

توزیع تنش در اطراف یک سوراخ در یک تک لایه هیبرید با عرض محدود

محمد شیشه ساز

استادیار

دانشکده مهندسی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران اهواز

چکیده

در این مقاله تمرکز تنش در یک تک لایه هیبرید حاوی یک سوراخ بررسی شده است. با استفاده از فرضیه shear-lag نشان داده شده است که با افزایش نسبت قطر بزرگتر به قطر کوچکتر سوراخ بیضوی، اندازه ضریب تمرکز تنش در تک لایه به میزان قابل توجهی کاهش می یابد. درصد کاهش برای یک سوراخ بیضوی ($a/b = 2$) در مقایسه با یک ترک ($a/b = \infty$) و به ازاء یازده فیبر شکسته شده در حالتی که تک لایه از نوع ساده باشد، حدود 42.5% است. با کاهش نسبت فوق مقادیر تمرکز تنش به سمت مقادیر مربوط به یک ترک میل می نمایند. ماکزیمم تنش برشی در تک لایه رفتاری مشابه با ماکزیمم ضریب تمرکز تنش از خود نشان می دهد. نتایج حاصل نشان می دهند که هیبریداسیون تأثیر به سزایی بر کاهش تنش در الیاف HM و نیز بر ماکزیمم تنش برشی در تک لایه داشته به قسمی که درصد کاهش در ماکزیمم تنش برشی به ازاء $N = 31$ ، $r = 11$ و $a/b = 1$ برابر 94% است.

Stress Distribution Around a Hole in a Hybrid Composite Lamina of Finite Width

M. Shishehsaz

Assistant Professor

Shahid Chamran University-Engineering College

Mechanical Engineering Department

Abstract

In this paper, stress concentration around a hole is examined in a hybrid composite lamina. Using shear-lag theory, stress concentration factor is calculated and it is shown that its magnitude decreases considerably with an increase in hole's larger to smaller diameters ratio. Compared to a crack, the amount of decrease for an elliptic hole ($a/b=2$), with eleven broken fibers is 42.5% , if all the fibers are assumed to be of the same type. A decrease in diameters ratio, causes the magnitude of stress concentrations to approach that of a crack. The same behavior is observed for maximum shear stress. According to the results, hybridization has a unique effect on a decrease in both HM fiber stresses and maximum shear stress in the lamina. For $N = 31$, the decrease in maximum shear stress is 94% at $r = 11$ and $a/b = 1$.

تنش برشی، shear-lag، تمرکز تنش، هیبرید، سوراخ.

مقدمه

امروزه مواد مرکب از اهمیت بالایی در صنایع بالاخص صنایع نظامی برخوردارند. بحث تنش در مواد مرکب به دلیل اهمیت و پیچیده بودن توزیع آن پیوسته مورد توجه قرار داشته است. از پیشگامان تحلیل تنش در مواد مرکب می‌توان Hedgepeth [۱] را نام برد. وی با استفاده از تئوری shear-lag به بررسی تنش در نوک یک ترک پرداخت. بعداً فرانکلین [۲] نیز با استفاده از این تئوری، نتایجی برای تمرکز تنش در اثر یک سوراخ دایره‌ای شکل در یک ماده مرکب بدست آورد. در بررسی وی ابعاد تک لایه به صورت نامحدود در نظر گرفته شده و فیبرها همگی از یک نوع می‌باشند. در مرجع [۳] با در نظر گرفتن دو شکست بر روی هر فیبر، الیاف کوتاه شبیه سازی شده‌اند. در این مرجع فرض شده که پهنای تک لایه محدود بوده و لذا تأثیر لبه‌های آن بر توزیع تنش در نوک ترک و نیز در الیاف کوتاه بررسی شده است. همچنین، تأثیر طول الیاف کوتاه بر توزیع تنش در تک لایه مورد توجه قرار گرفته است.

در مرجع [۴] تأثیر زاویه ترک بر نحوه گسترش تنش و در نهایت تأثیر آن بر رشد ترک در یک تک لایه هیبرید مورد مطالعه قرار گرفته است. ترک‌های لبه‌ای نیز در این مقاله بررسی شده‌اند.

