

شبیه سازی کامپیوتری جریان خون به عنوان یک سیال غیر نیوتنی در شبکه شریانی الاستیک در حالت دائم

محمد افتخاری یزدی
عضو هیئت علمی
گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی
واحد تهران مرکزی

مهدی معرفت
استادیار
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس

چکیده

مدل کردن شبکه عروقی و اندازه گیری فشار و دبی عروق، در شرایط مختلف سلامتی و بیماری از نظر بالینی اهمیت فراوانی دارد. امکان ایجاد شرایط گوناگون در حیوان آزمایشگاهی به طور کامل امکان پذیر نبوده و در انسان نیز به طور کلی غیرقابل آزمایش می باشد. لذا تهیه مدل های ریاضی به محقق اجازه می دهد تا در شرایط مختلف، آزمایش های عددی خود را روی مدل انجام داده و پاسخ آن را دریافت نماید. در این پژوهش، سیستم شریانی بدن انسان به صورت یک شبکه به هم پیوسته از لوله های الاستیک شبیه سازی شده و خون به عنوان یک سیال نیوتنی و سیال غیر نیوتنی (سیال کیسن) فرض شده است. اطلاعات مربوط به هندسه شبکه عروقی، مدول یانگ، ضریب پواسون و تنش تسلیم از منابع استخراج شده و مورد استفاده قرار گرفته است. مدل ریاضی براساس معادله کانداکتانس رگ الاستیک تهیه شده است. در حل معادلات، دبی نقاط مرزی شبکه و نیز فشار در گره یک که همان فشار متوسط دهانه آنورت می باشد، معین فرض شده اند. جریان خون ثابت فرض شده است و کل دبی شبکه از گره یک که محل قرار گرفتن قلب می باشد وارد شده و از کلیه گره های انتهایی خارج می شود و جهت جریان از مرکز به محیط می باشد. برای حل مدل ریاضی برنامه کامپیوتری برای شبکه ۱۴۸ المانی دستگاه گردش خون (سرخرگ ها) به زبان QBASIC موجود در سیستم عامل MS-DOS 5 تهیه شده است. نحوه عملکرد برنامه به این صورت است که ابتدا دبی تمام المان های شبکه محاسبه شده و سپس با انتخاب نوع سیال (نیوتنی یا کیسن) و نیز نوع رگ ها (صلب یا الاستیک)، مقادیر فشار ابتدایی و انتهایی شبکه تعیین می شود. پس از استخراج نتایج، منحنی های مختلفی در مورد تغییرات فشار گره های مختلف نسبت به فشار گره یک (دهانه آنورت) با توجه به تغییرات پارامترهای جریان آنورت یا پارامترهای مربوط به خون رسم گردیده و در مورد آن بحث شده است. این نتایج در مقایسه با اطلاعات فیزیولوژیک انطباق بسیار خوبی را نشان می دهند.

Computational Simulation of Blood Flow in Arterial System Assumed as Elastic Tubes Network in Steady State with Non Newtonian fluid

M. Maerefat
Assistant Professor
Mech. Engineering Department,
Tarbiat Modarres University Tehran

M. Eftekhari - Yazdi
Lecturer
Mech. Engineering Department,
Islamic Azad University Tehran Branch

Abstract

In the present study the blood circulation has been simulated. Human's body arterial system has been assumed as an arborous network of elastic tubes and the blood as a non-Newtonian fluid. A mathematical model which is based on

the conductance equations of an elastic artery has been proposed. The flow rate at the boundary nodes and pressure at node number one are known values in the solution of the mathematical model. The pressure of node number one is the average pressure of Aortal opening. The blood flow has been assumed to be steady state. The whole flow of the system enters from node number one, which is located at the heart, and exits out from the boundary nodes. For solving the mathematical model a computer program has been written for a network of 128 arteries of the vascular system. Equations which are obtained through this model are solved by finite element method. In the solution, the flow rate at the 128 elements are calculated at first, and then the pressure at the elements are calculated. Specifications of the geometry of the vascular system, Poisson's ratio, and yielding stress have been adopted from literature and used in calculations. The blood may be taken as Newtonian or non-Newtonian (Casson) fluid, and the arteries as elastic as well as solid wall tubes. Several computational experiments are performed. The experiments include changes in specifications of Aorta, arteries and blood. Results showing blood pressure changes at different elements of the network are presented. Discussions of the results have been carried out. The present results are in good agreement with the results reported in literature and the physiological observations.

۱- مقدمه

مدل کردن شبکه عروقی و اندازه‌گیری فشار و دبی عروق، در شرایط مختلف سلامتی و بیماری از نظر بالینی اهمیت فراوانی دارد. امکان ایجاد شرایط گوناگون در حیوان آزمایشگاهی به طور کامل امکان پذیر نبوده و در انسان نیز به طور کلی غیرقابل آزمایش می‌باشد. لذا تهیه مدل‌های ریاضی به محقق اجازه می‌دهد تا در شرایط مختلف، آزمایش‌های عددی خود را روی مدل انجام داده و پاسخ آن را دریافت نماید. به علت اهمیت اندازه‌گیری شکل و میزان جریان خون در بسیاری مسائل کلینیکی و فیزیولوژیکی محققین زیادی در زمینه مکانیک سیالات بیولوژیکی به بررسی این مسئله در نقاط مختلف بدن پرداخته‌اند. روش‌های اندازه‌گیری تجربی محدودیت‌ها، مشکلات و معایبی چون جراحی، نصب و تنظیم دارند. امروزه با توسعه روش‌های عددی اینگونه مسائل اغلب با کامپیوتر شبیه‌سازی می‌شوند. در این روش ابتدا باید مدل ریاضی مسئله را به دست آورده و سپس آن را با روش‌های عددی حل نمود.

از چهار دهه گذشته به این طرف بررسی‌های گوناگونی جهت آنالیز جریان خون در یک قطعه شریان واحد و یا یک درخت شریانی صورت گرفته است. با در نظر گرفتن اینکه سیستم قلبی - عروقی انسان از تعداد زیادی عروق مرتبط با یکدیگر با طول، قطر و ضخامت متفاوت تشکیل شده است، لذا آنالیزهای مربوط به رگ واحد برای مدل کردن تغییرات فشار و جریان خون در

کل شبکه عروقی کافی نمی‌باشد.

آنالیز جریان خون از حدود سال ۱۹۵۰ میلادی به طور جدی مورد تحلیل گروه‌هایی متشکل از دانشجویان و اساتید گروه‌های مهندسی (الکترونیک، مکانیک و مهندسی پزشکی) و گروه‌های پزشکی قرار گرفته است. در این مطالعات اثر پارامترهای مختلفی مانند تغییرات خواص خون (هماتوکریت، ویسکوزیته، ازدیاد و کاهش حجم)، تنگی عروق (Stenosis) و گشادگی عروق (Aneurysm)، قطع عضو، پیش‌بینی جراحی عروق پیش از عمل و سایر شرایط غیرعادی در سیستم گردش خون بررسی شده است. نتایج این مطالعات از نظرفیزیولوژی و پاتوفیزیولوژی کمک شایانی به پزشکان جهت مطالعه بیماری‌های گردش خون خواهد کرد.

Attinger [۱] مدلی برای عروق سیستمیک سگ ارائه داد. Taylor [۲] یک مدل درختی از شریانی برای هندسه شبکه تهیه کرد، ولی تقسیمات شاخه‌های آن به طور تصادفی بود و از نظر نسبت رابطه طول و قطر هیچ شباهتی با درخت شریانی طبیعی نداشت. Noordergraaf [۳] مدل آنالوگ الکتریکی شریانی سیستمیک را درست کرد که در آن از ۱۱۳ المان الکتریکی که حاوی خازن، مقاومت و سلف بود استفاده کرد. Westerhof & Noordergraaf [۴] اصلاحاتی در مدل الکتریکی ۱۱۳ المانی خود بوجود آورده و تعداد المان‌ها را به ۱۲۳ عدد افزایش دادند. Avolio [۵] مدل پیچیده‌تری را طراحی

نمود که ۱۲۸ شاخه داشت. وی با استفاده از آنالوگ الکتریکی آثار انتشار موج در یک جریان نبض دار را بررسی نمود، ولی تداخل امواج رو به جلو و امواج منعکس شده در نظر گرفته نشده بود. Sud & Sekhon [۶] بر پایه اطلاعات مدل Avolio، مدل ریاضی از شبکه شریانی ارائه دادند که در آن از ۱۲۸ قطعه شریانی الاستیک استفاده شده بود. Sud & Sekhon [۷] در تکامل مدل قبلی خود، شبکه وریدی را نیز به مدل اضافه نموده و آن را به صورت یک شبکه بسته در آوردند. همچنین قلب را نیز به صورت ساده‌ای وارد مدل کردند، ولی اطلاعات سیستم وریدی را مشابه شریانی همان فرض نمودند که در واقع بسیار متفاوت هستند. مدلی که در پژوهش حاضر استفاده شده است، براساس مدل اولیه Sud & Sekhon می‌باشد. در حقیقت برنامه کامپیوتری نیز براساس مدل ریاضی برای شبکه ۱۲۸ المانی تهیه شده است.

۲- مدل سازی و انتخاب مدل مناسب ۲-۱- مدل سازی

مدل سازی اعضای بدن را مدل سازی بیومکانیکی می‌نامند. این مدل‌ها ممکن است مدل‌های ریاضی یا مدل‌های فیزیکی باشند. در هر صورت باید مراحل انجام پذیرد تا این عمل میسر شود. اولین مرحله شناخت عضو مورد نظر است. یعنی باید تمام قسمت‌های این عضو شناخته شده و در مورد شکل، اندازه، نحوه کار و جایگاه آن در بدن اطلاعاتی به دست آورد که این اطلاعات از طریق تشریح پزشکی و آناتومی استخراج می‌گردد. مرحله دوم تعیین یا انتخاب معادله اساس برای عضو مربوطه و خواص متعلق به آن می‌باشد. مرحله سوم در مدل سازی بیومکانیکی پیدا کردن معادلات حاکم بر پدیده غیر از معادله اساس می‌باشد. این معادلات از اصول بنیادی فیزیک مانند قانون بقا جرم و انرژی، قانون بقا ممنتوم، قوانین نیوتن در حرکت و غیره به دست می‌آیند. مرحله چهارم تعیین شرایط مرزی واقعی در معادلات به دست آمده با توجه به محیط بیولوژیکی و رفتار فیزیولوژیکی عضو می‌باشد. مرحله پنجم حل معادلات به وسیله روش‌های تحلیلی یا عددی می‌باشد. مرحله آخر مقایسه نتایج به دست آمده از آنالیز ریاضی و نتایج تجربی می‌باشد. مسلم است که هرچه جواب‌ها به یکدیگر نزدیکتر باشند، آنالیز دقیق‌تر بوده و معادله

اساس انتخاب شده به رفتار واقعی و طبیعی عضو مورد نظر نزدیک‌تر است. گاهی اوقات مقایسه بین نتایج تحلیلی و تجربی برای به دست آوردن ضرایب نامعلوم در معادلات اساس می‌باشد.

