

کنترل تعقیب مسیر ربات تک بازویی انعطاف پذیر به روش تئوری فیدبک کمی

کیوان ترابی
دانشجوی دکترا

مسعود سبحانی
استادیار

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

چکیده

انعطاف پذیر بودن اعضاء ربات ها موجب کاهش وزن و در نتیجه کاهش نیروی محرکه در مقایسه با ربات های صلب می شود. تنها عامل بازدارنده، ایجاد ارتعاشات ناخواسته به واسطه انعطاف پذیر بودن اعضاء است. در این مقاله با استفاده از تئوری فیدبک کمی، یک روش طراحی سیستم کنترل مقاوم برای یک ربات تک بازویی انعطاف پذیر ارائه شده است که در آن علاوه بر تعقیب مسیر مطلوب، توانایی پس زدن ارتعاشات ناخواسته ایجاد شده را نیز ملحوظ نموده است. در ابتدا، معادله دینامیکی حول مسیر مطلوب خطی گشته و بر حسب متغیرهای خطا، تابع انتقال نامعینی برای سیستم شبیه سازی شده در نظر گرفته می شود. سپس با محدود کردن خطا و اعمال محدودیتی برای جلوگیری از اشباع شدن محرک سیستم، کنترلر مورد نظر به روش فیدبک کمی طراحی می شود. در انتها، از یک مثال جهت تبیین روش پیشنهادی استفاده شده است.

Trajectory Control of a Single-Arm Robot Manipulator Using Q.F.T.

M. Sobhani
Assistant Professor

K. Torabi
Ph.D. Student

Department of Mechanical Engineering, Isfa-
han University of Technology

Abstract

Flexibility of robot arms reduces the weight and therefore the need for large actuating power in comparison with rigid robot arms. The only shortcoming is the creation of undesirable vibrations. In this paper, a method for robust control design based on the "Quantitative Feedback Theory" is presented for a single robot arm which is able to not only track the desired trajectory but also reject undesirable vibrations. First, the dynamic equation is linearized about the desired trajectory. Then, in terms of error variations, an uncertain transfer function is derived to replace the simulated system. Next, limitations on the error and control signal for preventing actuator saturation are considered for designing the controller using "QFT". Finally, an example is presented to explain the proposed method.

مثالی نیز جهت توضیح این روش ارائه می گردد.

۱- مدل دینامیکی یک ربات تک بازویی

برای به دست آوردن مدل دینامیکی یک ربات، روش های متعددی از قبیل تحلیل المان محدود^[۴]، تحلیل مودهای طبیعی^[۵]، توابع تبدیل^[۶] و تکنیک فشرده سازی^[۷] وجود دارد. در اینجا براساس فرضیات زیر و با استفاده از روش تحلیل مودهای طبیعی، مدل مورد نظر استخراج می شود:

(۱) بازوی ربات به فرم تیر یک سر درگیر اولیه - برنولی مدل می شود.

(۲) حرکت ربات در صفحه X-Z بررسی می شود.

(۳) از تغییر شکل پیچشی تیر بر اثر اعمال پیش بار^۷ و نیز ارتعاشات پیچشی و ارتعاشات طولی بازوی ربات صرف نظر می شود.

(۴) حداکثر دامنه ارتعاش بازو ده در صد طول بازو در نظر گرفته می شود.

۲- ۱- اقتباس مدل دینامیکی

معادله ارتعاش تیر برحسب فرض اول به صورت زیر می باشد:

$$EI \frac{\partial^4 W}{\partial \xi^4} + \rho AL^4 \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

در معادله فوق W, L, A, ρ, E, I به ترتیب عبارتند از تغییر شکل نسبت به وضعیت صلب، طول بازو، سطح مقطع بازو، جرم حجمی، مدول یانگ، ممان اینرسی و ضمناً $\xi = \frac{\eta}{L}$ می باشد که با مراجعه به شکل (۱) مشخص می گردد که η تغییر مکان در جهت X در مختصات صلب می باشد. با فرض متغیرهای جداشونده جهت حل معادله (۱) و جایگزینی در آن داریم:

$$W(\xi, t) = \Phi(\xi) \delta(t)$$

$$\delta(t) = e^{j\omega t}; \omega = \frac{\beta^4 EI}{\rho AL^4} \quad (2)$$

که β فرکانس تحریک طبیعی سیستم و Φ بردار دامنه ارتعاشی بازوی ربات است. در نتیجه:

$$\Phi(\xi) = C_1 \sin(\beta\xi) + C_2 \cos(\beta\xi) + C_3 \sinh(\beta\xi) + C_4 \cosh(\beta\xi) \quad (3)$$

کنترل ربات های صنعتی امروزه امر ساده ای است زیرا اعضاء و قسمت های آن به صورتی طراحی می شوند که به رفتار صلب نزدیک باشند. این عامل سبب می شود که ظرفیت بار ماگزیمم در انتهای ربات و نیز سرعت عملکرد آن کاهش و هزینه ساخت آن افزایش یابد. برای برطرف کردن این مشکلات می توان از بازوهای سبک و انعطاف پذیر استفاده نمود [۱]. بازوهای سبک ربات موضوعی قابل تحقیق با پتانسیل بالا برای افزایش عملکرد سیستم محرک است. یک مثال کاربردی در مورد ربات های انعطاف پذیر، سیستم بازوی ربات شاتل فضایی است که توسط سازمان فضایی امریکا (ناسا) ساخته شده است. به علت انعطاف پذیری بازوهای این ربات، وظایف آن از قبیل سوار کردن سازه های فضایی، تعمیر شاتل و غیره نسبتاً به آرامی انجام می پذیرد تا حداقل تغییر شکل الاستیک را دارا باشد. البته انتظار این است که با توسعه سیستم کنترل ربات های انعطاف پذیر، سرعت عملکرد اینگونه ربات ها نیز افزایش یابد.

مهم ترین وظایف ربات ها عبارتند از انجام جوشکاری، پاشیدن رنگ، برش لیزری و غیره. انجام اینگونه وظایف مستلزم کنترل ربات با دقت مناسب در مسیرهای یکنواخت است [۲]. با توجه به تغییرات بار در انتهای ربات و عدم قطعیت مدل دینامیکی آن، نامعینی های ساختاری^۱ در دینامیک واقعی یک ربات ظاهر می شود. در این صورت طراحی سیستم کنترل مقاوم به روش فیدبک کمی^۲ به عنوان یک راه حل مناسب در اینگونه مسائل مطرح می گردد. این روش در حوزه فرکانسی طرح و بررسی می شود و بر روش های کنترل پیشرفته (مانند کنترل بهینه و دیگر روش هایی که با متغیرهای حالت در ارتباط هستند)، برتری دارد زیرا وجود نامعینی ساختاری در فرآیند و بررسی آن در میدان متغیر حالت باعث پیچیدگی، دشواری و یا حتی غیرممکن شدن تحلیل مقادیر ویژه و دامنه تغییرات آنها می گردد [۲]، در حالی که اثرات نامعینی توابع انتقال در حوزه فرکانسی به مراتب ساده تر تجزیه و تحلیل می شوند. در این مقاله با استفاده از روش فیدبک کمی، کنترلی برای یک ربات تک بازویی به نحوی طراحی می شود که ضمن پس زدن ورودی مزاحم، یک مسیر از پیش تعیین شده ای را نیز تعقیب نماید. در روش پیشنهادی، محدودیت سخت زمانی نیز بر روی سیگنال کنترل برای جلوگیری از اشباع شدن تحریک کننده در نظر گرفته شده است.

$$n_1(\theta, \delta, \dot{\delta}) = 2M_L \dot{\theta} (\Phi_e^T \delta) (\Phi_e^T \dot{\delta})$$

$$n_2(\theta, \delta) = -M_L \dot{\theta}^2 (\Phi_e \Phi_e^T) \delta$$

$$K = \text{diag} \{k_1, \dots, k_m\} \quad k_i = \frac{EI}{L^3} \int_0^1 \left[\frac{d^2 \phi_i(\xi)}{d\xi^2} \right]^2 d\xi$$

$$F = \text{diag} \{f_1, \dots, f_m\}$$

$$M(\delta) = \begin{bmatrix} m_{11}(\delta) & M_{12}^T \\ M_{12} & M_{22} \end{bmatrix}$$

که m تعداد مودهای تحریک شده سیستم، m_b جرم بازو، I_0 ممان اینرسی جرمی محرک، J_0 ممان اینرسی جرمی نسبی بازو، n_1 و n_2 به ترتیب نیروهای کریولیس و گریز از مرکز، K ماتریس الاستیک بازو و F ماتریس استهلاک بازو می‌باشند.

ماتریس اینرسی نیز به طور مناسبی، به چهار بلوک مجزا تقسیم بندی شده است.