مقاومت کششی یک ماده مرکب که ماتریس آن فلزی (از نوع آلومینیوم) و الیاف کوتاه آن همگی از یک نوع می‌باشند از روش آماری در مرجع [۵] مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. در مرجع [۶]، احتساب نیروی کششی ماتریس بر توزیع تنش در الیاف بلند و اثر آن بر رشد ترک در یک تک لایه هیبرید بررسی شده است.

Dharani و Tsai [۷]، تک لایه ساده‌ای را با ابعاد نامحدود بررسی نمودند که در آن بر روی هر فیبر دو ترک به صورت اتفاقی و در محل‌های متفاوت قرار دارد. تأثیر این شکست‌ها بر توزیع تنش در تک لایه بررسی شده است.

به دلیل فقدان نتایج در زمینه تنش‌های ناشی از یک سوراخ در مواد مرکب هیبرید، این مقاله اقدام به بررسی اثر لبه‌های یک تک لایه بر تمرکز تنش ناشی از یک سوراخ و تأثیر شکل هندسی آن بر توزیع تنش در تک

لایه نموده است. همچنین اثر ابعاد سوراخ بر توزیع تنش ناشی از آن و نیز تأثیر هیبریداسیون بر ماکزیمم تمرکز تنش که در اولین فیبر سالم بعد از سوراخ رخ می‌دهد بررسی شده است. در این مطالعه، فرض شده است که ضخامت تک لایه با قطر فیبرها برابر بوده و فیبرها و ماتریس هر دو همگن و رفتاری الاستیک دارند.

۱- استخراج معادلات

به منظور استخراج معادلات تعادل، یک تک لایه با عرض محدود که شامل $N = 2q + 1$ فیبر است را طبق شکل ۱ در نظر می‌گیریم. نیروی p موازی فیبرها بر این تک لایه که در آن سوراخی با r فیبر شکسته شده قرار دارد عمل می‌نماید. از دو نوع فیبر در این تک لایه استفاده شده است. نوع اول که مدول الاستیسیته آنها در مقایسه با نوع دوم کمتر است را اصطلاحاً فیبر مدول پایین (Low Modulus یا LM) نامیده و فیبرهای نوع دوم را فیبر مدول بالا (High Modulus یا HM) می‌نامیم. براساس تئوری shear-lag معادله تعادل المانی از فیبر n به طول dx به شرح زیر است:

$$\frac{dp_n}{dx_n} - h(\tau_{n-1} - \tau_n) = 0 \quad (1)$$

در جایی که h ضخامت تک لایه بوده و مقادیر p_n و τ_{n-1} به ترتیب برابرند با:

$$p_n = E_f A_f \frac{du_n}{dx_n} \quad (2-a)$$

$$\tau_n = \frac{G(u_n - u_{n-1})}{d} \quad (2-b)$$

$$\tau_{n+1} = \frac{G(u_{n+1} - u_n)}{d} \quad (2-c)$$

در روابط فوق u_n جابجایی فیبر n ، مدول برشی ماتریس، E_f مدول الاستیسیته فیبر، A_f سطح مقطع فیبر و d قطر آن است. فرض بر آن است که فاصله بین دو فیبر متوالی یعنی d با قطر هر یک از فیبرها برابر است. باتوجه به فرض یاد شده معادله (۱) برابر است با:

$$E_f A_f \frac{d^2 u_n}{dx_n^2} + \frac{Gh}{d} (u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n) = 0 \quad (3-a)$$

(اگر فیبر n از نوع HM باشد)

$$\beta \frac{d^2 U_{-q}}{d\xi_{-q}^2} + (U_{-q} - U_{q+1}) = 0 \quad n = -q \quad (6-c) \quad -q < n < q$$

در روابط فوق اگر فیبر مورد نظر از نوع HM باشد در آن صورت β برابر ۱ خواهد بود.

