بررسی رفتار دینامیکی صفحات تحت اثر نیروهای جانبی و درون صفحه‌ای بر روی بستر ارتجاعی

محسن تهرانی‌زاده
استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

چکیـــده:

رفتار صفحات درمقابل بارهای دینامیکی تحت اثر نیروهای جانبی به علت کاربرد آن در بدنه کشتی و هواپیما از یک‌سو و مصارف آن در صنعت، برای ساخت ماشین‌آلات سنگین و نیز ایزوله کردن ارتعاشات این نوع صفحات از سوی دیگر از اهمیت خاصی برخوردار است. بدین‌منظور تعیین نیروهای داخلی، تنش‌های نقاط بحرانی برای طراحی جهت مصارف صنعتی یکی از نکاتی است که لزوم تحقیق در این زمینه را ضروری می‌سازد. در این مقاله ابتدا خلاصه‌ای از کاربرد روش المانهای محدود برای مسائل دینامیکی توضیح داده شده، سپس بر این اساس یک برنامه کامپیوتری برای صفحات تحت بارهای دینامیکی تهیه گردیده که قادر است نیروهای میان صفحه‌ای بحرانی و نیز تغییرمکان، تنش در نقاط مختلف صفحات مستطیل و دایره‌ای شکل را بر روی بستر ارتجاعی تعیین نماید.

Dynamic Behavior of Inplane Plates with Elastic Foundation Under Dynamic Forces

Mohsen Tehrani - Zadeh
Assist. Prof. Civil. Eng. Dept.
Amirkabir Univ. of Tech.

ABSTRACT:

Motivation for analysis of the response of elastic plates subjected to dynamic forces has arisen due to the development of large jet engines and rocket motors which produce dynamic pressure field of high intensity. Since the level of dynamic excitation generated by just aircraft provide a severe environment with respect to fatigue failure of structures. The investigation for the response of structure to dynamic excitation plays an important role in the fields of aircraft design.

In this paper, the amplitude vibration of thin elastic rectangular as well as circular flat plates subjected to uniform stresses normal to the plane edges in the plane of the plate with elastic foundation, and then subjected to lateral load are investigated.

In the present study, the procedure for obtaining a solution for the maximum deflection as well as maximum stress at the critical point of elastic thin plate with arbitrary dynamic force by taking into account the influence of the various modes represented in the deflection function is presented. The two dimensional finite element model has been used for this purpose. As an illustration of this procedure, the dynamic response of (1) rectangular flat plates (2) rectangular flat plates under uniform stresses parallel to the edges with elastic foundation subjected to lateral dynamic force are solved by finite element method.

۱ـ مقدمه

صفحات، کاربرد وسیعی در صنایع مختلف دارند. بدین‌لحاظ طراحی آنها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار می‌باشد. یکی از نمونه‌های مهم در این مورد رفتار بدنه هواپیماهایی است که سرعت زیادی دارند و سرعت بالای آنها موجب تنش‌های حرارتی فشاری در نقاطی از بدنه گشته که در بعضی از حالات این تنش‌ها خود می‌توانند باعث کمانش پوسته خارجی گردند.

چون در یک محیط پیوسته تعداد درجات آزادی واقعی نامحدود است، آنالیز دقیق، مشکل و در بسیاری از حالات غیرممکن می‌باشد. لیکن پیشرفت سریع روشهای عددی و ابزار جدید آزمایش و نیز تکنولوژی پیشرفته کامپیوترها عواملی هستند که بررسی رفتار دینامیکی سازه‌های پیوسته را ممکن می‌سازند.

در این راستا روش المانهای محدود هم‌اکنون به عنوان قوی‌ترین وسیله برای حل معادلات دیفرانسیل و حل پاره‌ای از مسائل مختلف مهندسی درآمده است. کاربرد آن محدوده وسیعی از تحلیل تنشها در سازه‌ها، حل مسائل دینامیک سیالات و انتقال حرارت را دربرمی‌گیرد. این روش در محدوده رفتارهای خطی، بطور وسیعی کاربرد داشته و نتایج مطلوبی از آن حاصل شده است.