۲-۲- معادلات اساس و کاربرد آنها

برای مشخص کردن خواص مکانیکی اجسام و مواد مختلف باید رابطه بین تنش و کرنش مشخص شود، این رابطه به نام معادله اساس شناخته می‌شود.

مواد بسیار زیادی در طبیعت وجود دارند، بنابراین جای تعجب نخواهد بود اگر برای هر یک از این مواد، معادله اساس وجود داشته باشد. اما با کمی تقریب می‌توان بیشتر مواد موجود در طبیعت را با سه رابطه نسبتاً ساده بین تنش و کرنش یا همان معادلات اساس توصیف کرد. این سه رابطه یا مدل عبارتند از: سیال نیوتنی، سیال غیرنیوتنی و جامد کاملاً الاستیک (البته مواد ویسکوالاستیک و پلیمرها نیز اضافه می‌شوند).

می‌توان فرض کرد که اکثر مواد موجود در طبیعت، با کمی تقریب، رفتاری شبیه یکی از موارد فوق دارند و در محدوده خاصی از تنش و کرنش می‌توان این مدل‌های ریاضی را برای توصیف خواص مکانیکی مواد و یا به عبارت دیگر معادلات اساس مواد، با دقت قابل قبولی به کار برد.

باتوجه به خصوصیات خون می‌توان آن را به عنوان سیال غیرنیوتنی در نظر گرفت. معادلات اساس مختلف برای مدل‌های سیال غیرنیوتنی پیشنهاد شده است مانند: مدل پلاستیک بینگام (Bingham Plastic model) [۸]، سیال پاورلا (Power law) [۸]، سیال الیس (Ellis) [۸]، جریان سیال تحت تنش کوپل [۹]، جریان سیال تحت تنش کوپل درون مجاری تنگ شده خون [۱۰]، مدل دو سیاله برای جریان خون درون رگهایی با قطر کوچک [۱۱]، مدل والبرن و اشنک (Walburn & Schneck) [۸]، سیال کیسن (Casson) [۸]. برای پژوهش حاضر مدل کیسن مناسب‌ترین مدل می‌باشد، زیرا این مدل به علت وجود تنش تسلیم به رفتار خون بسیار نزدیک می‌باشد. این مدل در مورد بعضی از سوسپانسیون‌ها نیز صدق می‌کند و از دقت خوبی برخوردار است. از مزایای دیگر این مدل سادگی، استفاده بیشتر در پژوهش‌های مختلف و انطباق نتایج حاصله با نتایج تجربی است. در این مدل رابطه تنش τ و کرنش γ به صورت زیر است:

$$\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_y} + \sqrt{\eta\gamma} \quad \tau > \tau_y$$

$$\gamma = 0 \quad \tau < \tau_y$$

که در آن τ_y تنش تسلیم و η ضریب ویسکوزیته سیال کیسن می باشد.

همانطور که مشاهده می شود این مدل بیان می کند که سیال هنگامی جریان می یابد که تنش از تنش تسلیم بیشتر باشد و هنگامی که تنش سیال از تنش تسلیم کمتر است، جریان قطع می شود. مدل بالا بسیار مهم بوده و در قسمت های دیگر مورد استفاده قرار خواهد گرفت، زیرا این معادله باتوجه به قطر رگ های مورد مطالعه رفتار خون را بسیار خوب توجیه می کند.

۳- مروری بر فعالیت دانشمندان و محققین

در این بخش مروری بر فعالیت های محققین و پزشکانی که بر روی دستگاه گردش خون مطالعه کرده اند، خواهد شد. همچنین نتایج کار آنها مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

Rubinow و Keller [۱۲] در مقاله ای تحت عنوان «جریان سیال لزج از میان یک لوله الاستیک» خون را به عنوان سیالی با ویسکوزیته معین در نظر گرفتند. در این مقاله بررسی های پزشکان و محققین مختلف عنوان شده است. آنها بر این عقیده هستند که رگ های بدن انسان الاستیک می باشند و مقدار دبی هر رگ وابسته به فشار ورودی، فشار خروجی، فشار نهایی، طول رگ، ویسکوزیته خون و خواص الاستیک لوله می باشد. در این مقاله همچنین مطالعات تعدادی از دانشمندان مانند Guyton, Brecher و Banister & Torrance در مورد شبیه سازی رگ توسط لوله های الاستیک و تحقیقات آزمایشگاهی بر روی این لوله های الاستیک آورده شده است و در نهایت نتایج آزمایشگاهی با نتایج تجربی پزشکی مقایسه شده اند. نتایج به دست آمده بسیار به یکدیگر نزدیک بوده و در پایان این مقاله نتیجه گیری شده است که رفتار رگ های بدن انسان شبیه به لوله های الاستیک می باشد که مقدار دبی خون در داخل رگ ها به عوامل ذکر شده در بالا بستگی دارد.

در مقاله «مدل سازی سه بعدی جریان خون»، Peter و Perktold [۱۳] در پیچه های قلب و عضله های قلب را مورد بررسی قرار دادند. آنها معادلات سه بعدی ناویر - استوک را در محدوده فشار حداقل و فشار حداکثر قلب

حل نموده و سپس با استفاده از کامپیوتر، نرم افزاری را تهیه کردند که توانایی شبیه سازی جریان خون را در داخل قلب دارا بود. در این مقاله راه حل تقریبی تحلیلی Womersley نیز بیان شده و مقایسه ای بین این راه حل و راه حل کامپیوتری ارائه شده است و مشخص گردید که این دو راه حل تفاوت هایی با یکدیگر دارند. به طور کلی از این مقاله می توان نتیجه گرفت که مدل کامپیوتری ارائه شده نقطه ضعف های بیشتری نسبت به مدل Womersley دارد، زیرا در مدل کامپیوتری دیواره قلب و عضلات آن صلب در نظر گرفته شده اند که در عمل این گونه نمی باشد.

دو نفر به نام های Ariman و Turk [۱۴] در مقاله ای تحت عنوان «جریان دائمی و ضربانی خون» حرکت خون از داخل لوله های صلب را که در آن خون دارای جریان ضربانی یا جریان دائمی می باشد، مورد بررسی قرار دادند و منحنی های سرعت و سرعت چرخشی گلبول های قرمز را به دست آوردند. مقایسه این منحنی ها با نتایج تجربی، نسبتاً دلگرم کننده بود و محققین دیگر را برای انجام آزمایش های بعدی با فرضیات دقیق تر تشویق نمود.

در مقاله ای دیگر تحت عنوان «کاربرد معادلات اساس برای خون کامل انسان» که تهیه کنندگان آن Rodkiewicz و Kennedy می باشند [۸]، معادلات تنش برشی و سرعت خون از معادلات کلی مکانیک سیالات به دست آمده و سپس برای سیال کیسن، سیال بینگام و سیال نیوتنی این معادلات نتیجه گیری شده اند. حل این معادلات توسط روش های عددی و مقایسه جواب های آنها برای سه حالت فوق در این مقاله انجام گرفته است. نتیجه گیری کلی این مقاله آن است که مدل های جریان ضربانی این سیال ها از مدل های جریان دائمی دقیق تر می باشند.

در مقاله ای دیگر تحت عنوان «مدل جریان دائمی خون» نوشته Popel و Regier [۱۵]، خون به عنوان یک سیال با تنش کوپل مدل شده است. در این مدل چگالی گلبول های قرمز خون، سرعت چرخشی گلبول ها و تغییر شکل آنها مورد بررسی قرار گرفته است. حل دقیق این مدل باتوجه به مفروضات آن که به رفتار واقعی خون بسیار نزدیک است، در نهایت پدیده فارثوس - لیند کوئیست را تأیید می کند.

۴ - مدل ریاضی

۴-۱ - بیان مسئله و مدل ریاضی آن

لامینار و پایدار است و خون غیرقابل تراکم می باشد. برای حل مسئله از مختصات استوانه ای استفاده می شود. جریان از معادله ناویر - استوکس تبعیت می کند. شرط مرزی آن است که خون به دیواره لوله چسبیده است (no slip). از آنجایی که شرط مرزی متقارن محوری است و جریان نیز متقارن محوری است، پس تنها ترم حذف نشدنی سرعت $u(r)$ است. برای المان استوانه ای از سیال به شعاع r و به طول واحد با استفاده از معادله ممنتوم در مختصات استوانه ای می توان نوشت:

$$\tau \cdot 2\pi r = -\pi r^2 \left(\frac{dp}{dz}\right) \quad [p_1 - p_2 = -1 \left(\frac{dp}{dz}\right)] \quad (2)$$

امتداد Z در راستای محور لوله در نظر گرفته شده است.

$$\tau = -\frac{r}{2} \cdot \frac{dp}{dz} \quad (3)$$

$$\tau = -\mu \frac{du}{dr} \quad (4)$$

$$\frac{du}{dr} = \frac{r}{2\mu} \cdot \frac{dp}{dz} \quad (5)$$

$$\tau_y = -\frac{r_c}{2} \cdot \frac{dp}{dz} \quad 0 < r < r_c \quad (6)$$

$$\tau_w = -\frac{a}{2} \cdot \frac{dp}{dz} \quad r = a \quad (7)$$

اگر $\tau < \tau_y$ باشد، خون جریان پیدا خواهد کرد و اگر به تمامی حرکت کند، مجبور خواهد بود که شبیه یک جسم صلب حرکت کند. بنابراین اگر $\tau_y > \tau_w$ باشد، آنگاه جریانی وجود نخواهد داشت.