۲-۲ - خطی سازی ضرایب حول مسیر مطلوب^۵

اگر θ_d معرف مسیر مطلوب ربات تک بازویی باشد در این صورت با استفاده از دسته معادلات دوم رابطه (۵) مقدار δ_d تحت عنوان بردار مودال مطلوب به دست می‌آید. با تعریف:

$$\begin{cases} e_\theta \triangleq \theta_d - \theta \\ e_\delta \triangleq \delta_d - \delta \end{cases} \quad (6)$$

ضرایب دینامیکی رابطه (۵) را می‌توان حول مسیر مطلوب خطی نمود:

$$\begin{cases} m_{11}(\delta) = m_{11d} + a_1 e_\delta & m_{11d} = m_{11}(\delta_d) \\ n_1 = n_{1d} + b_1 e_\delta + b_2 \dot{e}_\delta + b_3 e_\theta & n_{1d} = n_1(\theta_d, \delta_d, \dot{\delta}_d) \\ n_2 = n_{2d} + c_1 e_\delta + c_2 \dot{e}_\theta & n_{2d} = n_2(\theta_d, \delta_d) \end{cases} \quad (7)$$

در رابطه (۷) ضرایب a_i, b_i, c_i توابعی از مسیر حرکت و بردار مودال مطلوب و همچنین تابع پارامترهای دینامیکی مدل می‌باشند.

۳ - کنترل ربات انعطاف پذیر تک بازویی

در این قسمت مقدار گشتاور لازم جهت کنترل ربات

با اعمال شرایط مرزی که در آن تغییر مکان و شیب ابتدایی تیر صفر بوده و نیز گشتاور و نیروی برشی انتهای تیر به ترتیب برابر با حاصلضرب شتاب زاویه ای انتهای ربات در اینرسی پیش بار J_L و حاصلضرب شتاب انتهای ربات در پیش بار M_L باشد، معادله فرکانسی زیر به دست می‌آید:

$$(1 + \cos\beta \cosh\beta) - M\beta (\sin\beta \cosh\beta - \cos\beta \sinh\beta) - J\beta^2$$

$$(\sin\beta \cosh\beta + \cos\beta \sinh\beta) + MJ\beta^4 (1 - \cos\beta \cosh\beta) = 0 \quad (4)$$

در رابطه فوق $M = \frac{M_L}{\rho AL}$ و $J = \frac{J_L}{\rho AL^3}$ به ترتیب جرم و اینرسی بدون بعد هستند. با یافتن فرکانس های ارتعاشی رابطه (۴)، دامنه ارتعاشات به دست می‌آید. سپس، با داشتن انرژی پتانسیل و جنبشی که از تغییر مکانها حاصل شده است و همچنین با استفاده از لاگرانژین، معادله دینامیکی سیستم تعیین می‌شود. (برای اطلاعات بیشتر به مراجع [۸] و [۹] رجوع شود.)

$$M(\delta) \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(\dot{\theta}, \delta, \dot{\delta}) \\ n_2(\dot{\theta}, \delta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K\delta + F\dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$m_{11}(\delta) = J_0 + J_L + M_L L^2 + I_0 + M_L (\Phi_e^T \delta)^2$$

$$b_{ij} = M_L L \Phi_{j-1,e} + J_L \Phi_{j-1,e}' + \sigma_{j-1}, \quad j=2, \dots, m+1$$

$$b_{ii} = m_b + M_L L \Phi_{i-1,e}^2 + J_L \Phi_{i-1,e}'^2 + \sigma_{i-1}, \quad i=2, \dots, m+1$$

$$b_{ij} = M_L \Phi_{i-1,e} \Phi_{j-1,e} + J_L \Phi_{i-1,e}' \Phi_{j-1,e}', \quad i=2, \dots, m+1, i \neq j \quad (5)$$

در معادله فوق:

$$\Phi_e^T = \Phi^T \Big|_{\xi=1} = [\phi_1 \dots \phi_m] \Big|_{\xi=1} \phi_{ie} = \phi_i(\xi) \Big|_{\xi=1}$$

$$(\Phi'_{ie})^T = [\phi'_{1e} \dots \phi'_{me}] \quad \phi'_{ie} = \frac{d\phi_i(\xi)}{d\xi} \Big|_{\xi=1}$$

$$\sigma_i = \rho AL^2 \int_0^1 \phi_i(\xi) d\xi \quad i=1, \dots, m$$

اینجا N تابعی از پارامترهای سیستم و نیز تابع خطی از e_θ و e_δ است.

در اینجا روشی جدید برای طراحی سیستم کنترل ربات تک بازویی انعطاف پذیر ارائه می شود که براساس آن دینامیک سیگنال کنترل خطا استخراج می گردد. سپس، با مدل کردن اغتشاش و نیز ایجاد مدل جدیدی هم ارز با فرم واقعی ربات، طراحی کنترلر برحسب عملکردهای مورد نظر برای یک سیستم نامعین انجام می پذیرد. در قسمت های بعدی هر کدام از این موارد شرح داده می شود.

۳-۱-۲- دینامیک سیگنال کنترل خطا

براساس مطالب بین شده و نیز شکل (۲) میزان گشتاور لازم برای کنترل ربات به صورت زیر تعریف می شود:

$$\tau = u_d + f \quad (11)$$

که در آن f مقدار سیگنال جبران کننده خطای سیستم از مسیر مطلوب است. حال براساس تعریف ریاضی کنترلر معکوس و داشتن معادله دینامیکی واقعی سیستم، سیگنال f برحسب خطای زاویه مفصل و بردار خطای مودال به صورت خطی به دست می آید:

$$\begin{cases} f = (m_{11}(\theta) - m_{11d}) + \dots + (n_1 - n_{1d}) \\ f = A\dot{e}_\theta + B\ddot{e}_\theta + C\dot{e}_\delta + Ee_\delta \end{cases} \quad (12)$$

ضرایب A و B و C و E همگی تابعی از پارامترهای دینامیکی سیستم و همچنین مسیر مطلوب و مشتقات آن می باشند و با توجه به اینکه بردار خطای مودال در ارتباط با خطای مفصل است (زابطه ۱۰)، این سیگنال تابع خطی از خطای مفصل نیز می باشد.

۳-۱-۳- مدل اغتشاش سیستم

اصولاً اغتشاشات وارد بر یک ربات، به دو صورت مطرح می شوند. یک دسته به علت اثرات محیط خارج از سیستم (مانند اثر باد و یا وجود نیرو و یا گشتاورهای خارجی در طول بازو) و دسته دیگر به علت وجود عدم قطعیت در پارامترهای واقعی ربات ظاهر می شوند. یک سیستم کنترل مناسب آن است که علاوه بر پس زدن اغتشاشات خارجی، توانایی کاهش اثرات نامطلوب در تغییر ضرایب دینامیکی سیستم را نیز دارا باشد. با توجه

به صورت تابعی از زمان اقتباس می شود. با توجه به شکل (۲) میزان گشتاور و یا کنترلر مورد نظر برحسب ترکیب دو سیگنال مجزا حاصل می گردد که عبارتند از سیگنال کنترلر معکوس^۱ ربات که از مسیر مطلوب به دست می آید و سیگنال حاصل از خطای موقعیت مفصل نسبت به مقدار مطلوب آن با در نظر داشتن مسیر مطلوب.

۳-۱-۱- کنترلر معکوس

برحسب آنکه مسیر مطلوب در فضای کارتزین و یا در فضای مفاصل بیان شود و با توجه به الاستیک بودن بازو، دو دسته مسئله کنترل مطرح می گردد. دسته اول به نحوه طراحی کنترلرهایی می پردازد که توانایی تعقیب مسیر در فضای مفاصل^{۱۱} را دارا می باشند و دسته دوم کنترلرهایی اند که قادر به تعقیب مسیر در فضای کارتزین^{۱۱} می باشند. کنترلر معکوس مشابه با کنترلر غیرخطی ربات های صلب بدون حضور قسمت سرو کنترلر و به صورت حقیقی با زمان^{۱۲} عمل می کند [۲، ۱۰].

