

# ارائه مدلی اصلاح شده برای موتورهای القایی خطی با کمک روش عناصر محدود

سیدمجتبی میرسلیم  
دانشیار

عارف درودی  
دانشجوی دکترا

جواد شکراللهی مغانی  
استادیار

دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

## چکیده

در این مقاله مدل Duncan که برای شبیه سازی موتورهای القایی خطی پیشنهاد شده است، به کمک روش عناصر محدود به نحوی تعمیر می یابد که علاوه بر پوشش پدیده های ویژه موتورهای خطی مانند اثرات انتهایی، لبه و اشباع، مشخصات مهم این گونه موتورها را نیز به خوبی محاسبه کند. در روش پیشنهادی، ابتدا با روابط ساده و توسط یک روش تکراری، سطح اشباع موتور مشخص می گردد. سپس با استفاده از روش عناصر محدود، پارامترهای مدار معادل محاسبه می شوند و در انتها با کمک مدار معادل Duncan، مشخصات مهم موتورهای خطی بدست خواهند آمد. بدین ترتیب قابلیت استفاده از این روش در طراحی موتورهای القایی خطی، بدون نیاز به اندازه گیری پارامترها فراهم می گردد. از طرف دیگر با استفاده از این روش می توان تغییرات پارامترهای مدار معادل را در شرایط کاری مختلف، دنیال و تأثیر پدیده های مختلف را در تحلیل موتورها ملاحظه نمود. مدل ارائه شده برای شبیه سازی یک موتور القایی خطی بکار می رود و از روی آن مشخصات این موتور بدست خواهد آمد. در انتها نتایج روش پیشنهادی با نتایج حاصل از اندازه گیری مقایسه و توانایی این روش در مدلسازی اینگونه موتورها در شرایط کاری مختلف نشان داده خواهد شد.

## *A New Modified Model for Linear Induction Motors By FEM*

A. Doroudi  
Ph. D. Candidate

M. Mirsalim  
Associate Professor

J. Shokrollahi Moghani  
Assistant Professor

Department of Electrical Engineering, Amirkabir University of Technology

### Abstract

*In this paper, the model suggested by Duncan for simulation of linear induction motors, is modified by means of finite element method. The modified model covers the special phenomena in linear motors such as transverse edge effect, longitudinal end effect, and saturation of back iron. In the proposed model, first, the level of saturation is computed by simple equations and an iterative method. Then, using finite element method, the equivalent circuit parameters are obtained. Finally, the end effect is taken into consideration by Duncan model. Hence, the modified model can be used in the design of linear induction motors. Furthermore, the change in equivalent circuit parameters at different operating conditions can be taken into account. The comparison of the simulation results using the proposed model with the experimental ones, shows the high accuracy of the model.*

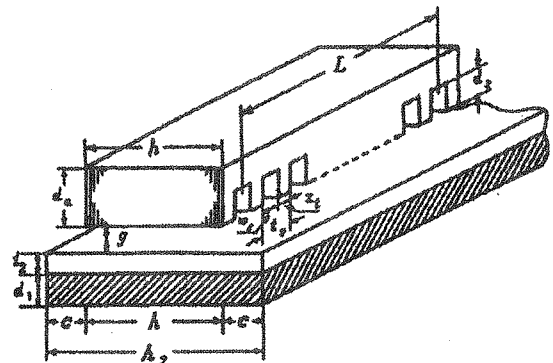
موتور القایی خطی، روش عناصر محدود، سطح اشباع ماشین.

### مقدمه

امروزه موتورهای القایی خطی در صنایع مختلف به ویژه در امور حمل و نقل با سرعت‌های بالا کاربرد فراوانی یافته‌اند [۱]. مهم‌ترین مزیت استفاده از موتورهای خطی، انتقال نیروی وارده بر جسم متحرک بدون هیچگونه واسط مکانیکی است. موتورهای خطی در دو شکل تک لبه و دو لبه ساخته می‌شوند که نوع تک لبه به دلیل ساختمان ساده‌تر آن بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرد. نمونه‌ای از یک موتور القایی خطی تک لبه در شکل ۱ آمده است. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود ثانویه این موتور از دو قسمت مجزا تشکیل یافته است که قسمت فوقانی آن از جنس آلومینیم یا مس می‌باشد و در قسمت زیرین فولاد سخت یا آهن بکار رفته است.

از نقطه نظر تغذیه، موتورهای خطی به دو نوع ولتاژ- ثابت و جریان- ثابت تقسیم بندی می‌شوند. در این مقاله تغذیه موتور مورد بحث از نوع جریان- ثابت می‌باشد. در این حالت در کلیه لغزش‌ها جریان کشیده شده از منبع ثابت خواهد بود.

با توجه به استفاده روزافزون از موتورهای خطی، مشخصات الکتریکی آنها مورد توجه مهندسين قرار گرفته است و تحقیقات جامعی در زمینه تئوری و نیز به صورت آزمایشگاهی در حال انجام می‌باشد [۲]. ساده‌ترین روش برای تحلیل حالت ماندگار یک موتور استفاده از مدار معادل است. همچنین این مدار معادل می‌تواند جهت طراحی ماشین بکار رود و محاسبات را ساده‌تر نماید. بنابراین ارائه مدار معادلی دقیق برای موتورهای القایی خطی مزایای فراوانی را برای طراحان و سازندگان اینگونه موتورها دربر خواهد داشت.



شکل (۱) موتور القایی خطی تک لبه.

موتورهای القایی گردان مدلی شناخته شده دارند و کلیه کتب و مقالات معتبر از یک مدار معادل واحد برای تحلیل حالت ماندگار آنها استفاده می‌کنند. اما در مورد موتورهای القایی خطی تاکنون مدلی واحد که عمومیت داشته باشد ارائه نشده است. به دلیل وجود پدیده‌های ویژه نمی‌توان از مدار معادل موتور گردان برای موتور خطی استفاده نمود. این پدیده‌ها شامل اثر انتهایی، اثر لبه، نفوذ میدان در ثانویه و اشباع ثانویه می‌باشند. هرگونه مدلی که برای موتورهای القایی خطی پیشنهاد می‌شود باید پدیده‌های فوق را به نحوی وارد مدل کند. به عبارت دیگر یک مدل جامع باید بتواند با در نظر گرفتن این پدیده‌ها، کمیت‌هایی نظیر نیروی رانشی، ضریب توان و بازدهی را به درستی تخمین بزند به نحوی که مقادیر آنها با مقادیر بدست آمده از روش اندازه‌گیری مطابقت داشته باشند.

یکی از مدل‌های مشهور موتورهای القایی خطی مدل Duncan می‌باشد [۳]. در این مدل، ابتدا پارامترهای مدار معادل کلاسیک موتورهای القایی از آزمون‌های مدار باز و قفل روتور بدست می‌آیند و سپس با معرفی یک ضریب و تغییرات در شاخه مغناطیس‌کننده، اثر انتهایی وارد مدل می‌گردد. از کمبودهای این مدل در نظر نگرفتن تغییرات پارامترهای مدار معادل در اثر تغییر شرایط کاری می‌باشد. به دلیل مشخصات ویژه موتورهای خطی، پارامترهای معادل با لغزش تغییر می‌کنند و نمی‌توان آنها را تنها با آزمون‌های استاندارد محاسبه نمود. بنابراین استفاده از روش‌های تحلیل میدانی ضروری به نظر می‌رسد. یکی از این روش‌ها، روش عناصر محدود است که می‌تواند در حل این مسائل مفید باشد. از طرف دیگر در صورتی که بخواهیم کلیه پدیده‌های ویژه یک موتور القایی خطی را توسط روش عناصر محدود مدل کنیم پیچیدگی مسئله بالا رفته و زمان محاسبات نیز به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش خواهد یافت [۴].

