

روش حداقل مربعات بازگشتی برای تخمین پارامترهای غیرخطی در سیستم‌های خطی سازی شده متغیر با زمان در فضای حالت

سید کمال الدین نیکروش
استاد

حامد شکوری گنجوی
دانشجوی دکتری

دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

چکیده

شناسایی سیستم‌ها در فضای حالت از مزایای ویژه‌ای برخوردار است. روش‌های مربوط به آن برای تحقق‌های خاص کاملاً شناخته شده و دارای کاربرد هستند. آنگاه که مدل حالت سیستم در چارچوب پارامترهای فیزیکی مدنظر باشد، اهمیت شناسایی در فضای حالت بیشتر جلوه می‌کند. در این مقاله تخمین پارامترهای حقیقی سیستم‌های خطی شده که نسبت به پارامترها غیرخطی و به علاوه متغیر با زمان اند، در حضور اغتشاش‌های فرآیند و اندازه‌گیری مطرح می‌گردد. تخمین حالت و پارامترها به طور موازی و براساس روند گرادیان در حل حداقل مربعات و به صورت همزمان^۱ و با به کارگیری صافی کالمن^۲ انجام می‌پذیرد. تخمین با موفقیت برای چند سیستم نمونه فرضی و واقعی (سیستم قدرت) اعمال شده است. روش جستجوی مستقیمی نیز جهت انتخاب مناسب نقطه شروع پیشنهاد شده است که در صورت نیاز پیش از شروع روند قابل استفاده است.

Recursive Least Squares Method for State Space Parameter Estimation of Linearized Time Varying Physical Systems

H. Shakouri G.
Ph. D. Student

S. K. Y. Nikravesh
Professor

Dept. of E. E., Amirkabir Univ. of Tech.

Abstract

While identification methods for parameter estimation of particular state space realizations are well known, the problem is still of more interest and more importance when the state space model is constructed in terms of its physical parameters.

This paper concentrates on parameter estimation of a nonlinear and/or time varying physical system, when it is linearized in a certain region. The linearized model often remains nonlinear with respect to the physical parameters.

Considering the effects of both process and measurement noises, parameter estimation is carried out successfully in parallel with state estimation by means of the Kalman Filter simultaneously.

The proposed algorithm is illustrated through several sample systems and also is applied appropriately to a power plant.

Finally a fast direct search algorithm is suggested that can be utilized in order to find a suitable starting guess to avoid instability problem.

شناسایی سیستم، تخمین پارامتر در فضای حالت، صافی کالمن، سیستم‌های غیرخطی و متغیر با زمان، حداقل مربعات بازگشتی، معادل سازی سیستم‌های قدرت.

مقدمه

از زمان رواج نمایش سیستم‌ها در فضای حالت قریب به چهار دهه می‌گذرد و در تمام این مدت روز به روز کارایی آن بیش از پیش جلوه نموده و کاربرد دامنه‌داری را از خود نشان داده است. در بسیاری از سیستم‌ها، به خصوص مدل‌های خطی حاصل از خطی سازی سیستم‌های غیرخطی، تخمین پارامتر در فضای حالت می‌تواند مورد توجه باشد. به طور کلی این امکان که بتوان پارامترهای حقیقی سیستم را به دست آورد قابل توجه است. این موضوع مهم می‌تواند در شناخت دقیق تر و تحلیل واقعیت سیستم کاملاً حائز اهمیت باشد. اغلب در بحث‌های شناسایی سیستم‌های خطی، تخمین پارامتر به عنوان به دست آوردن تابع تبدیل و در مدل‌های ورودی - خروجی مطرح است. حتی آنجا که شناسایی در فضای حالت مورد علاقه است، تحقق‌های خاصی مانند مدل کانونی^۱ به کار می‌روند که در آنها عناصر ماتریس‌های نمایش سیستم تناظر یک به یک با پارامترهای تابع تبدیل دارند. آنچه در اینجا مطرح است شناسایی پارامترهای مدل فیزیکی (GPS)^۲ در فضای حالت است.

طراحی شناسایی / رؤیت کننده^۳ پایدار برای سیستم‌های غیرخطی تلاشهایی را طی چند دهه اخیر به خود اختصاص داده است [1,2]. به دست آوردن چنین مطلوبی برای شکل کلی سیستم‌های غیرخطی امری بس دشوار و یا غیر ممکن می‌نماید [3]. متداول ترین روش‌ها در تخمین حالت سیستم‌های غیرخطی روش توسعه یافته صافی کالمن (EKF)^۴ است. کثرت محاسبات و امکان زیاد و اگرایی از مسائل این روش است [4]. کارهای موفق در طراحی شناسایی / رؤیت کننده، از روش‌های مختلف اما برای سیستم‌های غیرخطی معینی با شرایط خاص ارائه شده‌اند [1, 2, 5, 6]. در برخی، از وجود اغتشاش صرف نظر شده و برخی از این مطالعات در محدوده اعمال روش‌های تخمین به صورت غیر همزمان^۵ انجام گرفته‌اند و برخی نیز از الگوریتمی خاص برای مسئله خود برخوردار بوده‌اند. در اینجا نیز مدل‌های خطی

شده از سیستم‌های غیرخطی که نسبت به پارامترها هنوز غیرخطی و احياناً متغیر با زمان می‌باشند، مورد توجه می‌باشند. عدم کارایی روش‌های شناسایی به صورت همزمان و به ویژه در حضور اغتشاش به دلیل زمان بری انجام محاسبات، می‌توانسته از دلایل عدم توجه کافی به این روش‌ها باشد. اما افزایش سرعت ماشین‌های حسابگر از یک سو و عدم نیاز به سرعت محاسبات در برخی سیستم‌ها (مانند سیستم‌های اقتصادی و اجتماعی) از سوی دیگر، می‌توانند انگیزه‌هایی برای توسعه این دیدگاه باشند.