در این مقاله برای تعیین تغییرمکان، تنش‌های نقاط مختلف سازه، تعیین نیروی بحرانی از این روش استفاده شده و ضمن تشریح جزئیات کاربرد روش المانهای محدود در مسائل دینامیکی، مسأله خاص صفحات تحت بارهای میان‌صفحه‌ای مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. در این روش تقریبی درجات آزادی محیط موردنظر را محدود نموده و با این فرض ساده‌کننده، مسأله مزبور مورد تحلیل و آنالیز قرار گرفته و کاربرد این روش برای صفحات خمشی و روابط حاکم بر رفتار دینامیکی آن تشریح شده است.

۲ـ روابط تئوری الاستیسیته و انرژی در صفحات

در صفحات نازک اگر بردار تغییرشکلهای نسبی با ε_f و بردار تنش‌ها با σ_f نشان داده شود انرژی الاستیک ناشی از آنها U_f ، برای تمام حجم صفحه برابر است با:

$$U_f = \int_v \frac{1}{2} \sigma_f^T \varepsilon_f \, dv \qquad (۱)$$

که در آن:

$$\varepsilon_f^T = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \gamma_{xy}] \qquad (۲)$$

و

$$\sigma_f^T = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_{xy}] \qquad (۳)$$

و نیز V حجم صفحه می‌باشد.

اگر انرژی پتانسیل بار خارجی را با V نمایش داده و q (x, y) شدت در واحد سطح بار قائم و W (x, y) تغییرمکان قائم صفحه باشد در این صورت خواهیم داشت:

$$V = - \int_A q W dA \qquad (۴)$$

در این حالت انرژی پتانسیل کل سیستم (π_p) برابر است با:

$$(\pi_p) = U_f + V \qquad (۵)$$

معادلات تعادل استاتیکی حاکم بر صفحه با می‌نیمم‌کردن تابع انرژی پتانسیل کل بدست خواهد آمد یعنی:

$$\delta \pi_p = 0 \qquad (۶)$$

۱ـ۲ـ تعیین معادله تعادل استاتیکی درصفحه بااستفاده ازروش المانهای محدود

در روش المان محدود، سیستم به اجزاء مختلفی تقسیم

می‌شود که این اجزاء در نقاطی موسوم به گره به یکدیگر متصل می‌شوند. درجات آزادی در این نقاط (گره) مورد بررسی قرار می‌گیرند. در حالت کلی در فضای سه‌بعدی هر گره می‌تواند ۶ درجه آزادی (تغییرمکان و چرخش حول سه محور) داشته باشد. در یک صفحه تحت خمش با در نظر گرفتن فرضیات مربوط به صفحات نازک سه درجه آزادی یعنی W تغییرمکان در جهت قائم و دو چرخش θ_x ، θ_y وجود خواهد داشت.

بنابراین بردار تغییرمکان در گره i را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$u_i^T = [\, W_i \;\; \theta_{xi} \;\; \theta_{yi} \,] \qquad (۷)$$

رابطه (۱) را می‌توان برحسب مشتقات W (x, y) به صورت ماتریسی بیان نمود:

$$U_f = \int_A \frac{1}{2} K_f^T \; D_f \; K_f \, dA \qquad (۸)$$

که در آن ماتریس‌های D_f , K_f به ترتیب برابر خواهند بود:

$$K_f^T = \left[\; -\frac{\partial \theta x}{\partial x} \;\; -\frac{\partial \theta y}{\partial y} \;\; -\left(\frac{\partial \theta x}{\partial y} - \frac{\partial \theta y}{\partial x} \right) \; \right] \qquad (۹)$$

$$D_f = D \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-v}{2} \end{bmatrix} \;, \; D = \frac{Et^3}{12(1-v^2)} \qquad (۱۰)$$

پارامتر E مدول الاستیسیته، V ضریب پواسون، t ضخامت و A مساحت صفحه می‌باشد.