۳-۱-۱-۳- کنترلر معکوس مفصل

با استفاده از مقادیر مطلوب توابع و جایگذاری در معادله دینامیکی ربات تک بازویی، سیگنال مربوط به کنترلر معکوس مفصل به دست می آید:

$$\begin{cases} m_{11d}\ddot{\theta}_d + M_{12}\ddot{\delta}_d + n_{1d} = u_d \\ M_{12}^T\ddot{\theta}_d + M_{22}\ddot{\delta}_d + K\delta_d + F\dot{\delta}_d + n_{2d} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

که در نتیجه:

$$u_d = (m_{11d} - M_{12}M_{22}^{-1}M_{12}^T)\ddot{\theta}_d - M_{12}M_{22}^{-1}(K\delta_d + F\dot{\delta}_d + n_{2d}) + n_{1d} \quad (9)$$

با مقایسه سری دوم معادلات دینامیکی واقعی سیستم و همان دسته معادلات در حالت مطلوب و با تفریق نمودن این دو دسته از یکدیگر، ارتباط بین بردار خطای مودال و خطای مفصل حاصل می شود:

$$\begin{cases} M_{12}^T\ddot{\theta}_d + M_{22}\ddot{\delta}_d + K\delta_d + F\dot{\delta}_d + n_{2d}(\dot{\theta}_d, \delta_d) = 0 \\ M_{12}^T\ddot{\theta} + M_{22}\ddot{\delta} + K\delta + F\dot{\delta} + n_2(\dot{\theta}, \delta) = 0 \end{cases}$$

$$M_{12}^T\ddot{e}_\theta + M_{22}\ddot{e}_\delta + Ke_\delta + F\dot{e}_\delta + N(\dot{e}_\theta, e_\delta) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\hat{f}}{\text{dist}} \frac{\Delta}{\Delta} G'_c(s) \hat{e}_\theta(s) \quad (18)$$

$$\frac{\hat{f}_{ei}}{\text{dist}} \frac{\Delta}{\Delta} \frac{-\hat{e}_\theta(s)}{G_p(s, \alpha)}$$

به دیاگرام جعبه ای شکل (۳) می رسمیم. در روابط (۱۸) $G_p(s, \alpha)$ تابع انتقال پروسه خطای سیستم است که باید به نحوی براساس نامعینی های موجود در سیستم (با نماد سمبلیک α) مددل شود. عملکردهای مطلوب طراح را به عهده دارد و علامت (۸) نیز مبین توابع زمانی در حوزه فرکانسی تحت تبدیل لاپلاس است. با مقایسه اشکال (۲) و (۳) واضح است که:

$$G_c(s) = \text{dist} \cdot G'_c(s) \quad (19)$$

۳-۱-۵- مدل سازی تابع انتقال پروسه خطا در میدان فرکانسی

دو روش برای مدل کردن تابع انتقال نامعین وجود دارد. روش اول به صورت تحلیلی بوده و براین اساس است که با در نظر گرفتن خروجی پروسه از دسته خروجی های قابل قبول و به دست آوردن ورودی های مربوطه از معادلات دینامیکی سیستم و تقسیم نمودن تبدیل لاپلاس سیگنال خروجی ها به ورودی های معلوم، یک تابع انتقال نامعین به دست می آید. این روش معمولاً برای معادلات دیفرانسیلی که دارای فرم جبری غیرخطی اند کاربرد دارند [۱۱] و لذا در اینجا مورد بررسی قرار نمی گیرند. روش دوم که در این مقاله به کار برده شده است روش عددی که براساس قضیه تبدیل زیر بیان می گردد.

قضیه تبدیل

اگر $x_T(t)$ و $y_T(t)$ به ترتیب ورودی و خروجی یک پروسه در محدوده زمانی $t \in (0, T)$ و $Y_i = \{y(t)\}$; $X_i = \{x(t)\}$ مجموعه های توسعه یافته دلخواه (تا زمان بی نهایت) برای این توابع و نیز $X_s = \{\hat{x}(s)\}$; $Y_s = \{\hat{y}(s)\}$ تبدیل لاپلاس این توابع در حوزه فرکانسی باشند و مجموعه زیر:

$$F_s = \left\{ F(s) = \frac{\hat{y}(s)}{\hat{x}(s)}; \hat{x} \in X_s, \hat{y} \in Y_s \right\} \quad (1-20)$$

به اینکه اغتشاش دسته دوم به واسطه تغییر پیش بار ربات حاصل می شود که در ربات های صلب نیز مطرح است، لذا در اینجا نیز عامل تغییر پیش بار (که در معادله فرکانسی و دامنه مودال مؤثر می باشد) در نظر گرفته می شود (معادله ۵).
با جایگزینی $\begin{cases} \theta = \theta_d - e_\theta \\ \delta = \delta_d - e_\delta \end{cases}$ و مشتقات آن در معادله دینامیکی سیستم می توان نوشت:

$$D + f_0 = f_e \quad (12)$$

$$\begin{cases} D = u_{d0} - u_d \\ f_0 = A_0 \dot{e}_\theta + B_0 \dot{e}_\theta + C_0 \dot{e}_\delta + E_0 e_\delta \\ f_e = A \dot{e}_\theta + B \dot{e}_\theta + C \dot{e}_\delta + E e_\delta \end{cases}$$

در رابطه فوق D اغتشاش ورودی به سیستم است که تابعی از مسیر حرکت ربات، مودال مربوط به آن و تغییر ضرایب دینامیکی سیستم می باشد. زیرنویس صفر متعلق به حالت طراحی شده اولیه و زیرنویس e مربوط به حالت واقعی سیستم است.

۳-۱-۴- مدل کنترلی

اینک با توجه به اینکه اغتشاش سیستم تابعی از پارامترهای واقعی است لذا:

$$D_i + f_0 = f_{ei} \quad i = 1, 2, \dots \quad (14)$$

اندیس i معرف حالات تغییر پیش بار سیستم است. حال با تعریف:

$$\text{dist} \triangleq \sup \|D_i\|, t \in [0, T] \quad (15)$$

که در آن T زمان طی شده نقطه پایان کار در ربات و dist حداکثر مقدار اغتشاش خارجی سیستم است و با تقسیم معادله (۱۴) بر dist می توان نوشت:

$$\begin{cases} w(t) + \frac{f}{\text{dist}} = \frac{f_{ei}}{\text{dist}} \\ |w(t)| \leq 1 \end{cases} \quad (16)$$

بنابر این مدل ارائه شده به صورت زیر است:

$$1(t) + \frac{f}{\text{dist}} = \frac{f_{ei}}{\text{dist}} \quad (17)$$

که در آن $1(t)$ تابع پله واحد است. با تعریف:

به عنوان مجموعه توابع انتقال توسعه یافته تعریف شود و در ضمن مجموعه:

$$R_s = \left\{ P(s) = \frac{P_m(s)}{Q_n(s)}; \forall m, n; p_m(s) = \sum_{k=1}^m p_k s^k, Q_n(s) = \sum_{k=1}^n q_k s^k, q_n = 1 \right\} \quad (2-20)$$

مجموعه توابع انتقال کسری خطی بازای هر m و n باشند، در این صورت با تعریف نرم زیر:

$$d(R, F) \triangleq \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{Q_n(j\omega) \hat{y}(j\omega) - p_m(j\omega) \hat{x}(j\omega)}{(j\omega)^n} \right|^2 d\omega$$

$$d(m, n, F_s) = \inf_{\substack{F \in F_s \\ F \in R_s}} (R, F) \quad (3-20)$$

بازای هر m و n می توان R^* و F^* ای پیدا نمود به صورتی که $d(R^*, F^*) = \min \{d(m, n, F_s)\}$ باشد. در نتیجه m و n مناسبی می توان یافت که یک تابع کسری خطی از مجموعه R_s را به یکی از اعضاء مجموعه F_s نزدیک سازد. لذا از آنجا که تمامی این مجموعه از توسعه یافته های ورودی و خروجی اولیه در فاصله زمانی $t \in [0, T]$ قرار دارند، این تابع کسری خطی مدل خوبی از تابع انتقال بین ورودی و خروجی اولیه خواهد بود. [۱۲]

۳-۱-۶- تئوری فیدبک کمی

یکی از روش های طراحی سیستم کنترل در حوزه فرکانسی، روش فیدبک کمی است. اصولاً این روش برای کنترل سیستم هایی پایه گذاری شده است که به علت نامعینی پارامتری و اغتشاش وارد بر آن، نیاز به فیدبک وجود دارد. مسئله فیدبک کمی بدین صورت مطرح می گردد که چه محدودیت هایی میبایست بر روی پاسخ فرکانسی تابع انتقال سیستم حلقه باز قرار گیرد تا تغییرات سیستم بسته $\frac{\Delta T}{T}$ در اثر تغییرات پارامترهای نامعین سیستم در محدوده مورد نظر واقع شوند. با تعیین تابع انتقال حلقه باز، کنترلر مورد نظر به دست می آید.

مراحل روش فیدبک کمی به قرار زیرند:

- انتقال قیدها یا محدودیت هایی که در میدان زمان بر روی خروجی سیستم تعریف شده اند، به محدودیت هایی در میدان فرکانسی بر روی تابع انتقال حلقه باز سیستم^{۱۳}
- استخراج قیود روی تابع انتقال حلقه باز نامی سیستم

و تعیین مرزهای فرکانسی مربوط به آن در نمودار نیکولز^{۱۴}.

۳) شکل دهی حلقه^{۱۵} و یا طراحی تابع انتقال حلقه باز نامی سیستم باتوجه به نتایج مرحله قبل و در نهایت تعیین تابع انتقال کنترل کننده سیستم.

۴) طراحی پیش فیلتر در دیاگرام بدی. (جهت اطلاعات بیشتر در این خصوص به مراجع [۱۳] و [۱۴] رجوع شود.)

