

# شبیه سازی عددی فرآیند کشش عمیق

غلامحسین لیاقت  
دانشیار

دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

حسن مسلمی نائینی  
استادیار

دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

محمد گودرزی

دانشجوی کارشناسی ارشد

دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

مانابو کیوچی

استاد

دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه توکیو

## چکیده

در این مقاله، یک شبیه سازی عددی برای تحلیل فرآیند کشش عمیق محصولات دارای تقارن محوری ارائه شده است. از خصوصیات این شبیه سازی، ترکیب روش های اجزای محدود و تفاضل محدود بوده که موجب ساده شدن تحلیل فرآیند و کاهش زمان محاسبات می گردد. در این تحلیل، اثرات خم و راست شدن ورق روی قالب، اصطکاک، نیروی برشی و تغییر ضخامت در نظر گرفته شده اند. معادلات تعادل نیروها در جهات نصف النهاری و ضخامتی، شامل اثر نیروی تماسی با ابزار و تعادل گشتاور محیطی در سراسر ورق ارضاء می گردند. یک مدل تماسی برای بررسی وضعیت تماس هر المان با ابزار در نواحی مختلف ارائه شده است. با استفاده از این شبیه سازی، مشخصات تغییر شکل ورقه گرد شامل هندسه ورق در هر مرحله از تغییر شکل، توزیع تنش و کرنش و تغییر ضخامت بدست آمده اند. علاوه، نتایج تحلیلی مربوط به کرنش محیطی با نتایج تجربی مورد مقایسه قرار گرفته است. تطابق نسبتاً خوب بین این نتایج، اعتبار و صحت این تحلیل را نشان می دهد.

## کلمات کلیدی

شبیه سازی عددی، جامد ارتجاعی - خمیری، کشش عمیق، شکل دهی ورق فلزات، مدل تماسی

## A Numerical Simulation for Deep Drawing Process

H.Moslemi Naeini  
Assistant Professor  
Faculty of Engineering,  
Tarbiat Modarres University

G.Liaghat  
Associate Professor  
Faculty of Engineering,  
Tarbiat Modarres University

M.Kiuchi  
Professor  
Faculty of Engineering,  
Tokyo University

M.Goodarzi  
M.Sc. Student  
Faculty of Engineering,  
Tarbiat Modarres University

## Abstracts

*In this paper, a numerical simulation for analysis of the deep drawing process of axisymmetric products (Cup Drawing) is given. It is based on a combination of both Finite Element and Finite Difference Methods. The analysis of process is thus simplified and the computational time is reduced. Bending and unbending at the die profile, friction, shearing force and change in thickness are taken into account. The equilibrium equations of forces in the meridian and thickness directions including the effect of the contact force of the tool and the equilibrium of peripheral moment are satisfied in all parts of the material. A contact model has also been given to judge the contact stating of each element with tool.*

By using the simulation, the deformation features of the circular blank can be obtained. These include the geometrical shapes of blank at each deformation step, stress and strain distributions and change of thickness. Moreover, the results of analysis regarding peripheral strain are compared with the experimental results. Good agreements between the analysis and experimental results show the validity of the simulation.

### Key words

Numerical simulation, Elasto-plastic solid, Deep drawing, Sheet metal forming, Contact model.

### مقدمه

کشش عمیق، فرآیند شکل دهی یک ورق مسطح فلزی به یک پوسته استوانه ای یا جعبه ای شکل است. این فرآیند، مهمترین و معروفترین فرآیند شکل دهی ورقی به شمار می رود. از آن به عنوان روشی برای آزمایش خواص مواد ورقی شکل نیز استفاده می شود.

برای مطالعه فرآیند کشش عمیق، تاکنون بررسی های تجربی، تحلیلی و عددی فراوانی گزارش شده است. در این میان، روش های تجربی در بیان جزئیات دقیق فرآیند ضعیف بوده و دارای محدودیت کاربرد هستند. روش های تحلیلی غالباً برپایه روش اسلب (Slab Method) واقعند که در آن فرضیات زیادی در نظر گرفته می شود. بسیاری دیگر از تحلیل ها به تئوری غشایی وابسته اند که در آن اثرات خمش و تغییر ضخامت صرفنظر می شود.

روش اجزای محدود که بخصوص برای تغییر شکل های پلاستیکی بزرگ مناسب است، به زمان محاسباتی زیاد و رایانه های قوی نیاز دارد. روش های تفاضلی به زمان محاسباتی کمتر نیاز داشته و فرمولبندی آنها ساده تر است. المکی و وو (Al-Makky & Woo) [۱] تحلیل عددی کشش عمیق را با استفاده از تئوری غشایی و در قالب تراکتریکس (tractrix) ارائه کرده اند.

کوبایاشی و کیم (Kobayashi & Kim) [۲] با استفاده از روش اجزای محدود، فرآیند شکل دهی ورقی متقارن را برای اجسام صلب - خمیری بررسی کرده اند.

سایتو (Saito) و همکاران [۳]، [۴] تحلیل ارتجاعی و خمیری جامعی را که مرکب از روشهای اجزای محدود و تفاضل محدود بوده و مشتمل بر اثرات خمش و تغییر ضخامت ورق در حین تغییر شکل است، تدوین نموده اند. با توجه به انعطاف پذیر بودن تحلیل، می توان از آن برای مطالعه فرآیند کشش، با ابزار دارای شکل های مختلف و یا سایر فرآیندهای شکل دهی متقارن یا غیر متقارن نیز استفاده کرد.

کیوچی (Kiuchi) و همکاران [۵] با توسعه تحلیل فوق، روشی برای بررسی تغییر شکل ارتجاعی و خمیری لوله در فرآیند شکل دهی مجدد لوله های غیر گرد تدوین نموده اند. با استفاده

از این روش، پیشگویی وقوع معایب در محصول و اثر پارامترهای مختلف فرآیند نظیر ابعاد لوله، غلتک و محصول و خواص فلزروی توزیع تنش و کرنش، نیروها، ممان های خمشی اعمالی بر سطح مقطع لوله، توزیع شعاع انحناء در جهت محیطی بررسی می شوند. در حالت های مختلف، نتایج بدست آمده از تحلیل با اندازه گیری های انجام شده با روشهای تجربی و عملی مقایسه شده و تطابق خوبی بین آنها مشاهده گردیده است.

