

# دماهی دیواره آدیاباتیک در جابجایی آزاد گذرا در محفظه های مربعی

مجید ملکی

استاد دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

## چکیده:

در این مقاله اثر جابجایی آزاد در دیواره آدیاباتیک محفظه های مربعی بررسی می شود. پیش از آغاز انتقال حرارت، دمای سیال و دیواره های محفظه یکسان است. سپس دمای دیواره ها تغییر کرده و جابجایی آزاد آغاز می شود. دیواره های بالایی و پایینی محفظه آدیاباتیک هستند و دمای آنها متاثر از دمای سیال مجاور است. در این بررسی، معادلات دیفرانسیل حرکت و انرژی به صورت دوبعدی و غیردائم *unsteady* نوشته شده و به روش عددی حل شده اند. دمای دیواره های آدیاباتیک بالایی و پایینی محفظه در زمانهای مختلف به صورت منحنی ارائه شده اند. معادلات حاکم نشان می دهند که نتایج به دست آمده تابع اعداد ریلی و پرانتل هستند. گستره عدد ریلی از  $10^{-1}$  تا  $10^{10}$  و عدد پرانتل برابر با ۰/۷۱ است. نتایج به دست آمده نشان می دهد که به ازای مقادیر کوچک عدد ریلی، دمای دیواره های آدیاباتیک خطی است. با افزایش عدد ریلی تغییرات دما از حالت خطی دور شده، شکل پیچیده ای به خود می کشد.

## Temperature of the Adiabatic Wall in Transient Natural Convection in Square Enclosures

M. Molki

Prof. of Mech. Eng. Dept.

Esfahan University of Technology

### ABSTRACT:

In this paper, the effect of natural convection on temperature of the adiabatic walls of a square enclosure is examined. Prior to the onset of convection, the temperature of the fluid and the walls is uniform. Then, the wall temperature of one wall is increased and that of the other wall is decreased, and the natural convection heat transfer begins. The top and bottom walls of the enclosure are adiabatic and their temperatures are influenced by the temperature of the adjacent fluid. The formulation of the problem is 2-D and unsteady, and the equations are solved numerically. The temperature of the adiabatic wall is calculated at different times and the results are presented. The governing equations indicate that the wall temperature is a function of Rayleigh number and Prandtl number. In this study, the Rayleigh number ranged from  $10^{-1}$  to  $10^{10}$ , with Prandtl number being fixed at 0.71. The results indicate that, at low Rayleigh numbers, the temperature variation is linear. As the Rayleigh number is increased, the temperature profile deviates from linearity and becomes complex.

## فهرست علامت

فرمول‌بندی مساله به صورت دو بعدی و غیردائم *unsteady* بوده و به روش عددی حل شده است.

انتقال حرارت جابجایی آزاد در محفظه‌ها یک موضوع قدیمی در علم انتقال حرارت است. با این حال بیشتر پژوهش‌های انجام شده در این زمینه در حالت دائم *steady* صورت گرفته و حالت غیردائم کمتر مورد توجه بوده است. سابقه پژوهش‌های گذشته را می‌توان در مقاله‌های معرفی کاتون (۱۹۷۸) [۱]، آسترک (۱۹۸۲) [۲]، هووگندورن (۱۹۸۶) [۳] و آسترک (۱۹۸۸) [۴] ملاحظه کرد. نظر به اینکه بررسی حاضر به حالت غیردائم مربوط است، به سابقه علمی پژوهش‌های انجام شده در این زمینه اشاره می‌کنیم. در آزمایش‌های آبی (۱۹۸۴) [۵]، جریان جابجایی آزاد درون محفظه مربعی در حالت گذرا بررسی شده است. در این آزمایشها، اندازه‌گیری دمای سیال در چند نقطه نشان داده که دما در حالت گذرا ماهیتی نوسانی دارد. بررسی‌های آبی به عدد ریلی نزدیک به  $10^9$  و عدد پرانتل  $82/7$  محدود است.