تابع W در روش المان محدود با استفاده از توابع شکلی برابر خواهد بود با:

$$W = \sum_{i=1}^{n} Ni \, Wi$$

که Ni تابع شکلی، Wi تغییرمکان در گره i و n تعداد گره‌های یک المان می‌باشد. در این صورت ماتریس K_f برای یک المان برابر است با:

(۱۱)

$$K_f = \sum_{i=1}^{n} \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\partial Ni}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\partial Ni}{\partial y} \\ 0 & -\frac{\partial Ni}{\partial y} & -\frac{\partial Ni}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{n} B_i u_i = B_f u$$

با جایگزین کردن رابطه (۱۱) در رابطه (۸) انرژی الاستیک بصورت زیر ظاهر می‌گردد:

$$U_f = \int \frac{1}{2} u^T B_f^T \, u \, B_f \, u \, dA \qquad (۱۲)$$

به همین روش، انرژی پتانسیل نیروهای خارجی برای یک المان به صورت ماتریسی برابر است با:

$$V = -\int u^T N^T F_a \, dA \qquad (۱۳)$$

درصورتی‌که علاوه برنیروهای‌سطحی (F_a) ، نیروهای حجمی F_b و نیروهای متمرکز F_c بر صفحه اعمال‌شود،مجموع‌انرژی‌پتانسیل‌نیروهای‌خارجی به‌صورت زیربیان می‌گردد:

$$V = -\int u^T N^T F_a \, dA - \int u^T N^T F_b \, dv - u^T F_c \qquad (۱۴)$$

پس از می‌نیمم‌کردن تابع انرژی پتانسیل π_p نسبت به بردار تغییرمکان u خواهیم داشت:

$$Ku = R \qquad (۱۵)$$

که در آن K ماتریس سختی و R بردار کل نیروهای وارده به یک المان می‌باشند.

$$K = \int B_f^T \, D_f \, B_f \, dA \qquad (۱۶)$$

$$R = \int N^T F_a \, dA + \int N^T F_b \, dv + F_c \qquad (۱۷)$$

$$R = R_a + R_b + R_c \qquad (۱۸)$$

۲ـ۲ـ تعیین معادله تعادل دینامیکی صفحه

براساس اصل دالامبر، یک سیستم در حال ارتعاش را با اعمال نیروهای ناشی از حرکت، هنگامی می‌توان به صورت تعادل استاتیکی در نظر گرفت که این نیروها در جهت مخالف حرکت به آن سیستم اعمال گردد. در این صورت عبارت مربوط به نیروی حجمی المانی که درحال حرکت می‌باشد را باید به صورت زیر اصلاح نمود:

$$R = \int N^T \left(F_b - \rho N\ddot{u} - \zeta N\dot{u}\right) dv \qquad (۱۹)$$

که در آن ρ وزن حجمی صفحه، ζ نسبت ضریب استهلاک بحرانی، $\ddot{u}$ و $\dot{u}$ به ترتیب شتاب و سرعت المان مورد نظر خواهند بود. با جایگزین‌کردن رابطه (۱۹) در رابطه (۱۸)، رابطه (۱۵) به صورت زیر درخواهد آمد:

$$M\ddot{u} + Cu + Ku = R \qquad (۲۰)$$

که در آن:

$$M = \int \rho N^T N\, dv \qquad (۲۱)$$

و

$$C = \int \zeta N^T N\, dv \qquad (۲۲)$$

۳ـ۲ـ معادله تعادل دینامیکی صفحه تحت اثر نیروهای میان‌صفحه‌ای

در بعضی از سازه‌ها، سیستم در معرض نیروهای میان‌صفحه‌ای توأم با نیروهای جانبی قرار می‌گیرد. این نیروها می‌توانند به دو صورت کششی و یا فشاری اعمال گردند، در صورتی که صفحه تحت نیروهای میان‌صفحه‌ای فشاری باشد، کمانش صفحه باید مورد توجه قرار گیرد.