هانسن (Hansen) و همکاران [۶]، تحلیل عددی فرآیند کشش عمیق دارای تقارن محوری را با روش تفاضل محدود انجام داده اند.

در این مقاله، جهت تحلیل عددی فرآیند کشش عمیق قطعات استوانه ای، روشی عددی مرکب از روشهای اجزای محدود و تفاضل محدود توسعه و استفاده شده است [۷].

### روش تحلیل

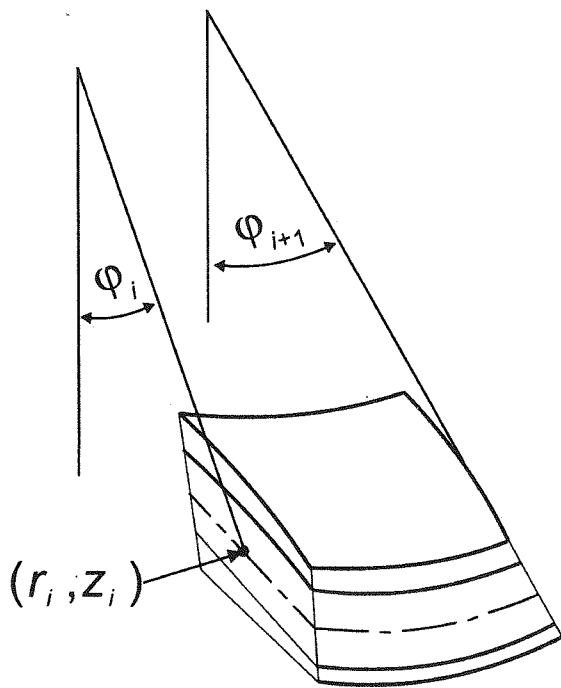
همچنانکه در شکل ۱ نشان داده شده است، ورق گرد (blank) به  $np$  المان حلقوی به نام «المان های اصلی»  $1, 2, \dots, i, i+1, \dots, np+1$  که دارای گره های مرزی  $1, 2, \dots, i, i+1, \dots, np+1$  هستند تقسیم می گردد. هر المان اصلی نیز به  $nt$  المان لایه ای به نام «المان های فرعی»  $i_1, i_2, \dots, i_j, \dots, i_{nt}$  که دارای ضخامت های  $\Delta t_{i_1}, \Delta t_{i_2}, \dots, \Delta t_{i_j}, \dots, \Delta t_{i_{nt}}$  هستند تقسیم می شود.

مطابق شکل ۲، موقعیت گره  $i$  بامؤلفه های  $(r_i, z_i)$  و زاویه انحراف  $\varphi_i$  معرفی می شود. از آنجا که تغییر شکل دارای تقارن محوری است، تغییر مکان محیطی وجود ندارد. المان های اصلی با توجه به وضعیت تماسی، تحت ۵ نوع تغییر شکل همانند شکل ۳ قرار می گیرند.

فرضیات بکار گرفته شده در این تحلیل عبارتند از:

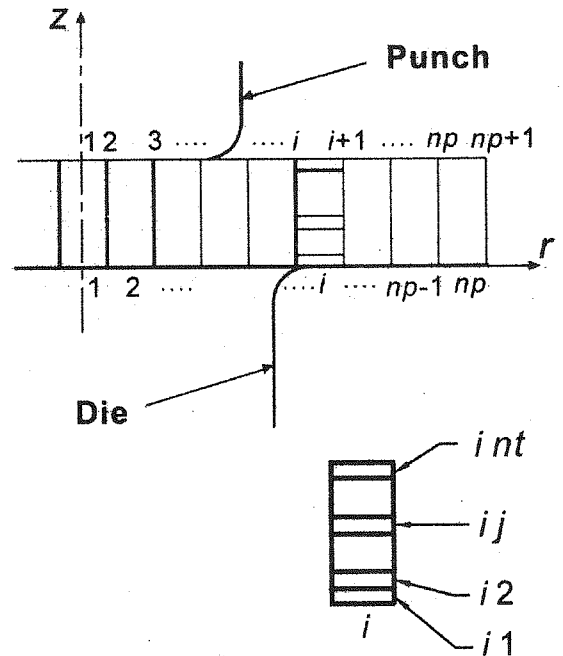
- ۱- در طول تغییر شکل، سطح مقطع جانبی همواره عمود بر سطح ورق باقی می ماند.
- ۲- از تغییر شکل برشی بین المان های فرعی صرفنظر می گردد.
- ۳- المان های اصلی در راستای پروفیل ورق (جهت نصف

$$\Delta\varphi_i = \varphi_{i+1} - \varphi_i \quad (5)$$

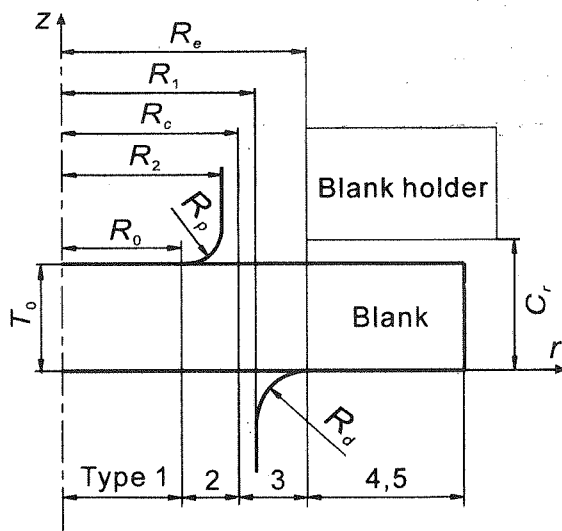


شکل (۲) مختصات يك المان اصلی.

النهارى) داراى يك شعاع انحنای ثابت هستند.  
۴- رفتار ورق ارتجاعى - کارسخت خطى در نظر گرفته شده است.



شکل (۱) سطح مقطع ورق و تقسیم بندى المان ها.



شکل (۳) نواحى مختلف تماسى در اين تحليل .