در این مقاله ابتدا با روشی ساده مقدار نفوذپذیری آهن ثانویه محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از ضرایبی که اثرات لبه و اشباع را وارد مدل می‌نمایند، تحلیل میدانی موتور در دو بعد و بدون در نظر گرفتن اثر انتهایی، با روش عناصر محدود انجام گرفته و پارامترهای مدار معادل محاسبه می‌شوند. در نهایت توسط روش [۳] اثر انتهایی وارد محاسبات می‌گردد.

انتهایی ماشین حتی در سرعت سنکرون نیز جریان‌هایی القا می‌شوند. این جریان‌ها تلفات اضافی و نیروهای ترمزی برای موتورهای القایی خطی ایجاد نموده که در نهایت به کاهش ضریب توان، بازدهی و نیروی رانشی خروجی منجر خواهد شد. پدیده اثر انتهایی در موتورهای خطی با سرعت کم قابل چشم‌پوشی است [۲]. Duncan برای مدل کردن اثر انتهایی از پارامتر  $Q$  استفاده کرده است (ضمیمه الف):

$$Q = \frac{L R_2}{(L_2 + L_m) v} \quad (1)$$

همانگونه که در این مدل مشاهده می‌شود، مشخصات موتور تنها با در دست داشتن  $R_2$ ،  $L_2$  و  $L_m$  بدست می‌آیند. در [۳] پارامترهای فوق از روش اندازه‌گیری محاسبه شده‌اند.

### ۳- عوامل مؤثر بر رفتار موتورهای القایی خطی

طول محدود اولیه یا ثانویه، فاصله هوایی بزرگ و جنس و نوع ساخت ثانویه در موتورهای القایی خطی باعث پدیده‌های خاصی می‌شوند که در ماشین‌های گردان به چشم نمی‌خورند. در ذیل چند نمونه از این پدیده‌ها ذکر خواهد شد.

#### ۳-۱- اثر لیه

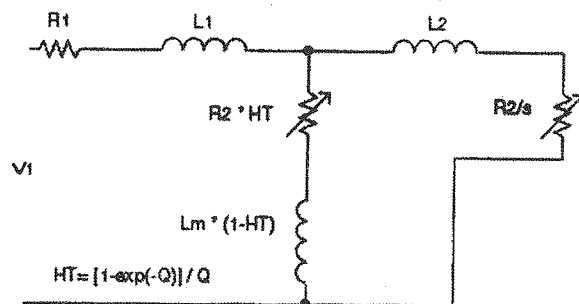
در یک موتور القایی گردان، سیم پیچی روتور مسیره‌های مشخصی را برای جریان‌های القایی در آن ارائه می‌دهد ولی در یک SLIM، ثانویه یک صفحه هادی است، بنابراین مسیره‌های معینی برای جریان‌های القایی در ثانویه وجود نخواهد داشت. به عبارت دیگر در موتور القایی خطی طول مسیر جریان نزدیک به مرکز قطب کوچک‌تر است. تأثیر اصلی اثر لیه، کاهش هدایت ثانویه می‌باشد. علاوه بر این، مؤلفه در جهت حرکت جریان القایی در ثانویه، می‌تواند منبسطی برای عکس‌العمل آرمیچر تصور شود که باعث اعوجاج میدان در فاصله هوایی می‌گردد.

اثر لیه را باید برای هر دو ماده ثانویه حساب نمود. برای آهن ثانویه تاکنون روش‌های متعددی ارائه شده است [۵ - ۶]. در این مقاله از ضریب پیشنهادی مرجع [۶] استفاده خواهد شد. هدایت آهن ثانویه باید بر این ضریب تقسیم شود:

در ادامه و در بخش ۲، مدل Duncan به شکل خلاصه توضیح داده خواهد شد. بخش ۳ به معرفی پدیده‌های ویژه موتورهای خطی خواهد پرداخت و در بخش ۴ نحوه محاسبه سطح اشباع ماشین توضیح داده خواهد شد. بخش ۵ چگونگی استفاده از روش عناصر محدود را برای بدست آوردن پارامترهای مدار معادل ارائه می‌دهد و در بخش ۶، تحلیل میدانی موتور با روش عناصر محدود انجام می‌گیرد. در بخش ۷ مدل پیشنهادی مقاله تشریح شده و در نهایت. در بخش ۸ شبیه‌سازی مدل انجام گرفته و با مقایسه نتایج حاصل از مدل پیشنهادی و نتایج اندازه‌گیری، دقت مدل بازبینی خواهد شد. بخش ۹ نیز به نتیجه‌گیری مقاله خواهد پرداخت.

### ۱- مدل Duncan

مدل Duncan در شکل ۲ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود تفاوت این مدل با مدل کلاسیک موتورهای القایی در شاخه مغناطیسی آن است. شاخه مغناطیسی به دلیل وجود اثر انتهایی در موتورهای خطی تغییر یافته است. به طور کلی مهمترین وجه تمایز بین موتورهای گردان و خطی اثر انتهایی است و علت اصلی عدم کاربرد مدار معادل یک موتور القایی گردان برای موتورهای القایی خطی، این پدیده می‌باشد. در صورتی که از اثر انتهایی صرف‌نظر شود، مدل‌های بدست آمده با نتایج واقعی مطابقت نخواهند داشت [۱].



شکل (۲) مدار معادل Duncan برای در نظر گرفتن اثر انتهایی.

اثر انتهایی در اثر حرکت قسمت اولیه ایجاد می‌شود. در واقع همانطور که اولیه حرکت می‌کند، ثانویه به طور مداوم با یک ماده جدید جایگزین می‌شود. این ماده جدید با افزایش نگرانی فوران مخالفت می‌کند و تنها ایجاد تدریجی فوران در فاصله هوایی را میسر می‌سازد. به عبارت دیگر در اثر طول محدود اولیه، در دو قسمت

$$K_s = \frac{\mu_0}{\mu_1 \delta_i g_0 K_c \beta^2} \quad (5)$$

برای وارد کردن اثر اشباع ثانویه، باید فاصله هوایی در ضریب  $1 + K_s$  ضرب شود.

#### ۴ - محاسبه سطح اشباع ماشین

برای بدست آوردن مقدار نفوذپذیری نسبی آهن ثانویه یا سطح اشباع ماشین از معادلاتی استفاده می شود که باید به طریق تکرار حل گردند. روش کار به صورت زیر است:

- ابتدا مقداری برای  $\mu_1$  حدس زده می شود.

- مقدار نفوذ میدان در آهن ثانویه یعنی  $\delta_i$  و ضریب اشباع  $K_s$  از روابط (۴) و (۵) محاسبه می شوند.

- ضرایب مربوط به اثر لبه یعنی  $K_{fe}$  و  $K_{tr}$  از روابط (۲) و (۳) بدست می آیند.