پس از اشاره اولیه در [7, 8]، اکنون علاوه بر طرح یک دیدگاه کلی به مسأله مزبور، در اینجا تلفیق صافی کالمن با مسأله تخمین پارامتر توانسته است وجود هر دو نوع اغتشاشات فرآیند و اندازه‌گیری^۶ را جابجوا باشد. فرض کنید سیستم غیرخطی (۱) در نقطه کار خود خطی سازی شده و معادلات حالت (۲) را که نسبت به پارامترهای θ غیرخطی است، به دست دهد.

$$\dot{\underline{x}}_1 = \underline{f}(\underline{x}_1, \underline{u}_1, \theta, t) + \underline{w}_1 \quad (1)$$

$$\underline{y}_1 = \underline{h}(\underline{x}_1, \underline{u}_1, \theta, t) + \underline{v}_1$$

$$\dot{\underline{x}} = A(\theta, t) \underline{x} + B(\theta, t) \underline{u} + \underline{w} \quad (2)$$

$$\underline{y} = C(\theta, t) \underline{x} + D(\theta, t) \underline{u} + \underline{v}$$

فرض بر آن است که شکل تابعیت سیستم از بردار پارامترها در مدل خطی سازی شده موجود است.

در این مقاله با تعریف یک تابع هزینه و کمینه سازی آن، هدف آن است که بتوان براساس اندازه‌گیری‌های ورودی و خروجی، $\{\underline{y}(t), \underline{u}(t)\}$ بردار پارامترها، θ ، را به طور همزمان تخمین زد. توجه شود که در حالت کلی تغییر با زمان در ماتریس‌های سیستم می‌تواند به طور صریح یا در ضمن هر یک از عناصر بردار پارامترها ظهور نماید.

۲- قانون تطبیقی تخمین پارامتر سیستم‌های پیوسته در فضای حالت

در این بخش ابتدا مسأله برای حالت کلی سیستم‌های پیوسته بدون اغتشاش طرح و سپس قانون تطبیق مربوط به آن به دست می‌آید. این روش برای یک سیستم نمونه

$$\theta_{t+\Delta t} = \theta_t - P_1 \xi_t \quad (7)$$

در اینجا P_1 یک ماتریس ثابت و معمولاً قطری و ξ_t بردار گرادیان تابع هدف نسبت به پارامترها است. طی عملیات روشنی می توان معادل پیوسته رابطه (7) را با تعریف یک ماتریس P مناسب به عنوان قانون تطبیقی پیوسته پارامترها به صورت زیر درآورد:

$$\dot{\theta}(t) = -P \xi(t) \quad (8)$$

بردار گرادیان چنین محاسبه می شود:

$$\begin{aligned} \xi(t) &= [\nabla J_{\theta}(t)] \\ &= -Z(\theta, t) \xi(\theta, t) \end{aligned} \quad (9)$$

که در آن

$$Z(\theta, t) = \frac{\partial \hat{y}}{\partial \theta} = C(\theta, t) W(\theta, t) + X(\theta, t) \frac{\partial C}{\partial \theta} + U(t) \frac{\partial D}{\partial \theta}$$

$$W(\theta, t) = \frac{\partial \hat{x}}{\partial \theta}$$

در روابط فوق ماتریس های X و U بردارهای $\xi(\theta, t)$ و $\hat{x}(\theta, t)$ توسعه یافته با ابعاد مناسب می باشند [7] و ماتریس W نیز می تواند با مشتق گیری از معادلات دینامیک سیستم نسبت به بردار پارامترها، رابطه (2)، به دست آید:

$$\dot{W}(\theta, t) = A(\theta, t) W(\theta, t) + X(\theta, t) \frac{\partial A}{\partial \theta} + U(t) \frac{\partial B}{\partial \theta} \quad (10)$$

همچنین مشتقات جزئی عناصر ماتریس ها نسبت به عناصر بردار پارامترها می توانند به صورت تحلیلی یا عددی به دست آیند.

در یک اقدام برای بهبود روش، می توان ماتریس ضرایب تصحیح P را با معکوس ماتریس هسین تابع هدف که به صورت زیر تقریب زده می شود، جایگزین نمود. توجه شود که به دلیل تغییر لحظه ای پارامترها که با تغییرات کاملاً شدید در ماتریس هسین همراه است، در

به کار گرفته شده و نتایج آن ملاحظه خواهد شد. برای جلوگیری از اطاله مطالب توسعه روش برای سیستم های گسسته به همراه در نظر گرفتن اغتشاش همزمان ارائه خواهد گردید. البته تطابق موضوع برای دو حالت گسسته و پیوسته به سادگی میسر است.

۱-۲. استخراج قانون تطبیق با فرض عدم وجود اغتشاش

ابتدا و به طور موقت معادلات حالت حاصل از خطی سازی را بدون دخالت اغتشاش در نظر بگیرید.

$$\dot{\hat{x}} = A(\theta, t) \hat{x} + B(\theta, t) \hat{u} \quad (2)$$

$$\hat{y} = C(\theta, t) \hat{x} + D(\theta, t) \hat{u}$$

مدل رویت کننده برای این سیستم از جایگزینی بردارهای حالت و خروجی با تخمین آن ها، \hat{y} ، \hat{x} ، حاصل می شود.

ساده ترین نوع تابع هدف برای تخمین زننده پارامتر می تواند چنین انتخاب گردد:

$$J(\theta, t) = (1/2) \xi'(\theta, t) Q \xi(\theta, t) \quad (3)$$

که در آن ξ خطای خروجی است:

$$\xi(\theta, t) = \hat{y}(t) - \hat{y}(\theta, t) \quad (5)$$

روشن است که با اعمال یک ضریب مناسب تعدیل کننده اندازه برای هر یک از خروجی ها می توان ماتریس وزنه Q را برابر واحد در نظر گرفت. قانون تصحیح گرادیان در حل معادلات غیرخطی به صورت تکراری^۱، رابطه ای کاملاً آشنا است:

$$\theta_{t+1} = \theta_t - P_1 [\nabla J_{\theta}] \quad (6)$$

اگرچه رابطه (6) یک رابطه تکراری برای پاسخ در لحظه t می باشد، اما با فرض ثابت بودن بردار پارامترها یا تغییرات کند آنها، تطبیق مورد قبولی را در تخمین برای لحظات بعدی نیز در اختیار می گذارد. اگر این رابطه برای لحظه t بازنویسی شود، می تواند مبنای قانون تطبیقی برای تخمین پارامترها قرار گیرد:

۲-۲- تخمین پارامتر یک سیستم خطی نمونه
سیستم مقابل را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = A x + \beta u \quad (12)$$

$$y = C x$$

و فرض کنید رابطه دو ضریب $A < 0$ و C بر حسب دو پارامتر مجهول μ^* ، θ^* به صورت روابط زیر بوده و پارامتر β معلوم است.