ویژگی‌های جابجایی آزاد در محفظه‌های مربعی توسط پترسون و آرم فیلد (۱۹۹۰) [۶] مورد توجه قرار گرفته است. در این بررسی که به روش عددی انجام شده، ناپایداری‌های ناشی از امواج متتحرك در لایه مرزی دیواره قائم محفظه مربعی مشاهده شده است. محاسبات آنها به عدد ریلی  $10^8$  و عدد پرانتل  $7/5$  محدود است.

بررسی‌های شلادو (۱۹۹۰) [۷] در عدد ریلی  $2 \times 10^9$  و عدد پرانتل  $1/7$  حاکی از وجود دو حرکت نوسانی بلند-تسناوب و کوتاه - تسناوب در سیال درون محفظه است. نوسانهای بلند - تسناوب ناشی از کج شدن خطوط تکダメ هستند. حال آنکه نوسانهای کوتاه - تسناوب در اثر ناپایداری لایه مرزی ایجاد می‌شوند. بررسی‌های دیگر در این زمینه عبارت‌اند از: محاسبات عددی آرم فیلد و پترسون (۱۹۹۱) [۸] و (۱۹۹۲) [۹] که به ازای مقادیر خاصی از اعداد ریلی و پرانتل انجام شده‌اند. همچنین می‌توان از مقاله بسیار جالب

شتاب ثقل زمین	$g$
طول ضلع محفظه مربعی	$L$
فشار سیال	$P$
فشار بی بعد سیال	$P^+$
عدد پرانتل	$Pr$
عدد ریلی	$Ra$
زمان	$t$
زمان بی بعد	$t^+$
دما	$T$
دما بی بعد	$T^+$
دما دیواره گرم محفظه	$T_1$
دما دیواره سرد محفظه	$T_2$
مولفه افقی سرعت سیال	$u$
مولفه افقی سرعت بی بعد سیال	$u^+$
مولفه قائم سرعت سیال	$v$
مولفه قائم سرعت بی بعد سیال	$v^+$
سرعت مشخصه	$V$
محתחصه افقی طول	$x$
محתחصه افقی طول به صورت بی بعد	$x^+$
محתחصه قائم طول	$y$
محתחصه قائم طول به صورت بی بعد	$y^+$

## علامت یونانی

$\alpha$	ضریب نفوذ حرارتی
$\beta$	ضریب انبساط حرارتی
$\gamma$	لزحت سینماتیکی سیال
$\mu$	چگالی سیال

## مقدمه

در این مقاله، اثر جابجایی آزاد در دمای دیواره‌های آدیسابتیک محفظه‌های مربعی بررسی شده است.

$$\frac{\partial u^+}{\partial t^+} + u^+ \frac{\partial u^+}{\partial x^+} + v^+ \frac{\partial u^+}{\partial y^+} = - \frac{\partial p^+}{\partial x^+} + \left( \frac{Pr}{Ra} \right)^{0.5} \left( \frac{\partial^2 u^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 u^+}{\partial y^{+2}} \right) \quad (2)$$

ممتوم در جهت  $x$ ,

$$\frac{\partial v^+}{\partial t^+} + u^+ \frac{\partial v^+}{\partial x^+} + v^+ \frac{\partial v^+}{\partial y^+} = - \frac{\partial p^+}{\partial y^+} + \left( \frac{Pr}{Ra} \right)^{0.5} \left( \frac{\partial^2 v^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 v^+}{\partial y^{+2}} \right) + T^+ \quad (3)$$

انرژی،

$$\frac{\partial T^+}{\partial t^+} + u^+ \frac{\partial T^+}{\partial x^+} + v^+ \frac{\partial T^+}{\partial y^+} = \frac{1}{(RaPr)^{0.5}} \left( \frac{\partial^2 T^+}{\partial x^{+2}} + \frac{\partial^2 T^+}{\partial y^{+2}} \right) \quad (4)$$