۳-۱-۷- محدودیت ها در کنترل ربات انعطاف پذیر

برای آنکه ربات مسیر مطلوب را تعقیب نماید و نیز میزان انرژی محرک سیستم اشباع نگردد، با در نظر گرفتن شکل (۳) محدودیت ها و قیود زیر را می توان در حوزه فرکانسی برای یک ربات انعطاف پذیر در نظر گرفت:

$$\left| \frac{\hat{e}_\theta(s)}{1/s} \right| = \left| \frac{G_p}{1 + G_p G'_c} \right| \leq \alpha \quad (1-21)$$

$$\left| \frac{\hat{f}/\text{dist}}{1/s} \right| = \left| \frac{G_p G'_c}{1 + G_p G'_c} \right| \leq \gamma \quad (2-21)$$

قضایای محدودیت

۱) اگر $G(s)$ یک تابع انتقال پایدار با پهنای باند محدود و $y(t) = L^{-1}\{1/s G(s)\}$ باشد و نیز اگر:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Re}[G(j\omega)] \geq 0, \|G(j\omega)\|_\infty = \alpha, \forall \omega \leq \omega_h \\ |G(j\omega)| \leq \frac{k}{\omega^r}, \quad k < \infty \quad \forall \omega \geq \omega_h \end{array} \right.$$

که در آن $\omega = \{\omega | G(j\omega) = -90^\circ\}$ است، آنگاه:

$$|y(t)| \leq \Lambda \alpha \quad (22)$$

$$1.18 + \frac{2k}{\pi r \alpha \omega_h} < \Lambda < \infty \quad \text{که:}$$

- با داشتن پهنای باند^{۱۶} از مرتبه 10000 rad/s و همچنین مقدار بهره و فاز مناسب می توان نشان داد که $1 \leq \Lambda \leq 4$ است [۱۵ و ۱۶].
- اگر علاوه بر شرط فوق، برای ورودی $\{w(t) : |w(t)| \leq 1\}$ داشته باشیم:

$$|y(t)| \leq \alpha, \exists t_1 \in [0, \infty) \mid |y(t_1)| = \alpha$$

در این صورت $\alpha \leq |y(t)|$ اگر و تنها اگر تابع انتقال $G(s)$ در پاسخ به تابع ضربه^{۱۷} تغییر علامت ندهد.
[۱۷]

نتیجه

از قضایای فوق می توان برای انتقال محدودیت ها از حوزه زمان به حوزه فرکانسی استفاده نمود.

۳-۲- کنترلر معکوس انتهای ربات

دسته دوم کنترلر معکوس در ارتباط با کنترل انتهای ربات برای دنبال کردن مسیر مطلوب می باشد. باتوجه به شکل (۴) واضح است که:

$$\theta = \theta_d - \tan^{-1}(\Phi_e \delta / L)$$

با فرض آنکه مقدار دامنه ارتعاش کوچک است، در این صورت $\theta = \theta_d - (\Phi_e \delta) / L$. با قرار دادن رابطه فوق در معادله دینامیکی و استخراج کنترلر معکوس در این حالت از معادلات (۵) داریم:

$$\begin{cases} m_{11d} \ddot{\theta}_d + (M_{12} - m_{11d} \Phi_e / L) \ddot{\delta}_d + n_{1d} = u_d \\ M_{12}^T \ddot{\theta}_d + (M_{22} - M_{12}^T \Phi_e / L) \ddot{\delta}_d + K \delta_d + F \dot{\delta}_d + n_{2d} = 0 \end{cases} \quad (23)$$

$$u_d = n_{1d} + (M_{22} - \Phi_e M_{12} / L)^{-1} [(m_{11d} M_{22} - M_{12}^2) \ddot{\theta}_d + (m_{11d} \Phi_e / L - M_{12})(n_{2d} + k \delta_d + F \dot{\delta}_d)] \quad (24)$$

در نتیجه، معادله دینامیکی سیستم به صورت زیر در می آید:

$$\begin{cases} u = n_1 + (M_{22} - \Phi_e M_{12} / L)^{-1} [(m_{11} M_{22} - M_{12}^2) (\theta_d - \dot{e}_f) + (m_{11} \Phi_e / L - M_{12})(\dot{\theta}_2 + k \delta + F \dot{\delta})] \\ n_1 = n_1(\theta_d - \dot{e}_f, \delta, \dot{\delta}) \quad n_2 = n_2(\theta_d - \dot{e}_f, \delta) \end{cases} \quad (25)$$

که در آن e_f خطای انتهای ربات بوده که به صورت زیر تعریف می شود:

$$e_f = \frac{\Delta}{L} \theta_d - (\theta + \Phi_e \delta) \quad (26)$$

روند کلی طراحی نیز مانند حالت کنترلر معکوس مفصل می باشد با این تفاوت که در اینجا علاوه بر فیدبک زاویه مفصل، نیاز به فیدبک تغییر مکان انتهای ربات به واسطه انعطاف پذیر بودن آن (مقدار $\Phi_e \delta$) نیز احساس می شود که عاملی برای ایجاد اغتشاش و نویز در سیستم کنترل کننده ربات است.

۴- مثال

یک ربات تک بازویی با خصوصیات جدول (۱) را در نظر بگیرید [۲]. این ربات باید مسیر مطلوب زیر:

$$\begin{cases} \theta_d = \frac{\pi}{4} (1 - \cos \pi t) & 0 \leq t \leq 1 \\ \theta_d = \frac{\pi}{2} & t \geq 1 \end{cases} \quad (27)$$

را به صورتی طی نماید که حداکثر خطای زاویه مفصل 0.1 رادیان باشد و با تغییر پیش بار ربات تا دو برابر مقدار واقعی، سیستم همچنان نسبت به تغییرات پارامترهای دینامیکی مقاوم بماند. فرض بر این است که تنها یک مود ارتعاشی سیستم تحریک می شود و از اثرات نیروهای غیر خطی و اصطکاک نیز صرف نظر می شود.

الف- یافتن خروجی تابع انتقال خطا

با تعریف $G_p(s, \alpha) = \frac{-e_o}{e_{in}^{dist}}$ و اینکه سیگنال f_{ei} تابع خطی از خطای مفصل می باشد، لذا نیاز به تعیین تابع خروجی برای تابع انتقال خطا داریم. در این حالت دو مدل ارتعاشی و ناپایدار در نظر گرفته می شود:

$$\begin{cases} e_{\theta 1} = R (1 - \cos \pi t) \\ e_{\theta 2} = R t^5 \end{cases} \quad (28)$$

باتوجه به اینکه f_{ei} متناسب با خطای مفصل است و نسبت این دو، تابع انتقال پروسه را تشکیل می دهد، لذا $R = 1$ در نظر گرفته می شود.

ب- تعیین بردار خطای مودال

باتوجه به معادله (۱۰)، بردار خطای مودال به صورت عددی و با استفاده از روش گیبس^{۱۸} به دست می آید.

$$e_\delta = h(\dot{e}_\delta, \ddot{e}_\delta, \dot{e}_\theta, \ddot{e}_\theta)$$

ج- تعیین ورودی‌های تابع انتقال خطا

با تغییر پیش بار با ظرفیت صفر و باز مورد نظر و دو برابر بار واقعی و اینکه نقطه طراحی بر اساس ربات بدون بار در نظر گرفته شود، ورودیهای تابع انتقال خطا و مقدار اغتشاش مدل شده به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{cases} D_i = u_{d0} - u_{di} \\ f_{ei} = A_i \dot{\theta} + B_i \ddot{\theta} + C_i \dot{\delta} + E_i e_{\delta} \end{cases} \quad i = 1, 2$$

$$\text{dist} = \max \{ \sup |D_1|, \sup |D_2| \} = 2.33$$

د- تعیین تابع انتقال خطا

اینک با داشتن خروجی‌ها و ورودی‌های گوناگون و براساس قضیه تبدیل، یک تابع انتقال نامعین برحسب مقادیر $m = 2$ و $n = 3$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$G_p(s, \alpha) = \frac{0.02s^2 + as + 2}{s^2(s+b)}, \quad \alpha = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

و نامعینی‌های پروسه براساس دو دسته خروجی سیستم، به فرم جدول (۲) است. برای آنکه تابع انتقال به دست آمده به سیستم واقعی نزدیک باشد، می‌بایست خروجی‌های متفاوتی مورد بررسی قرار گرفته و دامنه نامعینی‌های هم ارز هر کدام به اجتماع گذشته شود. لذا در اینجا باتوجه به خروجی‌های محدود، پس از تعیین حدود نامعینی، مقداری افزایش دامنه برای نامعینی پروسه خطا در نظر گرفته می‌شود:

$$a \in [1, 10] \quad a_0 = 3$$

$$b \in [0.1, 5] \quad b_0 = 1$$

برای طراحی به روش فیدبک کمی، نیاز به یک نقطه نامی است که با در نظر گرفتن مقادیر نامی برای نامعینی‌های سیستم، تابع انتقال خطای نامی به صورت زیر به دست می‌آید.

$$G_{p0}(s) = \frac{0.02s^2 + 3s + 2}{s^2(s+1)}$$

شکل (۵) خروجی‌های سیستم در دو حالت خروجی مدل شده به ازای ورودی‌های مورد نظر در حالت واقعی و عبور از تابع انتقال خطای نامی و شبیه‌سازی خروجی را نشان می‌دهد. واضح است که تابع انتقال خطای نامی پروسه به طور مناسب اختیار شده است.