$$A = \theta^* \cdot \mu^* = -2, \quad C = \theta^* + \mu^* = 1$$

به سادگی و براساس روند فوق و با تشکیل معادلات (۸) تا (۱۰)، می توان تخمین زنده تطبیقی زیر را برای تخمین پارامترها به کار گرفت:

$$\dot{\hat{x}} = (\theta, \mu) \cdot \hat{x} + \beta \cdot u$$

$$\dot{w} = \theta \cdot \mu \cdot w + \mu \cdot \hat{x}$$

$$\dot{v} = \theta \cdot \mu \cdot v + \theta \cdot \hat{x}$$

$$\dot{\theta} = p \cdot ((\theta + \mu) \cdot w + \hat{x}) \cdot e$$

$$\dot{\mu} = q \cdot ((\theta + \mu) \cdot v + \hat{x}) \cdot e$$

$$e = y - (\theta + \mu) \cdot \hat{x}$$

در شکل (۱) روند حصول تخمین ها برای ورودی های مختلف و ضرایب تصحیح q و p مختلف مشاهده می شود.

روش پیشنهادی حاضر، برای این ماتریس دینامیکی در نظر گرفته می شود:

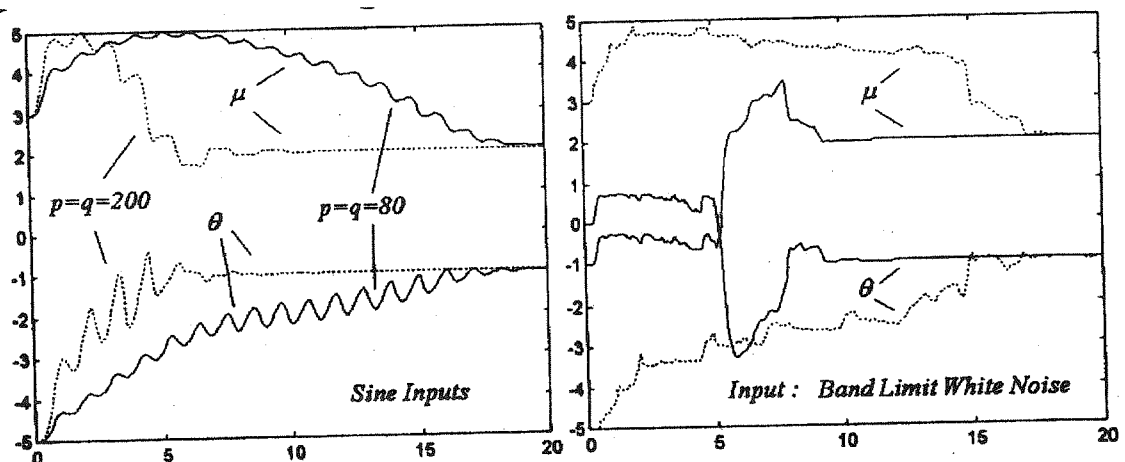
$$P = [V^2 J_0]^{-1} = H^{-1} \quad (11)$$

$$\dot{H} = \Gamma (\delta H + Z Z')$$

در اینجا Γ یک ماتریس ثابت بزرگ و اغلب قطری و δ یک عدد ثابت نزدیک به صفر است که به تعبیری نقش متمم ضریب فراموشی^{۱۱} را دارد. در تقریب اعمال شده برای هسین تابع هزینه، از عبارت شامل مشتق دوم سیگنال خطا نسبت به پارامترها صرف نظر شده است [10]. بدیهی است استفاده از روش تلفیقی نیز که با بکارگیری ماتریس P ثابت برای چند مرحله اول صورت می گیرد، می تواند مؤثر باشد. همچنین یادآوری می شود که برای افزایش سرعت محاسبات، به جای معکوس گیری در هر مرحله زمانی می توان از رابطه زیر برای تطبیق ماتریس P بهره گرفت:

$$\dot{P} = -P \cdot \dot{H} \cdot P \quad (12)$$

انجام این بهبود در روش، برای سیستم هایی با ابعاد بزرگ ضروری به نظر می رسد، چرا که حصول همگرایی بدون آن دچار مشکل شده و وابستگی شدیدی به نقطه شروع خواهد داشت. در سیستم های نمونه ای که در بخش های بعد مورد بررسی قرار می گیرند، به جز در مورد نمونه اول همواره از رابطه (۱۱) به جای یک ماتریس ثابت بهره گرفته شده است.



شکل (۱) الف) ورودی نویز سفید با ضرایب تصحیح $p=q=80$ و حدسهای اولیه متفاوت، ب) ورودی سینوسی با ضرایب تصحیح $p=q=200$ و $p=q=80$

است [10, 11, 12]:

$$\hat{x}_{t+1} = A_t(\theta) \hat{x}_t + B_t(\theta) u_t + K_t(\theta) (\hat{y}_t - y_t) \quad (16)$$

$$\hat{y}_t = C_t(\theta) \hat{x}_t + D_t(\theta) u_t$$

$$K_t(\theta) = [A_t(\theta) P_t(\theta) C_t'(\theta) + S] \cdot [C_t(\theta) P_t(\theta) C_t'(\theta) + R]^{-1}$$

$$L_t(\theta) = [A_t(\theta) P_t(\theta) C_t'(\theta) + A_t(\theta) S$$

$$P_{tt}(\theta) = A_t(\theta) P A_t'(\theta) + Q - L_t(\theta) [C_t(\theta) P_t(\theta) C_t'(\theta) + R]^{-1} L_t'(\theta)$$

از الحاق معادلات فوق به قانون تطبیق که در واقع از گسسته سازی روابط (۹)، (۱۰) و (۱۱) حاصل می شود، تخمین زننده پارامتر کامل می گردد. قانون تطبیق پارامترها برای سیستم گسسته چنین است:

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \alpha_t H_t^{-1} g_t \quad (17)$$

$$g_t = -Z_t e_t$$

$$H_{t+1} = \lambda H_t + Z_t' Z_t$$

$$e_t = y_t - \hat{y}_t$$

که در آن α یک ضریب تصحیح نزدیک به یک و غالباً برابر با آن و $\lambda < 1$ نیز در واقع ضریب فراموشی در محاسبه ماتریس هسین است. توجه شود که با انتخاب H_0 غیر صفر، ماتریس H همواره معکوس پذیر خواهد ماند. در اینجا نیز ماتریس Z مشابه با تعریف آن برای سیستم های پیوسته، به عنوان مشتق خروجی ها نسبت به بردار پارامترها تعریف شده است و چنین محاسبه می شود:

$$Z_t(\theta) = \frac{\partial \hat{y}}{\partial \theta} = C_t(\theta) W_t(\theta) + X_t(\theta) \frac{\partial C}{\partial \theta} + U_t \frac{\partial D}{\partial \theta}$$

$$W_{t+1}(\theta) = A_t(\theta) W_t(\theta) + X_t(\theta) \frac{\partial A}{\partial \theta} + U_t \frac{\partial B}{\partial \theta}$$

به دلیل سادگی و پایین بودن درجه سیستم (۱۳)، قطری و ثابت بودن ماتریس ضرایب تصحیح مشکلی را به وجود نیاورده است. استفاده از هسین نیز بهبود قابل ملاحظه ای را ایجاد نمی نماید. یک نکته قابل توجه آن است که سیستم نسبت به پارامترها متقارن است و لذا دو نقطه بهینه $\mu = 1$ یا $\theta = -2$ ، $\mu = -2$ هر دو قابل قبول هستند و بسته به انتخاب مقادیر اولیه، قانون تطبیق به یکی از این دو نقطه همگرا خواهد شد. البته بدیهی است که مقادیر اولیه باید با احراز شرط پایداری یعنی $\mu < 0$ انتخاب شوند.

۳- تخمین پارامتر سیستم های گسسته شامل اغتشاش در فضای حالت

اصل تفکیک^{۱۱} در طراحی کنترل کننده های بهینه در حل این مسأله بهینه سازی نیز می تواند به کمک گرفته شود. در صورت وجود اغتشاش فرآیند و اندازه گیری صافی کالمن می تواند در تخمین حالت سیستم که در روابط (۹) و (۱۰) قانون تطبیق وارد شده اند، کارایی داشته باشد. در مطالعات انجام شده در مراجع [5, 6] به طور کلی از توجه خاص به اغتشاش های محتمل در فرآیند صرف نظر شده است. این بخش به بررسی روند تخمین پارامتر سیستم های گسسته شامل اغتشاش اختصاص داده شده است.

۳-۱- تخمین زننده حالت سیستم های گسسته خطی سازی شده

برای سیستم گسسته زیر:

$$\hat{x}_{t+1} = A_t(\theta) \hat{x}_t + B_t(\theta) u_t + w_t$$

$$\hat{y}_t = C_t(\theta) \hat{x}_t + D_t(\theta) u_t + v_t \quad (14)$$

که در آن زیرنویس t عضو مجموعه اعداد صحیح است، ماتریس های کوواریانس سیگنال های اغتشاش در دست می باشند:

$$Q = E \{w_t w_t'\}, R = E \{v_t v_t'\}, S = E \{w_t v_t'\} \quad (15)$$

با فرض موجود بودن اندازه گیریهای ورودی - خروجی، تخمین زننده حالت زیر به عنوان یک رویت کننده حالت بهینه برای این سیستم کاملاً شناخته شده

$$C(\theta) = \begin{bmatrix} \theta_2 \theta_3 & -1.2 \\ 2\theta_2 - \theta_1 & 0 \end{bmatrix}, D(\theta) = 0$$

$$W_i(\theta) = \frac{\partial \hat{x}_i}{\partial \theta}$$

در شکل (۲) نتایج تخمین برای ورودی های نویز با پریود دو برابر فاصله نمونه ها و سینوسی متشکل از دو فرکانس مختلف و با دو نقطه شروع متفاوت، آورده شده است. پیدا است که همگرایی برای ورودی نویز سریع تر است.

در سیستم نمونه بعدی علاوه بر افزایش تعداد پارامترها به ۵، عامل تغییر با زمان نیز وارد شده است. ماتریس های سیستم آن به صورت زیر داده شده اند:

$$\theta^* = [-0.25 \quad 0.9 \quad 0.35 \quad -1.2 \quad 0.6]'$$

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & 2 \sin(t_i) / (2 + t_i) + 1 \\ \theta_1 / \theta_3 & \cos(t_i) \theta_2 \theta_4 \end{bmatrix}$$

$$B(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & \theta_3^2 + 0.1 \\ \theta_4 & \theta_5 \end{bmatrix}$$

$$C(\theta) = \begin{bmatrix} \theta_2 \theta_3 & \theta_4 \\ 2\theta_2 - \theta_1 & \exp(-t_i) \end{bmatrix}, D(\theta) = 0$$

متغیر زمان در این ماتریس ها برابر $t_i = 0.05 t$ می باشد که در آن t عدد صحیح است. شکل (۲) نمایشگر حصول تخمین پارامترها با اعمال ورودی سینوسی و با شروع از دو نقطه متمایز است. صحت اطلاعات اولیه در مورد علامت پارامترها در تخمین همگرایی بسیاری از

ماتریس های U و X چنانچه اشاره شد، ماتریس هایی بازسازی شده از \hat{x} و \hat{y} می باشند که با ابعاد مناسب برای ضرب در ماتریس های مجاور خود تعریف شده اند. سایر عبارات نیز مشتقات جزئی عناصر ماتریس های سیستم نسبت به پارامترها هستند.

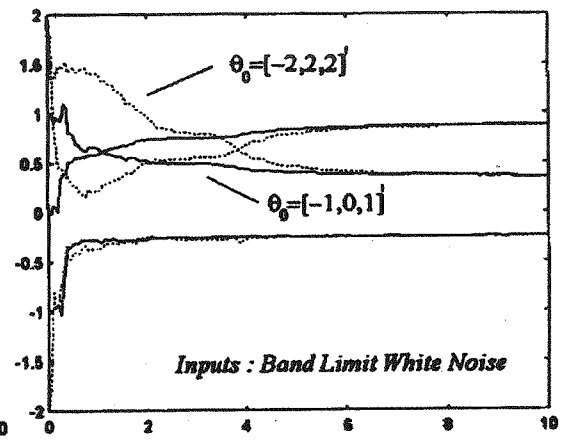
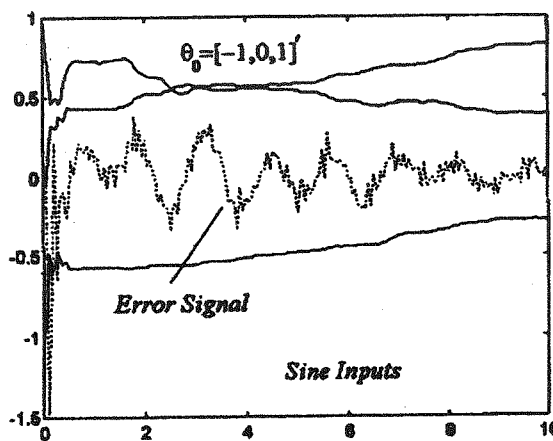
۲-۳- تخمین پارامتر برای سیستم های نمونه در مدل گسسته فضای حالت با حضور اغتشاش

برای تحقیق صحت و ارزیابی کارایی روش فوق، این روش در مورد چند سیستم نمونه پیاده سازی شده است و چه در سیستم های ثابت با زمان و چه متغیر با زمان توانایی قابل قبولی از خود نشان داده است.