در این حالت اگر صفحه‌ای علاوه بر نیروهای جانبی، نیروهای میان‌صفحه‌ای N_y ، N_{xy} و N_x نیز بر آن اثر کند، کار انجام‌شده توسط این نیروها برابر خواهد بود با:

(۲۳)

$$V_N = \int \left(\frac{1}{2} N_x \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{1}{2} N_y \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + N_{xy} \frac{\partial W}{\partial y} \frac{\partial W}{\partial y}\right) dA$$

و یا:

(۲۴)

$$V_N = \frac{1}{2} \int \begin{Bmatrix} \frac{\partial W}{\partial x} \\ \frac{\partial W}{\partial y} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} N_x & N_{xy} \\ N_{xy} & N_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial W}{\partial x} \\ \frac{\partial W}{\partial y} \end{Bmatrix} dA$$

پس از بکاربردن روابط مربوط به روش المان‌های محدود و می‌نیمم‌کردن رابطه فوق خواهیم داشت:

$$K_N u = \left(\int B_N^T \begin{bmatrix} N_x & N_{xy} \\ N_{xy} & N_x \end{bmatrix} B_N\, dA \right) \qquad (۲۵)$$

که در آن ماتریس B_N از رابطه زیر مشخص می‌شود:

(۲۶)

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial W}{\partial x} \\ \frac{\partial W}{\partial y} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^{n} \begin{bmatrix} \frac{\partial Ni}{\partial x} & 0 & 0 \\ \frac{\partial Ni}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{Bmatrix} = B_N u$$

بنابراین اثرات نیروهای میان‌صفحه‌ای در معادلات تعادل دینامیکی با وجود ماتریس K_N در معادله اصلی ظاهر می‌شود و درنتیجه در این حالت معادله کلی تعادل از رابطه زیر بدست خواهد آمد:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + (K + K_N) u = R \qquad (۲۷)$$

اگر نیروهای میان‌صفحه‌ای کششی باشند، علامت K_N مثبت خواهد بود و بالنتیجه بر سختی سازه افزوده و تغییرمکانها را کاهش خواهد داد و بالعکس در صورتی که نیروهای میان‌صفحه‌ای فشاری باشند، سختی سازه کاهش یافته و سازه‌ای سست‌تر را ارائه می‌دهد.

۴ـ۲ـ صفحه بر روی بستر الاستیک

اگر صفحه بر روی بستر الاستیک قرار گیرد، مشخص است که ارتعاش دینامیکی آن به اندازه سیستم مشابهی که چنین وضعیتی را ندارد، آزادی عمل نخواهد داشت. به علت

وجود نیروهای حاصل از بستر ارتجاعی که با فنرهای فرضی معادل می‌شوند، نیروهائی به سیستم اعمال می‌گردد که دامنه نوسانات صفحه را کاهش خواهند داد. میزان این نیروها به سختی فنرهای معادل و میزان تغییر مکانهای نقاطی که فنرها با آن نقاط اتصال دارند ارتباط دارد. در صورتی که K_s شدت سختی فنرها باشد نیروی اعمال‌شده از سوی فنرها برابر است با:

$$R_s = - K_s u \qquad (۲۸)$$

که در آن U تغییرمکان نقاط اتصال فنرهای فرضی می‌باشد. در این صورت معادله تعادل دینامیکی در صورتی که نیروهای صفحه‌ای نیز همزمان اعمال گردد، برابر خواهد بود با:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + (K + K_N + K_s)\, u = R \qquad (۲۹)$$

بنابراین در صورت قرارگرفتن صفحه بر روی بستر ارتجاعی، ماتریس سختی سیستم تغییر کرده و سیستم سخت‌تر می‌گردد.

۳ـ تعیین فرکانس‌های طبیعی صفحه خمشی و صفحه تحت اثر نیروهای میان‌صفحه‌ای

۱ـ ۳ـ صفحه خمشی:

در تعیین فرکانسهای طبیعی صفحه خمشی، رفتار دینامیکی مربوط به درجات آزادی اصلی که کمتر از تعداد درجات آزادی استاتیکی است، مورد مطالعه قرار می‌گیرند و تغییرشکلهای نظیر این درجات آزادی در توابع شکلی اهمیت دارند. در یک صفحه خمشی هر گره، سه درجه آزادی دارد که عبارتند از تغییرمکان قائم و چرخشهای آنها در جهات y و x که در تحلیل دینامیکی فقط تغییرمکان قائم این گره‌ها مدّنظر می‌باشند، فرکانس‌های طبیعی صفحه و مُدهای نظیر آنها با استفاده از روشهای مختلفی قابل حصول خواهد بود که در این مقاله با توجه به مزیت روش زیر فضا نسبت به سایر روشها، از این روش استفاده شده است.