$$-\frac{dp}{dz} < \frac{2\tau_y}{a} \rightarrow u = 0 \quad (8)$$

در عمل r_c از رابطه τ_y (۶) تعیین خواهد شد و لذا در رگ مورد فوق اتفاق نخواهد افتاد. اگر $\tau_y < \tau_w$ ($r_c < a$) می توان نوشت:

$$-\frac{dp}{dz} > \frac{2\tau_y}{a} \quad (9)$$

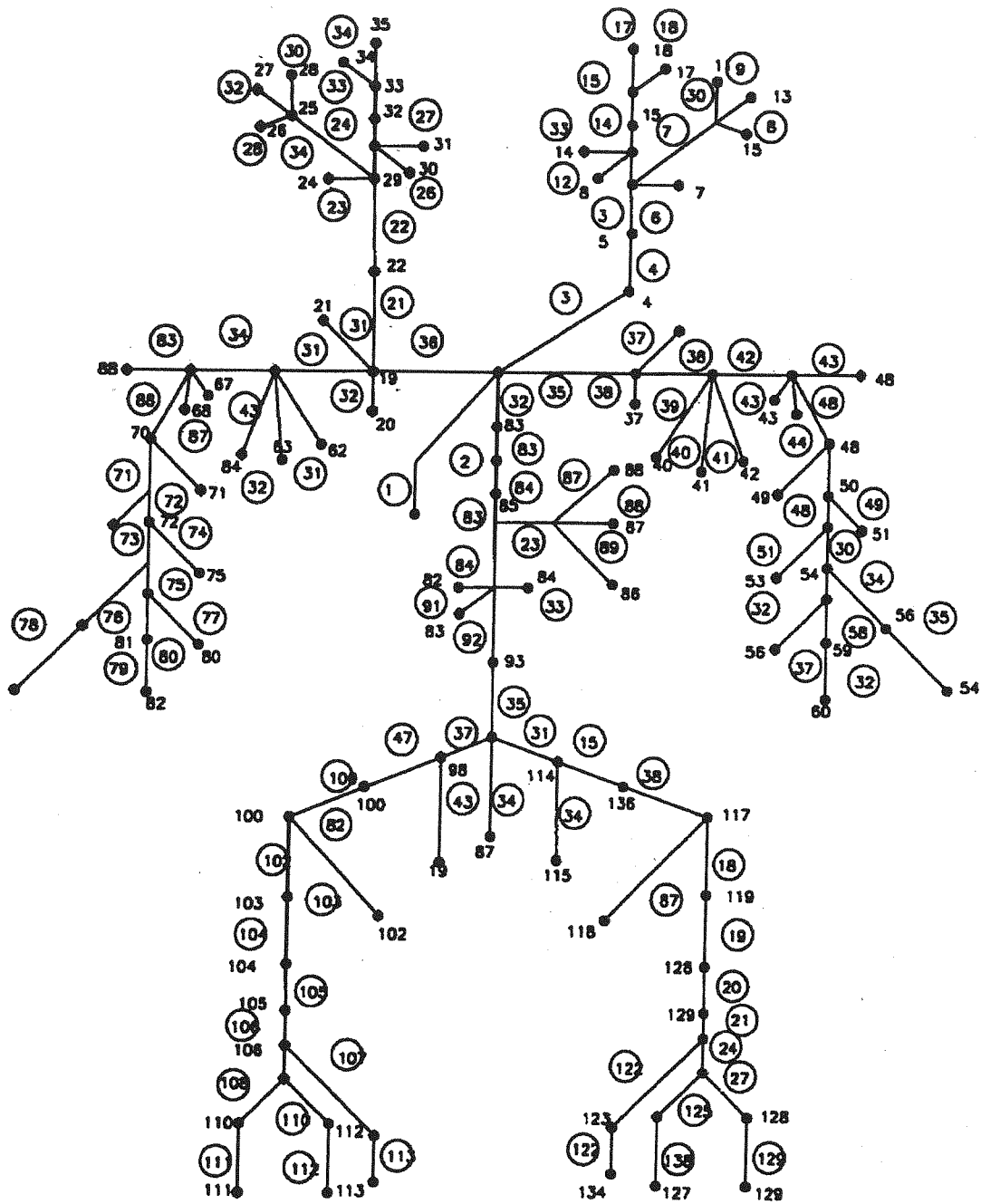
آنگاه پروفیل سرعت جریان شبیه شکل (۲) خواهد بود.

در این پژوهش سیستم شبکه شریانی انسان به صورت مجموعه ای از لوله های الاستیک به هم پیوسته مدل می شود و هر قطعه شریانی (Segment) یک المان از شبکه محسوب خواهد شد که اطلاعات کامل در مورد این شاخه های اصلی در دسترس است. کل شبکه حاوی ۱۲۸ المان می باشد. بنابراین مدل مورد بحث گروه شرايين بزرگ را پوشش می دهد. اطلاعات مربوط به هندسه شبکه عروقی، مدول یانگ و نسبت پواسون از مرجع [۶] استخراج شده و مورد استفاده قرار گرفته است. چگونگی ارتباط المان های مختلف شریانی در شکل (۱) آورده شده است. این شکل با تقریب ترسیم شده است و با آناتومی حقیقی عروقی متفاوت است که به دلیل سهولت در مدل سازی و باتوجه به محدودیت اطلاعات تهیه شده است. فرضیات حاکم بر مدل عبارتند از:

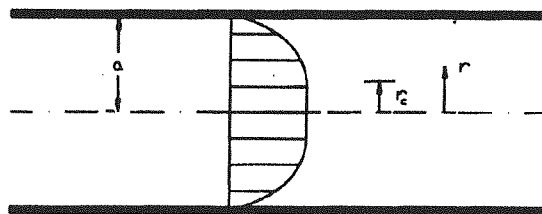
- ۱ - جریان خون به طور دائم (Steady) می باشد. این فرض به جهت سادگی و به عنوان اولین قدم در شبکه شریانی با سیال غیرنیوتنی در نظر گرفته شده است.
- ۲ - دبی و فشار خون در هر شریان به عنوان متغیرهای وابسته طبق رابطه پیشنهادی Sud [۶] به صورت $q_a = c_a (p_i - p_j)$ در نظر گرفته شده اند.
- ۳ - هر یک از قطعه های شریانی انسان به عنوان یک لوله الاستیک و با قطر یکنواخت در نظر گرفته شده است. علت این فرض این است که تغییرات قطر رگ باتوجه به طول آن قابل صرف نظر می باشد.
- ۴ - از آثار ورودی صرف نظر شده است. منظور تغییر موقتی پروفیل جریان در ابتدای انشعابات است. باتوجه به فرض Steady برای جریان خون در نظر گرفتن آثار ورودی لازم نیست.
- ۵ - برای بررسی تنگی عروق، تنگی به عنوان یک انقباض یکنواخت روی تمامی طول رگ در نظر گرفته شده است. این فرض نیز به علت سادگی صورت پذیرفته است.
- ۶ - خون به عنوان سیال نیوتنی در رگ صلب و الاستیک و سیال غیرنیوتنی (سیال کیسن) در رگ الاستیک به طور جداگانه مورد بررسی قرار گرفته است.

۴-۲ - مدل ریاضی برای خون با استفاده از سیال کیسن

جریان خون در داخل لوله استوانه ای با مقطع دایره ای در نظر گرفته می شود. فرض می شود که جریان



شکل (۱) شبکه ارتباطی ۱۲۸ آلمان شریانی [۶]



شکل (۲) پروفیل سرعت جریان خون در داخل رگ

$$q = \frac{\pi a^4}{8\eta} \left[-\frac{\Phi}{dz} - \frac{16}{7} \left(\frac{2\tau_y}{a}\right)^{\frac{1}{2}} \left(-\frac{\Phi}{dz}\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{4}{3} \left(\frac{2\tau_y}{a}\right) - \frac{1}{21} \left(\frac{2\tau_y}{a}\right)^3 - \left(\frac{\Phi}{dz}\right)^3 \right] \quad (18)$$

مقدار τ_y یکی از ورودی های برنامه کامپیوتری است که با توجه به اطلاعات موجود از منابع استخراج شده و در برنامه وارد می شود. مقدار η نیز از مرجع [۱۲] استخراج شده و $\eta = 0.004$ می باشد. نماد ζ به صورت زیر تعریف می شود:

$$\zeta = \left(\frac{2\tau_y}{a}\right) \left(-\frac{\Phi}{dz}\right)^{-1} \quad (19)$$

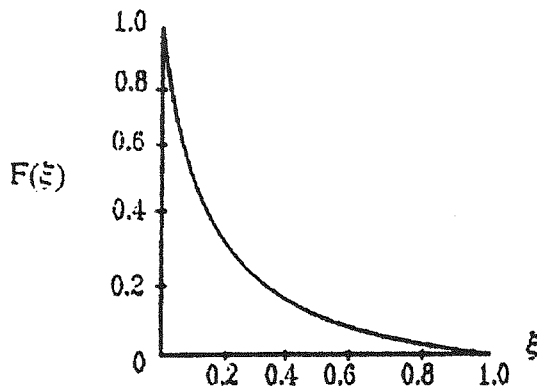
و برای دبی نتیجه می شود:

$$q = -\frac{\pi a^4}{8\eta} \frac{d\Phi}{dz} F(\zeta) \quad (20)$$

در معادله فوق $F(\zeta)$ یک تابع با معادله زیر است:

$$F(\zeta) = 1 - \frac{16}{7} \zeta^{\frac{1}{2}} + \frac{4}{3} \zeta - \frac{1}{21} \zeta^4 \quad (21)$$

معادله فوق به نام تابع "Oka" معروف است. رابطه (۲۰) شبیه رابطه دبی در یک جریان آرام است اما با یک ضریب تصحیح ($F(\zeta)$). منحنی تابع "Oka" در شکل (۲) مشاهده می شود [۱۶].



شکل (۳) منحنی تابع "Oka"

در رگ الاستیک به علت تغییرات فشار درون رگ، شعاع رگ تغییر می کند [۱۲].

$$\Delta R_a = \frac{PR_a^2}{h_a E_a} (1 - \nu_a^2) \quad (22)$$

در حلقه $r < r_c$ پروفیل سرعت تخت است و در $r_c < r < a$ معادله کیسن به کار می رود (رابطه ۱). با استفاده از روابط (۱) و (۲) می توان نوشت:

$$\sqrt{-\frac{r}{2} \frac{dp}{dz}} = \sqrt{\tau_y} + \sqrt{\eta} \sqrt{\gamma} \quad (10)$$

$$\gamma = -\frac{du}{dr} = \frac{1}{\eta} \left(\sqrt{-\frac{r}{2} \frac{dp}{dz}} - \sqrt{\tau_y} \right)^2 \quad (11)$$

از رابطه فوق در فاصله r تا a انتگرال گیری می شود:

$$-\int_r^a \frac{du}{dr} dr = u|_r - u|_a = \frac{1}{\eta} \int_r^a \left(\sqrt{-\frac{r}{2} \frac{dp}{dz}} - \sqrt{\tau_y} \right)^2 dr \quad (12)$$

با استفاده از شرط مرزی $\left. \begin{matrix} r=a \\ u=0 \end{matrix} \right\}$ و خلاصه کردن نتایج می توان نوشت:

$$U = -\frac{1}{4\eta} \frac{d\Phi}{dz} \left[a^2 - r^2 - \frac{8}{3} r_c^{1/2} (a^{3/2} - r^{3/2}) + 2r_c(a-r) \right] \quad r_c \leq r \leq a \quad (13)$$