شرط اولیه،

$$t^+ = 0, u^+ = 0, v^+ = 0, T^+ = 0.5 \quad (5)$$

شرایط مرزی

$$x^+ = 0, u^+ = 0, v^+ = 0, T^+ = 1 \quad (6) \text{ الف}$$

$$x^+ = 1, u^+ = 0, v^+ = 0, T^+ = 0 \quad (6) \text{ ب}$$

$$y^+ = 0, u^+ = 0, v^+ = 0, \frac{\partial T^+}{\partial y^+} = 0 \quad (6) \text{ ج}$$

$$y^+ = 1, u^+ = 0, v^+ = 0, \frac{\partial T^+}{\partial y^+} = 0 \quad (6) \text{ د}$$

متغیرهای بی بعد به صورت زیر تعریف می شوند.

$$x^+ = x/L, y^+ = y/L, t^+ = t/(L/V) \quad (7) \text{ الف}$$

$$u^+ = u/V, v^+ = v/V, p^+ = p / (\rho V^2), \quad (7) \text{ ب}$$

$$T^+ = (T - T_2) / \Delta T \quad (7) \text{ ج}$$

$$L/V = (Pr/Ra)^{0.5} (L^2/\nu), \Delta T = T_1 - T_2 \quad (7) \text{ د}$$

$$Ra = (\beta \Delta TL^3) / (\nu \alpha), Pr = \nu / \alpha \quad (7) \text{ ه}$$

همان گونه که شرایط اولیه و مرزی دما (معادلات (5) و (6)) نشان می دهد، دمای دیواره های گرم و سرد به ترتیب  $1/5$  و  $0/5$  نسبت به دمای اولیه  $0/5$  تغییر می کنند. لذا، همان گونه که در نتایج مشاهده خواهد شد، در این مساله نوعی تقارن وجود دارد.

در معادلات دیفرانسیل (1) تا (4) خواص سیال ثابت فرض شده، بجز چگالی سیال در جمله مربوط به وزن المان سیال در معادله (3) که با استفاده از تقریب بوزینسک Boussinesq (کیزو کرافورزد، ۱۹۹۳ [۱۱]) به صورت  $T^+$  در آن معادله ظاهر شده است. این جمله معرف نیروی شناوری

پتروسون وایمبرگر (۱۹۸۰) [۱۰] نام برد که در آن رفتار گذرا ای سیال در محفظه های مستطیلی با نسبت ارتفاع به طول کمتر از یک با استفاده از تحلیل مقیاسی scale analysis و مرتبه بزرگی order of magnitude تشریح شده است.

از مسروک کارهای گذشته به نظر می رسد که دمای دیواره های آدیاباتیک محفظه های مربعی در حالت گذرا هیچ گاه مورد توجه نبوده اند. به علاوه، بزرگی های گذشته انتقال حرارت غیر دائم در محفظه های مربعی به مقادیر معینی از اعداد ریلی و پرانتل محدود است. در این مقاله، دمای دیواره های آدیاباتیک محفظه در گستره نسبتاً وسیعی از عدد ریلی از  $10^{-1}$  تا  $10^1$  به ازای عدد پرانتل  $1/71$  محاسبه شده و بر حسب زمان ارائه شده است. عدد پرانتل  $1/71$  معرف گازها به ویژه هواست. لذا از نتایج این بررسی می توان برای گازها استفاده کرد.

## بیان مساله و فرمول بندی آن

تصویر ساده محفظه مربعی در شکل ۱ نشان داده شده است. پیش از آغاز انتقال حرارت، سیال درون محفظه و دیواره های آن در دمای یکنواختی قرار دارند. سپس دمای دیواره سمت پچ پفزایش یافته و دمای دیواره سمت راست کاهش می یابد. به این ترتیب، انتقال حرارت جابجایی آزاد در محفظه آغاز می شود، به گونه ای که گرمای انتقال یافته از دیواره گرم به سیال از طریق دیواره سرد به بیرون منتقل می شود. بدینهی است که در حالت گذرا، بخشی از انرژی وزو دی در سیال ذخیره شده، دمای آن را افزایش می دهد تا نهایتاً حالت گذرا سپری شود و انتقال حرارت دائم برقرار گردد. هدف این مقاله، ارائه دمای دیواره های آدیاباتیک بالایی و پایینی شکل (۱) در حالت گذرا است.