برای تعیین فرکانسها بوسیله کامپیوتر باید رابطه ذیل:

$$K\Phi = M\Phi\Omega \qquad (۳۰)$$

حل گردد و این عمل با استفاده از روش زیر فضا و به دو صورت قابل انجام خواهد بود. در اولین حالت ماتریس جرم به صورت Consistent Mass و در دومین حالت ماتریس جرم به شکل Lumped Mass درنظر گرفته شده است.

۲ـ ۳ـ صفحه تحت اثر نیروهای میان‌صفحه‌ای

در تعیین فرکانسهای طبیعی یک سیستم، اولین گام حذف هرگونه بارگذاری برای انجام ارتعاش آزاد سیستم می‌باشد. درحالتی که صفحه تحت تأثیر نیروهای میان‌صفحه‌ای قرار گیرد، تغییرمکان درجهت اعمال بار به عنوان یکی از تغییرمکانهای گره‌ای محسوب نشده و نیروهای میان‌صفحه‌ای به عنوان بارگذاری خارجی درنظر گرفته نمی‌شود و در این حالت فرکانسهای طبیعی صفحه و توابع شکلی نظیر آنها از رابطه زیر بدست خواهند آمد.

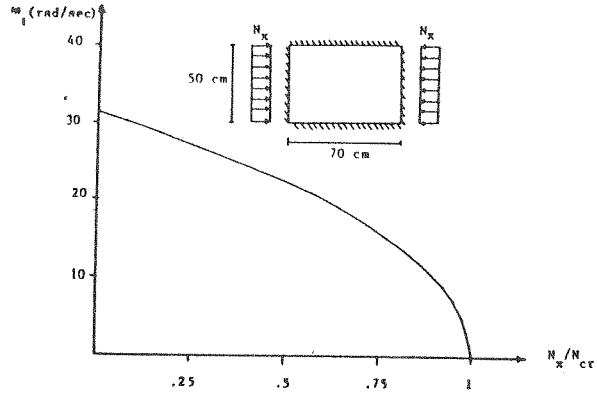
$$[\,(K + K_n) - \lambda M\,]\, D = 0 \qquad (۳۱)$$

که در آن K_n ماتریس ناشی از وجود نیروی میان‌صفحه‌ای واحد، λ شدت نیروی میان‌صفحه‌ای و D بردار تغییرمکان می‌باشد.

همان طور که رابطه (۳۱) نشان می‌دهد نیروی میان‌صفحه‌ای فشاری باعث افزایش دامنه ارتعاش و بالنتیجه کاهش فرکانس سیستم می‌شود، بطوری که هنگامی که نیروی میان‌صفحه‌ای به حد بحرانی برسد، اولین فرکانس طبیعی سیستم صفر می‌گردد. شکل (۱) این ادّعا را ثابت کرده و بخوبی سیر نزولی فرکانس سیستم که مقارن با افزایش شدت نیروی میان‌صفحه‌ای می‌باشد را نمایش می‌دهد.

شکل (۲) تغییرمکان قائم صفحه‌ای با تکیه‌گاه مفصلی که تحت بار متمرکزی در وسط قرار دارد و نیروی میان‌صفحه‌ای آن به تناوب افزایش می‌یابد را نشان می‌دهد. در این شکل

مشخص است که تعداد نوسانات در واحد زمان به تدریج کاهش می‌یابد، به نحوی که با رسیدن نیروی میان‌صفحه‌ای به حدّبحرانی N_{cr} تغییرمکان قائم به سمت بی‌نهایت میل خواهد نمود. آنالیز دینامیکی این صفحه با استفاده از روش نیومارک انجام شده و ماتریس جرمی آن به طریقه (Consistent Mass) محاسبه شده است.