مختصات شعاعى لبه هاى درونى و بيرونى المان فرعى (ij) عبارتند از:

$$(r_i)_{ij} = r_i - \eta_{ij} \sin \varphi_i \quad (6)$$

### روابط تغيير مکان، کرنش و تنش

از آنجا که زاويه  $\varphi_i$  به مختصات  $Z, r$  وابسته است و با توجه به فرض ۲، بين اين مولفه ها رابطه سازگارى زیر برقرار است:

$$\frac{1}{2} (\varphi_i + \varphi_{i+1}) = \tan^{-1} \left( \frac{z_{i+1} - z_i}{r_{i+1} - r_i} \right) \quad (1)$$

طول المان اصلی (i) و المان فرعى (ij) در جهت نصف النهارى عبارت است از:

$$L_i = \sqrt{(r_{i+1} - r_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2} \quad (2)$$

$$L_{ij} = L_i - \eta_{ij} \Delta\varphi_i \quad (3)$$

که در روابط فوق،  $\eta_{ij}$  فاصله المان فرعى (ij) از سطح میانی المان اصلی (i) است و با رابطه زیر تعريف می شود:

$$\eta_{ij} = \frac{1}{2} (\Delta t_{i1} + \Delta t_{i2} + \dots + \Delta t_{ij-1} - \Delta t_{ij+1} - \dots - \Delta t_{int}) \quad (4)$$

و زاويه خمیدگی المان  $\Delta\varphi_i$  داراى رابطه زیر است:

$$(\sigma_t)_{ij} = \frac{1}{2} (\sigma_{ij}^{nor} + \sigma_{ij+1}^{nor}) \quad (11)$$

رابطه نمودی تنش و کرنش را می توان به شکل زیر بیان کرد:

$$\{d\sigma\}_{ij} = C_{ij} \{d\varepsilon\}_{ij} \quad (12)$$

بطوریکه ماتریس نمود تنش عبارتست از:

$$\{d\sigma\}_{ij} = [(d\sigma_\varphi)_{ij}, (d\sigma_\theta)_{ij}, (d\sigma_t)_{ij}]^t \quad (13)$$

مؤلفه های ماتریس  $C_{ij}$  در حالت الاستیک از قانون هوک و در حالت پلاستیک از تابع پتانسیل پرناتل (Prandtl) [۸] استخراج می شوند. بنابراین از رابطه (۹) خواهیم داشت:

$$\{d\sigma\}_{ij} = B1_{ij} \{dX\}_i + B2_{ij} \{d(\Delta t)\}_i \quad (14)$$

برای المان فرعی (ij)، از معادله تعادل نیروها در جهت ضخامت داریم:

$$d\sigma_{ij}^{nor} = J_{ij} \{dX\}_i + K_{ij} \{d(\Delta t)\}_i \quad (15)$$

برای المان های نوع ۱ و ۲ و ۵ که نیروی عمودی روی سطح پایینی معلوم است، شرط مرزی عبارتست از:

$$d\sigma_{i1}^{nor} = 0 \quad (16)$$

و برای المان های نوع ۳ و ۴ که نیروی عمودی روی سطح بالایی معلوم است:

$$d\sigma_{int+1}^{nor} = 0 \quad (17)$$

با بکارگیری شکل نمودی معادله (۱۱) و رابطه (۱۵) و نیز یکی از شرایط مرزی (۱۶) یا (۱۷)، خواهیم داشت:

$$\{d(\Delta t)\}_i = N1_i \{dX\}_i \quad (18)$$

رابطه فوق از اهمیت زیادی برخوردار است. زیرا در حالیکه در تحلیل، تغییر ضخامت لحاظ می شود، ولی نمود تغییر ضخامت المان های فرعی با استفاده از رابطه فوق از معادلات حذف می شود، که این امر کمک شایانی به کاهش تعداد متغیرها و معادلات و در نتیجه افزایش سرعت محاسبات می کند. لذا با جایگذاری رابطه (۱۸) در معادلات (۹) و (۱۴)

$$(r\sigma)_{ij} = r_{i+1} - \eta_{ij} \sin \varphi_{i+1} \quad (7)$$

مؤلفه های نمودی کرنش برای استفاده از تئوری نمودی عبارتند از:

$$(d\varepsilon_\varphi)_{ij} = \frac{dL_{ij}}{L_{ij}} \quad (8)$$

$$(d\varepsilon_\theta)_{ij} = \frac{d(r\sigma)_{ij}}{(r\sigma)_{ij}}$$

$$(d\varepsilon_t)_{ij} = \frac{d(\Delta t)_{ij}}{(\Delta t)_{ij}}$$

که  $\varphi$ ،  $\theta$  و  $t$  به ترتیب جهات نصف النهاری، محیطی و ضخامتی هستند. با استفاده از معادلات (۵) - (۲) می توان رابطه (۸) را به شکل ماتریسی زیر نوشت:

$$\{d\varepsilon\}_{ij} = A1_{ij} \{dX\}_i + A2_{ij} \{d(\Delta t)\}_i \quad (9)$$

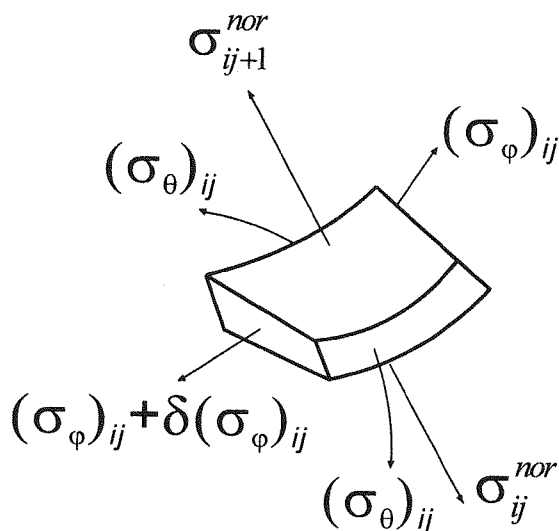
بطوریکه:

$$\{d\varepsilon\}_{ij} = [(d\varepsilon_\varphi)_{ij}, (d\varepsilon_\theta)_{ij}, (d\varepsilon_t)_{ij}]^t \quad (10)$$

$$\{dX\}_i = [dx_i, dz_i, d\varphi_i, dx_{i+1}, dz_{i+1}, d\varphi_{i+1}]^t$$

$$\{d(\Delta t)\}_i = [d(\Delta t)_{i1}, d(\Delta t)_{i2}, \dots, d(\Delta t)_{int}]^t$$

شکل (۴) وضعیت تنش های اعمال شده روی المان فرعی (ij) را نشان می دهد.