- پارامترهای  $g_e$  و  $\sigma_{1e}$  و  $\sigma_{2e}$  از روابط زیر محاسبه می شوند:

$$g_e = g K_c (1 + K_s)$$

$$\sigma_{1e} = \frac{\sigma_1}{K_{fe}}$$

$$\sigma_{2e} = \frac{\sigma_2}{K_{tr}} \quad (6)$$

- مقدار تقریبی چگالی میدان در فاصله هوایی از رابطه زیر بدست می آید [۱]:

$$B_{gi} = \frac{j J_m \mu_0}{g_e \beta (1 + j s G_e)}$$

$$G_{ei} = \frac{\omega_1 \mu_0 \sigma_e d_2}{\beta^2 g_e}$$

$$\sigma_e = \sigma_{2e} + \sigma_{1e} \frac{\delta_i}{d_2} \quad (7)$$

که در آن  $J_m$  دامنه صفحه جریان معادلی است که به جای سیم پیچ استاتور استفاده می گردد و مقدار آن از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$J_m = \frac{1.414 m N_1 K_w I_1}{p \tau} \quad (8)$$

- با فرض نمایی بودن توزیع میدان در عمق آهن، می توان چگالی میدان در آهن ثانویه را از رابطه زیر به

$$K_{fe} = (1 - \frac{\tanh(\beta a_e)}{\beta a_e})^{-1}$$

$$a_e = h + g_0 \quad (2)$$

$$g_0 = g + d_2$$

ضرایب مربوط به هادی ثانویه نیز از روش Bolton گرفته شده اند [۷]:

$$K_{tr} = \frac{1}{K_R} \frac{K_x^2 + (s G_{pr} K_R)^2}{1 + (s G_{pr})^2}$$

$$G_{pr} = \frac{\omega_1 \mu_0}{\beta^2} \sigma_2 \frac{d_2}{g_0 K_c (1 + K_s)}$$

$$K_R = 1 - \text{Re} [(1 - j s G_{pr}) \frac{\lambda}{\alpha a_e} \tanh(\alpha a_e)]$$

$$K_x = 1 + \text{Re} [(j + s G_{pr}) \frac{s G_{pr}}{\alpha a_e} \tanh(\alpha a_e)]$$

$$\lambda = [1 + (1 + j s G_{pr})^5 \tanh(\alpha a_e) \tanh(\beta (h_2 - a_e))]^{-1}$$

$$\alpha = \beta (1 + j s G_{pr})^5 \quad (2)$$

هدایت ثانویه باید بر ضریب  $K_{tr}$  تقسیم شود.

#### ۲-۳ - اثر اشباع و نفوذ میدان در آهن ثانویه

در موتورهای القایی خطی تک لبه، جنس آهن ثانویه از فولاد یا آهن معمولی است. بنابراین در برخی از شرایط کاری، اشباع خود را نمایان می سازد و باید در شبیه سازی ماشین دخالت داده شود. هنگامی که ماشین به اشباع می رود میزان نفوذ فوران در آهن ثانویه بیشتر می گردد. این میزان نفوذ را می توان از رابطه زیر بدست آورد [۶]:

$$\delta_i = \text{Re} \left[ \frac{1}{(\beta^2 + j \omega_1 \mu_1 s \sigma_1 / K_{fe})^{.5}} \right] \quad (4)$$

برای وارد کردن اثر اشباع به معادلات از ضریب  $K_s$  استفاده می شود. این ضریب در واقع، نسبت مجموع رلوکتانس های فاصله هوایی و هادی ثانویه به رلوکتانس آهن ثانویه است. اگر مسیر متوسط فوران عبوری از آهن ثانویه (بین دو قطب) با  $\beta^{-1}$  و عمق نفوذ میدان با  $\delta_i$  نمایش داده شود،  $K_s$  را می توان از رابطه زیر محاسبه نمود:

دست آورد:

$$B_i = \frac{B_{mg}}{\delta_i \beta} \quad (9)$$

- با چگالی میدان به دست آمده ( $B_i$ ) و از روی منحنی اشباع آهن ثانویه، مقداری برای نفوذپذیری آهن محاسبه می شود که آن را  $\mu'$  می نامیم.  
- مقدار  $\mu'$  با  $\mu_1$  انتخابی مقایسه می شود. در صورت کم بودن تفاوت بین این دو مقدار، عملیات متوقف خواهد شد. در غیر این صورت نفوذپذیری از رابطه زیر محاسبه و دوباره مراحل فوق تکرار می گردد تا اینکه معادلات همگرا شوند.

$$\mu_{\text{new}} = \mu_{\text{old}} + .1 (\mu' - \mu_{\text{old}}) \quad (10)$$

## ۵- بدست آوردن پارامترهای مدار معادل با استفاده از معادلات تئوری میدان

پارامترهای مدلی که در [۳] برای موتورهای القایی خطی پیشنهاد شد از روش اندازه گیری محاسبه می شدند. به طور کلی می توان دو اشکال بر این روش متصور شد. اول اینکه روش فوق نمی تواند در طراحی مورد استفاده قرار گیرد چون در زمان طراحی، موتور در دسترس نیست و بالطبع نمی توان پارامترهای آن را از روش اندازه گیری بدست آورد. مشکل دوم در خصوص روش اندازه گیری پارامترها است. به دلیل مشخصات ویژه موتورهای خطی، پارامترهای مدار معادل با لغزش تغییر می کنند. به عبارت دیگر وجود پدیده هایی مانند اشباع ثانویه پارامترهای مدار را در شرایط کاری مختلف تغییر می دهند. علاوه بر این از آزمون های استاندارد مدار باز و اتصال کوتاه نیز نمی توان مقدار واقعی اندوکتانس پراکنندگی روتور را به درستی محاسبه نمود [۸].

باتوجه به مشکلات فوق به نظر می رسد که روش اندازه گیری برای یافتن پارامترهای مدار معادل مناسب نباشد. از اینرو در این مقاله از روش عناصر محدود که مبتنی بر حل معادلات میدانی است برای بدست آوردن این پارامترها استفاده خواهد شد. معادله حاکم بر یک موتور القایی خطی برحسب پتانسیل مغناطیسی (A) عبارت است از [۲]:

$$\nabla^2 A = \sigma \mu \left( \frac{\partial A}{\partial t} + v \times \nabla \times A \right) \quad (11)$$

حل رابطه (۱۱) توسط روش عناصر محدود و با در نظر گرفتن تمامی عوامل اعم از اشباع، اثر لبه و انتهایی به حجم حافظه و زمان محاسباتی بسیار زیادی احتیاج دارد. در واقع در حالت کلی، معادله فوق باید با روش «گام زمانی» و به صورت تکراری (به دلیل اشباع) و در سه بعد حل شود. علاوه بر این، تحقیقات نشان داده است که در این حالت باتوجه به محدودیت تعداد مش، نتایج دقیقی به نخواهد آمد [۴]. بنابراین برای کاهش زمان و حجم محاسبات و رسیدن به نتایج مطلوب، از نکات زیر استفاده خواهد شد:

- با محاسبه ضرایب اثر لبه و اعمال آن به مدل، مسئله در دو بعد حل می شود.