سیستم گسسته ای که معادلات آن مشابه با معادلات (۱۲) داده شده اند، با ماتریس های سیستم به شرح زیر با ورودی های مختلف تحریک و با حدس های اولیه متفاوت مورد تخمین پارامتر قرار گرفته است.

$$A(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \theta_1 / \theta_3 & -1.2\theta_2 \end{bmatrix}, \theta^* = [-0.25 \quad 0.9 \quad 0.35]'$$

$$B(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & \theta_3^2 + 0.1 \\ -1.2 & 0.6 \end{bmatrix}$$



شکل (۲) الف) ورودی نویز سفید با حدسهای اولیه متفاوت: خطوط پر: $\theta_0 = [-1, 0, 1]$ با ۱۰٪ خطا در ماتریس های کوواریانس و خطوط خط چین: $\theta_0 = [-2, 2, 2]$ با ۵۰٪ خطا در ماتریس های کوواریانس، ب) ورودی های سینوسی با نقطه اولیه $\theta_0 = [-1, 0, 1]$ و سیگنال خطای تخمین خروجی

$$V_i = \sqrt{V_d^2 + V_q^2} + v_i$$

$$P_e = V_d \cdot I_d + V_q \cdot I_q + v_2$$

در این شبیه سازی عوامل اغتشاش فرآیند و اندازه گیری ابتدا بسیار کوچک فرض شدند. نتایج همگرایی تخمین در شکل (۵) به وضوح مشاهده می شوند. بدیهی است باتوجه به غیرخطی بودن مدل مقادیر انحراف ورودی ها از نقطه کار بایستی در حدی باشند که مدل خطی بتواند پاسخگو باشد.

باید اضافه شود، در صورت وجود یک محدوده از پیش تعیین شده برای برخی پارامترها می توان اشباع کننده ای را برای اعمال این محدوده به فرآیند افزود و این نکته مهمی است. در اینجا مثبت بودن کلیه پارامترها به عنوان دانش اولیه در طول روند تعیین قابل استفاده بوده است. همچنین می توان حد بالایی را نیز بر پارامترها اعمال نمود که طبقاً در افزایش احتمال پایداری این فرآیند مؤثر است.

در نهایت با جایگزینی شین بی نهایت با یک ماشین (عموماً در اندازه های بزرگ) مدل دو ماشین حاصل را شبیه سازی نموده و آنگاه با فرض معلوم بودن مدل ماشین اول به تخمین پارامترهای ماشین دوم پرداخته ایم. این فرآیند در واقع یک روش تخمین در معادل سازی برای شبکه های قدرت است [5, 13]. اغتشاش های فرآیند و اندازه گیری در این حال کاملاً قابل توجه و حتی بزرگتر از اندازه های واقعی، و از میزان ۵٪ تا ۲۵٪ خروجی افزوده شده اند.

چنانچه در شکل (۶) مشاهده می شود، ۴ پارامتر به جای ۶ پارامتر مورد تخمین قرار گرفته اند. پارامتر x_4 از روند تخمین حذف شده است. این، به دلیل حساسیت کم اندازه گیری ها به این پارامتر و با فرض یک نسبت متوسط (بین ۶ تا ۱۰ برابر x'_4) میسر می باشد. غالباً حساسیت نسبت به T'_{d0} نیز چندان کم است که با حتی ۱۰۰٪ خطا نیز همگرایی وجود خواهد داشت، البته نه دقیقاً در نقطه واقعی پارامترها. این نشان دهنده آن است که با ورود این متغیر به فرآیند تخمین ممکن است پاسخ یکتا حاصل نگردد. به دلیل نزدیکی بسیار زیاد روند همگرایی در این حالت به آنچه در شکل مشاهده می شود، از افزودن این حالت به شکل صرف نظر شده است.

روش های تخمین پارامتر اهمیت داشته است [9]. در اینجا توجه شود که با وجود علامت ناصحیح در حدسهای اولیه همگرایی به دست آمده است. کلیت این مسأله کاملاً در گرو ساختار سیستم و محل حضور پارامترها است. مثلاً اگر پارامتری در بیش از یک عنصر ماتریس های سیستم ظاهر شود، می توان به همگرایی تخمین علیرغم علامت ناصحیح در نقطه شروع امیدوار بود. ورودی های سینوسی با دو فرکانس در نظر گرفته شده و همچنین ماتریس کوواریانس در طول فرآیند تخمین یکبار با ۱۰٪ و بار دیگر با ۲۰٪ خطا نسبت به مقادیر واقعی (شبیه سازی شده) وارد محاسبات شده است.

در شکل (۴- الف) تغییرات اندازه مقادیر ویژه ماتریس تحول حالت $A(t_i)$ ، در واقع چگونگی تغییر نوع رفتار سیستم خطی را در طول زمان نشان می دهد. جالب است که سیستم برای مدتی از زمان دارای مقادیر ویژه خارج از دایره واحد می باشد، یعنی به عنوان سیستمی ثابت با زمان یک سیستم ناپایدار است. شکل (۴- ب) نیز خطای خروجی تخمینی را از مقادیر واقعی نمایش می دهد.