شکل (۱) فرکانسهای صفحه‌ای تحت اثر نیروی محوری

۴ـ نتایج عددی رفتار دینامیکی صفحات تحت بارگذاریهای مختلف

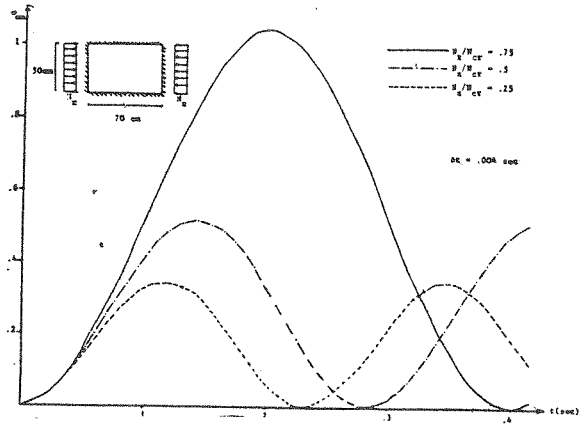
۱ـ۴ـ صفحه تحت اثر بارهای تناوبی

از انواع بارهای تناوبی می‌توان بار سینوسی را که به صورت کلی زیر تعریف می‌شود درنظر گرفت.

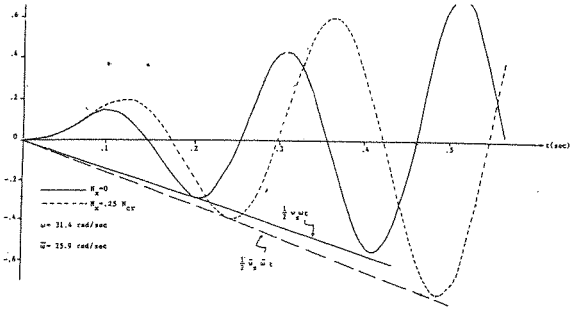
$$f(t) = f_0 (a_0 + b_0 \sin \Omega t) \qquad (۳۲)$$

که f_0 شدت بار گسترده و یا بار متمرکز و Ω فرکانس بار تناوبی می‌باشد. صفحه در دو حالت بارگذاری مورد ملاحظه قرار می‌گیرد. در اولین حالت، صفحه تحت اثر بار تناوبی خالصی قرار می‌گیرد،که‌فرکانس بارمتناوب‌با فرکانس طبیعی سیستم یکی می‌باشد، دراین‌حالت‌پدیده‌تشدید همان‌طوری که در شکل (۳) نشان داده شده به وقوع می‌پیوندد.

در حالت دوم، صفحه تحت تاثیر نیروی میان‌صفحه‌ای و بار تناوبی همزمان قرار می‌گیرد، در این حالت برای بررسی پدیده تشدید ابتدا باید فرکانس طبیعی سیستم که از فرکانس حالت اول کمتر می‌باشد،محاسبه‌گردد تا فرکانس‌بار متناوب مساوی آن اختیار شود. نتیجه این آنالیز نیز در شکل (۳) مشاهده می‌گردد. در هر دو حالت با گذشت زمان تغییرمکان قائم صفحه افزایش یافته تا آن حد که دیگر صفحه قادر به تحمل آن نبوده و سیستم دراثراین تغییرمکان منهدم می‌شود.



شکل (۲) تغییرمکان وسط صفحه‌ای با تکیه‌گاه مفصلی تحت اثر بار متمرکز



شکل (۳) حالت تشدید برای صفحه‌ای با تکیه‌گاه مفصلی

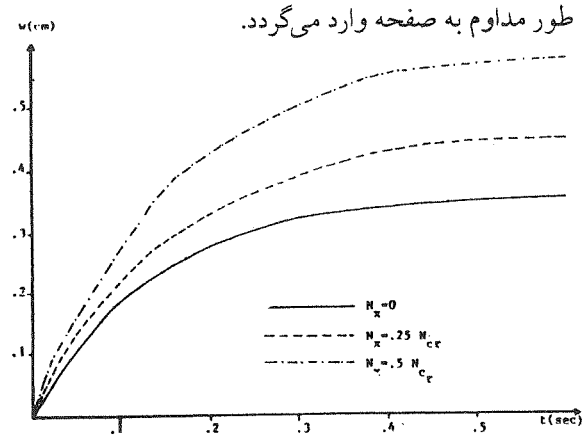
شایان ذکر است که اگر در سیستم مستهلک‌کننده وجود داشته باشد، تغییرمکان حداکثر به سمت خط مستقیمی که معادله آن از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$W(t) = W_s \frac{1}{2\xi} \qquad (۳۳)$$