شکل (۴) تنش های اعمال شده روی يك المان فرعی.

در این المان، تنش در جهت ضخامت از رابطه زیر به دست می آید:

حذف نمو ضخامت، روابط نموی تنش و کرنش به شکل زیر در می آیند:

$$\{d\epsilon\}_{ij} = N2_{ij} \{dX\}_i \quad (19)$$

$$\{d\sigma\}_{ij} = N3_{ij} \{dX\}_i \quad (20)$$

شکل ۵، نیروها و گشتاور وارده روی المان اصلی (i) را نشان می دهد.  $P_i$  نیروی تماسی بین المان مورد نظر و ابزار است که در جهت نشان داده شده مثبت فرض می شود. معادلات تعادل نیروها در جهت ضخامت ورق و جهت نصف النهاری و تعادل گشتاور برای یک المان اصلی عبارتند از:

که  $\mu$  ضریب اصطکاک بوده و علامت آن با توجه به جهت حرکت المان تعیین می شود.

در روابط فوق، مقادیر  $M_\theta, M, N_\theta, N$  عبارتند از:

$$\frac{1}{2} (N_i + N_{i+1}) = \sum_{j=1}^{nt} (\sigma_\phi)_{ij} \Delta t_{ij} \quad (24)$$

$$\frac{1}{2} (M_i + M_{i+1}) = \sum_{j=1}^{nt} (\sigma_\phi)_{ij} \Delta t_{ij} \eta_{ij} \quad (25)$$

$$(N_\theta)_i = \sum_{j=1}^{nt} (\sigma_\theta)_{ij} \Delta t_{ij} \quad (26)$$

$$(M_\theta)_i = \sum_{j=1}^{nt} (\sigma_\theta)_{ij} \Delta t_{ij} \eta_{ij} \quad (27)$$

با استفاده از معادلات (۲۷) - (۲۱)، دستگاهی شامل ۵ معادله تشکیل می شود:

$$D1_i \{dX\}_i + D2_i \begin{bmatrix} dN_i \\ dN_{i+1} \end{bmatrix} + D3_i \begin{bmatrix} dM_i \\ dM_{i+1} \end{bmatrix} \\ D4_i \begin{bmatrix} dQ_i \\ dQ_{i+1} \end{bmatrix} + D5_i [d\phi_i] = 0 \quad (28)$$

معادله ششم نیز از رابطه سازگاری (۱) به دست می آید:

$$D6_i \{dX\}_i = 0 \quad (29)$$

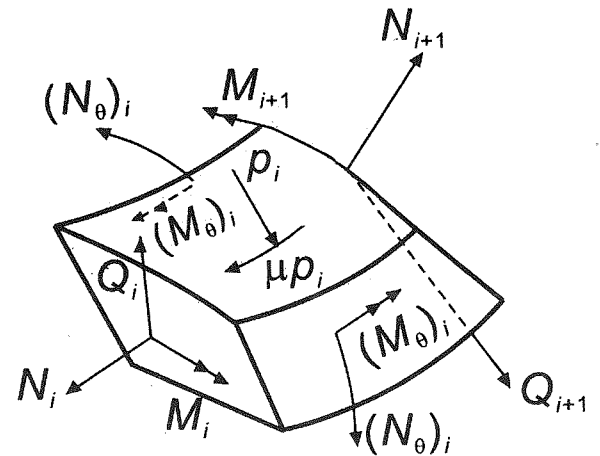
برای المان مرکزی  $i=1$ ، از آنجا که مقادیر  $(r_i)$ ،  $r_i$ ،  $\phi_i$  صفرند، رابطه (۲۸) شامل تنها ۳ معادله خواهد بود.

### روش حل عددی

بردار متغیرها شامل  $7np+3$  متغیر به قرار زیر است:

$$\{X\} = [dr_1, dz_1, d\phi_1, dp_1, dr_2, dz_2, d\phi_2, dQ_2, \\ dN_2, dM_2, dp_2, \dots, dr_i, dz_i, d\phi_i, dQ_i, \\ dN_i, dM_i, dp_i, \dots, dr_{np+1}, dz_{np+1}, d\phi_{np+1}, \\ dQ_{np+1}, dN_{np+1}, dM_{np+1}]$$

این در حالی است که روابط (۲۸) و (۲۹)، کلاً  $6np-2$  معادله را شامل می شوند. بنابراین از شرایط مرزی که شامل  $dr_1=0$  و  $d\phi_1=0$  برای المان اول و  $dN_{np+1}=0$ ،  $dM_{np+1}=0$  و  $dQ_{np+1}=0$  برای المان آخر است، استفاده می شود. همچنین با توجه به وضعیت تماس بین ابزار و المان اصلی



شکل (۵) نیروها و گشتاور اعمالی بر یک المان اصلی.

$$\frac{1}{2} (N_{i+1}r_{i+1} + N_i r_i) \Delta \phi_i - Q_{i+1}r_{i+1} + Q_i r_i \\ + (N_\theta)_i L_i \sin \phi_i - p_i \frac{r_i + r_{i+1}}{2} L_i = 0 \quad (21)$$

$$N_{i+1}r_{i+1} - N_i r_i + \frac{1}{2} (Q_{i+1}r_{i+1} - Q_i r_i) \Delta \phi_i \\ - (N_\theta)_i L_i \cos \phi_i \pm \mu p_i \frac{r_i + r_{i+1}}{2} L_i = 0 \quad (22)$$

$$M_{i+1}r_{i+1} - M_i r_i - (M_\theta)_i L_i \cos \phi_i \\ - \frac{1}{4} (N_{i+1}r_{i+1} - N_i r_i) L_i \Delta \phi_i \\ + \frac{1}{2} (Q_{i+1}r_{i+1} + Q_i r_i) L_i = 0 \quad (23)$$

