵) ماتریس تصمیم گیری ثانویه.

که در آن R_i رتبه گزینه i و CFR_i درجهٔ اطمینان رتبه گزینه i می باشد.

قدم ٤ـ تعیین وزن شاخص های ثانویه

وزن دو شاخص رتبه و درجهٔ اطمینان رتبه در ماتریس ثانویه را توسط DM مشخص کنید. اگر DM ریسک پذیر باشد ممکن است از بردار وزن $W_d^T=$ (۰/۵ ،۰/۵) استفاده کند، که در آن درجهٔ اطمینان رتبه هیچ اهمیتی برای DM نداشته و بنابراین در تصمیم گیری نهائی اثری نخواهد داشت. (نتایج بدست آمده در این حالت مشابه نتایج عدم بکارگیری درجه اطمینان قضاوت ها خواهد بود). اگر DM محافظه کار (ریسک گریز) باشد ممکن است به رتبه و درجه اطمینان رتبه، وزن های مساوی داده و از بردار وزنی $W_d^T=$ (۰/۵ ،۰/۵) استفاده کند. بهر حال DM با توجه به نیاز خود می تواند یک بردار وزنی مطلوب را برای ترکیب رتبه و درجهٔ اطمینان آن مشخص کند. اوزان باید در رابطه $W_{d_1} + W_{d_2} = 1$ صدق کنند.

قدم ۵ـ حل مسئله MADM ثانویه

با استفاده از ماتریس تصمیم گیری ثانویه و بردار وزن شاخص های آن و همچنین بکارگیری یکی از روش های متداول حل مسئله MADM، رتبه بندی نهایی گزینه ها را مشخص کنید.

تفاوت اصلی دو روش پیشنهادی در میزان توجه DM به مسئله عدم اطمینان می باشد. درروش یک مرحله ای همهٔ عدم اطمینان موجود در اطلاعات ماتریس تصمیم گیری در یک شاخص متمرکز می گردد و این شاخص به همراه سایر شاخص ها (با توجه به وزن آنها) در رتبه بندی گزینه ها تأثیر می گذارد. حال آنکه در روش دو مرحله ای عدم اطمینان موجود در مدل بصورت یک شاخص در کنار رتبه هر گزینه قرار گرفته و در نتیجه وزن و اهمیت بیشتری یافته است. تفاوت دیگر این دو روش آن است که در روش دو مرحله ای انتخاب عملگرها برای ادغام درجات اطمینان، وابسته به نوع روش بکار رفته برای رتبه بندی گزینه ها و عملیات مرتبط با آن می باشد.

٤ـ مثال عددی

برای نشان دادن توانائی و سادگی مدل پیشنهاد شده در نشان دادن درجات اطمینان مربوط به قضاوت ها و کاربرد آن در مسائل MADM، مثال زیر را در نظر بگیرید:

فرض کنید که می خواهیم از بین سه نوع اتومبیل A_1 ، A_2 و A_3 یکی را انتخاب کنیم. برای اینکار پنج شاخص C_1 تا C_5 را در نظر گرفته ایم که در آن C_2 ، C_3 و C_5 شاخص های کیفی می باشند. همچنین فرض کنید که امتیاز گزینه ها و درجهٔ اطمینان آنها توسط DM مشخص شده ودر ماتریس تصمیم گیری شکل ۶ نشان داده شده است.

اگر شاخص های کیفی توسط مقیاس ۹ عددی نشان داده شده در شکل ۲ به اعداد قطعی تبدیل شوند، می توان ماتریس تصمیم گیری را در شکل ۷ نشان داد.

فرض کنید که بردار وزن شاخص ها و درجهٔ اطمینان مربوط به آنها نیز توسط DM به صورت زیر مشخص شده

است.

$$W^T = \{(۰/۳,۱), (۰/۲,۱),(۰/۲,۱),(۰/۱,۱),(۰/۲,۱)\}$$

که در آن وزن شاخص ها با اطمینان کامل بیان شده اند.

با توجه به مفروضات فوق، ابتدا رتبه بندی گزینه ها بدون درنظر گرفتن درجات اطمینان و سپس با توجه به درجات اطمینان و با استفاده از هر دو روش پیشنهاد شده به صورت زیر انجام شده است.