- با یافتن مقدار  $\mu_1$  از روش اشاره شده در بخش ۴ و اعمال آن به مدل، مسئله به صورت عادی و بدون در نظر گرفتن اشباع حل می گردد (در واقع حل معادلات به شکل تکراری نخواهد بود و این امر از حجم محاسبات بسیار می کاهد).

- با قرار دادن شرط «تقارن تناوبی» در دو طرف موتور و صرفنظر کردن از اثر انتهایی، معادله (۱۱) در زمان محاسباتی بسیار کوتاهی با روش عناصر محدود حل می شود و از نتایج حاصل از آن پارامترهای مدار معادل کلاسیک محاسبه می شوند.

- با محاسبه پارامتر Q و استفاده از روش [۳] اثر انتهایی وارد مدل می گردد.

## ۶- روش عناصر محدود

شکل ۳ مدل محاسباتی یک موتور القایی خطی تک لبه را نشان می دهد. به جای سیم پیچی استاتور از صفحه جریان معادل با ضخامت ناچیز استفاده می شود که چگالی سطحی جریان در آن برابر است با [۱]:

$$J_1 = J_m \exp [j (\omega_1 t - \beta x)] \quad (12)$$

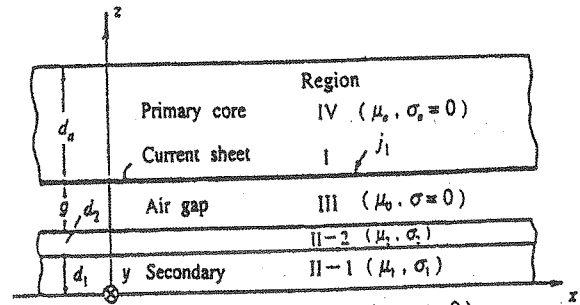
برای حل معادلات میدان فرض می شود که طول موتور در امتداد محور  $y$  بی نهایت است سرعت آرمیچر مساوی  $v$  و در امتداد محور  $x$  می باشد. اگر  $J_1$  در جهت  $y$  فرض شود پتانسیل برداری A تنها در جهت  $y$  مؤلفه خواهد داشت [۸]. با چشم پوشی از اشباع اولیه و استفاده از شرط تقارن تناوبی در دو طرف موتور، معادله دیفرانسیلی زیر می تواند میدان در ثانویه را نشان دهد (برای هر کدام از مواد ثانویه باید هدایت و

نفوذپذیری مربوط به آن ماده در معادله جایگزین شود):

$$\frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial y^2} = \sigma \mu \frac{\partial A_y}{\partial t} \quad (13)$$

از طرف دیگر به دلیل صفر بودن هدایت فاصله هوایی و اولیه موتور، معادله لاپلاس، حاکم بر آنها خواهد بود:

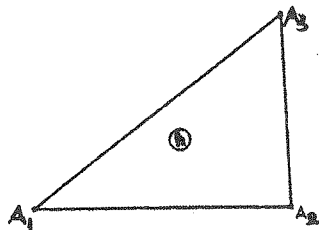
$$\frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial y^2} = 0 \quad (14)$$



شکل (۳) مدل محاسباتی موتور القایی خطی تک لبه.

مثلثی شکل مرتبه اول می شود کار را ادامه می دهیم. دامنه محاسباتی  $\Omega$  در شکل ۳ نشان داده شده است که در آن موتور به تعدادی عناصر مثلثی تقسیم می شود. در هر عنصر، بردار پتانسیل مغناطیسی  $A$  به صورت یک ترکیب خطی مرتبه اول توابع درون یابی که ضریب هر کدام از آنها مقادیر پتانسیل  $A$  در هر رأس مثلث می باشد، فرض می شود. در عنصر  $h$  (شکل ۴)، بردار پتانسیل مغناطیسی در هر نقطه داخلی آن به صورت زیر است:

$$A_h = \sum_{j=1}^3 \alpha_j(x, z) A_j(t) \quad (17)$$



شکل (۴) نمونه عنصر مثلثی شکل.

اگر تابع  $\lambda$  را برابر توابع درون یابی  $\alpha_j$  در نظر بگیریم (نوع گالرکین)، با جایگزینی رابطه (۱۷) در معادله (۱۶) خواهیم داشت:

$$\sigma \mu = \sum_{j=1}^3 \int_{\Omega} \alpha_j \frac{dA_j}{dt} dx dz + \sum_{j=1}^3 \int_{\Omega} \left( \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} \frac{\partial \alpha_j}{\partial z} \right) A_j dx dz = 0 \quad (18)$$

بنابر این یک سیستم معادلات بدست می آید که در آن مجهولات، مقادیر پتانسیل رئوس مثلث  $A$  می باشند. شکل انتخابی برای توابع  $\alpha(x, z)$  مشابه مرجع [۱۰] است. انتخاب توابع مرتبه اول برای مدلسازی پتانسیل مغناطیسی به معنی ثابت بودن چگالی شار  $B$  در هر عنصر است. در انتگرال های فوق تنها ویژگی های هندسی عناصر و شکل توابع  $\alpha_j$  اثر دارند، لذا می توان آنها را قبل محاسبه نمود. بنابر این برای هر مثلث سه معادله نتیجه می شود که هر کدام مربوطه به یکی از گره های مثلث است. پس از الحاق معادلات مربوطه به گره های مشترک مثلث ها [۱۰]، به معادله زیر خواهیم رسید:

در این مقاله برای حل معادله فوق از روش عناصر محدود و باقیمانده های موزون استفاده می شود [۹]. بدین منظور فرض کنید که تابع  $\lambda(x, z)$  یک تابع پیوسته در محدوده قابل قبول حاکم بر معادله (۱۳) است که در کلیه قسمت هایی که شرایط مرزی از نوع «دیریکله» بر آن اعمال می شود مقدار صفر را دارا می باشد. با ضرب معادله (۱۳) در  $\lambda(x, z)$  و انتگرال گیری روی محدوده  $\Omega$  خواهیم داشت:

$$\sigma \mu \int_{\Omega} \frac{\partial A}{\partial t} \lambda(x, z) dx dz - \int_{\Omega} \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \right) \lambda(x, z) dx dz = 0 \quad (15)$$

با انتگرال گیری جزء به جزء عبارت دوم و مرتب نمودن آن داریم:

$$\sigma \mu \int_{\Omega} \frac{\partial A}{\partial t} \lambda(x, z) dx dz + \int_{\Omega} \left( \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial \lambda}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial z} \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right) dx dz = 0 \quad (16)$$

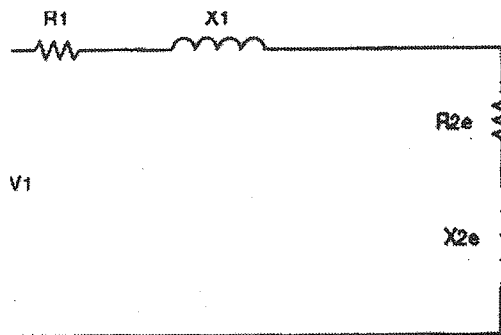
در محاسبات واقعی، حوزه عملکرد اپراتور در معادله (۱۶) با فضاهای با ابعاد محدود تقریب زده می شود، به نحوی که این معادله به یک معادله ماتریسی منجر شود. در ادامه با انتخابی ویژه که منجر به عناصر محدود