در شکل ۸، خط چین های رسم شده انحنای نواحی مختلف ورق را در  $step=1000$  نشان می دهند. خطوط پر رنگ، مربوط به مقادیر تئوری است، که با توجه به ابعاد سنبه و قالب بدست آمده اند. یعنی در ناحیه صاف زیر سنبه، شعاع انحنای ورق (R) بی نهایت و لذا انحنای ورق  $\frac{1}{R}$  صفر است. به همین ترتیب

$$R = R_p = 5 \text{ و } \frac{1}{R} = 0.2$$

$$R = R_d = 5 \text{ و } \frac{1}{R_d} = 0.2$$

$$\frac{1}{R} = 0 \text{ و روی ناحیه فلنج قالب:}$$

### تنش نصف النهاری

شکل ۹، بیانگر توزیع تنش نصف النهاری برای سه لایه مختلف ( $z=1, 3, 5$ ) در راستای پروفیل اولیه ورق (قبل از تغییر شکل) است، بطوریکه:

$$z=1, \text{ لایه پایینی و مجاور قالب}$$

$$z=3, \text{ لایه میانی ورق}$$

$$\text{و } z=5, \text{ لایه بالایی و مجاور سنبه می باشند.}$$

نمودارها به ازای  $Step = 610$  که معادل  $6.1mm$  تغییر مکان عمودی سنبه ( $S_p = 6.1mm$ ) است، رسم شده اند.

(i)، برای هر المان می توان یک معادله نوشت. اگر المان دارای تماس با ابزار باشد، مختصات نقطه تماس باید در یک شرط هندسی که در جدول ۱ آمده است صدق کند تا تماس حفظ شود. ولی اگر المان فاقد تماس باشد نیروی تماسی صفر است ( $dp_i=0$ ). در طول محاسبات، تماس یا عدم تماس المان با قالب و سنبه، با توجه به موقعیت المان اصلی (i) و نیز نیروی تماسی  $p_i$  تعیین می شود. با استفاده از این شرایط و نیز با بکارگیری تغییر مکان عمودی سنبه به عنوان پارامتر تغییر شکل، دستگاه معادلات خطی  $\{Y\} = \{X\} [K]$  تشکیل و با حل آن، نمودارهای تنش و کرنش و متغیرهای فوق الذکر محاسبه می شوند. فلوجارتی از روال محاسبات این شبیه سازی در شکل (۶) ارائه شده است.

### نتایج تحلیل عددی و بحث

نتایج تحلیل عددی کشش عمیق یک محصول استوانه ای با جنس فولاد نرم ارائه می شود. شرایط کاری بکار گرفته شده در تحلیل، در جدول ۲ معرفی شده اند. شکل ۷، سطح مقطع ورق را در طی چند مرحله مختلف کشش:  $Step = 400, Step = 600, Step = 800, Step = 1000$  نشان می دهد. با افزایش مراحل کشش، یعنی بیشتر شدن تغییر مکان عمودی سنبه، محصول عمیقتر و شعاع انحنای نواحی از ورق که دارای تماس با ابزار است به شعاع انحنای ابزار نزدیکتر شده و تغییر شکل می یابند.

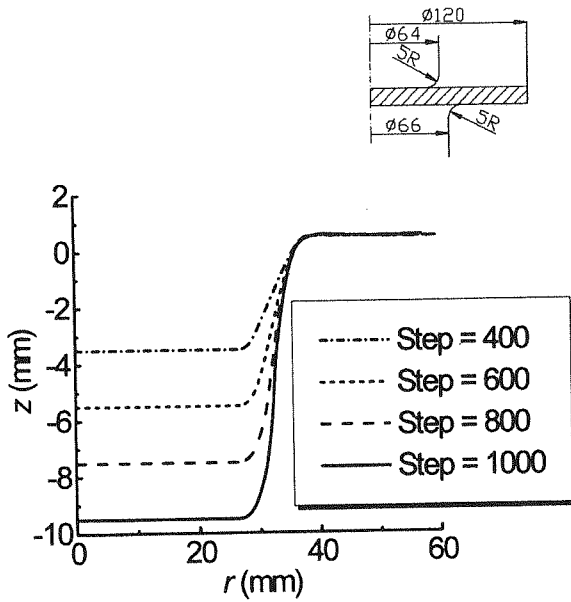
جدول (۱) وضعیت ها و نواحی مختلف تماسی.

شرط مرزی هندسی نقطه تماس	موقعیت تماس	*موقعیت	ناحیه
$z = -S_i + H_o$	ناحیه صاف سنبه	$0 \leq (rd)_i < R_o$	۱
$(r - R_o)^2 + (z + S_i - H_o - R_p)^2 = Rp^2$	ناحیه خم سنبه	$R_o \leq (rd)_i < R_c$	۲
$r = R_2$	دیواره سنبه		
$(r - R_c)^2 + (z + Rd)^2 = Rd^2$	ناحیه خم قالب	$R_c \leq (rd)_i < R_e$	۳
$r = R_1$	دیواره قالب		
$z = 0$	فلنج قالب	$R_e \leq (rd)_i$	۴
$z = C_r$	ورقگیر	$R_e \leq (rd)_i$	۵

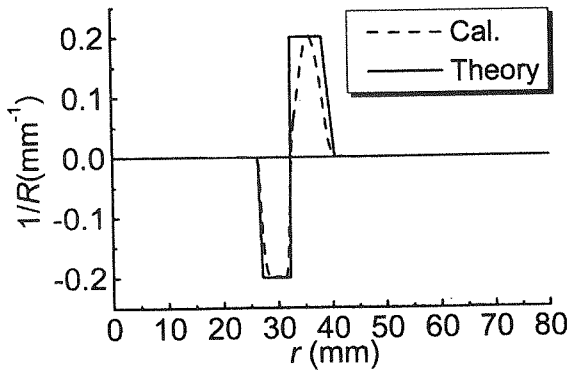
$$(rd)_i = \frac{r_i + r_{i+1}}{2}$$

جدول (۲) شرایط کاری بکار گرفته شده در این تحلیل عددی.