معادلات حاکم بر رفتار سیال بر حسب متغیرهای بی بعد عبارت اند از:

معادله پیوستگی،

$$(1) \quad \frac{\partial u^+}{\partial x^+} + \frac{\partial v^+}{\partial y^+} = 0$$

وارد بر المان سیال است. نظر به اینکه در معادله (۳) دما دیده می‌شود و در معادله (۴) مولفه‌های سرعت به کار رفته‌اند، معادلات دیفرانسیل فوق به یکدیگر وابسته‌اند و باید به طور همزمان حل شوند.

## روش حل

برای حل معادلات دیفرانسیل (۱) تا (۴) از روش عددی SIMPLE استفاده شده که جزئیات نظری آن در کتاب پاتانکار (۱۹۸۰) [۱۲] تشریح شده است. ابتدا، قلمرو حل به واحدهای کوچکی به نام حجم معیار تقسیم می‌شود تا شبکه حل عددی به دست آید. قسمتی از شبکه به کار رفته ذراً بین محاسبه را در پایین شکل ۱ می‌بینید. شبکه به صورت غیر یکنواخت ساخته شده تا بتواند تغییرات سریع سرعت و دما را در کناره دیواره در محاسبه منظور کند.

برای تبدیل معادلات دیفرانسیل به معادلات جبری، از آنها روی یک حجم معیار نمونه انتگرال گرفته می‌شود. برای انجام این کار، تغییر متغیرهای وابسته، مانند سرعت و دما، نسبت به زمان به صورت کاملاً ضمنی fully implicit در نظر گرفته می‌شود. برای میانیابی جملات جابجایی و دیفوژن از روش توانی power-law استفاده شده است. محاسبه فشار سیال به صورت غیرمستقیم و از طریق معادله‌ای به نام معادله تصحیح فشار انجام می‌شود. برای به دست آوردن معادله تصحیح فشار، از معادله پیوستگی (معادله ۱) روی یک حجم معیار نمونه انتگرال گرفته، تصحیحات مولفه‌های سرعت را در آن وارد می‌کنیم (پاتانکار، ۱۹۸۰ [۱۲]).

برای حل معادلات جبری به دست آمده، از روش تکرار iterative و خط به خط by-line استفاده شده که در آن معالات جبری در امتداد یک خط مستقیم به روش TDMA حل می‌شوند. معیار همگرایی، اندازه باقیمانده جرمی در حجم معیارهای قلمرو حل است. باقیمانده جرمی هر حجم معیار به صورت آهنگ جرم ورودی سیال به ذرون آن حجم معیار محاسبه می‌شود. لذا، ادامه مراحل حل و دور تکرار تا جایی که بزرگترین باقیمانده جرمی حجم معیارها از حد معینی کمتر شود بیانگر ارضای معادله پیوستگی و همگرایی معادلات است. روش فوق با نوشتن یک برنامه کامپیوتی به زبان فرترن آماده اجرا شد. کلیه محاسبات به وسیله کامپیوتر شخصی از

نوع (66 MHz) 486 DX انجام شد.  
گام زمانی محاسبات  $1/10^4$ ، مقدار ماکریزم باقیمانده جرمی برای توقف برنامه (معیار همگرایی)  $10^{-9}$  تا  $10^{-1}$  و تعداد نقاط شبکه  $62 \times 62$  انتخاب شد. زمان سی‌پی‌بوی هر برنامه، بسته به مورد،  $1/1$  تا  $20$  ساعت است.

## تست برنامه کامپیوتی

پس از نوشتن برنامه کامپیوتی، آزمایش‌های مقدماتی متعددی روی آن به عمل آمد تا علاوه بر آشنایی بیشتر با برنامه، پارامترهای مناسب برای اجرای نهایی انتخاب شوند. گام زمانی و معیار همگرایی براساس همین آزمایش‌های مقدماتی تعیین شدند.