٤-١ـ حل مسئله بدون در نظر گرفتن درجات اطمینان

اگر درجات اطمینان قضاوت ها در نظر گرفته نشود می توان مسئله را با استفاده از روش های متداول حل مدل های MADM مانند SAW[13] یا TOPSIS[14] [۱] بسادگی حل نمود. مثلاً اگر از روش SAW برای حل مسئله استفاده شود، ابتدا باید ماتریس تصمیم گیری مثال فوق به صورت ستونی نرمالایز گردد، اینکار به صورت زیر انجام می شود:

برای شاخص های مثبت: $\bar{r}_{ij} = r_{ij} / \sum_{i=1}^{m} r_{ij}$ $i=1,...,m$, $j=1,...,n$

برای شاخص های منفی: $\bar{r}_{ij} = (1/r_{ij}) / \sum_{i=1}^{m} (1/r_{ij})$ $i=1,...,m$, $j=1,...,n$

پس از نرمالیز کردن ستونی، ماتریس حاصل در شکل ۸ نشان داده شده است.

رتبه هرگزینه نیز در روش SAW به صورت زیر محاسبه می شود.

$$R_i = \sum_{j=1}^{n} \bar{r}_{ij} \cdot w_j \qquad i = 1, \ldots, m$$

که در آن $\bar{r}_{ij}$ امتیاز نرمالیز شده گزینه i در شاخص j و R_i رتبه گزینه i می باشد. با استفاده از این فرمول بردار رتبه بدست آمده برای گزینه ها به صورت زیر می باشد:

$$R^T = (۰/۳۵۹ ، ۰/۲۷۴ ، ۰/۳۶۷)$$

بنابراین ترتیب اولویت گزینه ها به صورت $A_3 > A_1 > A_2$ خواهد بود.

٤-٢ـ حل مسئله با استفاده از روش یک مرحله ای

قدم های حل مسئله با استفاده از این روش در زیر آمده است.

قدم ۱ـ انتخاب روش ترکیب درجات اطمینان

فرض کنید که محاسبهٔ امتیاز شاخص CF برای هر گزینه با استفاده از عملگر min وبه صورت زیر انجام می شود:

$$CF_i = \min \{\min (CFr_{ij}, CFw_j) \ \ j = 1, \ldots, n\} \quad i = 1, \ldots, m$$

قدم ۲ـ اضافه کردن شاخص CF و محاسبه امتیاز گزینه ها در این شاخص

یک شاخص CF به ماتریس تصمیم گیری اضافه کرده و امتیاز هر گزینه دراین شاخص را با استفاده از عملگرهای انتخاب شده در قدم ۱ تعیین می کنیم. در این صورت ماتریس تصمیم گیری حاصل به صورت شکل ۹ خواهد بود.

قدم ۳ـ تعیین وزن شاخص ها توسط DM

فرض کنید که وزن شاخص های اصلی و وزن شاخص CF توسط DM به صورت زیر مشخص شده است.

$$W^T = (۰/۲۸ ، ۰/۱۸ ، ۰/۱۸ ، ۰/۰۸ ، ۰/۱۸ ، ۰/۱)$$

قدم ٤ـ حل مدل MADM با روش های متداول

با موجود بودن ماتریس تصمیم گیری، بردار وزن شاخص ها و کاربرد روش SAW می توان رتبه بندی گزینه ها را انجام داد. برای اینکار باید ابتدا ماتریس تصمیم گیری بدست آمده بصورت ستونی نرمالیز شود. ماتریس حاصل در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

سپس با استفاده از این ماتریس و بردار وزن شاخص ها بردار رتبه بندی گزینه ها بصورت زیر محاسبه می شود:

$$R^T = (۰/۳۶۶ ، ۰/۲۸۴ ، ۰/۳۵۰)$$

بنابراین اولویت بندی گزینه ها به صورت $A_1 > A_3 > A_2$ خواهد بود.

٤-٣ـ حل مسئله با استفاده از روش دو مرحله ای

قدم های حل مسئله با استفاده از این روش در زیر آمده است.