در آزمایش بی باری به سادگی از شاخه ثانویه صرفنظر نمود. برای رفع این مشکل دو راه حل پیشنهاد شده است [۲]. یکی اینکه توسط یک محرک، اولیه را با سرعت سنکرون حرکت داده تا شرایط بی باری مهیا شود. دیگر اینکه به جای ثانویه، از یک آهن موری (که هدایت آن را می توان صفر فرض نمود) استفاده شود که هیچگونه القایی در ثانویه به وجود نیامده و همچنین مدار مغناطیسی سیستم نیز به هم نخورد. در این مقاله نوع دوم با روش عناصر محدود شبیه سازی شده و مقدار  $X_m$  از روی مقدار انرژی مغناطیسی ذخیره شده بر واحد طول،  $W_m$  به دست می آید:

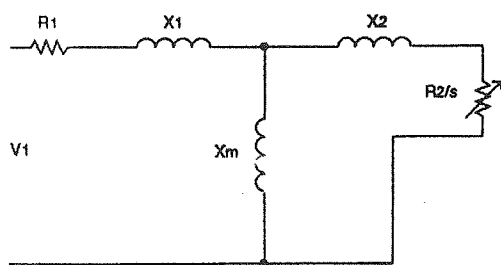
$$X_m = \frac{2}{3} \frac{W_m \omega I_1}{(I_1)^2} \quad (22)$$

$W_m$  را نیز می توان از رابطه زیر محاسبه نمود [۶]:

$$W_m = \int_0^L \int_0^{g_e} \mu_0 |H|^2 \quad (23)$$



الف



ب

شکل (ب) مدار معادل بدون در نظر گرفتن اثر انتهایی.

$$M \frac{dA}{dt} + N A = 0 \quad (19)$$

در این معادله،  $A$  بردار ستونی پتانسیل مغناطیسی کلیه گره ها می باشد. ماتریس های  $M$  و  $N$  از معادلات مربوط به هر کدام از عناصر و با استفاده از روش های استاندارد الگوریتم های روش عناصر محدود بدست می آیند [۱۰]. باید توجه داشت که چون معادله (۱۹) در حالت ماندگار سینوسی حل می شود، پتانسیل مغناطیسی به صورت فیزور خواهد بود. برای اینکه دو فیزور بتوانند با یکدیگر جمع شوند باید فرکانس های آنها یکی باشد. فرکانس استاتور و روتور به ترتیب برابر  $f$  و  $sf$  است. برای حل این مشکل، در هر لغزش هدایت آهن و هادی ثانویه در لغزش ضرب خواهند شد و در واقع این عمل مشابه همان کاری است که در مدار معادل کلاسیک موتورهای القایی، با تقسیم مقاومت بر لغزش انجام می گرفت.

در نهایت از حل معادله (۱۹) می توان پتانسیل مغناطیسی  $A$  و از روی آن شدت میدان مغناطیسی ( $H$ ) و شدت میدان الکتریکی ( $E$ ) را در کلیه نقاط موتور بدست آورد. امپدانس معادل ثانویه یعنی  $Z_{2e}$  که در شکل ۵ الف نشان داده شده است را می توان از نسبت مؤلفه های مماسی میدان های الکتریکی و مغناطیسی در زیر صفحه جریان استاتور بدست آورد:

$$Z_{2e} = \frac{K_a E_y}{H_x} \Big|_{z=g_e+d_2+d_1} \quad (20)$$

که  $K_a$  ضریب تبدیل بازتاب امپدانس به سمت اولیه است که از رابطه زیر محاسبه می شود [۲]:

$$K_a = \frac{2 m (N_1 K_w)^2}{p \tau} \quad (21)$$

همانطور که در شکل ۵ الف مشاهده می شود  $Z_{2e}$  را می توان به دو مؤلفه حقیقی و موهومی  $R_{2e}$  و  $X_{2e}$  تقسیم نمود. برای اینکه بتوان به مدار معادل کلاسیک شکل ۵ ب رسید لازم است تا ابتدا مقدار  $X_m$  موتور در هر لغزش محاسبه شود و سپس با توجه به مقادیر  $X_m$  و  $Z_{2e}$  پارامترهای  $R_2$  و  $X_2$  مشخص گردند. برای یافتن  $X_m$  باید کاری نمود تا امپدانس دیده شده توسط رابطه (۲۰) تنها  $X_m$  را شامل گردد. توجه داشته باشید که برخلاف موتورهای القایی گردان، لغزش بی باری در موتورهای خطی بزرگ است (۱۰ تا ۲۰ درصد) و در عمل نمی توان

پس از بدست آوردن مقدار  $X_m$  و باتوجه به داشتن  $Z_{2e}$ ، می توان مقادیر  $R_2$  و  $X_2$  را محاسبه نمود. بنابراین این کلیه پارامترهای مدار معادل محاسبه شده اند.

## ۷- مدل پیشنهادی

در مدل پیشنهادی این مقاله پارامترهای مدار معادل از معادلات میدانی و با روش عناصر محدود محاسبه می شوند. برای اینکار ابتدا با روشی ساده مقدار نفوذپذیری نسبی آهن ثانویه بدست آمده و براساس آن مقدار فاصله هوایی معادل یعنی  $e_g$  محاسبه می شود. اثر لیه نیز با ضرایب اشاره شده در روابط (۲) و (۳) وارد معادلات می گردد. سپس تحلیل میدانی توسط روش عناصر محدود صورت می گیرد و پارامترهای مدار معادل از روی آن محاسبه می شوند. در انتها با استفاده از روش [۳] اثر انتهایی نیز وارد محاسبات می گردد. در واقع با این کار مدلی جامع از موتور القایی خطی ارائه می شود که باتوجه به آسانی استفاده از آن می توان این مدل را جهت طراحی و تعیین مشخصات مهم موتورهای القایی خطی استفاده نمود. الگوریتم کار به صورت زیر می باشد:

- ۱- در هر لغزش و با روش اشاره شده در بخش ۴، نفوذ پذیری آهن ثانویه،  $\mu_1$ ، بدست می آید.
- ۲- از روابط (۲)، (۳) و (۴) به ترتیب ضرایب اثر اشباع و لیه محاسبه می گردند.
- ۳- مقادیر  $\sigma_{1e}$ ،  $\sigma_{2e}$  و  $e_g$  از رابطه (۶) محاسبه می شوند.
- ۴- مدل عناصر محدود موتور تشکیل یافته و از روی آن پارامترهای  $X_m$ ،  $R_2$  و  $X_2$  بدست می آیند.
- ۵- از رابطه (۱) پارامتر  $Q$  محاسبه می شود.
- ۶- باتوجه به شکل ۲ و در جریان ثابت  $I_1$ ، جریان ثانویه محاسبه می شود و سپس از رابطه زیر نیروی رانشی موتور در لغزش انتخابی بدست می آید.

$$F = \frac{3}{V_s} \frac{R_2}{s} (I_2)^2 \quad (24)$$

## ۸- شبیه سازی

پارامترهای طراحی یک موتور القایی خطی که برای حمل و نقل شهری مورد استفاده قرار می گیرد در جدول شماره (۱) آمده است (موتور GEC). از این موتور در شبیه سازی مدل ارائه شده استفاده خواهد شد.