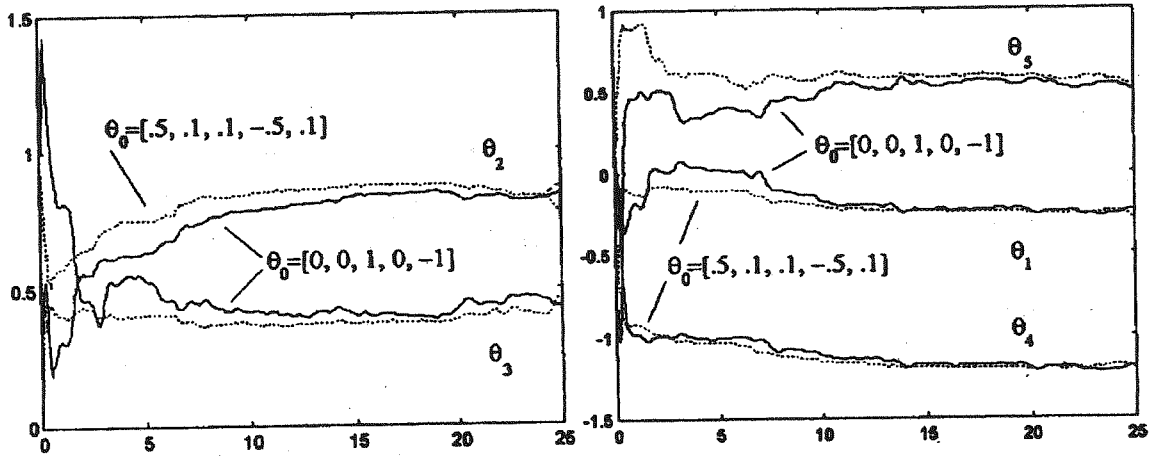
۳-۳- تخمین پارامتر برای سیستم های قدرت

در این بخش مدل دینامیکی غیرخطی ثابت با زمان از سیستم های قدرت موردنظر می باشد. در چند نمونه سیستم های قدرت تک ماشین و دو ماشین مورد شناسایی و تخمین پارامتر واقع شده اند. مدل کاملاً شناخته شده درجه ۳ غیرخطی برای تک ماشین متصل به شین بی نهایت به صورت زیر شبیه سازی شده است. البته باید توجه کرد که در مراجع مربوطه از جمله [13] از عامل غیرخطی فرکانس در معادله حالت اول صرف نظر می شود:

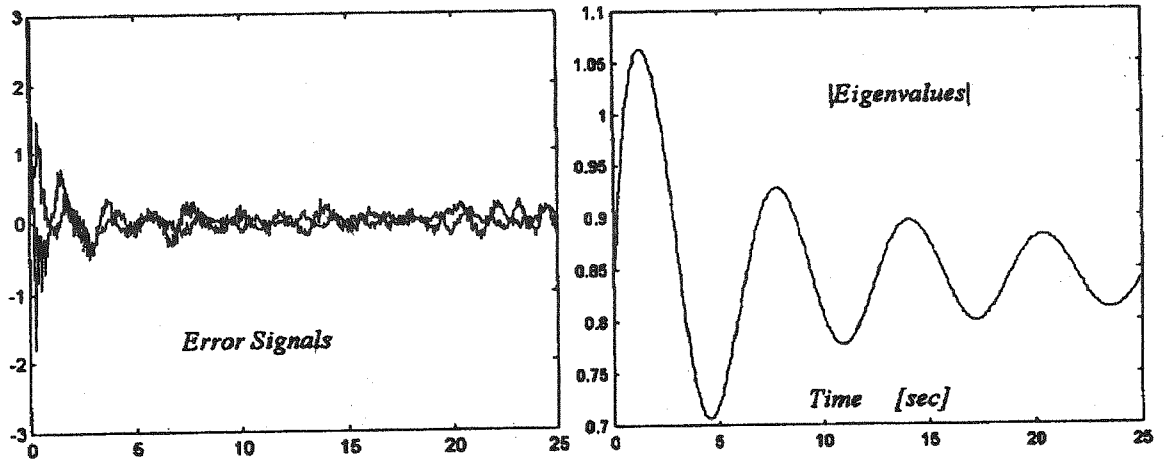
$$\dot{\omega} = \frac{1}{M} (T_m - \frac{P_e}{\omega} - D \cdot \omega) + w_1$$

$$\dot{\delta} = \omega$$

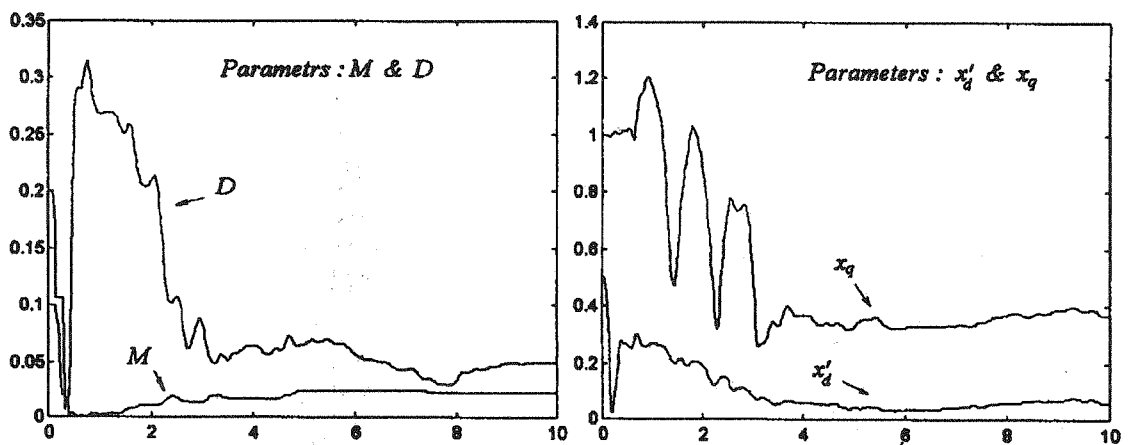
$$\dot{E}_q = \frac{1}{T'_{d0}} \{E_{fd} - E'_q - (x_d - x'_d) \cdot I_d\} + w_3$$