قدم ۱ـ انتخاب روش ترکیب درجات اطمینان

فرض کنید که برای رتبه بندی گزینه ها از روش SAW و برای ترکیب درجات اطمینان از عملگر min استفاده می شود.

قدم ۲ـ محاسبه رتبه گزینه ها و درجه اطمینان رتبه ها

در این قدم رتبه ها و درجه اطمینان آنها با استفاده از روش

انتخاب شده در قدم ۱ به صورت زیر محاسبه می گردد.

$$(R_1,CFR_1)=(۰/۵۲۶,۱)(۰/۳,۱)+(۰/۲۳۸,۱)(۰/۲,۱)+(۰/۵۲۹,۱)(۰/۲,۱)$$

$$+(۰/۲۹۶,۱)(۰/۱,۱)+(۰/۹۱,۱)(۰/۲,۱)=(۰/۳۵۹,۱)$$

$$(R_2,CFR_2)=(۰/۲۱۱,۱)(۰/۳,۱)+(۰/۳۳۳,۱)(۰/۲,۱),(۰/۲۹۴,۰/۹)(۰/۲,۱)$$

$$+(۰/۳۰۹,۱)(۰/۱,۱)+(۰/۲۷۳,۰/۹)(۰/۲,۱)=(۰/۲۷۴,۰/۹)$$

$$(R_3,CFR_3)=(۰/۲۶۳,۱)(۰/۳,۱)+(۰/۴۲۹,۰/۹)(۰/۲,۱)+(۰/۱۷۷,۰/۹)(۰/۲,۱)$$

$$+(۰/۳۹۵,۰/۹)(۰/۱,۱)+(۰/۶۳۶,۰/۵)(۰/۲,۱)=(۰/۳۶۷,۰/۵)$$

قدم ۳ ـ تشکیل ماتریس تصمیم گیری ثانویه

پس از محاسبه رتبه ها و درجه اطمینان آنها می توان رتبه بندی دو بعدی بدست آمده را به صورت مسئله MADM ثانویه شکل ۱۱ نشان داد.

قدم ٤ ـ تعیین وزن شاخص های ثانویه

فرض کنید وزن شاخص های رتبه ودرجهٔ اطمینان رتبه توسط DM بصورت زیر مشخص شده است.

$$W_d^T = (۰/۸ \ , \ ۰/۲)$$

قدم ۵ ـ حل مسئله MADM ثانویه

با مفروض بودن ماتریس تصمیم گیری ثانویه و وزن شاخص های آن و بکارگیری مجدد روش SAW، می توان رتبه بندی گزینه ها را بدست آورد. برای اینکار باید ابتدا ماتریس ثانویه بصورت ستونی نرمالیز شود. در این حالت ماتریس بدست آمده در شکل ۱۲ نشان داده شده است.

سپس با استفاده از این ماتریس و بردار وزن شاخص های آن می توان بردار رتبه بندی گزینه ها را بصورت زیر محاسبه کرد.

$$R^T = (۰/۳۷۱ \ , \ ۰/۲۹۴ \ , \ ۰/۳۳۵)$$

بنابراین اولویت بندی گزینه ها به صورت $A_1>A_3>A_2$ می باشد.

همانطور که از این مثال مشهود است بکارگیری درجات اطمینان داده شده توسط DM می تواند بر روی تصمیم گیری تأثیر بگذارد و آن را تغییر دهد، از این رو برای افزایش دقت تصمیم گیری بکارگیری مدل MADM دو بعدی توصیه می شود. باید توجه کرد که اگرچه در مثال داده شده همهٔ قضاوت ها به صورت اعداد قطعی نشان داده شده اند اما استفاده از دو روش پیشنهاد شده برای حالتی که در آن قضاوت ها به صورت اعداد فازی یا متغیرهای زبانی می باشند نیز بسادگی امکان پذیر است.