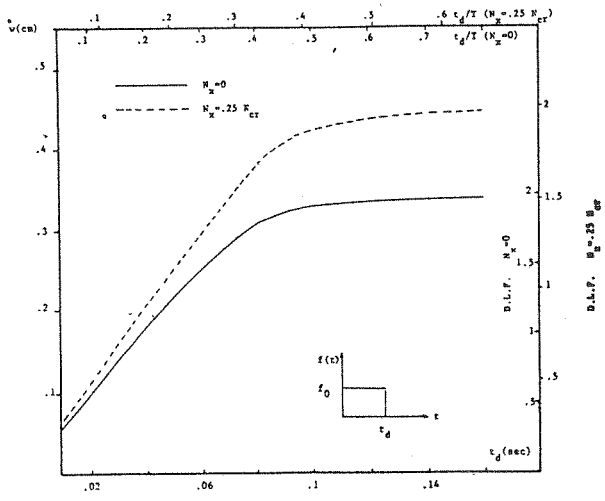
میل خواهد کرد. بدیهی است در صورتی که سیستم قادر باشد این چنین تغییرمکانی را تحمل کند پدیده تشدید زیانی به صفحه وارد نخواهد ساخت. شکل (۴) منحنی تغییرمکان حداکثر را برای حالاتی که استهلاک وجود دارد نشان می‌دهد. همانطور که در شکل مشاهده می‌گردد منحنیها درنهایت به سمت خط رابطه (۳۳) میل خواهند کرد.

۲ـ۴ـ صفحه تحت اثر بارگذاری پله‌ای

بارهای دینامیکی در اکثر مواقع پایدار نبوده و پس از مدت زمانی قطع می‌گردند. با این وجود اثراتی که آنها بر سیستم خواهند گذاشت، پس از قطع نیرو همچنان باقی خواهد ماند. شکل (۵) رفتار دینامیکی صفحه‌ای تحت بار متمرکز پله‌ای را در دو حالت بدون نیروی میان‌صفحه‌ای و با نیروی میان‌صفحه‌ای $N_x = .25\ N_{cr}$ نشان می‌دهد، همان طور که از شکل مشهود است اگر مدت زمان اعمال نیرو از حد خاصی تجاوز نموده و سپس منقطع گردد، اثراتی که بر سیستم خواهد گذاشت مانند آن خواهد بود که آن نیرو به طور مداوم به صفحه وارد می‌گردد.



شکل (۴) پوشش منحنی حداکثر تغییرمکان صفحه‌ای درحالت تشدید



شکل (۵) تعیین بار دینامیکی دوصفحه‌ای با تکیه‌گاه مفصلی تحت بارگذاری پله‌ای

همان‌طور که در شکل (۵) مشاهده می‌گردد این حد تقریباً برای هر دو حالت یکسان بوده و حدود .5 T می‌باشد (T اولین پریود ارتعاشی سیستم است) یعنی اگر $t_d > .5\ T$ باشد، قطع نیرو تأثیر در ایجاد حداکثر تغییرمکان نداشته و ضریب بار دینامیکی برای هر دو حالت ۲ می‌باشد.

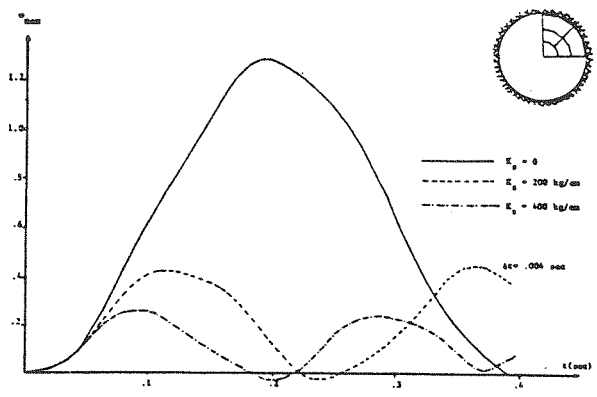
۳ـ۴ـ ارتعاش صفحه بر روی بستر ارتجاعی

به علت وجود بستر ارتجاعی، نیروهائی درجهت خلاف حرکت به سیستم اعمال خواهند شد که موجب کاهش نوسانات صفحه می‌گردند. میزان این نیروها به سختی فنرهای معادل و میزان تغییرمکانهای نقاطی که فنرها در آن نقاط به سیستم متصل شده‌اند ارتباط دارد. در این حالت علاوه بر نیروهای خارجی R نیروی $K_s W - K_s$) سختی فنرها و W تغییرمکان نقاط اتصال فنرهای فرضی می‌باشد) نیز بر سیستم وارد می‌شود.