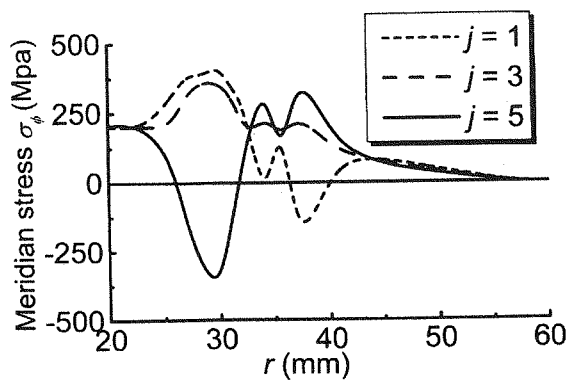
فاکتور	نشانه	مقدار	واحد
مدول یانگ	$E$	169	Gpa
ضریب پواسون	$\nu$	0.3	
تنش تسلیم اولیه	$Y_0$	294	Mpa
مدول کار سختی	$H$	588	Mpa
قطر اولیه ورق	$D_0$	120	mm
ضخامت اولیه ورق	$T_0$	1	mm
شعاع گلوبی قالب	$R_1$	33	mm
شعاع خم قالب	$R_d$	5	mm
شعاع سنبه	$R_2$	32	mm
شعاع خم سنبه	$R_p$	5	mm
لقی ورقگیر	$C_r$	1.0	mm
ضریب اصطکاک	$\mu$	0.1	
تعداد المان ها	$nt \times np$	$5 \times 45$	



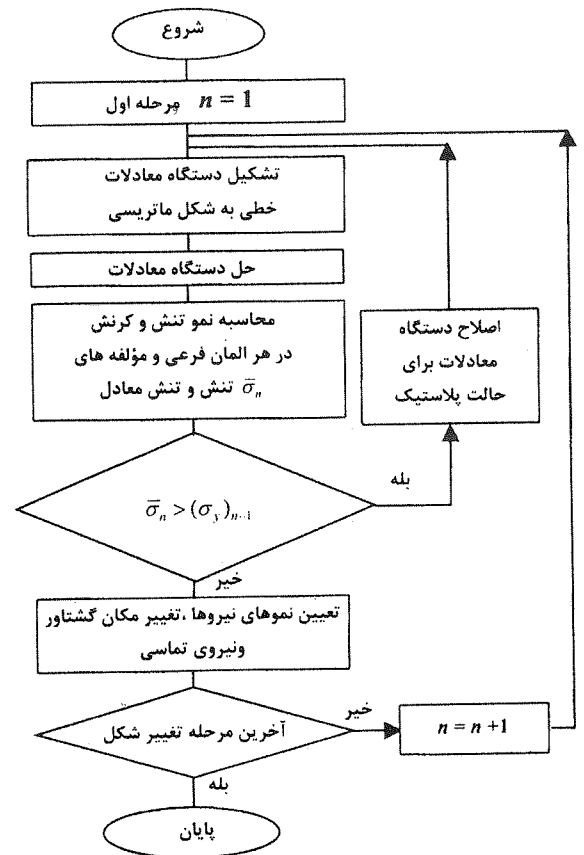
شکل (۷) پروفیل ورق در حین تغییر شکل.



شکل (۸) انحنای ورق در راستای پروفیل اولیه (قبل از تغییر شکل) آن در  $step=1000$ .

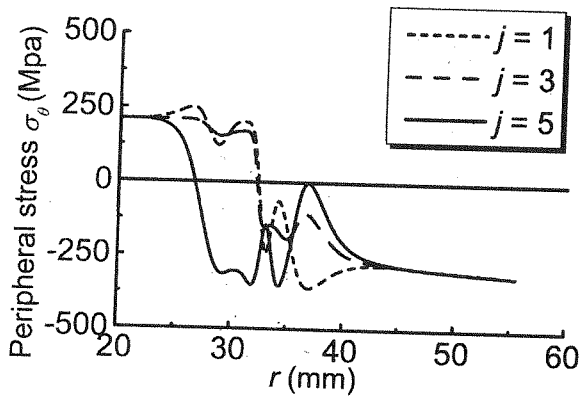


شکل (۹) توزیع تنش نصف النهاری در راستای پروفیل اولیه ورق  $Step=610$ .



شکل (۶) فلوجارت روال محاسبات.

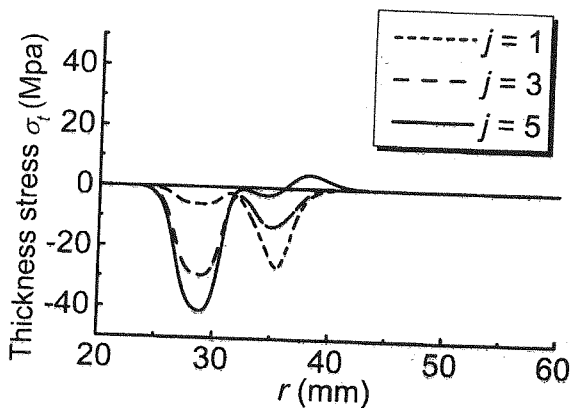
همچنین در شکل مشاهده می‌گردد که در ناحیه خم سنبه، لایه بالایی ( $j=5$ ) بعلت آنکه تحت فشار قرار دارد، تنش در جهت ضخامت آن منفی بوده، ولی در ناحیه خم قالب این امر برای لایه پایینی صادق است.



شکل (۱۰) توزیع تنش محیطی در راستای پروفیل اولیه ورق Step=920.

### تنش در جهت ضخامت

شکل ۱۱ توزیع تنش در جهت ضخامت را برای سه لایه فوق‌الذکر در راستای پروفیل اولیه ورق نشان می‌دهد.



شکل (۱۱) توزیع تنش در جهت ضخامت در راستای پروفیل اولیه ورق Step=610.