٤ ـ نتیجه گیری و تحقیقات آتی

مسائل واقعی همیشه با عدم اطمینان همراه بوده و مدل های تصمیم گیری باید بتوانند این عدم اطمینان را بخوبی نشان دهند. عدم اطمینان موجود در مسائل موجود در مسائل تصمیم گیری تنها به نادقیق بودن مقادیر قضاوت ها محدود نمی شوند، بلکه افراد خبره ای هم که مورد سئوال واقع می شوند ممکن است به سئوالات با درجات مختلفی از اطمینان پاسخ دهند. مسئله عدم اطمینان در قضاوت افراد خبره، اولین بار در سیستم های خبره مورد مطالعه واقع شده و به طرز گسترده ای مورد استفاده قرار گرفته است. این مقاله با الهام از سیستم های خبره، موضوع عدم اطمینان در قضاوت را در مدل های تصمیم گیری چند معیاره (MADM) گسترش داده است. بر خلاف مدل های مرسوم MADM که عدم اطمینان را تنها درمقادیر قضاوت ها نشان می دهند، در مدل توسعه داده شده در این مقاله، برای رسیدن به رتبه بندی نهایی گزینه ها مقادیر درجه اطمینان قضاوت ها نیز درنظر گرفته می شود. ما این مدل جدید را مدل MADM دوبعدی نامیده ایم و برای حل آن دو رویکرد توسعه داده ایم. مثال های حل شده با این رویکردها نشان می دهد که توجه به درجه اطمینان قضاوت ها می تواند دقت و صحت تصمیم گیری را افزایش دهد.

برای تحقیقات آتی در مورد روش پیشنهاد شده می توان به مواردی چون: استفاده از درجهٔ اطمینان فازی در مدل MADM دوبعدی وتوسعه روش های حل این مدل، بکارگیری وتوسعه مدل MADM دو بعدی در روش AHP بررسی و ایجاد عملگرهای مناسب برای ادغام درجات اطمینان، توسعه مدل MADM دوبعدی در حالت تصمیم گیری گروهی اشاره کرد.

زیرنویس ها

1- Multi Attribute Decision Making
2- Decision Maker
3- Certainty Factor
4- Dubois and Prade
5- Belman and Zadeh

6- Bass and Kwakernaoh
7- Kichkert
8- Zimmermann
9- Analytic Hierarchy Process
10-Partial Ignorance
11- Rules
12- Facts
13- Simple Additive Weighting
14- Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution

شاخص / گزینه	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
A_1	(۳ , ۱)	(۱,متوسط)	(۱,خیلی زیاد)	(۲۴۰۰۰,۱)	(۱,خیلی کم)
A_2	(۱/۲,۱)	(۱,زیاد)	(۰/۹,متوسط)	(۲۵۰۰۰,۱)	(۰/۹,کم)
A_3	(۱/۵,۱)	(۰/۹,خیلی زیاد)	(۰/۹,کم)	(۳۲۰۰۰,۱)	(۰/۵,زیاد)

شکل (۶) ماتریس تصمیم گیری مثال.

شاخص / گزینه	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
A_1	(۳ , ۱)	(۵ , ۱)	(۹ , ۱)	(۲۴۰۰۰,۱)	(۱ , ۱)
A_2	(۱/۲,۱)	(۷ , ۱)	(۵ , ۰/۹)	(۲۵۰۰۰,۱)	(۳ , ۰/۹)
A_3	(۱/۵,۱)	(۹ , ۰/۹)	(۳ , ۰/۹)	(۳۲۰۰۰,۱)	(۷ , ۰/۵)

شکل (۷) ماتریس تصمیم گیری مثال با تبدیل مقادیر کیفی به کمی.

شاخص / گزینه	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
A_1	۰/۵۲۶	۰/۲۳۸	۰/۵۲۹	۰/۲۹۶	۰/۰۹۱
A_2	۰/۲۱۱	۰/۳۳۳	۰/۲۹۴	۰/۳۰۹	۰/۲۷۳
A_3	۰/۲۶۳	۰/۴۲۹	۰/۱۷۷	۰/۳۹۵	۰/۶۳۶

شکل (۸) ماتریس نرمالایزشه.

شاخص / گزینه	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	CF
A_1	۳	۵	۹	۲۴۰۰۰	۱	۱
A_2	۱/۲	۷	۵	۲۵۰۰۰	۳	۰/۹
A_3	۱/۵	۹	۳	۳۲۰۰۰	۷	۰/۵

شکل (۹) ماتریس تصمیم گیری در روش یك مرحله ای.