۵- تعیین مرز محدودیت بر روی توابع انتقال

همانگونه که در قسمت محدودیت‌ها در مسئله کنترل ربات انعطاف پذیر بیان گردید و همچنین از فرض صورت مسئله داریم که $0.01 \leq |e_{\theta}|$ و با قرار دادن محدودیت $\left| \frac{f_{ei}}{\text{dist}} \right| \leq 1.5$ و باتوجه به قضیه محدودیت و تعاریف $\hat{\theta}$ و \hat{f} در حوزه فرکانسی براساس شکل (۳)، می‌توان محدودیت‌های زیر را بر روی پاسخ فرکانسی سیستم حلقه باز به دست آورد:

$$\left| \frac{G_p}{1+L} \right|_{s=j\omega} \leq \frac{0.01}{6} \quad \text{محدودیت به واسطه دقت در مفصل:}$$

$$\left| \frac{L}{1+L} \right|_{s=j\omega} \leq \frac{9}{6} \quad \text{محدودیت به واسطه عدم اشباع محرک:}$$

ضریب $\Lambda = 6$ بدین علت انتخاب شده است که با تعریف مدل کنترلی جدید و قضیه محدودیت دوم، توابع انتقال فوق به واسطه تعیین تابع کنترلر $G'(s)$ در پاسخ به ورودی ضربه، تغییر علامت ندهند.

و- ایجاد مرزهای فرکانسی

باتوجه به تعریف تابع انتقال مدار باز و نقطه نامی آن می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} L = G_p(s, \alpha) G'_c(s) \\ L_0 = G_{p0}(s) G'_c(s) \end{cases} \Rightarrow L = \frac{G_p(s, \alpha)}{G_{p0}(s)} L_0$$

و لذا محدودیت‌ها به صورت:

$$\left| \frac{G_{p0}}{G_{p0}/G_p + L_0} \right|_{s=j\omega} \leq \frac{0.01}{6}, \quad \left| \frac{L_0}{G_{p0}/G_p + L_0} \right|_{s=j\omega} \leq \frac{9}{6}$$

در می‌آیند که در شکل (۶) به صورت مرزهای مجاز نشان داده شده‌اند.

ز- شکل دهی حلقه

پس از مشخص شدن مرزهای فرکانسی، قدم بعدی آن است که تابع انتقال مدار باز نامی به نحوی اختیار شود که در هر فرکانس در بالا و یا حداکثر بر روی مرز فرکانسی مربوط به خودش قرار گیرد که در این صورت کمترین بهره را دارا خواهد بود. همچنین علاوه بر برآورده کردن شرط فوق، کنترلر نیز باید پایدار باشد. در این مثال، $L_0 = \frac{1200(s/0.05 + 1)(s/35 + 1)}{s^2(s+1)}$ ، در شکل (۷) نیز نشان داده شده است، شرایط مرزی

فوق را برآورده می نماید.

ح- اقتباس کنترلر $G(s)$

باتوجه به رابطه $G'_c(s) = L_0(s)/G_{p0}(s)$ ، کنترلر اصلی سیستم به صورت زیر به دست می آید:

$$G_c(s) = 9.57 \times 10^6 \frac{(s + 0.05)(s + 35)}{(s^2 + 150s + 100)(s + 1200)}$$

۴-۲- شبیه سازی

در شبیه سازی سیستم واقعی غیرخطی، دسته معادلات زیر به طور همزمان به ازای تغییرات بار حل می گردند:

$$G(s) \hat{e}_\theta = \hat{f}(s) \Rightarrow (9.6 \times 10^6) \times [(\ddot{\theta}_d - \ddot{\theta}) + 35.5(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + 17.5(\theta_d - \theta)] = \ddot{f} + 1350\dot{f} + 18 \times 10^5 \dot{f} + 1.5 \times 10^5 f$$

$$\begin{cases} m_{11i} \ddot{\theta}_d + M_{12i} \ddot{\delta}_d = u_d + f \\ M_{12i}^T \ddot{\theta}_d + M_{22i} \ddot{\delta}_d + K_i \delta_d = 0 & i = 0, 1, 2 \\ u_d = (m_{11d} - M_{12} M_{22}^{-1} M_{12}^T) \ddot{\theta}_d - M_{12} M_{22}^{-1} K \delta_d \end{cases}$$

شکل (۸) تغییرات زاویه مفصل شبیه سازی شده در فاصله زمانی ۲ ثانیه را نشان می دهد. شکل (۹) منحنی های خطای مفصل در سه حالت بارگذاری شده را نمایش می دهد. همچنین با توجه به محدودیت های در نظر گرفته شده:

$$\left| \frac{L}{1+L} \right| \leq \frac{9}{6} \Rightarrow \left| \frac{f}{\text{dist}} \right| \leq 9 \Rightarrow |f| \leq 9 \times 2.326 \Rightarrow |f| \leq 20.9$$

شکل (۱۰) مقدار گشتاور خطا (f) در سه نوع حالت بارگذاری را نشان می دهد که با مقدار به دست آمده با محاسبات فوق همخوانی دارد. در نهایت سیگنال گشتاور کل ربات از مجموع کنترل معکوس و سیگنال (f) بدست می آید (شکل ۱۱).

۴-۳- اثرات نیروهای غیرخطی و افزایش دقت

با وارد کردن نیروهای غیرخطی به معادله دینامیکی، فرم تابع انتقال خطای پروسه نیز تغییر می کند و با بازسازی مجدد آن داریم:

$$G_p(s, \alpha) = \frac{3s^2 + as + 2}{s^2(s^2 + bs + 2)} \quad a \in [14, 164] \quad a_0 = 20$$

$$G_{p0}(s) = \frac{3s^2 + 20s + 2}{s^2(s^2 + 5s + 2)} \quad b \in [3.9, 176] \quad b_0 = 5$$

همچنین دقت خطای مفصل را به $e_\theta = 0.001$ رادیان افزایش می دهیم در این صورت مقدار حدی بر روی محدودیت ها را نیز تصحیح می کنیم. با شکل دهی حلقه به صورت مناسب بر روی باندهای به دست آمده که در شکل (۱۲) نشان داده شده است، کنترلر جدید به صورت زیر به دست می آید:

$$G_c(s) = \frac{3.68 \times 10^8 (s + 0.004)(s^2 + 5s + 2)(s^2 + 130s + 10^4)}{(s + 0.016)(s + 150)(s^2 + 6.7s + 0.67)(s + 500)(s + 2000)}$$

توجه شود که افزایش دقت موجب می گردد که سیستم با سرعت بیشتری به خطای وارد شده عکس العمل نشان دهد که این عامل موجب افزایش پهنای باند کنترلر و حرکت باندهای فرکانسی به سمت مقادیر اندازه بالاتر تابع انتقال حلقه باز سیستم می گردد.

شکل (۱۳) میزان خطای مفصل را برای بار در نظر گرفته شده در دو حالت وجود و عدم وجود نیروهای غیرخطی نشان می دهد. همانطور که دیده می شود هر دو منحنی های به دست آمده در محدوده دقت مورد نظر طراحی واقع شده اند و همچنین اثر عوامل غیرخطی که موجب کاهش دامنه ارتعاشات می گردد نیز دیده می شود. لذا عوامل غیرخطی و اصطکاک دارای اثرات مثبت در کاهش ارتعاشات و پایداری سیستم هستند.

شکل (۱۴) مقدار گشتاور لازم را در دو حالت مذکور به ترسیم کشیده است. همانطور که مشاهده می شود مقدار این گشتاورها در دو حالت به یک میزان بوده و وجود عوامل غیرخطی، توان بیشتری را از سیستم طلب نمی کند.

۴-۴- استفاده از کنترلر معکوس انتهای ربات

از آنجا که انتهای ربات همواره به عنوان موقعیت قرار گرفتن ابزار کار فرض می شود، لذا مسیر مطلوب در انتهای ربات جهت دقت بالا در انجام کار اهمیت پیدا می کند. شکل (۱۵) خطای انتهای ربات تصویر شده در جهت محور x را نشان می دهد.

به عنوان یک معیار جهت سنجش خطای انتهای ربات تک بازویی می باشد.

طراحی با دقت بالا در حالت کنترلر معکوس مفصل دارای خطای حدود ۵ سانتی متر می باشد (شکل ۱۶). لذا بحث در مورد کنترلر معکوس انتهای ربات برای عملیات با دقت بالا اهمیت می یابد. براساس معادله (۲۵)

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \frac{1}{1+L} \right| = \left| \frac{e_f}{d_2} \right| \leq 2 \\ e_f \leq 0.01 \text{ Rad} \\ \left| \frac{f / \text{dist}}{1/s} \right| \leq 1.8 \end{array} \right.$$

با به دست آوردن کنترلر مطلوب و شبیه سازی سیستم حلقه بسته، منحنی خطای انتهای ربات با داشتن محدودیت حداکثر ظرفیت محرک سیستم، در باند مطلوب مورد نظر قرار می گیرد (شکل ۲۱). همچنین می بایست در نظر داشت که با افزایش دقت e_f ، هیچ باند فرکانسی در مسئله فیدبک کمی حاصل نمی شود و لذا کنترلی نیز وجود ندارد که توانایی برآورده کردن این افزایش دقت را داشته باشد.