### کرنش محیطی

شکل ۱۲ نشانگر مقایسه‌ای بین مقادیر تجربی کرنش محیطی که از منبع [۴] در شرایط کاری نسبتاً مشابه با این تحلیل، استخراج شده با مقادیر محاسبه شده بوسیله تحلیل حاضر است که برای لایه  $j=1$  و در راستای پروفیل ورق رسم شده و نشان دهنده تطابق نسبتاً خوب نتایج با مقادیر تجربی است. ماکزیمم خطا در ناحیه خم قالب برابر است با،

در این شکل ملاحظه می‌شود که بیشترین مقادیر تنش کششی یا فشاری، اطراف ناحیه خم سنبه و خم قالب رخ می‌دهد که بیانگر شدت تغییر شکل خمشی در این نواحی است. به دلیل وجود اثرات خم و راست شدن ورق روی نواحی خم سنبه و قالب، تنش در هر یک از این دو ناحیه دارای تغییرات زیادی است. همچنین اطراف خم سنبه، خم شدن ورق بگونه‌ای است که تقریباً آن به سمت بالاست و لذا لایه‌های پایینی تحت کشش و لایه‌های بالایی تحت فشار قراردارند. اما اطراف خم قالب، عکس این حالت صادق است و به دلیل آنکه لایه‌های بالایی کششی اند، تنش نصف‌النهاری در آنها مثبت و چون لایه‌های پایینی فشاریند، تنش نصف‌النهاری در آنها منفی است.

در ناحیه صاف زیر سنبه، تنش نصف‌النهاری تقریباً ثابت است که علت آن، عدم وجود تغییر شکل خمشی در این ناحیه است.

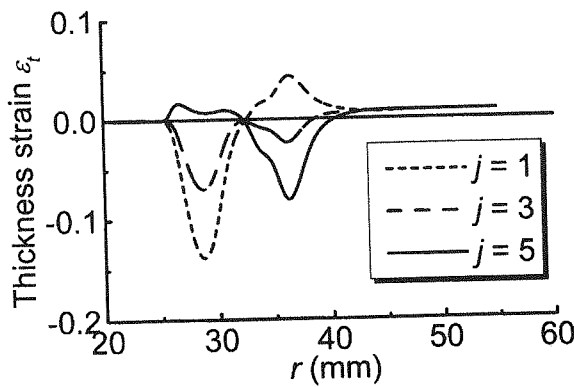
### تنش محیطی

شکل ۱۰ توزیع تنش محیطی را برای سه لایه فوق‌الذکر در راستای پروفیل اولیه ورق نشان می‌دهد. در نمودارهای شکل ۹ ملاحظه شد که تنش نصف‌النهاری در ناحیه مرکزی ورق (زیر ناحیه صاف سنبه) و نیز در ناحیه روی فلنج قالب، هر دو کششی است. ولی در این شکل دیده می‌شود که تنش محیطی در ناحیه مرکزی ورق کششی و در ناحیه فلنج قالب فشاری است که این امر وجود اتساع در ناحیه زیر سنبه و کشش در ناحیه فلنجی شکل را تایید می‌کند.

در نواحی خم سنبه و قالب، توزیع تنش را به همان دلیلی که دو مورد تنش نصف‌النهاری بیان شد، می‌توان توجیه کرد. به عبارت دیگر، توزیع تنش وابسته به فشاری یا کششی بودن لایه هاست. همچنین، ملاحظه می‌شود که برآیند تنش محیطی لایه‌ها در ناحیه ورودی به قالب، مقداری نسبتاً بزرگ و فشاری است که با افزایش مراحل کشش و بیشتر شدن تغییر مکان عمودی سنبه، این تنش محیطی فشاری افزایش می‌یابد و عبور آن از یک حد بحرانی، سبب چروکیدگی ورق خواهد شد. برای جلوگیری از وقوع این پدیده، روشهایی مانند استفاده از ورقگیر توصیه شده است.

در این شکل ملاحظه می‌شود که تنش در جهت ضخامت در ناحیه فلنج قالب صفر است که این نتیجه، فرض تنش صفحه‌ای در این ناحیه را تایید می‌کند. اصولاً در روش‌های تحلیل کشش عمیق مانند روش اسلب رفتار تغییر شکل ورق روی فلنج قالب، تنش صفحه‌ای در نظر گرفته می‌شود. یعنی تنش در جهت ضخامت برابر صفر است ( $\sigma_t=0$ ).

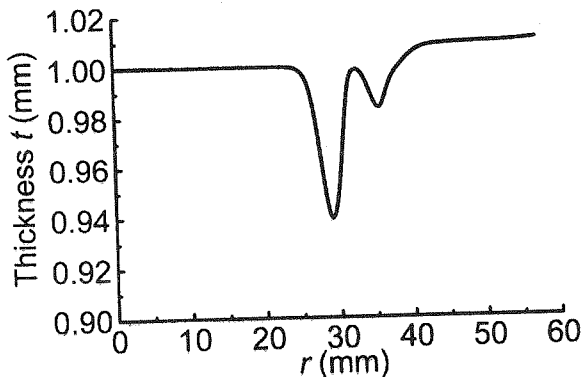




شکل (۱۳) توزیع کرنش در جهت ضخامت در راستای پروفیل اولیه ورق Step=610.

### تغییر ضخامت

همانگونه که در شکل ۱۴ نشان داده شده است، تغییر ضخامت ورق نیز تقریباً از الگوی کرنش در جهت ضخامت لایه میانی (j=3) تبعیت می کند.

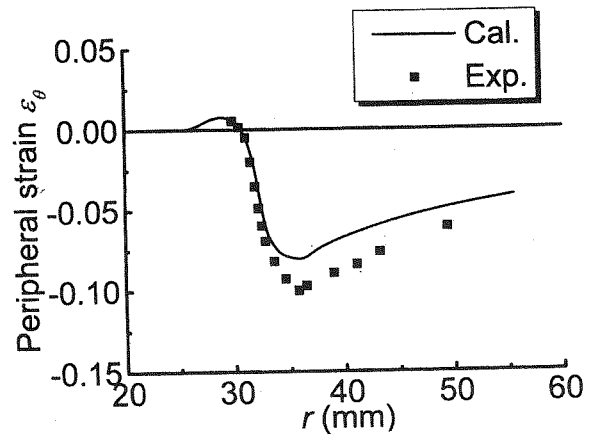


شکل (۱۴) ضخامت ورق در راستای پروفیل اولیه آن Step=610.