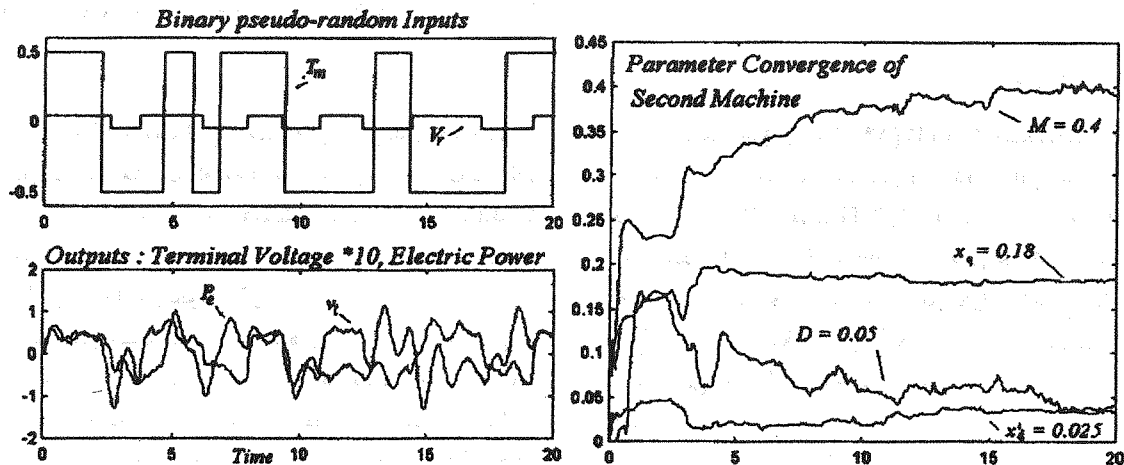
شکل (۳) الف) پارامترهای شماره ۲، ۳، ۴ و ۵ (ب) پارامترهای ۱ و ۲، خطوط پر: نقطه شروع $\theta_0 = [0, 0, 1, 0, -1]$ خط چین‌ها: نقطه شروع $\theta_0 = [0.5, 0.1, 0.1, -0.5, 0.1]$



شکل (۴) الف) اندازه مقادیر ویژه ماتریس تحول حالت (ب) خطای خروجی تخمین زده شده



شکل (۵) همگرایی پارامترها در مدل تک ماشین



شکل (۶) تخمین پارامترها در سیستم دو ماشین

پراکندگی اغتشاش فرآیند = ۰/۰۰۵، پراکندگی اغتشاش اندازه گیری = ۰/۰۲

۴- شرایط همگرایی و انتخاب نقطه شروع

ارائه یک بررسی کامل از شرایط همگرایی برای روش حاضر نیاز به مطالعات بعدی دارد. به غیر از لزوم پایداری سیستم خطی سازی شده متغیر با زمان، انتخاب نقطه شروع (حدس اولیه) برای پارامترها اهمیت بسیاری دارد. اولین خصوصیت که در انتخاب این نقطه باید لحاظ گردد آن است که مدل خطی سیستم به ازای پارامترهای اولیه سیستمی پایدار باشد، حتی اگر خود سیستم نیز در محدوده‌ای از زمان دارای مقادیر ویژه ناپایدار باشد. چنانچه در سیستم نمونه بخش ۲.۲ نیز ملاحظه شد، صحت علامت در حدس‌های اولیه می‌تواند در شرط مذکور دخالتی نداشته باشد. فاصله نقطه شروع از مقدار پاسخ نیز اهمیت ویژه‌ای دارد. همواره با در دست داشتن اطلاعات اولیه از محدوده حضور پارامترها، علاوه بر اعمال این محدوده بر الگوریتم متصل تخمین، همچنان که در بخش ۲.۳ نیز اشاره شد، می‌توان از یک جستجوی مستقیم در محدوده مذکور بهره جست.

افزون بر موارد فوق روش‌های اصلاحی متنوعی مانند اصلاح ϵ - و اصلاح σ - وجود دارند که در افزایش پایداری و سرعت همگرایی سیستم‌های تطبیقی پیشنهاد شده و به کار می‌روند [9]. اعمال این اصلاحات نیز می‌توانند مورد بررسی مستقل قرار گیرند.

در انتها اضافه می‌شود که بدیهی است تعداد زیاد پارامترهای موجود در مدل فیزیکی سیستم می‌تواند برای امکان دست‌یابی به پاسخ مناسب مشکل‌آفرین

باشد. در حالی که تعداد پارامترهای فیزیکی (واقعی) تشکیل دهنده مدل سیستم به مراتب کمتر از دو برابر درجه مدل خطی باشد (همچنان که برای تحقق مدل کانونی از یک سیستم خطی در فضای حالت این تعداد دو برابر به علاوه یک درجه سیستم است)، سرعت و دقت همگرایی افزایش خواهد یافت.

۴-۱- الگوریتمی سریع برای یافتن حدس‌های اولیه

در روش‌های جستجوی مستقیم غالباً تعداد محاسبات تابع هدف^{۱۲} به صورت توانی با تعداد پارامترها افزایش می‌یابد. در این روش‌ها پس از گسسته سازی فضای جستجو، مقدار تابع برای کلیه نقاط فضا محاسبه می‌گردد [11]. در الگوریتم پیشنهادی زیر که یک تابع هدف هموار را مفروض دارد، این تعداد محاسبات تا حد زیادی کاهش یافته‌اند.

فرض کنیم دو بردار θ_{max} و θ_{min} که عناصر آن به ترتیب تعیین‌کننده مقادیر بیشینه و کمینه هر پارامتر هستند، موجود باشند، یعنی می‌دانیم $\theta_{min} \leq \theta < \theta_{max}$. دقت شود که رابطه برای تک تک عناصر معنی می‌دهد. برای تقسیم محدوده مزبور به تعداد N بازه مساوی به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\delta = (\theta_{max} - \theta_{min}) / N \quad (19)$$

$$\theta_m = (\theta_{max} + \theta_{min}) / 2$$

$$\theta_{\min} = \theta - \Delta \theta$$

$$\theta_{\max} = \theta + \Delta \theta$$

و سپس طبق روابط (۱۹) تا (۲۳) جستجو ادامه می‌یابد. در اینجا η با فرض $0 < mi \leq \eta \leq Ma < 1$ ضریب است. اگر تعداد IT تکرار تا حصول نتیجه مطلوب مورد نظر باشد، و Ma و mi معیارهای حداکثر و حداقل تغییرات محدوده جستجو در هر تکرار باشند، ابتدا $\eta = Ma$ بوده و مقدار آن در هر تکرار به صورت (۲۵) کاهش می‌یابد تا سرانجام در آخرین تکرار برابر با mi گردد:

$$\eta_{\text{new}} = \rho \cdot \eta_{\text{old}}$$

$$\rho = \left(\frac{mi}{Ma} \right)^{\frac{1}{IT}} \quad (25)$$

مقادیر مناسب برای Ma و mi می‌توانند به ترتیب $0/5$ و $0/05$ انتخاب شوند. بدیهی است بزرگتر شدن Ma و کوچکتر شدن mi و افزایش تعداد IT، افزایش دقت را نتیجه خواهد داد.