اقدامات دیگری که درجهت بررسی دقت برنامه صورت گرفت عبارت اند از مقایسه با نتایج ارائه شده از طرف پژوهشگران دیگر و بررسی اثر دانسته شبکه روی جوابهای به دست آمده. جداول ۱ و ۲ پیش‌بینیهای کار حاضر را با نتایج مرجع bench mark solution ده ول دیویس (۱۹۸۳) [۱۲] مقایسه کرده است. در این دو جدول،  $u^{+}_{max}$ ،  $v^{+}_{max}$  به ترتیب مقدار ماکریزم  $u^+$  روی صفحه قائم  $= 0/5$  و  $v^+$  مقدار ماکریزم  $v^+$  روی صفحه افقی  $= 0/5 = y^+$  است. باید دانست که مقادیر  $u^{+}_{max}$ ،  $v^{+}_{max}$  بسیار حساس‌اند و معیار دقیقی برای مقایسه محاسبه می‌شوند. همان‌گونه که در جداول فوق دیده می‌شود، خداکثرا اختلاف بین دو جواب ۱/۰ درصد است که بیانگر دقت محاسبه حاضر است.

جدول (۳) اثر دانسته شبکه را روی مولفه‌های سرعت نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که با افزایش تعداد نقاط شبکه مقادیر محاسبه شده به سوی مقدار معینی میل می‌کنند. براین اساس شبکه‌ای با تعداد  $62 \times 62$  نقطه برای اجرای نهایی محاسبات انتخاب شد.

## ارائه نتایج و بحث

توزيع دمای دیواره آدیاباتیک بالایی محفوظه در شکل (۲) نشان داده شده است. این منحنی در زمان  $0/5$  رسم شده، اما تفاوت محسوسی با دمای دیواره در حالت دائم تدارد. مختصه محور افقی فاصله بی‌بعد از دیواره گرم بوده و مختصه محور قائم دمای بی‌بعد دیواره است. این منحنی به ازای عدد ریلی  $10^{-1}$  رسم شده است. عدد پرانتل در این

منحنی و همه منحنیهای بعدی  $T_1 = 71$  است.

دارد، اما در آنجا متاثر از دمای دیواره سرد به سرعت کاهش می‌یابد. به همین ترتیب ملاحظه می‌شود که در زمان  $t = 0$  دمای دیواره در فاصله  $x = 0/55$  تا  $0/85$  برابر با  $0/5$  است. در این رابطه، به نظر می‌رسد که یک جبهه سیال گرم از دیواره گرم به سوی دیواره بالایی محفظه درجریان است و دمای دیواره آدیاباتیک را گذشت زمان افزایش می‌دهد.

منحنی حالت دائم در شکل (۵) که با زمان  $t = 10^{11}$  مشخص شده، نشان دهنده دمای نسبتاً گرم دیواره آدیاباتیک است. دمای این دیواره در نزدیکی دیواره سرد محفظه به سرعت کاهش می‌یابد و به صفر (دمای دیواره سرد) می‌رسد. غیرخطی بودن منحنی حالت دائم حاکی از نقش مهم انتقال حرارت جابجایی است.

دمای دیواره آدیاباتیک به ازای اعداد ریلی  $10^8$  و  $10^{10}$  به ترتیب در شکل‌های (۶) و (۷) نشان داده شده است. روند کلی دما در این شکل‌ها همانند شکل قبلی است. کاهش سریع دمای دیواره آدیاباتیک در نزدیکی دیواره‌های گرم و سرد به سهولت به چشم می‌خورد. جبهه سیال گرم که قبلاً به آن اشاره شد، با گذشت زمان پیشروی کرده، دمای دیواره را افزایش می‌دهد، به گونه‌ای که دمای دیواره در زمان  $2 \times 10^{10}$  به دمای دیواره گرم نزدیکتر است.