یعنی ضخامت در زیر ناحیه صاف سنبه که کف محصول استوانه ای را تشکیل می دهد، بعلت حرکت شعاعی کم ماده در این ناحیه، به میزان خیلی کمی کاهش می یابد، طوری که برابر ضخامت اولیه ورق فرض می شود. روی ناحیه خم سنبه، تحت اثر کشش، اتساع و خمش، ضخامت ورق به میزان قابل ملاحظه ای کاهش می یابد. در ناحیه دیواره استوانه ای، ضخامت به میزان کم کاهش می یابد. روی خم قالب نیز ورق دستخوش مقداری کاهش ضخامت خواهد بود. بالاخره از ناحیه فلنج قالب تا زیر ورقگیر، ضخامت به میزان کم و به تدریج افزایش می یابد، بطوریکه بیشترین ضخامت محصول، در لبه ورق زیر ورقگیر خواهد بود و از این جهت است که اصولاً در تحلیل فرآیند کشش عمیق، پارامتری از طرف ورقگیر به صورت یک پار متمرکز روی لبه ورق در نظر گرفته می شود.

$$e_{\max} (\%) = \frac{-0.0097 - (-0.0798)}{-0.097} \times 100 = 17.7\%$$

همانطور که در شکل ملاحظه می شود، بیشترین مقدار کرنش محیطی فشاری، در ناحیه خم قالب رخ می دهد و علت آن این است که به هنگام جریان یافتن ماده ورق از روی فلنج به درون قالب، شعاع و در نتیجه محیط المان های اصلی کاهش یافته و در نتیجه ماده متحمل کرنش محیطی زیادی خواهد شد. بیشترین مقدار کرنش محیطی کششی نیز روی خم سنبه رخ داده، که علت آن نیز افزایش شعاع المان ها به هنگام جریان یافتن ماده از زیر سنبه به سمت دیواره استوانه ای محصول است.



شکل (۱۵) مقایسه مقادیر تجربی و تحلیلی کرنش محیطی لایه 1، z، Step = 920.

### کرنش در جهت ضخامت

در شکل ۱۳ توزیع کرنش در جهت ضخامت در راستای پروفیل اولیه ورق برای سه لایه فوق الذکر نشان داده شده است. روی خم قالب، به دلیل آنکه تنش های نصف النهاری و محیطی لایه بالایی (j=5) هر دو کششی هستند، کرنش در جهت ضخامت منفی است و در نتیجه ضخامت این لایه کاهش می یابد. ولی برای لایه مجاور قالب (j=1)، بعلت آنکه تنش های محیطی و نصف النهاری آن هر دو فشاری است، کرنش در جهت ضخامت مثبت است و لذا ضخامت این لایه مقداری افزایش می یابد. روی ناحیه خم سنبه، عکس این حالت برقرار است. بطوریکه کرنش در جهت ضخامت برای لایه پایینی (j=1) منفی و برای لایه بالایی (j=5) البته به مقدار کمی مثبت است.

همچنین در شکل مشاهده می شود که برآیند کرنش لایه ها در جهت ضخامت، تقریباً برابر کرنش در جهت ضخامت لایه میانی (j=3) می باشد.

## نتیجه گیری نهایی

شده تجربی در فرآیند کشش عمیق، نشان دهنده صحت و اعتبار این تحلیل می باشد. به علاوه، با استفاده از این روش و توسعه آن، می توان ملاک های طراحی سنبه و قالب را برای فرآیند کشش عمیق بدست آورد. همچنین، با تغییر شکل ابزار و با تعریف شرایط مرزی، هندسی و مدل تماسی مناسب، می توان این روش را برای تحلیل بسیاری دیگر از فرآیندهای شکل دهی ورقی فلزات نیز بکار برد.

برای مطالعه فرآیند کشش عمیق، یک روش عددی ساده، سریع و جامع ارائه شده است. در این تحلیل پارامترهای مهمی چون اصطکاک، برش، تغییر ضخامت و خمش در نظر گرفته شده اند. با استفاده از این روش، تحلیل کشش عمیق قطعات استوانه ای انجام شده و رفتار ورق فلزی و توزیع تنش، کرنش و تغییر ضخامت در این تغییر شکل به دست آمده اند. وجود نتایج معقول و منطقی و تطابق نسبتاً خوب مقادیر محاسبه شده کرنش محیطی با مقادیر اندازه گیری

## مراجع

- [1] M. Al-Makky and D. M. Woo, Deep drawing through tractrix type dies, *Int. J. Mech.Sci.*, Vol. 22, pp. 467-480 (1980).
- [2] S. Kobayashi and J. H. Kim, Deformation analysis of axisymmetric sheet metal forming processes by the rigid-plastic finite element method, *Mechanics of sheet metal forming*, General Motors Research Laboratories, pp. 341 (1978).
- [3] Y. Nakamura, T. Tatenami and K. Saito, Numerical solution of deep drawing through tractrix die, *Proceedings of the Numer. Meth. Indust. Forming Processes*, pp. 677-686 (1982).
- [4] Y. Nakamura, T. Tatenami and K. Saito, An analysis of deep drawing Process combined with bending, *Proceedings of the Numer. Meth. Indust. Forming Processes*, pp. 687-696(1982).
- [5] M. Kiuchi, H. Moslemi Naeini and K. Shintani, Numerical analysis of reshaping processes of pipes with non-circular cross sections, *Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Conference of Advanced Technology of Plasticity*, Vol.3, pp. 2399-2404(1999).
- [6] B. G. Hansen, N. Bay and M. P. Malberg, A new analysis and verification method of the axisymmetrical deep drawing process, *Simulation of Material Processing, Theory Methods and Application*, pp. 711(1995).
- [7] محمد گودرزی، تحلیل عددی فرآیند کشش عمیق به کمک رایانه، دانشگاه تربیت مدرس، پایان نامه کارشناسی ارشد، ۱۳۷۹.
- [8] مهدی کلاته عربی، محاسبه نیروهای وارد به لوله و ابزار و تهیه نرم افزار سایزینگ در دستگاه RSA، دانشگاه تربیت مدرس، پایان نامه کارشناسی ارشد، ۱۳۷۴.