در شکل ۶ نتایج شبیه سازی موتور با استفاده از روش عناصر محدود آمده است. شکل های ۶ الف و ۶ ب به ترتیب خطوط هم پتانسیل را در دو لغزش ۱ و ۰/۰۵ نشان می دهند. همانطور که مشاهده می شود با کاهش لغزش، به دلیل کم شدن فرکانس روتور، میزان نفوذ میدان در آهن ثانویه افزایش می یابد. شکل ۷ نیروی رانشی موتور را که با استفاده از روش پیشنهادی این مقاله بدست آمده است نشان می دهد. برای مقایسه، نتایج روش Duncan، نتایج حاصل از اندازه گیری و نتایج بدون در نظر گرفتن اثر انتهایی نیز در این شکل نشان داده شده است. در مدل Duncan، پارامترهای مدار معادل که از روش اندازه گیری بدست آمده اند عبارت اند از  $[11]: L_2 = 0/095 \text{ mH}$ ،  $R_2 = 0/112 \Omega$  و  $L_m = 1/015 \text{ mH}$ . همانگونه که در این شکل مشاهده می شود اثر انتهایی به نحو چشمگیری نیروی رانشی موتور را کاهش داده است. همچنین با مقایسه بین منحنی Duncan و روش پیشنهادی این مقاله می توان مشاهده نمود که در نظر گرفتن تغییرات پارامترهای موتور در سرعت های مختلف، دقت نتایج حاصله از مدل را بهبود می بخشد. به عبارت دیگر چون در روش Duncan، مقادیر پارامترهای ماشین در سرعت های مختلف، ثابت فرض شده لذا دقت مدل کاهش یافته است. برای نشان دادن اثر پدیده های ویژه موتورهای خطی بر روی پارامترهای مدار معادل، شکل های ۸ تا ۱۰ رسم شده اند که در آنها تغییرات  $R_2$ ،  $L_2$ ،  $L_m$  بر حسب لغزش نمایش یافته است. همانگونه که مشاهده می گردد، تغییرات پارامترها در اثر تغییر سرعت قابل ملاحظه است. بنابراین این ثابت فرض نمودن آنها در سرعت های

جدول (۱) پارامترهای موتور GEC [۱۱].

طول موتور: ۱ متر تعداد شیار: ۴۳ تعداد دور در فاز: ۴۸ فرکانس اولیه: ۶۰ هرتز ضخامت آهن ثانویه: ۴۷/۴ میلی متر جنس آهن ثانویه: فولاد نرم	پهنای اولیه: ۰/۱۷۱ متر تعداد فاز: ۳ گام کلاف: ۰/۱۵ متر فاصله هوایی: ۱۸/۲ میلی متر ضخامت هادی ثانویه: ۳/۲ میلیمتر	گام قطبی: ۰/۲ متر تعداد زوج قطب: ۲ جریان فاز نامی: ۲۰۰ آمپر پهنای ثانویه: ۰/۲۹۸۵ متر جنس هادی ثانویه: آلومینیم
---	--	--



مختلف معقول به نظر نمی‌رسد. به عنوان مثال روش مرسوم در اندازه‌گیری پارامتر  $I_2$ ، استفاده از آزمایش قفل روتور است و مقدار بدست آمده برای آن در شرایط کاری مختلف ثابت فرض می‌شود، در حالی که مطابق شکل ۸،  $I_2$  تابعی از لغزش می‌باشد. شکل ۱۱ نیز نحوه تغییرات مقدار نفوذپذیری نسبی آهن ثانویه را برحسب سرعت نشان می‌دهد.

## ۹- نتیجه گیری

در این مقاله با استفاده از روش عناصر محدود پارامترهای مدار معادل یک موتور القایی خطی محاسبه شد. پیش از استفاده از روش عناصر محدود و به منظور کاستن از پیچیدگی مسئله، مقدار نفوذپذیری آهن ثانویه توسط روشی ساده محاسبه و اثر لیه نیز با ضرابی وارد مدل گردید. با اعمال تقارن تناوبی در دو سمت موتور ابتدا از اثر انتهایی صرفنظر شده و پس از بدست آوردن پارامترهای مدار معادل از روش عناصر محدود، با روش Duncan این پدیده نیز به حساب آورده شد. با انجام مراحل فوق مدلی جامع برای موتورهای خطی تک لیه ارائه شد که پدیده‌های ویژه موتورهای خطی مانند اثرات لیه، انتهایی و اشباع را پوشش می‌دهد. نتایج شبیه‌سازی حاکی از آن است که لحاظ نمودن تأثیر تغییر سرعت در پارامترهای مدل، دقت محاسبات را افزایش می‌دهد و از خطای ناشی از ثابت فرض کردن پارامترها جلوگیری می‌نماید. علاوه بر این، روش پیشنهادی در فاز طراحی موتور نیز قابل استفاده می‌باشد و به اندازه‌گیری پارامترها نیازی ندارد. نتایج شبیه‌سازی همچنین نشان می‌دهند که مدل پیشنهادی با نتایج حاصل از اندازه‌گیری مطابقت خوبی دارند.

## ضمیمه الف

Duncan برای مدل کردن اثر انتهایی از تئوری زیر

بهره می‌گیرد:

فرض کنید جریان‌های سه فاز متناوب به اولیه اعمال شود و ثانویه به تدریج و به صورت پیوسته با ماده جدید جایگزین گردد. در این حالت چگالی فوران به صورت سینوسی روی طول موتور توزیع می‌شود و جهت آن با زمان تغییر می‌کند. سرعت سنکرون ماشین برابر  $v_s = 2\pi f$  است. جریان مغناطیس‌کننده  $I_m$  می‌تواند برای نشان دادن mmf در واحد طول موتور بکار رود. در پی ورود ماده جدید، بیشینه جریان گردابی در آن تولید

می‌شود و چگالی فوران به سمت صفر کاهش می‌یابد. در طی حرکت، چگالی فوران به صورت نمایی و با ثابت زمانی کل ثانویه یعنی  $T_2 = \frac{L_m + L_2}{R_2}$  افزایش می‌یابد و جریان گردابی نیز با همان ثابت زمانی به سمت صفر میل می‌کند. هنگامی که ماده جدید به انتهای موتور می‌رسد mmf اولیه دیده شده توسط عنصر ناپدید می‌شود و جریان گردابی با ثابت زمانی بسیار کوتاه مربوط به اندوکتانس نشتی ثانویه، به سرعت کاهش خواهد یافت. پدیده فوق در شکل الف ۱ نشان داده شده است که در آن  $x = \frac{t}{T_2}$  می‌باشد.