۵- نتیجه

با داشتن فرم صحیحی از معادلات دینامیکی ربات و اقتباس فرم خطی آن، می توان تابع انتقال نامعینی در حوزه فرکانسی به یک ربات تک بازویی نسبت داد به نحوی که قابل استفاده در یک مسئله فیدبک کمی باشد. با استفاده از تئوری فیدبک کمی توانایی یافتن کنترلی جهت اجرای عملکردهای مناسب بر روی ربات تک بازویی هموار می شود. کنترلر به دست آمده در دو حالت تعقیب مسیر در فضای مفصل و فضای کارتزین با موفقیت، خواسته طراح را برآورده ساخت. وجود کنترلر، وابسته به یافتن مرزهای فرکانسی می باشد که این مرزها نیز تابعی از قيود و محدودیت های در نظر گرفته شده هستند.

زیر نویس ها

- 1 - Structural uncertainty
- 2 - Quantitative feedback theory
- 3 - Finite element method
- 4 - Normal mode analysis
- 5 - Transfer function
- 6 - Lumping techniques
- 7 - Pre-load
- 8 - Desired trajectory
- 9 - Inversion control
- 10 - Joint space
- 11 - Cartesian space

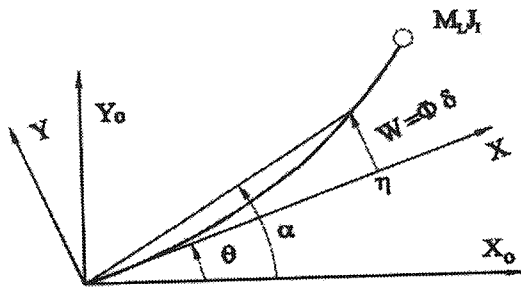
و تعریف e_f از معادله (۲۸)، تابع انتقال پروسه خطا به صورت زیر در می آید:

$$G_p(s, \alpha) = \frac{aS^2 + bS + 2}{S^2(S^2 + 100S + 1.7)} \quad \begin{array}{l} a \in [0, 22] \quad a_0 = 1 \\ b \in [420, 640] \quad b_0 = 500 \\ \text{dist} = 4.1382 \end{array}$$

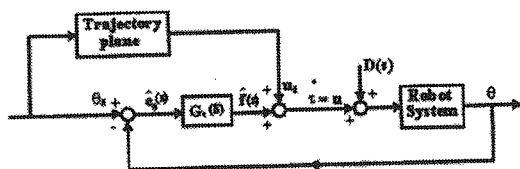
برای داشتن دقت $e_0 \leq 0.001$ رادیان، شکل دهی حلقه بر روی مرزهای به دست آمده از محدودیت ها را اعمال می سازیم و از آن کنترلر به فرم حاصل می شود.

$$G_c(s) = \frac{6.4 \times 10^{11} (S + 100)(S + 2000)(S^2 + 180S + 14400)}{(S + 180)(S + 500)(S + 3000)(S + 4500)(S + 6000)}$$

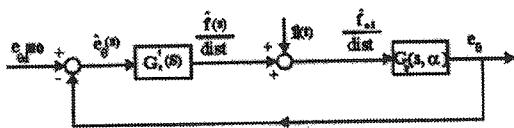
اشکال (۱۷) و (۱۸) به ترتیب میزان خطای انتهای ربات و مقدار e_x را بعد از شبیه سازی نمایش می دهند. واضح است که روش مربوطه بسیار ایده آل عمل می کند لیکن باتوجه به تعریف e_f از رابطه (۲۶) مشخص است که برای داشتن خطای انتهای ربات نیاز به فیدبک از تغییر مکان انتهای ربات است. به علت آغشته بودن اندازه گیری با نویز خطا، چنانچه فیدبک تغییر مکان انتهای ربات با ده درصد خطا و با دو برابر فرکانس ارتعاش بازو به نویز آغشته گردد، باتوجه به محدودیت بر روی کنترلر (در این مثال حداکثر ۱۱۰ نیوتن - متر برای گشتاور محرک سیستم)، مقدار خطای انتهای ربات از میزان روش کنترلر معکوس مفصل بالاتر می رود. لذا تنها با داشتن یک کنترلر ارزان توانایی مهار خطای مفصل و نویز وجود دارد که در این صورت نیاز به گشتاور بالایی از سیستم می باشد (شکل ۱۹) و این امر موجب بزرگ شدن محرک سیستم و افزایش اینرسی آن می گردد (یکی از عواملی که سبب استفاده از ربات های انعطاف پذیر می گردد کاهش اینرسی سیستم است). این امر مناسب اهداف طراحی اینگونه ربات ها نمی باشد. اگر مسئله فیدبک کمی را به روشی دیگر بررسی کنیم و به دیاگرام جعبه ای شکل (۳) خطای حاصل از اغتشاش اندازه گیری را نیز اضافه کنیم (شکل ۲۰)، در این صورت با محدود کردن دامنه خطا، مسئله فیدبک کمی را مجدداً حل نموده و در صورت به دست آوردن باندهای فرکانسی، کنترلر مطلوب حاصل می شود. در این مثال، محدودیت های زیر در نظر گرفته شده است:



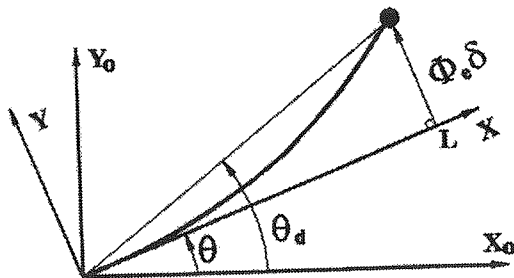
شکل (۱) نمای شماتیک از یک ربات تک بازویی.



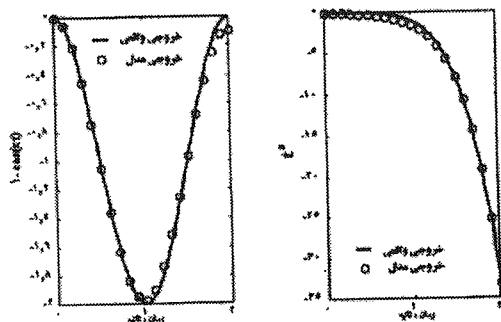
شکل (۲) نمایی از فرم کنترل سیستم.



شکل (۳) مدل خطای سیستم ربات تک بازویی.



شکل (۴) تغییر مکان انتهای ربات.

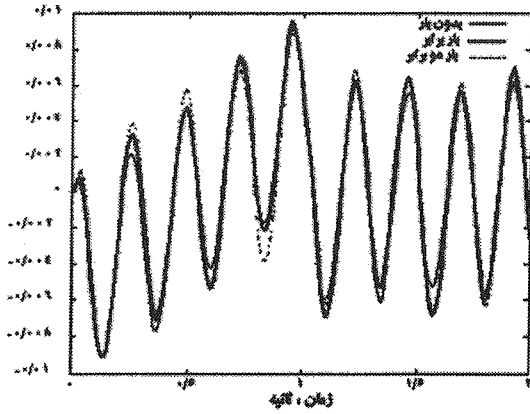


شکل (۵) شبیه سازی خروجی های رابطه (۲۸).

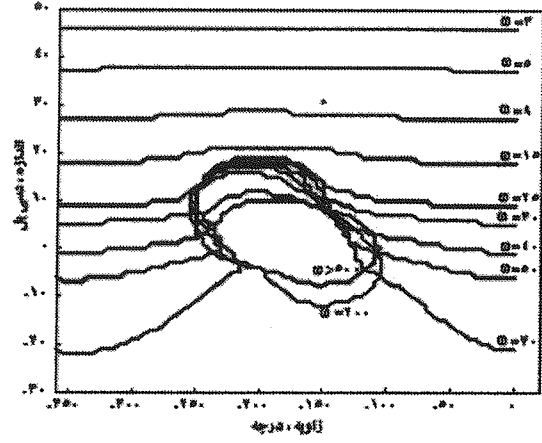
- 12 - Off-line
- 13 - Nominal open - loop transfer function
- 14 - Nichols' chart
- 15 - Loop - shaping
- 16 - Bandwidth
- 17 - Impulse function
- 18 - Gear method