در $r = r_c$ سرعت u به سرعت حلقه (u_c core velocity) تبدیل خواهد شد و به طور خلاصه نتیجه می شود:

$$U_c = -\frac{1}{4\eta} \frac{d\Phi}{dz} (\sqrt{a} - \sqrt{r_c})^3 \left(\sqrt{a} + \frac{1}{3} \sqrt{r_c} \right) \quad (14)$$

$$0 \leq r \leq r_c \rightarrow U = U_c \quad (15)$$

اکنون برای به دست آوردن نرخ حجمی جریان به صورت زیر عمل می شود:

$$q = 2\pi \int_0^a U r dr \quad (16)$$

طبق رابطه (۸) می توان نوشت:

$$-\frac{d\Phi}{dz} < \frac{2\tau_y}{a} \rightarrow q = 0 \quad (17)$$

و اگر $-\frac{d\Phi}{dz} > \frac{2\tau_y}{a}$ با استفاده از روابط (۱۴) و (۱۶) و حذف مقادیر r_c و U_c ، عبارتی برای q فقط برحسب τ_y تعیین خواهد شد. لذا بازای دامنه های مناسب گرادیان سرعت و شعاع زیر خلاصه می شود:

$$d_2 = \frac{R_a}{h_a E_a} (1 - v_a^2) \quad (31)$$

و در نتیجه روابط (۲۹) و (۱۹) به صورت ذیل تغییر می یابند:

$$q_a = \int_{p_j}^{p_i} \frac{d_1}{l_a} (1 + pd_2)^4 F(\zeta) dp \quad (32)$$

$$\zeta = \frac{2\tau_y}{R_a (1 + pd_2)} \left(-\frac{dp}{dz}\right)^{-1} \quad (33)$$

با استفاده از روابط فوق می توان نوشت:

$$q_a = \int_{z_j}^{z_i} \frac{d_1}{l_a} (1 + pd_2)^4 F\left(\frac{2\tau_y / R_a (1 + pd_2)}{-dp/dz}\right) dp \frac{dz}{dz} \quad (34)$$

برای حل انتگرال فوق متغیرهای جدید u و k به صورت زیر تعریف می شوند:

$$u = 1 + pd_2 \Rightarrow du = d_2 dp, dp = \frac{1}{d_2} du \quad (35)$$

$$k = \frac{2\tau_y}{R_a} \quad (36)$$

$$\zeta = \frac{k}{u} \left(-\frac{dp}{dz}\right)^{-1} \quad (37)$$

با جایگذاری موارد فوق در رابطه (۳۴) نتیجه می شود:

$$q_a = \int_{z_j}^{z_i} \frac{d_1}{l_a} u^4 \left[1 - \frac{16}{7} k^{\frac{1}{2}} u^{\frac{1}{2}} \left(-\frac{dp}{dz}\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{4}{3} k u^{-1} \left(-\frac{dp}{dz}\right)^{-1} - \frac{1}{21} k^4 u^{-4} \left(-\frac{dp}{dz}\right)^{-4} \right] dz \quad (38)$$

$$-\frac{dp}{dz} = -\frac{1}{d_2} \times \frac{du}{dz} \quad (39)$$

$$q_a = \int_{z_j}^{z_i} \frac{d_1}{l_a d_2} \left[u^4 - \frac{16}{7} k^{\frac{1}{2}} u^{\frac{7}{2}} d_2^{\frac{1}{2}} \left(-\frac{du}{dz}\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{4}{3} k u^3 d_2 \left(-\frac{du}{dz}\right)^{-1} - \frac{1}{21} k^4 d_2^4 \left(-\frac{du}{dz}\right)^{-4} \right] \frac{du}{dz} dz \quad (40)$$

بنابراین b_a شعاع متغیر رگ به صورت زیر تعریف می شود:

$$b_a = R_a + \Delta R_a \quad (22)$$

که در آن R_a شعاع رگ در حالت عادی است. رابطه (۲۰) برای رگ الاستیک به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$q_a = -\frac{\pi b_a^4}{8\eta} \frac{dp}{dz} F(\zeta) \quad (24)$$

از طرف دیگر، رابطه زیر نیز برای دبی تعریف می شود: [۶]

$$q_a = -\sigma \frac{dp}{dz} \quad (25)$$

در روابط فوق σ ، ضریب هدایت هیدرولیکی "Conductivity" می باشد و تابع فشار داخل مجراست. $\sigma = \sigma \left(\frac{dp}{dz}\right)$ از مقایسه روابط (۲۴) و (۲۵) بازنویسی شده می توان نوشت:

$$\sigma \left(\frac{dp}{dz}\right) = \frac{\pi b_a^4}{8\eta} F(\zeta) \quad (26)$$

از طرفین رابطه (۲۵) بین دو انتهای رگ انتگرال گرفته می شود:

$$q_a \int_{z_i}^{z_j} dz = \int_{p_i}^{p_j} -\sigma dp \Rightarrow q_a l_a = \int_{p_j}^{p_i} \frac{\pi b_a^4}{8\eta} F(\zeta) dp \quad (27)$$

که در آن l_a طول رگ می باشد. با استفاده از جاگذاری رابطه (۲۲) و (۲۳) در رابطه فوق نتیجه می شود:

$$q_a l_a = \int_{p_j}^{p_i} \frac{\pi}{8\eta} \left[R_a + \frac{PR_a^2}{h_a E_a} (1 - v_a^2) \right]^4 F(\zeta) dp \quad (28)$$

$$q_a = \int_{p_j}^{p_i} \frac{\pi R_a^4}{8\eta l_a} \left[1 + \frac{PR_a}{h_a E_a} (1 - v_a^2) \right]^4 F(\zeta) dp \quad (29)$$

دو مقدار ثابت به صورت زیر تعریف می شوند:

$$d_1 = \frac{\pi R_a^4}{8\eta} \quad (30)$$

$$[1 + (\frac{p_j - p_i}{l} z + p_i) d_2]^{\frac{7}{2}} (-d_2 \frac{p_j - p_i}{l})^{\frac{1}{2}} - \frac{4}{3} k d_2$$

$$\left[1 + (\frac{p_j - p_i}{l} z + p_i) d_2 \right]^3 - \frac{1}{21} k^4 d_2^4 (d_2 \frac{p_j - p_i}{l})^{-3} \Bigg] dz$$

(۴۶)

برای ادامه کار از تغییر متغیر زیر استفاده می شود:

$$v = 1 + (\frac{p_j - p_i}{l} z + p_i) d_2 \quad (۴۷)$$

$$\frac{dv}{dz} = \frac{p_j - p_i}{l} d_2 \quad (۴۸)$$

$$q_a = \frac{d_1}{l_a d_2} \int_{z_j}^{z_i} v^4 dv + \frac{16}{7} d_2^{\frac{1}{2}} \frac{d_1}{l_a d_2} (-\frac{p_j - p_i}{l} d_2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\times v^{\frac{7}{2}} dv - \frac{4}{3} k d_2 \frac{d_1}{l_a d_2} \frac{1}{p_j - p_i} \frac{1}{d_2} \int_{z_j}^{z_i} v^3 dv$$

$$- \frac{1}{21} k^4 d_2^4 \frac{d_1}{l_a d_2} (d_2 \frac{p_j - p_i}{l})^{-3} (d_2 \frac{p_j - p_i}{l})^{-1} \int_{z_j}^{z_i} dv$$

(۴۹)

پس از انتگرال گیری و جاگذاری و خلاصه کردن نتایج می توان نوشت:

$$q_a = \frac{d_1}{l d_2} \frac{1}{5} [(1 + p_i d_2)^5 - (1 + p_j d_2)^5] + \frac{32}{63} k^{\frac{1}{2}} \frac{d_1}{l^{\frac{1}{2}} d_2} (p_i - p_j)^{\frac{1}{2}}$$

$$\left[(1 + p_i d_2)^{\frac{9}{2}} - (1 + p_j d_2)^{\frac{9}{2}} \right] + \frac{1}{3} \frac{k d_1}{d_2} \frac{1}{p_i - p_j} [(1 + p_i d_2)^4 - (1 + p_j d_2)^4]$$

$$- \frac{1}{21} k^4 \frac{l^3 d_1}{d_2} \frac{1}{(p_i - p_j)^4} \times [(1 + p_i d_2) - (1 + p_j d_2)]$$

(۵۰)

با استفاده از تغییر متغیر $\begin{cases} x = 1 + p_i d_2 \\ y = 1 + p_j d_2 \end{cases}$ در رابطه فوق نتیجه می شود:

$$q_a = \frac{d_1}{5 l d_2} (x^5 - y^5) + \frac{32 k^{\frac{1}{2}} d_1}{63 l^{\frac{1}{2}} d_2} (x^{4.5} - y^{4.5}) (p_i - p_j)^{\frac{1}{2}}$$

$$+ \frac{k d_1}{3 d_2} (p_i - p_j)^{-1} (x^4 - y^4) - \frac{k^4 l^3 d_1}{21 d_2} (x - y) (p_i - p_j)^{-4}$$

(۵۱)

$$q_a = \frac{d_1}{l_a d_2} \int_{z_j}^{z_i} \left[u^4 \frac{du}{dz} - \frac{16}{7} k^{\frac{1}{2}} d_2^{\frac{1}{2}} u^{\frac{7}{2}} (-\frac{du}{dz})^{\frac{1}{2}} - \frac{4}{3} k d_2 u^3 \right. \\ \left. - \frac{1}{21} k^4 d_2^4 (\frac{du}{dz})^{-3} \right] dz \quad (۴۱)$$

محاسبه انتگرال اخیر به روش تحلیلی میسر نیست. لازم به تأکید است که رابطه (۴۱) مقدار دبی را به صورت تحلیلی و دقیق تعیین می کند. برای استفاده از این رابطه لازم است رابطه ای بین فشار و طول رگ در نظر گرفته شود که یکی از روابط پیشنهادی براساس مرجع [۱۳] فرض خطی بودن است که در اینجا از آن استفاده شده است. اضافه می شود که روش تحلیلی به این فرض بستگی نداشته و هر رابطه قابل قبول دیگری نیز می تواند جایگزین شود. لذا به جهت ارائه بحث کلی و هموار نمودن راه در استفاده از فرض های دیگر برای فشار، علیرغم اینکه با فرض خطی بودن فشار در طول رگ، دبی از رابطه (۱۸) قابل محاسبه می باشد لیکن فرم کلی تحلیل تا رسیدن به رابطه نهایی (۴۱) ارائه شده است. باتوجه به شرایط فیزیولوژیک از فرض خطی بودن فشار در طول رگ استفاده می شود [۱۳] و عملیات به صورت ذیل ادامه می یابد:

$$p = c_1 z + c_2 \begin{cases} z = 0, p = p_i \rightarrow c_2 = p_i \\ z = l, p = p_j \rightarrow c_1 = \frac{p_j - p_i}{l} \end{cases} \rightarrow p = \frac{p_j - p_i}{l} z + p_i \quad (۴۲)$$

با استفاده از نتیجه فوق رابطه (۳۵) به صورت زیر تبدیل خواهد شد:

$$u = 1 + (\frac{p_j - p_i}{l} z + p_i) d_2 \quad (۴۳)$$

همچنین رابطه (۳۹) را نیز می توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{dp}{dz} = \frac{p_j - p_i}{l} \quad (۴۴)$$

$$\frac{du}{dz} = d_2 \frac{p_j - p_i}{l} \quad (۴۵)$$

با قرار دادن این موارد در رابطه (۴۱) نتیجه می شود:

$$q_a = \frac{d_1}{l_a d_2} \int_{z_j}^{z_i} \left\{ \left[1 + (\frac{p_j - p_i}{l} z + p_i) d_2 \right]^4 d_2 \frac{p_j - p_i}{l} - \frac{16}{7} k^{\frac{1}{2}} d_2^{\frac{1}{2}} \right.$$

رابطه فوق مقدار ضریب انتقال برای رگ صلب را به دست می‌دهد. جریان داخل رگ‌های صلب معروف به جریان پواسوئل (Poiseuille) می‌باشد. مشاهده می‌شود که c_a برای رگ صلب (مجرای صلب) فقط به پارامترهای رگ بستگی داشته و مستقل از فشار سیال داخل مجرا می‌باشد.