۳- حل معادلات

به منظور حل معادلات بدست آمده ابتدا آنها را به صورت ماتریسی زیر می نویسیم.

$$\beta U'' - LU = 0 \quad (7)$$

در جاییکه علامت (") دلالت بر مشتق دوم U نسبت به ξ_n نموده و:

$$[U'']^T = [U''_q, U''_{q-1}, \dots, U''_{-q+1}, U''_{-q}] \quad (8)$$

$$[U]^T = [U_q, U_{q-1}, \dots, U_{-q+1}, U_{-q}] \quad (9)$$

همچنین:

$$L = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(10)$$

به منظور حل معادلات فوق داریم:

$$U = Re^{\lambda \xi} \quad (11)$$

با جایگزینی معادله (۱۱) در رابطه (۷) خواهیم داشت:

$$LR = \lambda^2 R \quad (12)$$

از حل رابطه (۱۲) مقادیر ویژه $\pm \lambda$ و بردارهای ویژه مربوط به هر یک از مقادیر یاد شده بدست می آیند. با توجه به محدود بودن بار در ∞ از این اعداد فقط مقادیر

$$E_f^* A_f^* \frac{d^2 u_n}{dx_n^2} + \frac{Gh}{d} (u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n) = 0 \quad (3-b) \quad (اگر فیبر n از نوع LM باشد) \quad -q < n < q$$

در جایی که علامت (*) دلالت بر مشخصات فیبرهایی می نماید که مدول الاستیسیته آنها در مقایسه با فیبرهای دیگر پایین تر است (فیبرهای نوع LM). همچنین، در فیبرهای شکسته شده x_n از سطح آزاد فیبر در محل سوراخ شروع شده و در فیبرهای سالم x_n از مرکز سوراخ اندازه گرفته می شود. چنانچه فیبرهایی که در لبه تک لایه قرار دارند، از نوع HM باشند معادلات تعادل آنها به صورت زیر خواهد بود.

$$E_f A_f \frac{d^2 u_q}{dx_q^2} + \frac{Gh}{d} (u_q - u_{q-1}) = 0 \quad (4-a)$$

$$E_f A_f \frac{d^2 u_{-q}}{dx_{-q}^2} + \frac{Gh}{d} (u_{-q} - u_{-q+1}) = 0 \quad (4-b)$$

اگر فیبرهای لبه از نوع LM باشند، می توان روابطی شبیه به روابط (۴) برای آنها نوشت.

۲- بی بعد سازی معادلات

به منظور ساده تر نمودن حل معادلات (۳) و (۴) پارامترهای بدون بعد زیر را معرفی می کنیم.

$$u_n = p \sqrt{\frac{d}{E_f A_f Gh}} U_n \quad (5)$$

$$p_n = p P_n \quad \beta = \frac{E_f^* A_f^*}{E_f A_f}$$

$$x_n = \sqrt{\frac{E_f A_f d}{Gh}} \xi_n$$

با استفاده از روابط (۴) می توان معادلات تعادل را به صورت زیر نوشت:

$$\beta \frac{d^2 U_n}{d\xi_n^2} + (U_{n+1} + U_{n-1} - 2U_n) = 0 \quad (6-a) \quad -q < n < q$$

$$\beta \frac{d^2 U_q}{d\xi_q^2} + (U_q - U_{q-1}) = 0 \quad (6-b)$$

منفی قابل قبول خواهند بود. حال باتوجه به مقادیر بدست آمده، معادله جابجایی هر یک از فیبرها را می توان به صورت زیر نوشت:

منفی قابل قبول خواهند بود. حال باتوجه به مقادیر بدست آمده، معادله جابجایی هر یک از فیبرها را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\sigma_n + r_n \tan(\theta_n) = 0 \quad (18)$$

یا به عبارتی دیگر

$$U_n = \sum_{i=1}^N C_i R_{(q-n+1)}^{(i)} e^{\lambda_i \xi_n} + \xi_n \quad -q \leq n \leq q \quad (13)$$

$$E_f \frac{du_n}{dx_n} + \frac{G}{d} (u_{n+1} - u_n) \tan(\theta_n) = 0 \quad (19)$$

به فرض برابر بودن ضخامت تک لایه با d ، رابطه تعادل (۱۹) به صورت بدون بعد به قسم زیر است:

در جائیکه $R_{(q-n+1)}^{(i)}$ دلالت بر عددی از ماتریس بردارهای ویژه می نماید که مربوط به ردیف $(q-n+1)$ و ستون i از آن ماتریس است. باتوجه به اینکه

$$P_n = \frac{\partial U_n}{\partial \xi_n} \quad (14)$$

خواهیم داشت

$$\frac{du_n}{d\xi_n} + \sqrt{\frac{G}{E_f}} (U_{n+1} - U_n) \tan(\theta_n) = 0 \quad (20)$$

در جائیکه باتوجه به شکل ۳، ξ_n دلالت بر محور مختصات موضعی فیبرهایی می نماید که توسط سوراخ بریده شده اند. باتوجه به روابط (۱۳) و (۱۴) رابطه (۲۰) را می توان برحسب مجهولات C_i به صورت زیر نوشت:

$$P_n = \beta \left(1 + \sum_{i=1}^N C_i \lambda_i R_{(q-n+1)}^{(i)} e^{\lambda_i \xi_n} \right) \quad -q \leq n \leq q \quad (15)$$

در رابطه فوق چنانچه فیبر مورد نظر از نوع HM باشد β برابر ۱ خواهد بود. بدیهی است ماکزیمم مقدار ضریب تمرکز تنش در فیبر یعنی $(K_r)_{max}$ که از رابطه زیر بدست می آید در اولین فیبر سالمی است که سوراخ را محصور می کند. به عبارتی دیگر:

$$\left. \sum_{i=1}^N C_i \lambda_i R_n^{(i)} \sqrt{\frac{G}{E_f}} \left\{ \sum_{i=1}^N C_i (R_{n+1}^{(i)} e^{\lambda_i \Delta_n} - R_n^{(i)}) \right\} \right\} \tan \theta_n = -1 + \Delta_n \left(\sqrt{\frac{G}{E_f}} \right) \tan \theta_n \quad (21)$$

(برای کلیه فیبرهای شکسته شده توسط سوراخ)

$$(K_r)_{max} = 1 + \sum_{i=1}^N C_i \lambda_i R_{(q-1)}^{(i)} \quad r = 2t + 1 \quad (16)$$

در جائیکه:

به منظور دستیابی به ضرایب تمرکز تنش ابتدا باید مجهولات C_i محاسبه شوند. بدین منظور شرایط مرزی زیر را معرفی می نماییم.

$$\Delta_n = \xi_n^0 - \xi_{n+1}^0 \quad (22)$$

در رابطه فوق، ξ_n^0 فاصله مرکز سوراخ تا سطح آزاد فیبر n است. از طرف دیگر در کلیه فیبرها:

۴ - شرایط مرزی

به دلیل تقارن، جابجایی کلیه فیبرهای سالم در $\xi_n = 0$ برابر صفر است. به عبارتی دیگر

$$P_n \rightarrow 1 \quad \text{اگر} \quad \xi_n \rightarrow \infty \quad (\text{فیبر HM}) \quad (23-a)$$

$$U_n(0) = 0 \quad (17)$$

$$P_n \rightarrow \beta \quad \text{اگر} \quad \xi_n \rightarrow \infty \quad (\text{فیبر LM}) \quad (23-b)$$

بدیهی است با اعمال شرایط مرزی (۱۷) و (۲۱) می توان کلیه ضرایب مجهول C_i را محاسبه نمود.

حال با توجه به شکل ۱، سطح آزاد فیبری را که به فاصله S از مرکز سوراخ قرار دارد در نظر می گیریم. اگر اندازه این سطح A باشد، تعادل نیروها برای چنین فیبری به صورت شکل ۲ خواهد بود. از آنجا که