شکل (۶) رفتار دینامیکی صفحهٔ دایره‌ای شکل را در سه حالت بارگسترده دینامیکی، بارگسترده دینامیکی بر روی بستر ارتجاعی با سختی K_s=200kg/cm و بارگسترده

دینامیکی بر روی بستر ارتجاعی با سختی K_s=400kg/cm نشان می‌دهد.

همان طور که انتظار می‌رفت وجود یک بستر ارتجاعی، دامنه ارتعاشات را کاهش داده و هرچه سختی بستر افزایش یابد، این کاهش بیشتر مشهود خواهد شد.



شکل (۶) آنالیز دینامیکی صفحه‌ای دایره شکل واقع بر بستر ارتجاعی

۵ـ نتیجه گیری

وجود نیروی میان صفحه‌ای درکاهش یا افزایش تغییر مکان صفحه‌ای که تحت بارگذاری جانبی قرار دارد نقش عمده‌ای ایفاء می‌نماید. بطوری که اگر نیروی میان صفحه‌ای به صورت فشاری اعمال گردد در رفتار دینامیکی و یا استاتیکی باعث افزایش تغییر مکان شده و بالعکس نیروی میان صفحه‌ای کششی موجب کاهش تغییر مکان صفحه می‌گردد. فرکانسهای طبیعی صفحه با وجود نیروهای میان صفحه‌ای فشاری کاهش می‌یابد به نحوی که با نزدیک شدن نیروی میان صفحه‌ای به حد بحرانی، اولین فرکانس طبیعی به سمت صفر میل می‌کند.

وجود نیروی میان صفحه‌ای تغییری در حدود مربوط به $\frac{t_d}{T}$ که در بارگذاری پله‌ای مورد بحث قرار می‌گیرد نداشته و اگر نسبت مزبور از حد مورد نظر تجاوز نماید قطع نیرو تاثیری در ضریب بار دینامیکی نخواهد داشت. در مورد صفحه بر روی بستر ارتجاعی همان طور که از نتایج بدست آمده مشخص است وجود فنرها درکاهش ارتعاش کاملاً موثر بوده و بستگی به ضریب سختی فنرها دارد.

منابع:

[1] Bathe. K.J., "FINITE ELEMENT PROCEDURES IN ENGINEERING ANALYSIS", Prentice- Hall, 1982.

[2] Clough. R.W. and Penzien. J., "DYNAMICS OF STRUCTURES", McGraw- Hill, 1975.

[3] Cook. R.D., "CONCEPTS AND APPLICATIONS OF FINITE ELEMENT ANALYSIS", John Wiley and Sons, 1981.

[4] Owen. D.R.J., Hinton.E., "FINITE ELEMENTS IN PLASTICITY", Pinerdge Press, 1980.

[5] Owen. D.R.J., Hinton.E., "FINITE ELEMENTS PROGRAMMING", Academic Press, 1989.

[6] Timoshenko. S., Woinowdky- Krieer. S., "THEORY OF PLATES AND SHELLS", McGraw-Hill, 1970.

[7] Timoshenko. S., Goodier. J.N., "THEORY OF ELASTICITY", McGraw-Hill, 1982.

[8] Zienkiewicz, O.C., "THE FINITE ELEMENT METHOD IN ENGINEERING SCIENCE", McGraw-Hill, 1971.

[9] Iuma. j.j and Cheng. P., "DYNAMIC STRUCTURAL ANALYSIS "McGraw-Hill,

1983.

[10] Lin. y.k., "PROBABLISTIC THEORY OF STRUCTURAL DYNAMICS" McGraw-Hill, 1967.

[11] Kolousek. v, "DYNAMICS IN ENGINEERING STRUCTURES", Butterworth Group, 1973.