محاسبات مربوط به شکل‌های (۶) و (۷) زمان  $100$  ادامه داده شد. اما پس از آن محاسبه و اگرا شد و جوابی به دست نیامد. این موضوع به سبب ناپایداری و مغشوش شدن جریان است که به علت بزرگ بودن عدد ریلی پدید می‌آید. با آنکه نتایج گذرای جابجایی آزاد در محفظه‌ها در جریان آرام تا عدد ریلی  $5 \times 10^9$  هم گزارش شده (آرمفیلد و پترسون، ۱۹۹۱ [۸]), استخراج جواب حالت دائم از فرمول بندهی جریان آرام (معادلات ۱ تا ۴) برای مقادیر بزرگ عدد ریلی امکان‌پذیر نیست. نتایج منتشر شده حالت دائم معمولاً از عدد ریلی  $10^6$  فراتر نرفته است (ده و نیم دیویس، ۱۹۸۳ [۱۲]).

توزيع دمای دیواره آدیاباتیک پایینی در شکل‌های (۸) تا (۱۳) نشان داده شده است. مقادیر اعداد ریلی و پرانتل در پایین هر شکل مشخص شده است. شرایط اولیه و مرزی مساله به گونه‌ای است که در نتایج به دست آمده ایجاد تقارن می‌کند. یادآوری می‌شود که دمای اولیه کلیه نقاط  $0/5$  بوده و دمای دیواره‌های گرم و سرد به ترتیب  $0/5$  و  $0/0$  - تغییر

همان گونه که در شکل ۲ می‌یابند، تغییرات دمای دیواره خطی است. این موضوع نشان می‌دهد که در مقادیر کوچک عدد ریلی، انتقال حرارت در سیال درون محفظه با مکانیزم هدایتی (دیفیوژن) انجام می‌شود و جابجایی سیال نقش مهمی ندارد. در این حالت حرارت سیال در درون محفظه یک حرکت چرخشی بسیار آهسته است.

شکل (۳) دمای دیواره را به ازای عدد ریلی  $10^7$  نشان می‌دهد: ملاحظه می‌شود که در زمان  $0/5$  توزیع دما خطی نیست، اما با گذشت زمان به سرعت به توزیع خطی نزدیک می‌شود. در این شکل توزیع دمای حالت دائم به ازای  $10^{11}$  رسم شده است. تفاوت منحنی دما در زمان  $t = 10^{11}$  با منحنی حالت دائم ناچیز است. باید دانست که توزیع حالت دائم شکل (۳) دقیقاً خطی نیست. بررسی دقیق‌تر منحنی (مثلًا با قراردادن خط کش روی شکل) حاکی از وجود کمی انحناء در وسط آن است، لذا می‌توان گفت که در این حالت نیز مکانیزم انتقال حرارت هدایتی حاکم است و انتقال حرارت جابجایی نقش مهمی ندارد.

توزیع دمای دیواره بالایی به ازای عدد ریلی  $10^4$  در شکل (۴) رسم شده است. این منحنیها برخلاف منحنیهای گذشته تغییرات دمای شدیدی را نسبت به زمان نشان می‌دهند. در زمان  $0/5$  تا  $0/8$  دمای دیواره متاثر از دمای دیواره‌های گرم و سرد است و در فاصله  $0/2$  تا  $0/8$  دمای  $T = 0/5$  به سرمه برده، با گذشت زمان دمای دیواره تغییر کرده تا بالآخره در زمانی بیش از  $4 \times 10^{11}$  به حالت دائم می‌رسد. بدیهی است که دمای حالت دائم که در شکل (۴) با  $10^{11}$  مشخص شده، خطی نیست، لذا می‌توان گفت که مکانیزم جابجایی اهمیت بیشتری پیدا کرده است.