فهرست علائم

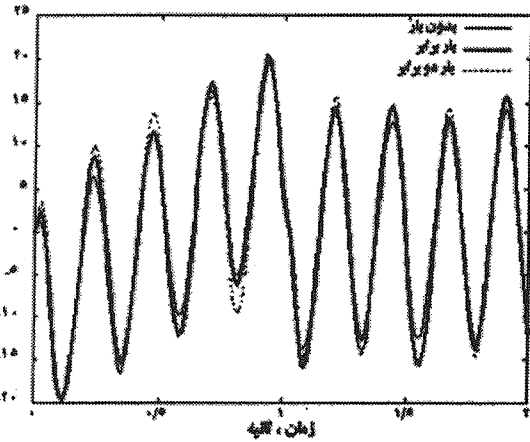
D	اغتشاش وارد بر سیستم، نیوتن - متر، معادله (۱۴)
d	معرف مقادیر اقتباس شده از مسیر مطلوب است.
e _r	خطای انتهای ربات، متر، معادله (۲۶)
e _θ	خطای زاویه مفصل، رادیان، معادله (۶)
e _δ	بردار خطای مودال، رادیان، معادله (۶)
F	ماتریس استهلاک ربات، نیوتن بر متر، معادله (۵)
F(s)	تابع انتقال توسعه یافته، معادله (۱-۲۰)
f	سیگنال کنترلر فعال در مسیر، نیوتن متر، معادله (۱۱)
G _c (s)	کنترلر مربوط به مدل، معادله (۱۹)
G' _c (s)	کنترلر مربوط به سیستم واقعی، معادله (۱۸)
G' _p (s, a)	تابع انتقال خطا، معادله (۱۸)
K	ماتریس سختی ربات، نیوتن - متر، معادله (۵)
M _{ij}	درایه های ماتریسی، برداری و اسکالر ماتریس سختی، معادله (۵)
m	درجه صورت تابع انتقال
n	درجه مخرج تابع انتقال
n _i	نیروهای غیرخطی ربات، نیوتن متر، معادله (۵)
R(s)	تابع انتقال کسری خطی، معادله (۲-۲۰)
S	متغیر میدان فرکانسی
T	زمان طی شدن مسیر مطلوب، ثانیه
u _d	کنترلر معکوس مطلوب، نیوتن متر، معادله (۹)
W	تغییر مکان الاستیکی ربات، متر، معادله (۱)
ω	فرکانس، رادیان بر ثانیه
x(t)	ورودی سیستم، معادله (۲۲)
y(t)	خروجی سیستم
θ	زاویه مفصل، رادیان، معادله (۵)
θ _d	مسیر مطلوب، رادیان
δ	بردار مودال، رادیان، معادله (۲)
δ _d	بردار مودال مطلوب، رادیان
Φ	بردار دامنه ارتعاشی، متر بر رادیان، معادله (۳)



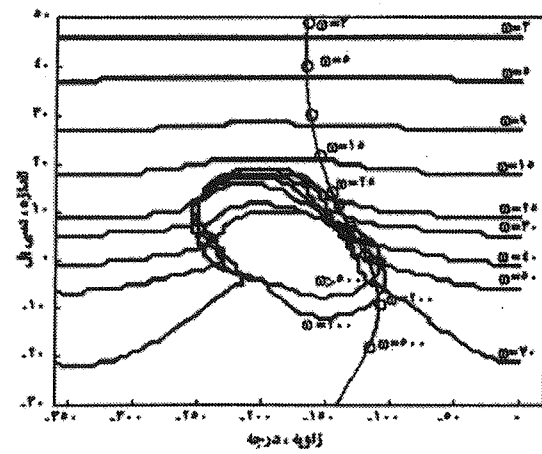
شکل (۹) خطای زاویه مفصل ربات در سه نوع حالت بار گذاری.



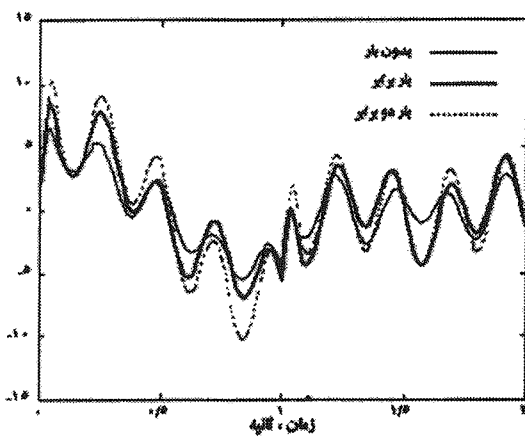
شکل (۶) باندهای فرکانسی تابع انتقال حلقه باز سیستم.



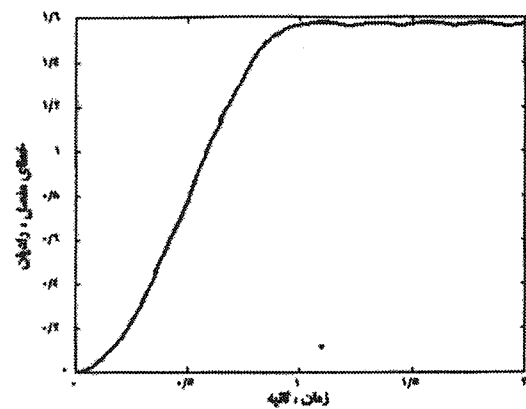
شکل (۱۰) مقدار گشتاور خطا در سه نوع حالت بار گذاری.



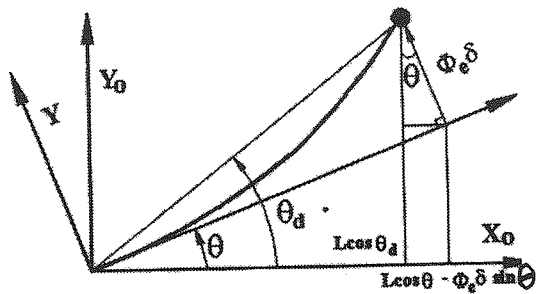
شکل (۷) شکل دهی تابع انتقال حلقه باز نامی.



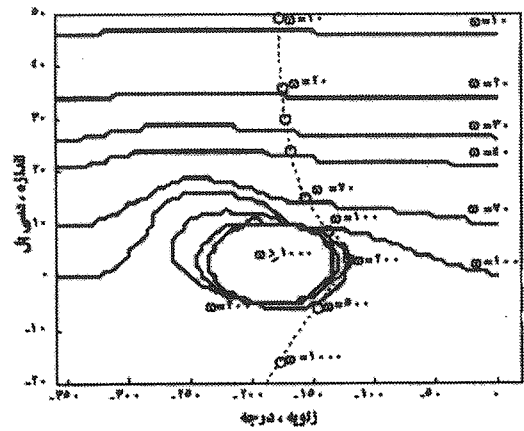
شکل (۱۱) مقدار گشتاور لازم ربات جهت تعقیب مسیر مطلوب.



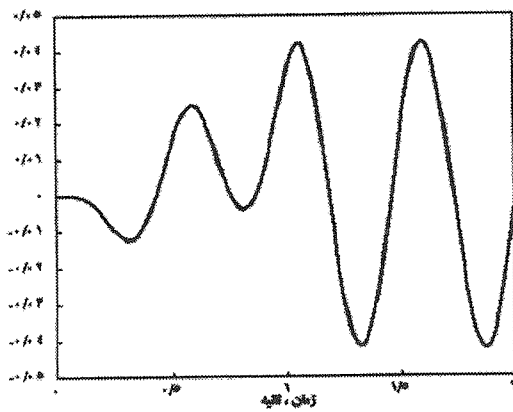
شکل (۸) تغییرات زاویه مفصل به ازای کنترلر طراحی شده سیستم.



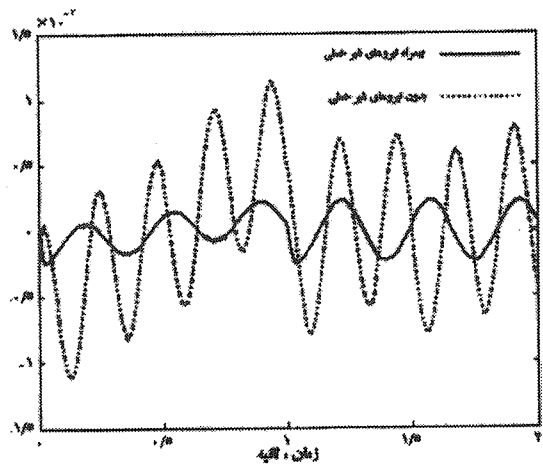
شکل (۱۵) نمایی از تصویر خطا بر روی محور افقی.



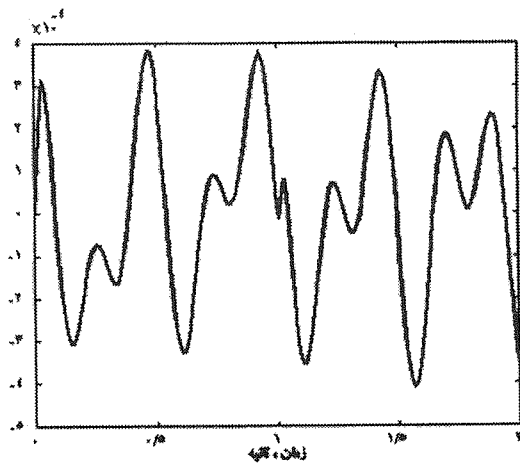
شکل (۱۲) باندهای فرکانسی به همراه شکل دهی حلقه.