این جریان گردابی با جریان مغناطیس‌کننده اولیه مخالفت می‌کند. بنابر این هنگامی که به سمت اولیه بازتاب داده می‌شود ( $I_{2e}$ ) باید نسبت به جریان ثانویه یعنی  $I_2$ ، ۹۰ درجه عقب باشد. اولیه در یک ثابت زمانی ثانویه، فاصله  $\sqrt{2}T_2$  را طی می‌کند. زمانی که طول می‌کشد تا عنصری از ثانویه، طول موتور را بپیماید برابر با  $T_v = \frac{L}{v}$  می‌باشد. حال پارامتر  $Q$  به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$Q = \frac{T_v}{T_2} = \frac{LR_2}{(L_2 + L_m)v} \quad (\text{الف } ۱)$$

همانطور که مشاهده می‌شود  $Q$  بدون بعد است اما در مقیاس زمانی نرمالیزه شده، معرف طول موتور خواهد بود. با تعریف این پارامتر، می‌توان توزیع mmf را در هر سرعتی توصیف نمود. Duncan در ادامه نشان می‌دهد که می‌توان مقدار متوسط جریان گردابی بر واحد طول یعنی  $I_{2e}$  را از رابطه زیر بدست آورد:

$$I_{2e} = I_m \left( \frac{1 - \exp(-Q)}{Q} \right) \quad (\text{الف } ۲)$$

بنابراین مقدار متوسط جریان مغناطیسی مؤثر بر واحد طول،  $I_{me}$ ، برابر خواهد بود با:

$$I_{me} = I_m - I_{2e} = I_m \left( 1 - \frac{1 - \exp(-Q)}{Q} \right) \quad (\text{الف } ۳)$$

تأثیر مؤلفه مغناطیس‌زدای جریان  $I_{2e}$  را می‌توان با یک اندوکتانس که به صورت موازی با  $L_m$  قرار گرفته است و جریان  $I_{2e}$  از آن عبور می‌کند نشان داد. اندازه این اندوکتانس باید به نحوی انتخاب شود که تلفات تحریک مشابه‌ای را با مقدار متوسط  $I_{2e}$  در طول موتور ایجاد کند. بنابر این اندازه این اندوکتانس برابر خواهد بود با:

$$\frac{L_m I_{me}}{I_{2e}} = L_m \left( \frac{Q}{1 - \exp(-Q)} - 1 \right) \quad (\text{الف - ۴})$$

مدار موازی فوق در شکل الف ۲ آمده است.

جنبه دیگر مربوط به این جریانهای گردابی، مسئله تلفات است. اگر فرض شود که مسیر جریانهای فوق مشابه با مسیر جریان ثانویه است (با مقاومت مسیر  $R_2$ )، مقدار تلفات را می توان با بدست آوردن مقدار مؤثر جریان گردابی در طول موتور بدست آورد. بنابراین تلفات قسمتی از ثانویه که در زیر اولیه قرار دارد برابر است با:

$$(\text{الف - ۵}) \quad \text{تلفات جریان گردابی} = I_m^2 R_2 \left[ \frac{1 - \exp(-2Q)}{2Q} \right]$$

همانطور که موتور از روی ریل عبور می کند،  $mmf$  مغناطیس کننده دیده شده توسط ثانویه ناپدید می شود. در نقطه خروج، انرژی مغناطیسی در مقاومت اهمی ثانویه تلف می شود. این تلفات را می توان با نرخ زمانی تغییرات انرژی مغناطیسی هنگام ترک فاصله هوایی و با رابطه زیر نشان داد:

$$(\text{الف - ۶}) \quad \text{تلفات در نقطه خروج} = I_m^2 R_2 \frac{[1 - \exp(-Q)]^2}{2Q}$$

بنابر این کل تلفات برابر خواهد بود با:

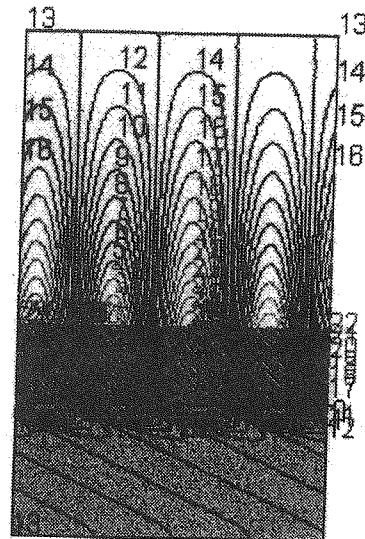
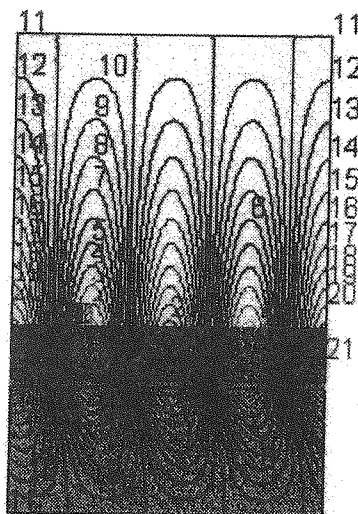
$$(\text{الف - ۷}) \quad \text{کل تلفات اهمی ثانویه} = I_m^2 R_2 \frac{[1 - \exp(-Q)]^2}{Q}$$

مقدار فوق را می توان با وارد کردن مقاومت متغیری در شاخه مغناطیس کننده مدل نمود.

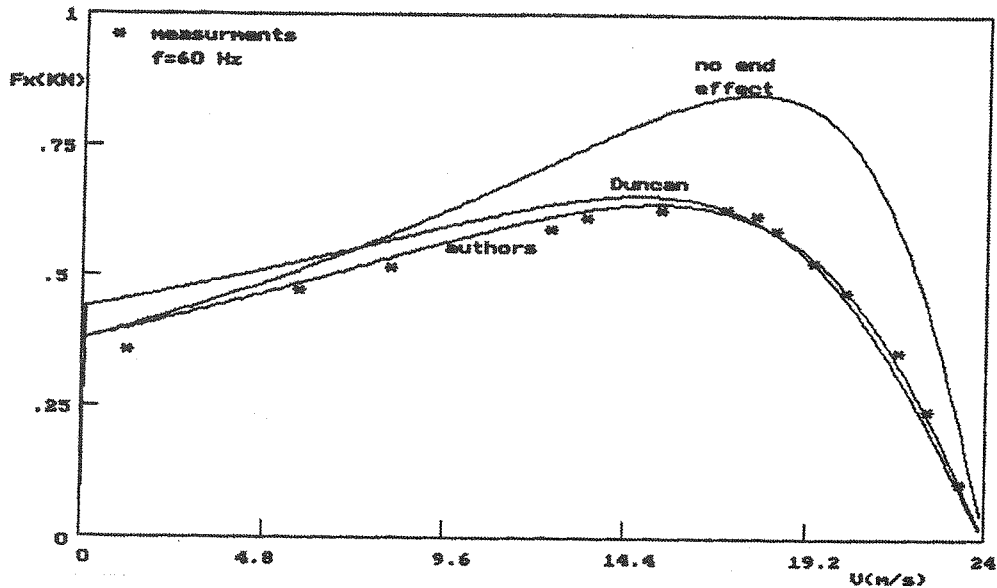
### فهرست نمادها

$v_s$	سرعت سنکرون
$f$	فرکانس اولیه
$v$	سرعت ثانویه
$F$	نیروی رانشی
$h$	پهنای مؤثر اولیه
$\sigma_1$	هدایت آهن ثانویه
$d_1$	ضخامت آهن ثانویه
$\omega_1$	فرکانس زاویه ای
$g_e$	فاصله هوایی معادل