قابل ذکر است که تنش برشی در ماتریس را می توان از رابطه زیر بدست آورد:

$$S_{xy} = U_{n+1} - U_n \quad (24)$$

۵- بررسی نتایج

نتایج حاصل از این مطالعات در شکل های ۴ الی ۸ آورده شده اند. در شکل ۴ ضریب تمرکز تنش برای دو حالت ترک و سوراخ در اولین فیبر سالم بعد از سوراخ بررسی شده است. در این شکل کلیه فیبرها از یک نوع در نظر گرفته شده اند ($\beta = 1$). همانطور که ملاحظه می شود با افزایش ابعاد سوراخ (افزایش فیبرهای شکسته شده) ضریب تمرکز تنش در اولین فیبر سالم (در مقایسه با یک ترک) کاهش می یابد. برای مثال اگر تعداد فیبرهای تک لایه ۳۱ عدد در نظر گرفته شوند درصد کاهش در تمرکز تنش بین دو حالت یک ترک (مرجع [۴]) و سوراخ دایره ای شکل به ازاء $r=11$ حدود ۱۵٪ است. قابل ذکر است که $r=11$ دلالت بر سوراخی می نماید که مرکز آن بر فیبر $n=0$ قرار داشته و نسبت قطر سوراخ به پهنای تک لایه ۰/۳۵ است. باتوجه به این نمودار نتیجه می شود که با نزدیک شدن سوراخ به لبه تک لایه مقادیر تمرکز تنش در مقایسه با نتایج مشابه در یک تک لایه نامحدود (مرجع [۲]) به آرامی افزایش یافته به قسمی که به ازاء $r=11$ درصد افزایش حدود ۵٪ است.

در شکل ۵، تمرکز تنش در اولین فیبر سالم برای سوراخ هایی با اشکال هندسی مختلف رسم شده است. از این شکل ملاحظه می شود که با افزایش نسبت a/b تفاوت بین ضریب تمرکز تنش بین دو حالت تک و یک سوراخ به میزان قابل توجهی افزایش می یابد به قسمی که اگر تعداد فیبرهای شکسته شده ۱۱ عدد باشد درصد کاهش بین دو حالت ترک و سوراخ بیضی شکلی به مشخصات $a/b=2$ برابر ۴۲/۵٪ است. همانطور که انتظار می رود با کاهش نسبت a/b نتایج به سمت مقادیر مربوط به یک ترک میل می نمایند. همچنین، از این شکل نتیجه می شود که برای سوراخ های بسیار کوچک، شکل هندسی سوراخ بر تغییر ضریب تمرکز تنش تأثیر محسوسی ندارد.

باتوجه به شکل ۶ می توان دریافت که نتایج بدست آمده در مورد ماکزیم تنش برشی رفتاری شبیه به ضریب تمرکز تنش در تک لایه دارد، به قسمی که به ازاء

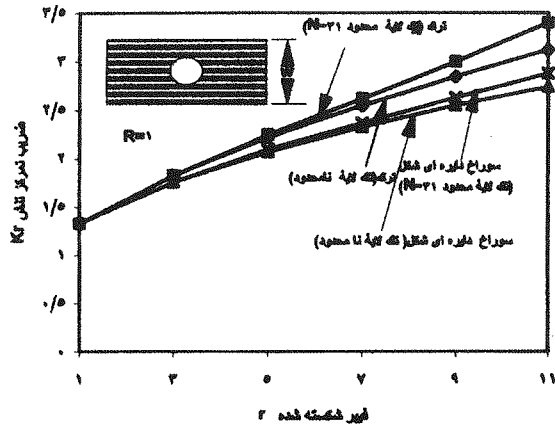
$r=11$ در صد کاهش در ماکزیم تنش برشی بین دو حالت ترک و $a/b=2$ برابر ۲۸٪ است.