۵- نتیجه

تخمین پارامترهای فیزیکی (واقعی) یک سیستم از مطلوبیت ویژه‌ای برخوردار است. عدم محدودیت در تنوع سیستم‌های غیرخطی چندان است که روش‌های مطرح شده برای گروه‌های خاصی از آنها کارا هستند. در اینجا سیستم‌های غیرخطی که پس از خطی‌سازی نسبت به پارامترها هنوز غیرخطی و احیاناً متغیر با زمان نیز هستند، مورد توجه واقع شده‌اند. تخمین پارامترهای چنین سیستمی در فضای حالت و با وجود اغتشاشات فرآیند و اندازه‌گیری، به روش حداقل مربعات بازگشتی طرح و برای چند سیستم نمونه از جمله سیستم قدرت، انجام شد. الگوریتمی نیز برای انتخاب نقاط شروع عنوان گردید تا همگرایی سریعتری را حاصل کند. بررسی کامل شروط لازم در ماهیت سیستم و نقاط شروع برای تضمین پایداری و نیز امکان کاربرد روش‌های اصلاحی در افزایش سرعت همگرایی در این روش تخمین نیاز به مطالعات بعدی دارد.

$$\theta_{ik} = \theta_m + (i - N/2) \cdot \delta_k \cdot L_k; i = 0, \dots, N; k = 1, \dots, d \quad (20)$$

که در آن d تعداد پارامترها و L_k برداری هم بعد با بردار پارامترهاست که همه عناصر آن به جز عنصر k ام که برابر یک است، صفر هستند. بدین ترتیب متناظر با شماره هر پارامتر به تعداد N بردار پارامتر و در مجموع $N \times d$ بردار حاصل گردید.

همچنین مجموعه‌ای از داده‌های ورودی و خروجی از یک آزمایش انجام شده به صورت مجموعه $\{y(t), \underline{u}(t)\}$ در دست داریم. در مرحله k ام مقدار تابع هدف انتگرالی (۲۱) برای خروجی‌های تخمینی برای نقاط θ_{ik} (ثابت)، محاسبه و J_{ik} نام می‌گیرد.

$$J_{ik} = J(\theta_{ik}) = \int_{t_0}^{t_f} (\underline{y} - \hat{\underline{y}}(\theta_{ik}))^T Q (\underline{y} - \hat{\underline{y}}(\theta_{ik})) dt \quad (21)$$

آنگاه عنصر k ام بردار منتخب پارامترها براساس کمینه‌سازی تابع هزینه به صورت زیر تثبیت می‌گردد:

$$\theta_k = \underset{i}{\text{Argmin}} J_{ik} \quad (22)$$

و بنابر این تصحیح می‌کنیم:

$$\theta_{m,k} = \theta_k \quad (23)$$

پس از تثبیت این عنصر، در مرحله $k+1$ ام مقدار تابع هدف با قرار دادن (۲۳) به جای θ_m در (۲۰)، محاسبه و عنصر $k+1$ ام طبق (۲۲) انتخاب می‌گردد تا در نهایت بردار منتخب کامل شود.

هر چند این الگوریتم خود می‌تواند به سرعت و بسا $N \times d$ محاسبه تابع هدف (به جای N^d محاسبه) ما را به پاسخ نزدیک سازد، اما با تغییر محدوده جستجو به نحو زیر، می‌توان مراحل فوق را تا وجود کاهش محسوس در مقدار تابع هزینه، تکرار نمود. برای ادامه جستجو در یک محدوده کوچکتر، دو بردار θ_{\min} ، θ_{\max} در هر تکرار به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$\Delta \theta = \eta (|\theta| + \delta) \quad (24)$$

- 1 - On - Line
- 2 - Kalman Filter
- 3 - Canonical
- 4 - Given Physical System
- 5 - Observer/Identifier
- 6 - Extended Kalman Filter
- 7 - Off-Line

- 8 - Process Noise - Measurement Noise
- 9 - Iterative Gradient Method
- 10 - Forgetting Factor
- 11 - Separation Principal
- 12 - $\sigma(\epsilon)$ - Modification
- 13 - Objective Function

مراجع

- [1] D. M. Detchmندی, R. Sridhar, "Sequential Estimation of States and Parameters in Noisy Nonlinear Dynamical Systems", Proc. Auto. Contr. Conf., Troy, New York, 1965.
- [2] G. Bastin, M. R. Gevers, "Stable Adaptive Observers of Nonlinear Time-Varying Systems", IEEE Trans. Auto. Contr., vol. 33, no. 7, July 1988.
- [3] A. J. Van Der Schaft, "On nonlinear observers", IEEE Trans. Auto. Contr., vol. 30, Dec. 1985.
- [4] L. Ljung, "Asymptotic behaviour of the Extended Kalman Filter as a Parameter Estimator of Linear Systems", IEEE Trans. Auto. Contr., vol. 24, Feb. 1979.
- [5] Y. n. Yu, El-Sharkawi, "Estimation of External Dynamic Equivalent of a 13-Machine System", IEEE PAS, vol. 100, no. 3, 1981.
- [6] Z. Zhao, et.al., "A Dynamic On-Line Parameter Identification and Full-Scale System Experimental Verification for Large Synchronous Machines", IEEE Energy Conversion, vol. 10m no. 3, 1995.
- [7] H. Shakouri G., Parameter Estimation of Dynamic Equivalent for an External Power System, M.Sc. Thesis, Sharif University of Technology, Tehran, Iran, 1991 (Persian).
- [8] H. Shakouri G., "Feedback Identification of a Known MIMO System: Applied for equivalent of an external power system", ICEE Proc., 1993.
- [9] P. A. Ioannou, et.al., "Robust Adaptive Control: A Unified Approach", Proceeding of the IEEE, vol. 79, no. 12, 1991.
- [10] L. Ljung, System Identification: Theory for the user, Prentice Hall, 1987.
- [11] P. Eykhoff, System Identification and Parameter Estimation, John Wiley, 1979.
- [12] A. Gelb, Applied Optimal Estimation, MIT Press, 1982.
- [13] Y. n. Yu, Power System Dynamics, Academic Press, 1983.