خون به عنوان سیال نیوتنی در رگ الاستیک

برای سیال نیوتنی $F(\zeta) = 1$ بوده و رابطه (۲۰) به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$q_a = -\frac{\pi b_a^4}{8\eta} \frac{dp}{dz} \quad (59)$$

با استفاده از رابطه (۲۲) نتیجه می‌شود:

$$q_a = -\frac{\pi}{8\eta} \left[R_a + \frac{PR_a^2}{h_a E_a} (1 - \nu_a^2) \right]^4 \frac{dp}{dz} \quad (60)$$

با بهره‌گیری از روابط (۲۰) و (۳۱) (ثابت‌های d_1 و d_2)، رابطه فوق ساده می‌شود:

$$q_a = -d_1 (1 + pd_2)^4 \frac{dp}{dz} \Rightarrow q_a dz = -d_1 (1 + pd_2)^4 dp \quad (61)$$

با انتگرال‌گیری از طرفین رابطه فوق نتیجه می‌شود:

$$q_a \int_{z_i}^{z_j} dz = -d_1 \int_{p_i}^{p_j} (1 + pd_2)^4 dp \quad (62)$$

$$q_a l_a = -d_1 \frac{(1 + pd_2)^5}{5d_2} \Big|_{p_i}^{p_j} \quad (63)$$

با استفاده از بسط زیر، رابطه (۶۳) ساده می‌شود:

$$(1 + x)^5 = 1 + 5x + 10x^2 + 10x^3 + 5x^4 + x^5 \quad (64)$$

$$q_a = \frac{d_1}{5l_a} [5 + 10d_2(p_i + p_j) + 10d_2^2(p_i^2 + p_i p_j + p_j^2)$$

$$+ 5d_2^3(p_i^2 + p_j^2)(p_i + p_j) + d_2^4(p_i^4 + p_i^3 p_j + p_i^2 p_j^2$$

$$+ p_i p_j^3 + p_j^4)] (p_i - p_j) \quad (65)$$

رابطه (۵۱) محاسبه دبی را برای رگ الاستیک با استفاده از سیال کیسن نشان می‌دهد. در این رابطه دبی برحسب فشار ابتدا و انتهای هر رگ و نیز خصوصیات فیزیکی آن به دست می‌آید. از مزایای این رابطه این است که با منظور نمودن ملاحظات در آن محاسبه دبی در شرایط مختلف مانند سیال نیوتنی در رگ صلب و الاستیک نیز انجام پذیر است. شرح بیشتر در زیر آورده شده است.

رگ صلب

در رگ صلب $\nu_a = 1$ و در نتیجه با استفاده از رابطه (۲۲)، $\Delta R_a = 0$ ، به دست می‌آید:

$$\Delta R_a = 0 \Rightarrow b_a = R_a \quad (52)$$

همچنین برای رگ صلب $F(\zeta) = 1$ بوده و رابطه (۲۰) به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$q_a = -\frac{\pi R_a^4}{8\eta} \frac{dp}{dz} \quad (53)$$

$$q_a dz = -\frac{\pi R_a^4}{8\eta} dp \quad (54)$$

با انتگرال‌گیری از طرفین رابطه فوق بین دو انتهای رگ نتیجه می‌شود:

$$\int_{z_i}^{z_j} q_a dz = -\frac{\pi R_a^4}{8\eta} \int_{p_i}^{p_j} dp \quad (55)$$

$$q_a l_a = -\frac{\pi R_a^4}{8\eta} (p_j - p_i) \Rightarrow q_a = -\frac{\pi R_a^4}{8\eta l} (p_j - p_i) \quad (56)$$

از مقایسه روابط (۵۶) و (۲۵) می‌توان نوشت:

$$\sigma = -\frac{\pi R_a^4}{8\eta l} \quad (57)$$

باتوجه به رابطه $q_a = c_a (p_i - p_j)$ ، مقدار c_a به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$c_a = -\frac{\pi R_a^4}{8\eta l} \quad (58)$$

با استفاده از رابطه $q_a = c_a (p_i - p_j)$ مقدار c_a به صورت زیر محاسبه می شود:

$$c_a = \frac{d_1}{5l} [5 + 10d_2 (p_i + p_j) + 10d_2^2 (p_i^2 + p_i p_j + p_j^2) + 5d_2^3 (p_i^2 + p_j^2) (p_i + p_j) + d_2^4 (p_i^4 + p_i^3 p_j + p_i^2 p_j^2 + p_i p_j^3 + p_j^4)] \quad (66)$$

از ابتدای شریان آئورت وارد شبکه عروقی شده و به سمت نودهای انتهایی رفته و از آنجا خارج شده است که این مطلب مطابق حالت طبیعی بوده و صحت مدل مورد بحث را از نظر نحوه ارتباط المان ها و ورود و خروج دبی نشان می دهد. لازم به ذکر است که نحوه توزیع دبی بر اساس کانداکتانس المان ها (به عنوان رگ سخت) بوده و ارقام واقعی بدن نمی باشند.

۵-۲- آزمایش دوم

در دومین آزمایش اثر تغییرات ویسکوزیته خون بر مدل های مختلف مورد بررسی قرار گرفته که نتایج آن در شکل (۵) ارائه شده است. لازم به ذکر است که در محور عمودی به جای فشار یکی از نودها، از اختلاف فشار آن نود با فشار متوسط آئورت استفاده شده که از این به بعد به آن Δp اطلاق می شود. ملاحظه می شود که با افزایش ویسکوزیته در رگ صلب Δp نیز به صورت خطی افزایش یافته، ولی در رگ الاستیک (سیال نیوتنی یا غیر نیوتنی) این افزایش بسیار ناچیز و تقریباً قابل صرف نظر می باشد. با توجه به نیازهای متابولیکی بافت ها، دبی در عروق ثابت است و نمودار رگ صلب در مقایسه با حالت طبیعی بسیار غیرعادی است، زیرا با افزایش ویسکوزیته برای عبور دبی معین به توان چندین برابر نیاز است در حالی که در مدل های واقعی تر این حساسیت نسبت به تغییرات ویسکوزیته وجود ندارد. از بحث فوق می توان نتیجه گرفت که بیماری هایی که منجر به تصلب شرائین می شوند باعث افزایش کار قلب خواهند شد.

۵-۳- آزمایش سوم

در این آزمایش مدول الاستیسیته شریان آئورت تغییر داده شده و تغییرات Δp برحسب آن به دست آمده است. در حالتی که رگ صلب فرض شود، تغییرات مدول الاستیسیته بی معنی است. نمودارهای (A) و (B) برای رگ الاستیک می باشد و مشخص می شود که تغییرات مدول الاستیسیته بر Δp تأثیر مهمی ندارد و در شرایط دبی ثابت، انعطاف پذیری عروق را نسبت به تغییرات یکی از خصوصیات فیزیکی نشان می دهد که به رفتار فیزیولوژیک بدن بسیار نزدیک می باشد. لازم به تأکید است که در رسم منحنی های فوق با مقیاس کوچکتر و برای رگ الاستیک، افزایش مدول الاستیسیته باعث افزایش جزئی Δp می شود که این موضوع در سخت شدن جدار آئورت پدید می آید. زیرا آئورت نسبت

رابطه فوق مقدار ضریب انتقال را بر حسب پارامترهای رگ و فشارهای ابتدایی و انتهایی برای رگ الاستیک و سیال نیوتنی به دست می دهد.

با قرار دادن $d_2 = 0$ در رابطه فوق مقدار c_a برای رگ صلب تعیین می شود (رابطه (۵۸)).

در برنامه کامپیوتری برای محاسبه دبی و فشار عروق در بخش رگ الاستیک از روش عددی نیوتن-رافسون استفاده می شود.

استفاده از این روش عددی به علت سادگی و عدم نیاز به کنترل شرط همگرایی، ناشی از شرایط ویژه فرض محاسباتی، صورت گرفته است.

۵-۴- بحث و بررسی نتایج

پس از انجام آزمایش های مختلف عددی که با در نظر گرفتن حالات فیزیولوژیک طراحی شده اند و استخراج نتایج، نمودارهای زیر به دست آمده که مورد بحث و بررسی قرار خواهند گرفت.

۵-۱- آزمایش اول

در این آزمایش هیچیک از پارامترها تغییر نیافته و هدف بررسی حالت طبیعی و عادی سیستم و نیز چگونگی توزیع دبی خون در شبکه عروق می باشد. شکل (۴A) دبی تعدادی از شرائین از ابتدای آئورت تا انتهای پای چپ یعنی شریان تییبیال قدامی را نشان می دهد. با توجه به انشعابات فراوانی که در این مسیر وجود دارد، دبی به تدریج کاهش پیدا کرده است. به دلیل اینکه دبی شرائین اختلاف زیادی با یکدیگر دارند، لذا محور قائم با تقسیمات لگاریتمی نشان داده شده تا تفاوت دبی عروق در یک شکل، قابل نمایش باشد. شکل (۴B) چگونگی توزیع دبی کل را در مسیر آئورت - شریان کاروتید چپ نشان می دهد. ملاحظه می شود از ابتدای آئورت تا شریان ماگزیلاری (المان ۱۶) دبی به تدریج کاهش پیدا کرده است. در مجموع چنین نتیجه می شود که کل دبی

به افزایش فشار داخلی، افزایش قطر قابل توجهی نشان نداده و مقاومتش کاهش نمی‌یابد. این پدیده در زمان پیروی انسان بوجود می‌آید و باعث افزایش کار قلب می‌گردد و یکی از عواملی است که باعث افزایش فشار متوسط خون در سنین کهولت می‌باشد.

۵-۴- آزمایش چهارم

این آزمایش مختص حالتی است که رگ‌ها الاستیک و خون سیال کیسن فرض شده است. در این آزمایش تغییرات Δp برحسب تغییرات تنش تسلیم خون رسم شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود با افزایش تنش تسلیم خون، تغییرات Δp بسیار ناچیز است و مشخص می‌شود که اگر خطایی در اندازه‌گیری تنش تسلیم پیش آید، نتایج را به صورت چشمگیر تحت تأثیر قرار نخواهد داد (شکل ۷).