به منظور بررسی تأثیر هیبریداسیون بر توزیع تنش ناشی از یک سوراخ دایره ای شکل در تک لایه، شکل های ۷ و ۸ رسم شده اند. شکل ۷ معرف تغییرات ماکزیم ضریب تمرکز تنش در تک لایه بر حسب فیبرهای شکسته شده و یا به عبارتی ابعاد سوراخ است. همانطور که ملاحظه می شود اگر فیبر محصور کننده تک لایه از نوع LM باشد، در صد افزایش در ضریب تمرکز تنش بین دو حالت ساده و هیبرید، به ازاء $r=3$ و $r=11$ به ترتیب ۳۱٪ و ۳۷٪ است. متشابهاً درصد کاهش در پارامتر یاد شده برای مقادیر ذکر شده r در حالتی که اولین فیبر سالم از نوع HM است، به ترتیب برابر ۱۶٪ و ۲۰٪ است. تأثیر هیبریداسیون بر ماکزیم تنش برشی در تک لایه در شکل ۸ نشان داده شده است. از این نمودار ملاحظه می شود چنانچه اولین فیبر سالم محصورکننده سوراخ از نوع LM باشد، درصد کاهش در ماکزیم تنش برشی به ازاء $r=3$ و $r=11$ به ترتیب ۴٪ و ۹٪ است. اگر اولین فیبر سالم محصور کننده سوراخ از نوع HM باشد، درصد کاهش در ماکزیم تنش برشی به ازاء مقادیر ذکر شده r به ترتیب ۳۵/۵٪ و ۹۴٪ است. از اینجا تأثیر هیبریداسیون به خوبی بر کاهش تنش برشی در تک لایه مشاهده می شود.

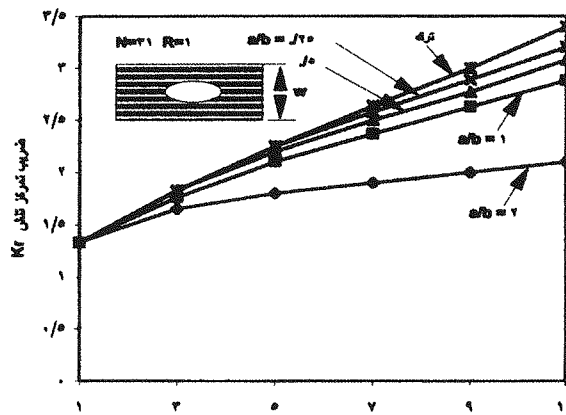
۶- نتیجه گیری

باتوجه به شکل های ۴ الی ۸، نتایج زیر حاصل می شوند.

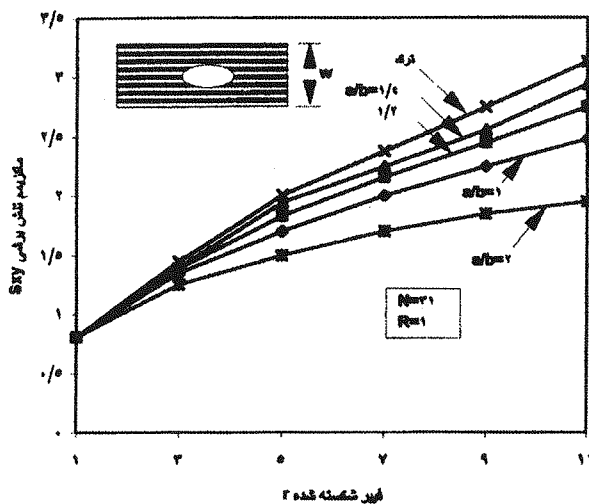
- ۱- تمرکز تنش ناشی از یک سوراخ به مراتب کمتر از مقادیر مشابه حاصل از یک ترک است. مشروط بر آنکه تعداد فیبرهایی که توسط سوراخ شکسته می شوند، بیش از سه عدد باشد.
- ۲- با افزایش نسبت a/b ، مقادیر ضریب تمرکز تنش در یک تک لایه با پهنای محدود، که در آن تعداد کل فیبرها ۳۱ عدد است، در مقایسه با مقادیر مشابه حاصل از یک ترک به میزان قابل توجهی کاهش می یابند، به قسمی که به ازاء $2a/w = 0/35$ ، و $a/b=2$ ، این عدد برابر ۴۲/۵٪ است.
- ۳- مقادیر ماکزیم تنش برشی ناشی از یک سوراخ در تک لایه به مراتب از اعداد مشابه ناشی از یک ترک کوچکتر می باشند، به قسمی که به ازاء $2a/w = 0/35$ $N=31$ درصد کاهش در پارامتر یاد



شکل (۴) منحنی تغییرات ضریب تمرکز تنش بر حسب فیبرهای شکسته شده.