شاخص / گزینه	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	CF
A_1	۰/۵۲۶	۰/۲۳۸	۰/۵۲۹	۰/۲۹۶	۰/۰۹۱	۰/۴۱۷
A_2	۰/۲۱۱	۰/۳۳۳	۰/۲۹۴	۰/۳۰۹	۰/۲۷۳	۰/۳۷۵
A_3	۰/۲۶۳	۰/۴۲۹	۰/۱۷۷	۰/۳۹۵	۰/۶۳۶	۰/۲۰۸

شکل (۱۰) ماتریس نرمالایز شده در روش یک مرحله ای.

شاخص / گزینه	درجه اطمینان	رتبه
	رتبه	
A_1	۰/۳۵۹	۱
A_2	۰/۲۷۴	۰/۹
A_3	۰/۳۶۷	۰/۵

شکل (۱۱) ماتریس ثانویه در روش دو مرحله ای.

شاخص / گزینه	رتبه	درجه اطمینان
		رتبه
A_1	۰/۳۵۹	۰/۴۱۷
A_2	۰/۲۷۴	۰/۳۷۵
A_3	۰/۳۶۷	۰/۲۰۸

شکل (۱۲) ماتریس ثانویه نرمالایز شده.

مراجع

[1] Chen. S. and Hwang, C., "*Fuzzy Multiple Attribute Decision Making, Methods and Applications*", Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1992.

[2] Moreno-Jimenez, J. M. and Vargas, L. G., "A Probabilistic Study of Preference Structures in the AHP with Interval Judgments", *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 17, 1993.

[3] Mac-kay, D. B., Bowen, W. M. and Sinnes, J. J., "A Thurstonian View of the AHP", *European Journal of Operational Research*, Vol. 89, 1996.

[4] Basak, I., "Rank-based Statistcal Procedures in AHP", *European Journal of Operational Research*, Vol 101, 1997.

[5] Dubois, D. and Prade, H., "*Recent Models of Uncertainty and Imprecision As a Basis for Decision Theory: Toward Less Normative Frameworks, In: Inteligent Decision Support in Process Environments*", Hollnagel, E., Mancini, G. and Woods, D., (eds), Springer-Vrelag, New York, 1985.

[6] Bellman, R. and Zadeh, L. A., "Decision Making in a Fuzzy Environment", *Managemtent Science*, Vol 17B, No. 4 1970.

[7] Bass, S. M. and Kwakernaak, H., "Rating and Ranking of Multiple Aspect Alternative Using Fuzzy Sets", *Automatica*, Vol. 13, 1977.

[8] Kichkert, W. J. M., "*Fuzzy Theory on Decision-Making, A Critical Review*", Martinus Nijhoff Social Sciences Devision, Leiden, 1978.

[9] Dubois, D. and Prade, H., "*Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*", Academic Press, New York, 1980.

[10] Zimmermann, H. J., "*Fuzzy Set Theory and Its Applications*", Kluwer, Nijhoff Publishing, Boston, 1985.

[11] Zimmermann, H. J., "*Fuzzy Set, Decision Making and Expert System*", Kluwer, Nijhoff Publishing, Boston, 1987.

[12] Zimmermann, H. J., Zadeh, L. A. and Gaines, B. R., "*Fuzzy sets and Decision Analysis: Tims studies in the manegement science*", North-Holland, Vol. 20, 1984.

[13] Da-yong chang, "Application of the Extent Analysis Method on Fuzzy AHP", *European Journal of Operational Research*, 1996.

[14] Mikhailov, L., "A Fuzzy Programming Method for Deriving Priorities in the Analytic Hierarchy Process", *Journal of the Operation Research Society*, Vol. 51, 2000.

[15] Yudhistira, T. and Diwati, L., "The Development of Fuzzy AHP and Using Nonadditive Weight and Fuzzy Score", *INSAHP*, 2000.

[16] Schneider, M. Kandel, A., Langholz, G. and Chew, G., "*Fuzzy Expert System Tools*", John Wiley & Sons, England, 1996.