۵-۵- آزمایش پنجم

در این آزمایش اثر تغییرات فشار آئورت بر فشار عروق مختلف بررسی شده است. نتیجه این آزمایش مشخص شدن حساسیت سیستم نسبت به فشار مبدأ است و تغییرات فشار هر رگ نسبت به تغییرات فشار آئورت خطی است. برای دو رگ مختلف (رگ‌های شماره ۱۲۸ و ۲۵) نتایج یکسان می‌باشد که از نظر فیزیولوژیک نیز قابل توجیه است (شکل ۸).

۵-۶- آزمایش ششم

در این آزمایش اثر انسداد جزئی (گرفتگی) در تغییرات فشار مورد بررسی قرار گرفته است. این موضوع برای رگ شماره ۳ (شریان کاروتید مشترک چپ) و رگ شماره ۸۲ (شریان آئورت سینه‌ای) آزمایش شده است. از روی منحنی‌ها مشخص می‌شود که در رگ صلب با افزایش گرفتگی و کاهش قطر شریان، مقدار Δp افزایش می‌یابد که به نوبه خود توان بیشتری را می‌طلبد، در صورتی که در رگ الاستیک (سیال نیوتنی و کیسن) این تغییرات بسیار جزئی است. علت این امر کاهش مقاومت آرتریولها و گشاد شدن آنها به منظور تأمین گردش خون مورد نیاز بافت می‌باشد که مورد اخیر واقعی تر است (شکل ۹).

۶- نتیجه گیری کلی

در پژوهش حاضر مدل ریاضی برای شبکه عروقی

انسان تهیه شده و برای سه نوع رگ صلب، رگ الاستیک و سیال نیوتنی، و رگ الاستیک و سیال غیرنیوتنی آزمایش‌های متعددی صورت گرفته است. نتایج استخراج شده تطابق بسیار خوبی با نتایج فیزیولوژیک داشته و صحت مدل را تأیید می‌کند. به ویژه در بخش سیال نیوتنی، نتایج استنتاج شده با مفاد مقاله Sud [۶] کاملاً یکسان می‌باشد. یکی دیگر از دلایل صحت مدل حاضر این است که در بخش غیرنیوتنی با قراردادن مقدار صفر برای تنش تسلیم خون، نتایج عیناً تبدیل به خروجی سیال نیوتنی خواهند شد.

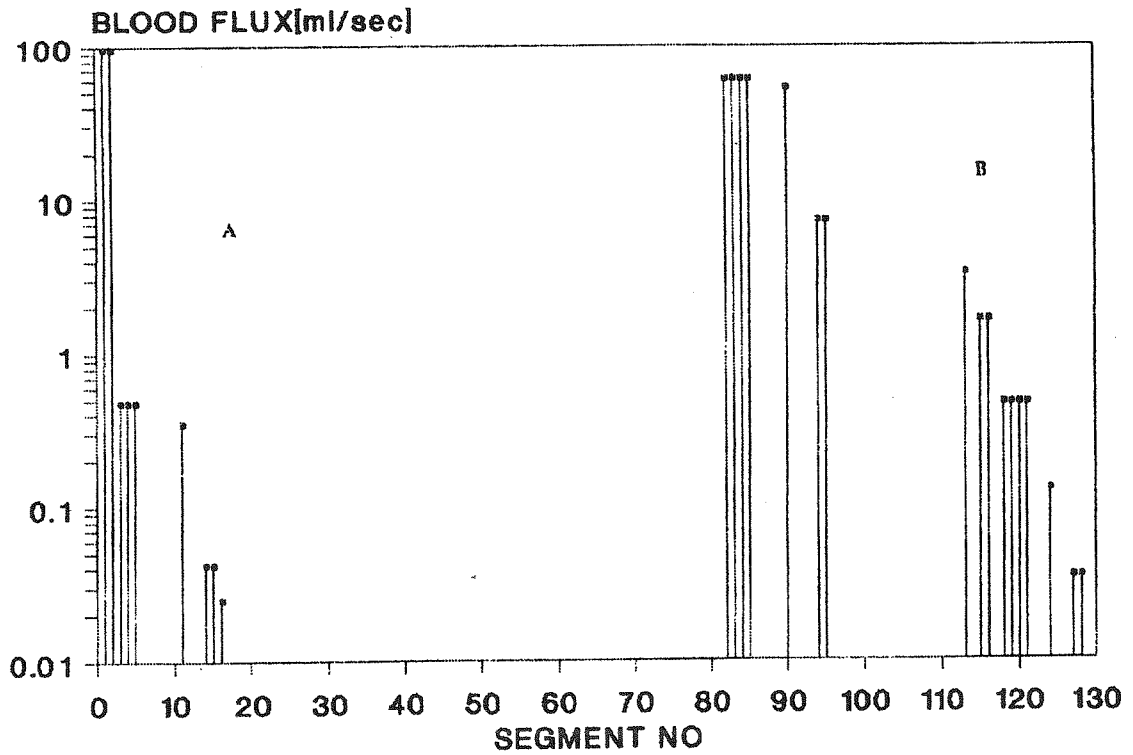
از ویژگی‌های بارز این برنامه این است که چنانچه دبی المان‌های مرزی شبکه مطابق با شرایط بالینی در دسترس قرار گرفته و در فایل ورودی قرار داده شوند، نتایج واقعی بدون کمترین تغییری در اصل برنامه، استخراج خواهند شد.

همچنین از بررسی منحنی‌های مربوط به سیال نیوتنی و غیرنیوتنی در این کار محاسباتی مشخص می‌شود که در شرائین بزرگ (با قطر بزرگتر از ۰/۵ میلیمتر) سیال نیوتنی با دقت قابل قبولی می‌تواند به کار گرفته شود. این پژوهش می‌تواند به عنوان قدم آغازین در بحث مربوط به شریانچه‌ها پذیرفته شود و اگر اطلاعات مربوط به این نوع عروق در اختیار گرفته شود، بدون شک نتایج مربوط به سیال غیرنیوتنی واقعی‌تر بوده و تفاوت‌های آن نسبت سیال نیوتنی بارز خواهد گردید.

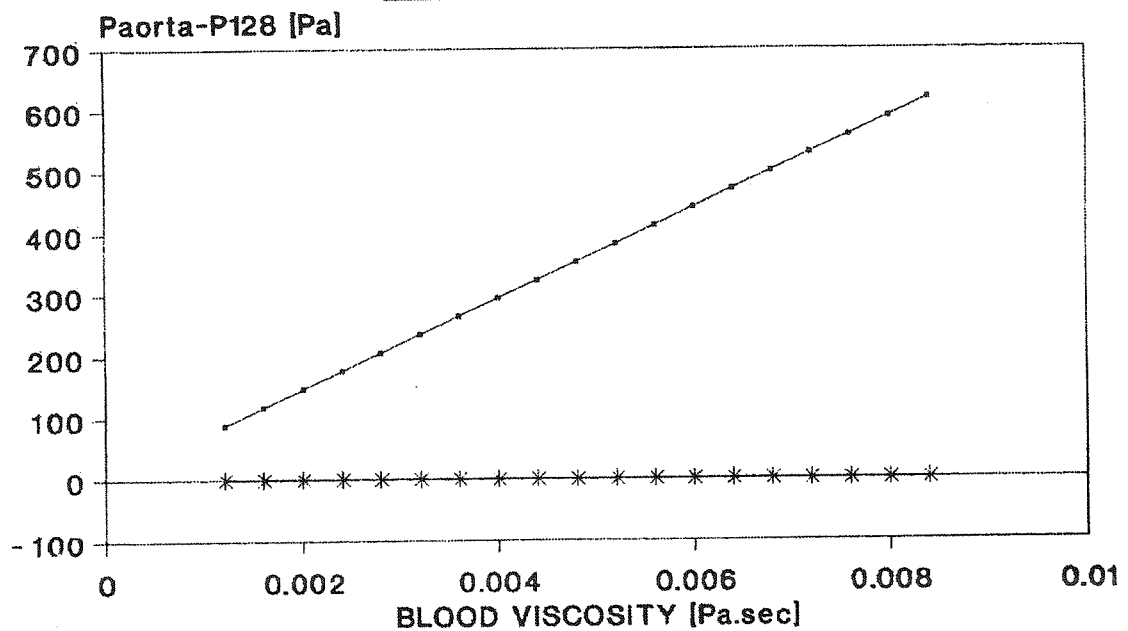
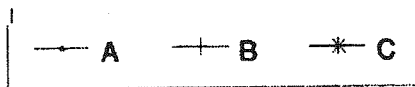
۷- پیشنهادات

مسلماً مدل حاضر اختلافاتی با واقعیت داشته و ضروری است به تدریج سایر پارامترها وارد مدل شود. زیرا در بدن سیستم‌های کنترل پیچیده‌ای در برابر تغییرات فشار خون، دبی کل، ویسکوزیته خون، و تنگی عروق وارد عمل می‌شوند تا گردش خون بافتی را در حد نیازهای متابولیکی تأمین نمایند. موارد زیر برای بهبود و تکامل مدل پیشنهاد می‌گردند:

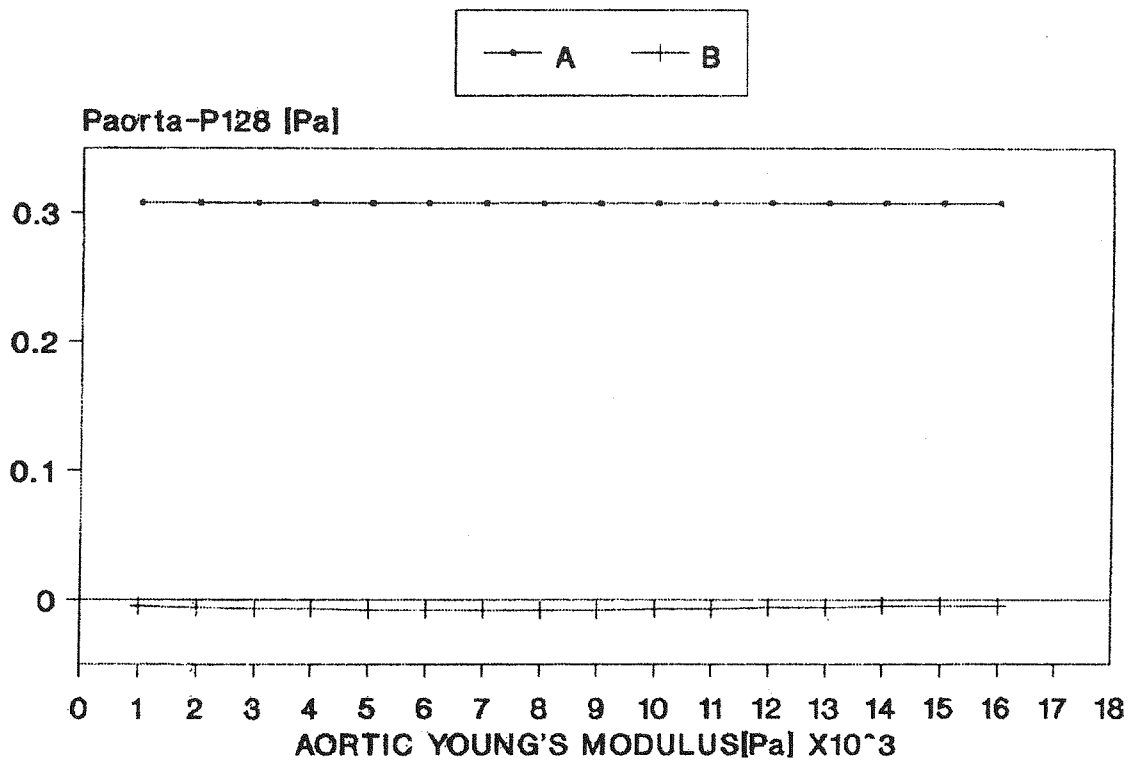
- ۱- بکارگیری جریان و فشار متناوب در دهانه آئورت
- ۲- اضافه نمودن شبکه وریدی و سایر بخش‌های گردش سیستمیک به منظور بستن شبکه.
- ۳- اضافه نمودن گردش خون ریوی.
- ۴- اضافه نمودن سیستم فیدبکی کنترل فشار خون.
- ۵- اضافه نمودن کلیه‌ها و سیستم کنترل حجم خون.
- ۶- فرض ویسکوالاستیک بودن عروق.
- ۷- استفاده از مقادیر فیزیولوژیک دبی شرائین در مدل.