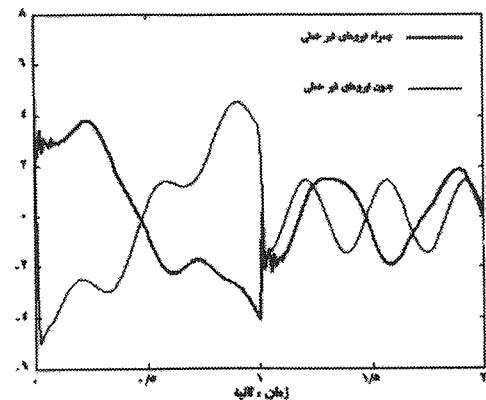
شکل (۱۶) مقدار e_x با داشتن عملکرد دقت بالای سیستم.



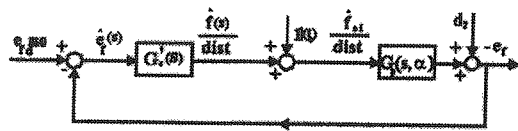
شکل (۱۳) خطای زاویه مفصل در دو حالت وجود و عدم وجود نیروهای غیر خطی.



شکل (۱۷) شبیه سازی خطای انتهای ربات با استفاده از فیدبک خطای زاویه مفصل و بردار خطای مودال بازای بار واقعی.



شکل (۱۴) مقدار گشتاور لازم جهت کنترل ربات در دو حالت وجود و عدم وجود نیروهای غیر خطی.



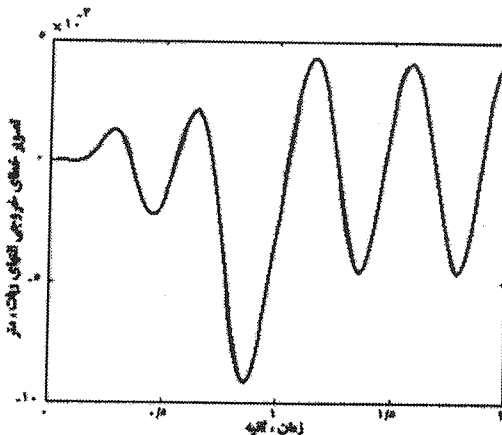
شکل (۲۱) شبیه سازی سیستم ربات به همراه کنترلر
انتقالات وارد بر آن.

جدول (۱) پارامترهای فیزیکی مربوط به مثال.

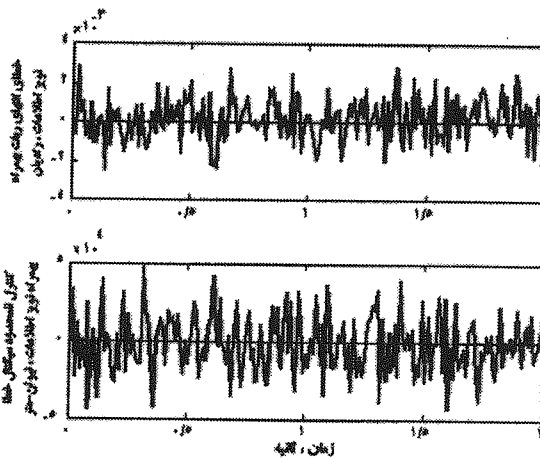
$L = 1.2 \text{ m}$	طول بازو
$m_b = 0.336 \text{ kg}$	جرم بازو
$M_L = 0.1 \text{ kg}$	جرم بار
$J_L = 5 \times 10^{-4} \text{ kg.m}^2$	اینرسی جرمی بار
$J_0 = 0.1613 \text{ kg.m}^2$	اینرسی جرمی نسبی
$\rho = 2800 \text{ kg.m}^3$	جرم حجمی
$E = 7 \times 10^9 \text{ N.m}^2$	مدول الاستیسیته
$I = 0.83 \times 10^{-9} \text{ m}^4$	مان اینرسی سطح مقطع
$I = 0.5 \text{ kg.m}^2$	اینرسی جرمی محرک
$A = 10^{-4} \text{ m}^2$	سطح مقطع

جدول (۲) تغییر پارامترهای تابع انتقال مدل شده بر اساس
مقدار بار و نوع خروجی

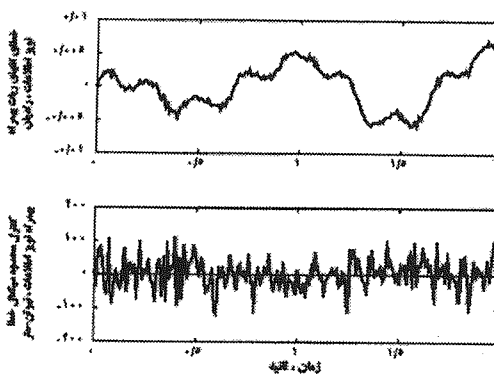
شکل خروجی	میزان بار	صفر	یک برابر	دو برابر
$1 - \cos(\pi t)$	a	۳/۴۸۰	۳/۲	۲/۹۵
	b	۰/۵۶	۰/۸۱	۱/۰۵
t^5	a	۳/۹۴	۳/۸	۳/۷
	b	۰/۱۳	۰/۲۲	۰/۱۳



شکل (۱۸) تصویر افقی خطای انتهای ربات با استفاده از فیدبک خطای
زاویه مفصل و بردار خطای مودال بازای بار واقعی.



شکل (۱۹) شبیه سازی سیستم ربات آغشته به نویز.



شکل (۲۰) دیاگرام جعبه ای سیستم شبیه سازی
شده به همراه ورودی نویز.

- [1] Angeles, J. and Dancose, S., "Modeling and Simulation of Flexible Beams Using Cubic Splines and Zero-Order Holds," Proceedings of the Int. Symposium MTNS-89, Vol. 2, pp. 553-564, 1990.
- [2] Deluca, A and Siciliano, B., "Trajectory Control of a Non-Linear One - Link Flexible Arm," Int. Jour. Control, Vol. 50, No. 5, pp. 1699-1715, 1989.
- [3] Horowitz, I. and Shaked, U., "Superiority of Transfer Function Over State-Variable Method in Linear Time-Invariant Feedback System Design," I.E.E.E Trans. on Automatic control, Vol. AC-20 No. 1, pp. 742-760, Feb. 1975.
- [4] Bayo, E. "A finite-Element Approach to Control the End-Point Motion of a Single-Link Flexible Robot," Jour. of Robotic Sys., Vol. 4, No. 10, pp. 1444-1450, 1987.
- [5] Meirovitch, L., Elements of Vibration Analysis, McGraw-Hill, 1990.
- [6] Skaar, S.B. and Tucker, D., "End-Point Control of a One-Link Flexible Manipulator," ASME Jour. of Applied Mechanics, Vol. 53, pp. 23-27, 1986.
- [7] Meghdari, A. and Ghassempouri, M., "Dynamics of Flexible Manipulators," Int. Conf. on Eng. Applications of Mechanics, IRAN, Tehran, pp. 282-297, June 1992.
- [8] Yuan, K. and Hu, CM., "Nonlinear Modeling and Partial Linearizing Control of a Slewing Timoshenko-Beam," ASME Jour. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 118, pp. 75-83, March. 1996.
- [9] Usoro, P. B., and Nadira, R., "A Finite Element/ Lagrange Approach to Modeling Light Weight Flexible Manipulators," Transaction of the ASME Jour. of Dynamic Systems, Measurement and Control, pp. 198-205, 1986.
- [10] Craig, J. J., Introduction to Robotics Mechanics and Control, Addison-Wesley, 1989.
- [11] Horowitz, I., "Improvement in Quantitative Non-Linear Feedback Design by Cancellation," Int. J. Control, Vol. 34, No. 3, pp. 547-560, 1981.
- [12] Horowitz, I. and Glubev, B., "Plant Rational Transfer Approximation form Input-Output Data," Int. J. Control, Vol. 36, No.4, pp. 711-723, 1982.
- [13] Horowitz, I., "Survey of Quantitative Feedback Theory," Int. Jour. of Control, Vol. 53, No. 2, pp. 255-291, 1991.
- [14] Horowitz, I. and Sidi, M. "Synthesis of Feedback Systems with Large Plant Ignorance for Prescribed Time-Domain Tolerances," Int. Jour. Control, Vol. 16, pp. 287-309, 1972.
- [15] Jayasuriya, S. and Francheck, M.A. "Controller Design for Performance Guarantees in Uncertain Regulating Systems," Int. Jour. Control, Vol. 61, No. 1, pp. 127-148, 1995.
- [16] Sobhani, M. and J. Jayasuriya, S. "Controller Design for Maximizing the Size of a Step Disturbance in Non-Minimum Phase Uncertain Systems," Int. Jour. Control, Vol. 59, No. 2, pp. 561-581, 1994.
- [17] Jayasuriya, S. "QFT Type Design for Maximizing Tolerable Disturbances in Structured Uncertain Systems," Int. Jour. Control, Vol. 56, No. 1, pp. 67-85, 1992.