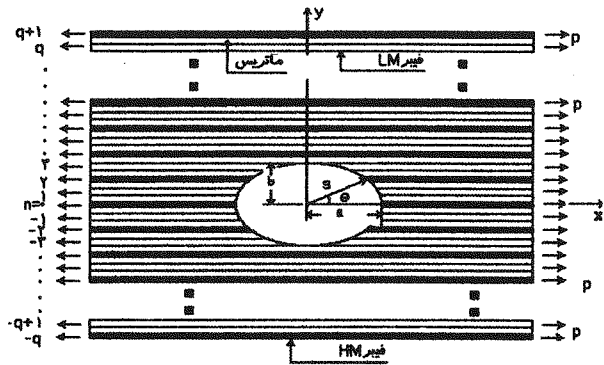


شکل (۵) تغییرات ضریب تمرکز تنش بر حسب فیبرهای شکسته شده برای سوراخ های مختلف.

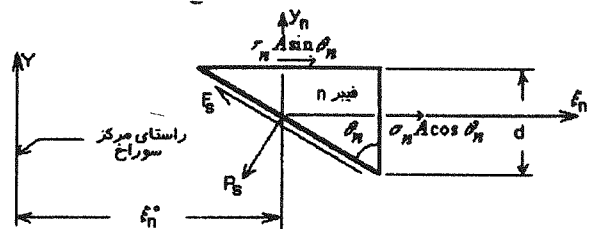


شکل (۶) نمودار تغییرات تنش برشی در تک لایه بر حسب فیبرهای شکسته شده و سوراخ هایی با اشکال متفاوت.

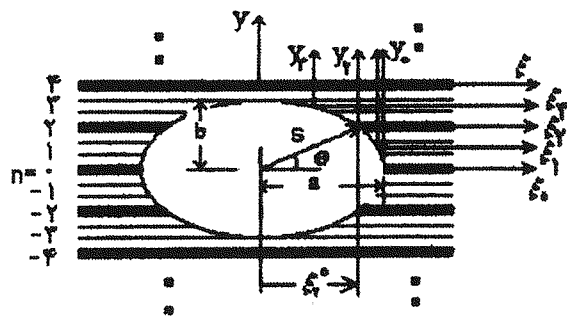
شده، به ازاء $a/b = 2$ ، 28% است.
 ۴ - هیبریداسیون باعث افزایش تنش در فیبر LM و کاهش تنش در فیبر HM (در مقایسه با مقادیر مشابه در یک تک لایه ساده) می شود.
 ۵ - با معرفی فیبر دوم در تک لایه، ماکزیمم تنش برشی ناشی از یک سوراخ به میزان قابل توجهی کاهش می یابد.



شکل (۱) تک لایه مرکب تحت کشش با سوراخ بیضوی.



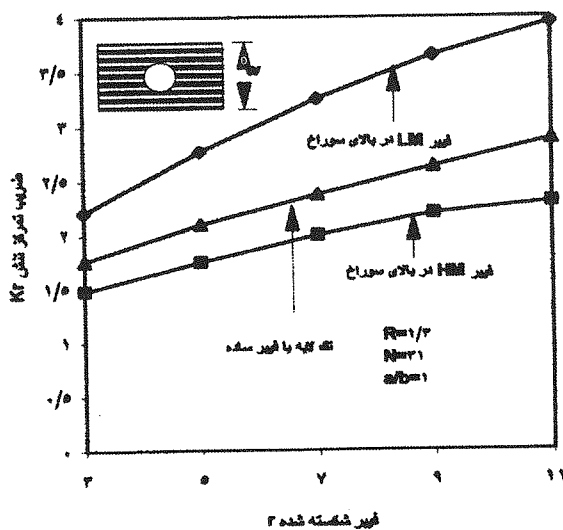
شکل (۲) تعادل نیروها بر سطح آزاد یک فیبر شکسته شده.