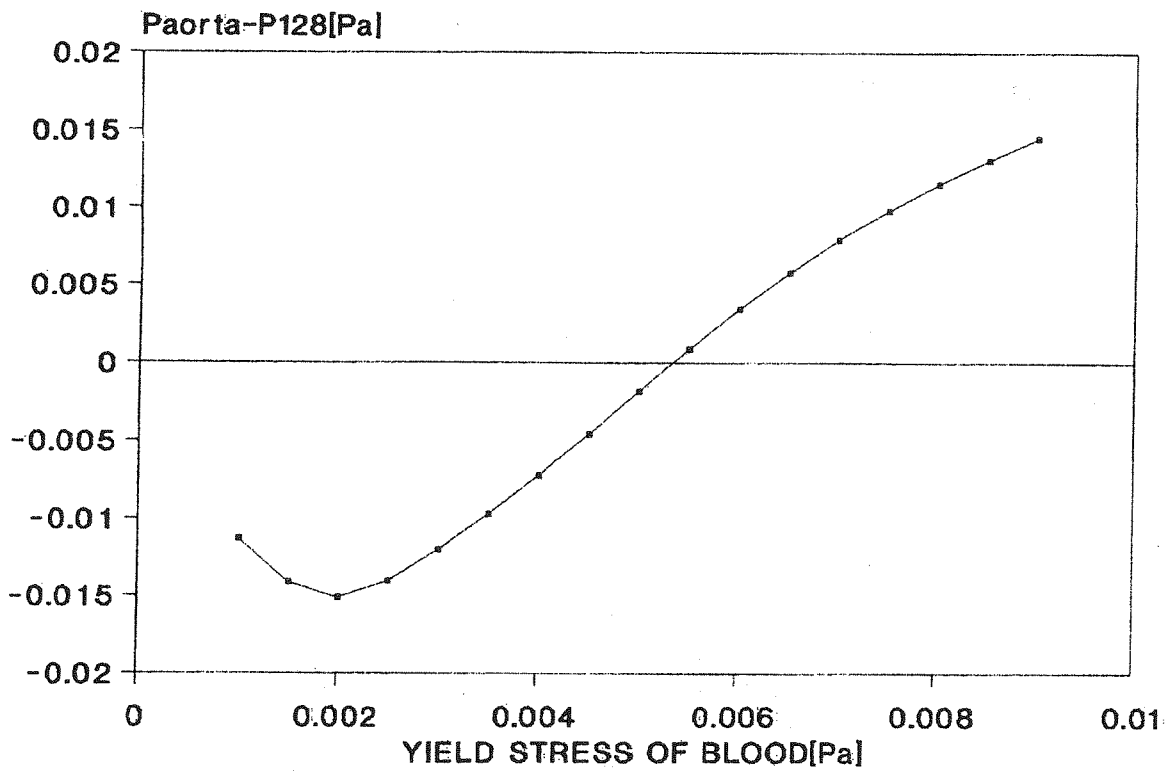
شکل (۴) دیاگرام میله‌ای توزیع دبی خون در شبکه عروق (A) آنورت تا انتهای پای چپ و (B) آنورت تا کاروتید چپ



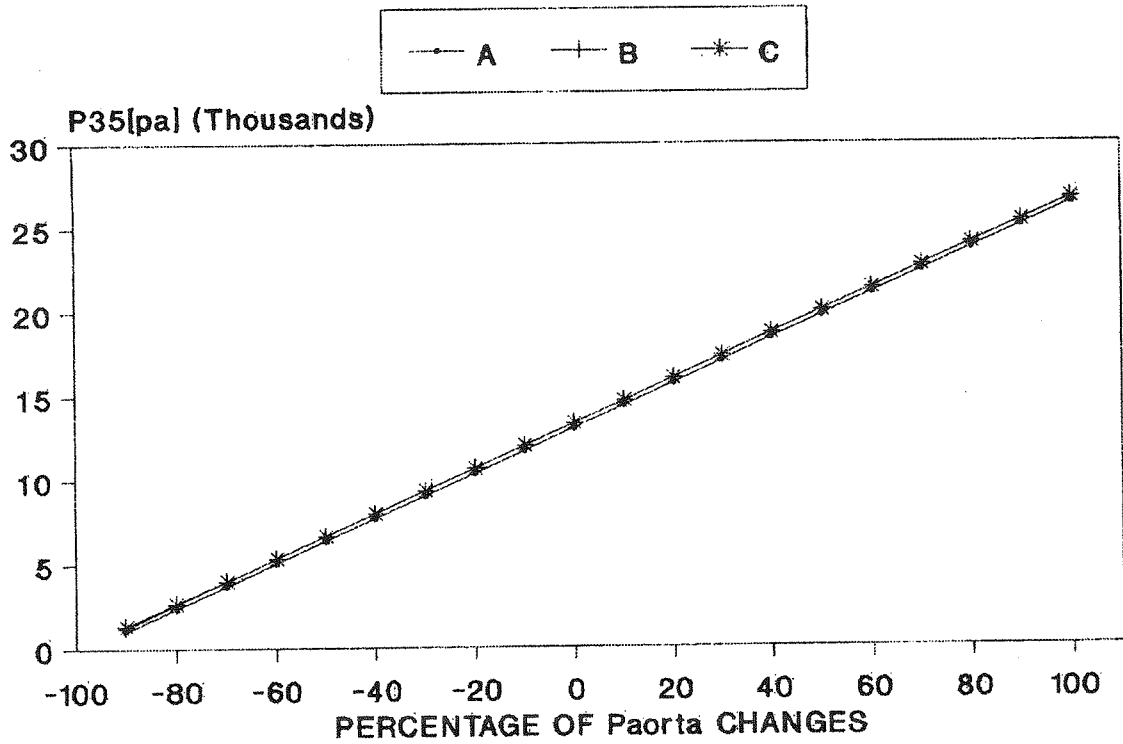
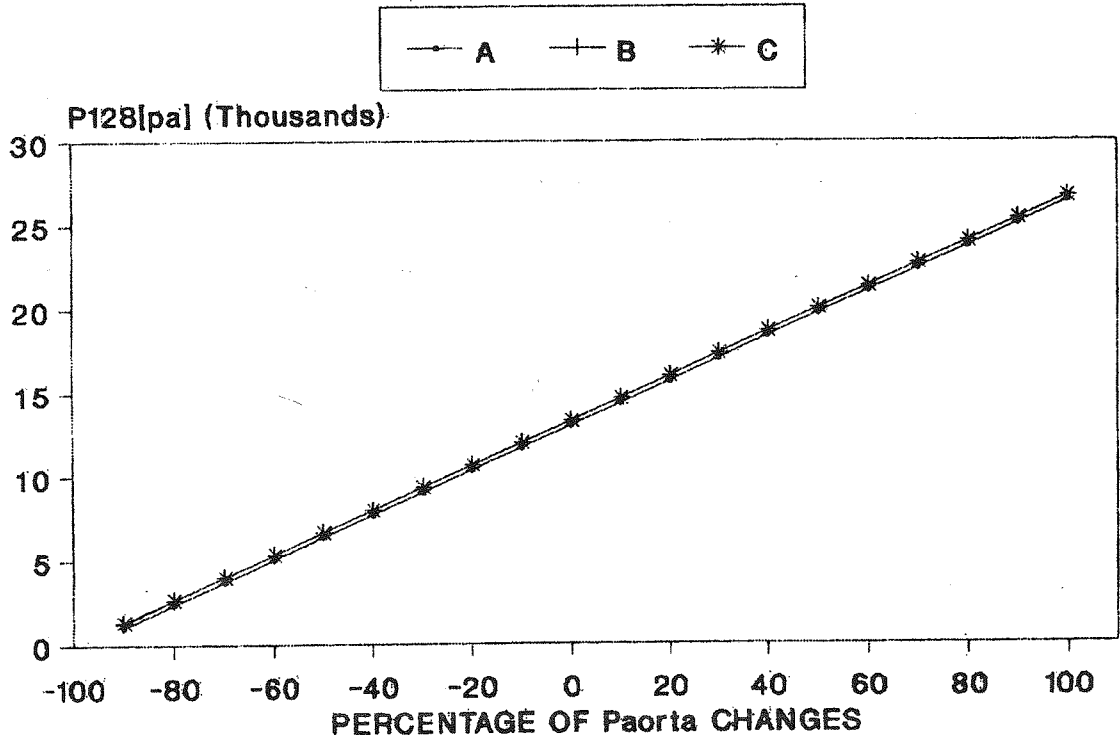
شکل (۵) اثر تغییرات ویسکوزیته خون بر اختلاف فشار رگ ۱۲۸ با فشار متوسط آنورت با بکارگیری مدل‌های مختلف (A) رگ صلب (B) رگ الاستیک و سیال نیوتنی (C) رگ الاستیک و سیال غیر نیوتنی (کیسن)