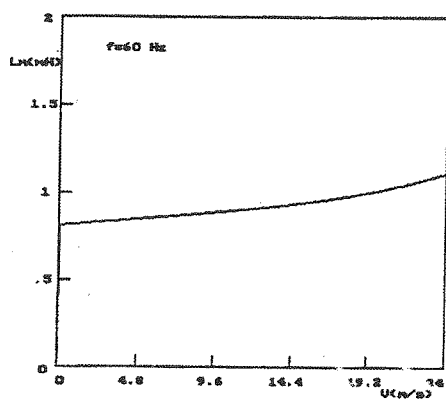
$J_m$	دامنه صفحه جریان اولیه
$\sigma_{1e}$	هدایت معادل آهن ثانویه
$\mu_1$	نفوذپذیری آهن ثانویه
$L_m$	اندوکتانس مغناطیس کننده
$R_2$	مقاومت ثانویه بازتاب شده به اولیه
$I_1$	جریان فاز نامی
$2p$	تعداد قطبها
$B_{mg}$	چگالی میدان در فاصله هوایی
$N_1$	تعداد دور سیم پیچی در هر فاز اولیه
$\tau$	گام قطبی
$\sigma_2$	هدایت هادی ثانویه
$K_w$	ضریب سیم پیچی
$L$	طول مؤثر اولیه
$K_{tr}$	ضریب اثر لبه برای هادی ثانویه
$K_c$	ضریب کارتر
$\sigma_{2e}$	هدایت معادل هادی ثانویه
$Z_{2e}$	امپدانس معادل ثانویه در هر فاز
$L_2$	اندوکتانس پراکندگی ثانویه بازتاب شده به اولیه
$K_{fe}$	ضریب اثر لبه برای آهن ثانویه
$g$	فاصله هوایی
$I_2$	جریان ثانویه بازتاب شده به اولیه
$h_2$	پهنای مؤثر ثانویه
$d_a$	ارتفاع هسته اولیه
$d_2$	ضخامت هادی ثانویه
$m$	تعداد فاز
$\delta_1$	عمق نفوذ در آهن ثانویه
$\mu_0$	نفوذ پذیری هوا
$K_s$	ضریب اشباع آهن ثانویه
$\beta$	شماره موج
$s$	لغزش
$B_1$	چگالی میدان در آهن ثانویه



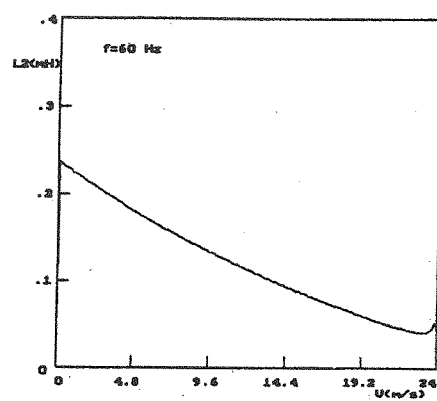
شکل (۶) خطوط هم پتانسیل، الف- در حالت قفل روتور، ب- در لغزش ۵ درصد.



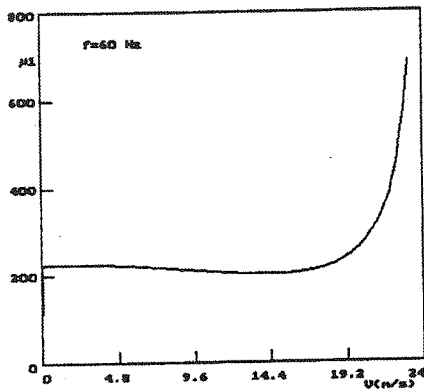
شکل (۷) نیروی رانشی بر حسب لغزش.



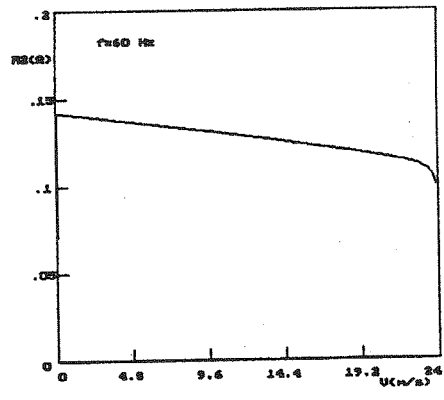
شکل (۸) تغییرات  $L_m$  بر حسب لغزش.



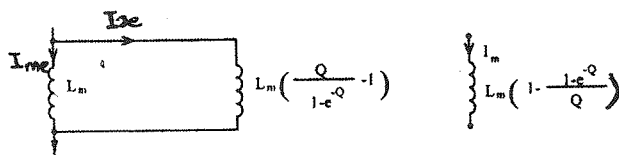
شکل (۹) تغییرات  $L_2$  بر حسب لغزش.



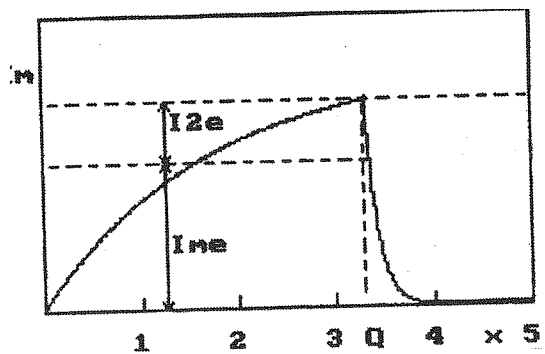
شکل (۱۱) تغییرات  $\mu_1$  بر حسب لغزش.



شکل (۱۰) تغییرات  $L_2$  بر حسب لغزش.



شکل (الف - ۲) عنصر اندوکتیو شاخه مغناطیسی موتور خطی.



شکل (الف - ۱) توزیع mmf در طول موتور.

## مراجع

- [1] A. Naser, "Linear Electric Motors, Theory, Design and Practical Application", New Jersey, 1987.
- [2] J. F. Gieras, "Linear Induction Drives", Clarendon Press, Oxford, 1994.
- [3] J. Duncan, "Linear Induction Motor-Equivalent Circuit Model", IEE Proc. Vol. 130, Pt. B, No. 1, 1983.
- [4] G. Dawson, A. Eastham and J. Gieras, "Design of Linear Drives by Field Analysis and Finite Element Techniques" IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 22, No. 5, 1986.
- [5] H. Yee, "Effects of Finite Length in Solid Rotor Induction Machines", Proc. IEE, Vol. 118, No. 8, 1971.
- [6] P. M. Pai, I. Boldea and S. A. Naser, "A Complete Equivalent Circuit of a Linear Induction Motor with Sheet Secondary", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 24, No. 1, 1988.
- [7] H. Bolton, "Transverse Edge Effect in Sheet Rotor Induction Motors", IEE Proc. Inst. Elec. Eng. Vol. 117, 1970.
- [8] S. Nonaka, "Investigation of Equivalent Circuit Quantities and Equations for Calculation of Characteristics of SLIM" Electrical engineering in Japan, Vol. 1177, No. 2, 1996.
- [9] A. Foggia, J.C. Sabonadire, "Finite Element Solution of Saturated Travelling Magnetic Field Problems.", IEEE Trans. On PAS., Vol. PAS-94, No.3. 1975.
- [10] M.N. Sadiku, "Numerical Techniques in Electromagnetics", CRC Press, 1992.
- [11] W. R. Oney and W.R. Mischler, "Experimental Evaluation of a High Speed Single Sided Linear Induction Motor", 1978 IEEE PES Winter Power Meeting.