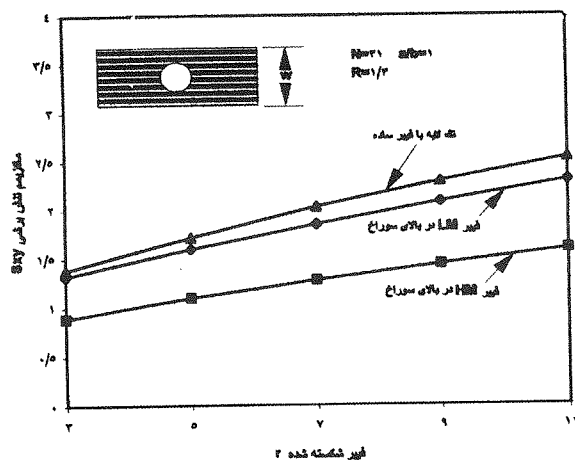
شکل (۳) محور مختصات موضعی و اصلی برای فیبرهای سالم و شکسته شده.

فهرست علائم

سطح مقطع فیبر مدول بالا (HM)	A_f
سطح مقطع فیبر مدول پایین (LM)	A_f^*
قطر کوچکتر سوراخ	γ_a
قطر بزرگتر سوراخ	γ_b
فاصله دو فیبر متوالی - قطر فیبر	d
مدول الاستیسیته فیبر مدول بالا (HM)	E_f
مدول الاستیسیته فیبر مدول پایین (LM)	E_f^*
مدول برشی ماتریس	G
ضخامت تک لایه	h
ضریب تمرکز تنش در فیبر	K_r
تعداد کل فیبرها	N
بار اعمال شده بر تک لایه در ∞	p
بار موضعی در فیبر n	p_n
بار بدون بعد در فیبر n	P_n
تعداد کل فیبرهای شکسته شده	r
ماتریس مربوط به بردارهای ویژه	R
تنش برشی بدون بعد در هر یک از لایه های ماتریس	S_{xy}
جابجایی فیبر n	u_n
جابجایی بدون بعد فیبر n	U_n
پهنای تک لایه	W
محور مختصات در امتداد فیبر n	x_n
اعداد ویژه	λ_i
تنش عمودی در فیبر n	σ_n
تنش برشی اعمال شده بر فیبر n در محل سوراخ (شکل ۲)	τ_n
فاصله مرکز سوراخ تا سطح آزاد فیبر n	ξ_n^0
محور مختصات موضعی بدون بعد در امتداد فیبر n	ξ_n



شکل (۷) تأثیر هیبریداسیون و ضریب تمرکز تنش در فیبرهای تک لایه.



شکل (۸) تأثیر هیبریداسیون بر کاهش تنش برشی در تک لایه.

مراجع

- [1] Hedgepeth, J.M., "Stress Concentrations in a Filamentary Structure", Nasa TND-881, 1961.
- [2] Franklin, H. G., "Hole Stress Concentrations in a Filamentary Structure", Fiber Science and Technology, 92), 1970.
- [3] Shishehsaz, M., "Hybridization Effect on Stress Distribution in Short Fiber Composite Monolayers of Finite Width", CSME Mechanical Engineering Forum, pp 187-192, 1990, Toronto Canada.
- [4] محمد شیشه ساز «تأثیر ترک های مایل در نحوه گسترش تنش در یک ماده مرکب هیبرید»، سومین کنفرانس انجمن مهندسان مکانیک ایران، ۶۲۵-۶۳۱، اردیبهشت ۱۳۷۴
- [5] Gaciaremero, A, Alberdi, V. Tazan, J., Anglada, M., "Statistical Analysis of the Tensile Strength of an A1203 Short Fiber Reinforced Aluminum Composite", J. of Material Science, vol. 30, 1995.
- [6] محمد شیشه ساز، «اثر نیروی کششی ماتریس بر توزیع تنش در مواد مرکب مختلط (هیبرید)، مجله علوم مهندسی دانشگاه علم و صنعت ایران، قبول نهایی جهت چاپ، ۱۳۷۹.
- [7] Tsai, W.T., and Dharani, L.R. "Non-Self- Similar Fiber Fracture in Unidirectional Composites", Engineering Fracture Mechanics vol. 1., 44, no 1., pp. 43-49, 1993.