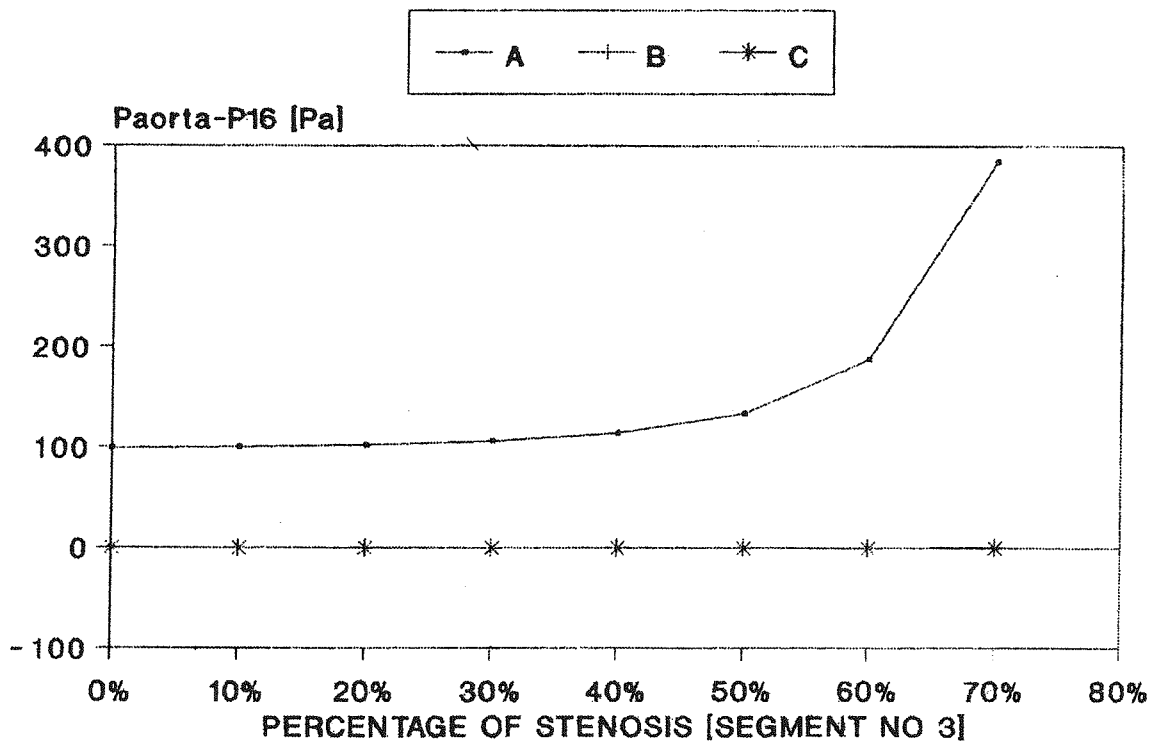
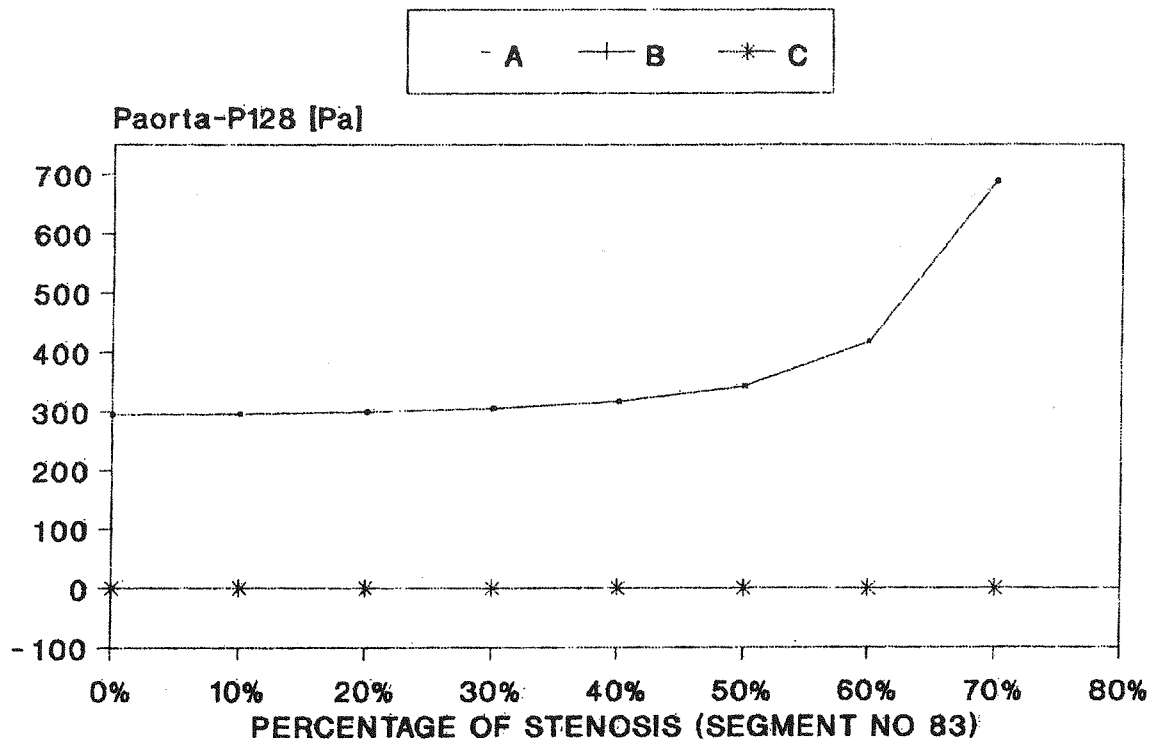
شکل (۶) اثر تغییرات الاستیسیته شریان آئورت بر اختلاف فشار رگ ۱۲۸ با فشار متوسط آئورت با بکارگیری مدل های مختلف (A) رگ الاستیک و سیال نیوتنی (B) رگ الاستیک و سیال غیر نیوتنی (کیسن)



شکل (۷) اثر تغییرات تنش برشی تسلیم خون بر اختلاف فشار رگ ۱۲۸ با فشار متوسط آئورت در مدل کیسن



شکل (۸) اثر تغییرات فشار متوسط آنورت بر فشار رگ های ۱۲۸ و ۳۵ با بکارگیری مدل های مختلف (A) رگ صلب (B) رگ الاستیک و سیال نیوتنی (C) رگ الاستیک و سیال غیر نیوتنی (کیسن)



شکل (۹) اثر تغییرات تنگی

(منحنی بالا) شریان آنورت توراسیک بر اختلاف فشار رگ ۱۲۸ با فشار متوسط آنورت

(منحنی پایین) شریان کاروتید مشترک چپ بر اختلاف فشار رگ ۱۶ با فشار متوسط آنورت با بکارگیری مدل های مختلف

(A) رگ صلب (B) رگ الاستیک و سیال نیوتنی (C) رگ الاستیک و سیال غیر نیوتنی (کپسن)

فهرست علائم

| | | | |
|-------------------|-------|----------------------|-------|
| سرعت core | U_c | شعاع ثابت رگ | a |
| پارامتر تعریف شده | u | شعاع متغیر رگ | b_a |
| پارامتر تعریف شده | v | ضریب هدایت هیدرولیکی | c_a |
| پارامتر تعریف شده | X | ضریب ثابت | C_1 |
| پارامتر تعریف شده | Y | ضریب ثابت | C_2 |
| طول ورودی رگ | Z_i | پارامتر تعریف شده | d_1 |
| طول خروجی رگ | Z_j | پارامتر تعریف شده | d_2 |

فهرست علائم یونانی

| | | | |
|----------------------|--------------|------------------------|-------|
| نرخ کرنش | γ | مدول الاستیسیته رگ | E_a |
| تغییرات شعاع رگ | ΔR_a | ضخامت دیواره رگ | h_a |
| پارامتر تعریف شده | ζ | پارامتر تعریف شده | K |
| ویسکوزیته سیال کیسن | η | طول رگ | l_a |
| ویسکوزیته سیال | μ | فشار نسبی داخل رگ | P |
| ضریب پواسون رگ | ν_a | فشار ورودی رگ | P_i |
| ضریب هدایت هیدرولیکی | σ | فشار خروجی رگ | P_j |
| تنش برشی | τ | نرخ حجمی جریان داخل رگ | q_a |
| تنش برشی روی دیواره | τ_w | شعاع رگ | R_a |
| تنش برشی تسلیم | τ_y | شعاع از محور تقارن | r |
| | | شعاع core | r_c |
| | | سرعت سیال | U |

مراجع

- [1] Attinger, E. Q. & Anne, A., "Model of the Peripheral Vascular Segment". Proc. 18 th Annu. Conf. Eng. Med. Biol. Philadelphia. (1965).
- [2] Taylor, M. G. Biophys. j. Vol: 6 PP. 697 - 716, (1966).
- [3] Noordergraaf, A. "Physical Basis of Ballistocardiography" Ph.D. Thesis, University of Utrecht, (1956).
- [4] Westerhof, N. & Noordergraaf, A. "Wave Travel and Input Impedance for Viscous Type of Network". Proc. Annu. Conf. Energy. Med. Biol. San Francisco. (1966).
- [5] Avolio, A. P. Med. Biol. Engineering Comput. Vol: 18, PP. 709-718, (1980).
- [6] Sud. V. K. & Sekhon, G. S. "Steady Flow of a Viscous Fluid Through a Network of Tubes With Applications To the Human Arterial System", J. Biomechanics. Vol: 23. No. 6. PP. 513-527, (1990).
- [7] Sud. V. K. & Sekhon. G. S. Phys. Med. Biol. Vol: 35. PP. 947-959, (1990).
- [8] Rodkiewics, C.M. & Kennedy, J.S. "On the Application Of a Constitutive Equation For Whole Human Blood" Transactions Of the ASME, Vol. 112. No. 8. PP 198-206, (1990).
- [9] Stokes, Vijay Kumar, "Couple Stresses in Fluids", Physics of fluids, Vol. 9. No. 9, pp 1709-1716 (1966).
- [10] Srivastava, L. M., "Flow Of couple Stress Fluid Through Stenotic Blood Vessels", J. Biomechanics Vol. 18. no. 7. PP 479 -485. (1985).
- [11] Chaturani, P & Upadhyya, V.S. "A Two - Fluid Model For Blood Flow Through Small Diameter Tubes" Biorheology Vol. 16, No. 4. PP. 109-118, (1979).
- [12] Rubinow, S. I. & Keller, J. B. "Flow of a Viscous Fluid Through an Elastic Tube With Ap-

- plication for Blood Flow" J. Theor. Biol. Vol. 35, No. 11. PP 299-313, (1972).
- [13] Perktold, K. & Peter, R. O. "Pulsatile Non - Newtonian Blood Flow in Three Dimensional Carotid Bifurcation Models", J. Biomed. Eng. Vol. 13, No. 5. (1991).
- [14] Ariman, T. & Turk, M.A. "On Steady and Pulsatile Flow Of Blood", J. of Applied Mechanics, Vol. 1. No. 1. PP. 1-7, (1974).
- [15] Popel, A. S. & Regirer, S.A., "A Continuum Model of Blood Flow", Biorheology. Vol. 11, No. 7. PP. 427 - 437, (1974).
- [16] Fung, Y.C. "Biomechanics", Springer - Verlag, New York. (1981).