توزیع دمای دیواره بالایی به ازای عدد ریلی  $10^6$  در شکل (۵) رسم شده است. در زمانهای اولیه، دمای دیواره عمدتاً متاثر از دمای دیواره‌های گرم و سرد است. با گذشت زمان توزیع دما تغییر کرده و پس از  $8 \times 10^{11}$  به حالت دائم می‌رسد. وقت بیشتر به شکل (۵) نشان می‌دهد که تا پیش از  $8 \times 10^{11}$  ناحیه‌ای از دیواره همواره در دمای  $0/5$  قرار دارد. مثلًا در زمان  $0/5$ ، دمای دیواره با افزایش  $x$ -کاهش یافته، در  $0/12$  به  $0/5$  می‌رسد. این دمای  $0/5$  تا  $0/9$   $= 0/4$  ادامه

## نتیجه گیری

در این مقاله، دمای دیواره‌های آدیاباتیک یک محفظه مربعی در حالت گذرا مورد بررسی قرار گرفت. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که به ازای مقادیر کوچک عدد ریلی، دمای دیواره‌های آدیاباتیک دارای یک توزیع خطی است و انتقال حرارت عمدتاً با مکانیزم هدایتی (دیفیوژن) انجام می‌شود. با افزایش عدد ریلی، توزیع دما از حالت خطی فاصله می‌گیرد و توزیع پیچیده‌ای پیدا می‌کند. در این حالت، دمای دیواره آدیاباتیک بیشتر متأثر از جبهه سیال گرم یا سرد است که از سوی دیواره گرم یا سرد محفظه به سوی دیواره آدیاباتیک می‌آید. در حالت دائم، دمای دیواره آدیاباتیک بالایی، نزدیک به دمای دیواره گرم و دمای دیواره آدیاباتیک پایینی، نزدیک به دمای دیواره سرد است. به نظر می‌رسد که جریان سیال در عدد ریلی  $10^8$  و  $10^{10}$  با گذشت زمان ناپایدار و مغشوش شده، لذا جوابی برای حالت دائم از فرمول بندي جریان آرام حاصل نمی‌شود.

## مراجع

- [1] Catton, I., 1978, Natural Convection in Enclosures, 6th International Heat Transfer Conference, Toronto, Canada, Aug. 7-11, Vol. 6, pp. 13-31.
- [2] Ostrach, S., 1982, Natural Convection Heat Transfer in Cavities and Cells, Proceedings of the 7th International Heat Transfer Conference, Munchen, Fed. Rep. of Germany, Vol.1, pp. 365-379.
- [3] Hoogendoorn, C.J., 1986, Natural Convection in Enclosures, Proceedings of the 8th International Heat Transfer Conference, San Francisco, California, Vol. 1, pp. 111-120.
- [4] Ostrach, S., 1988, Natural Convection in Enclosures, ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 110, pp. 1175-1190.
- [5] Ivey, G.N., 1984, Experiments on Transient Natural Convection in a Cavity, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 144, pp. 389-401.
- [6] Patterson, J.C., and Armfield, S.W., 1990, Transient Features of Natural Convection in a Cavity, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 219, pp. 469-497.
- [7] Schladow, S.G., 1990, Oscillatory Motion in a Side-Heated Cavity, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 213, pp. 589-610.
- [8] Armfield, S.W., and Patterson, J.C., 1991, Direct Simulation of Wave Interactions in Unsteady Natural Convection in a Cavity, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 34, pp. 929-940.
- [9] Armfield, S.W., and Patterson, J.C., 1992, Wave Properties of Natural-Convection Boundary Layers, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 239, pp. 195-211.

می‌کند. به این ترتیب انتظار می‌رود که به ازای عدد ریلی و پرانتل یکسان، دمای دیواره بالایی و پایینی متقاضی باشند. به عنوان مثال می‌توان منحنیهای شکلهای (۴ و ۱۰) یا (۵ و ۱۱) را با یکدیگر مقایسه کرد. چنانچه قرینه منحنیهای شکل (۴ و ۵) ابتدا نسبت به محور  $T$  و سپس نسبت به محور  $x$  به دست آید، منحنیهای شکلهای (۱۰ و ۱۱) حاصل می‌شوند، لذا همان مطالبی که درباره شکلهای (۲ تا ۷) گفته شد، به گونه‌ای درباره شکلهای (۸ تا ۱۳) نیز صادق است. مثلاً در شکل (۱۱) می‌بینیم که دمای دیواره پایینی در حالت دائم بیشتر متأثر از دمای دیواره سرد است و دمای آن در نزدیکی دیواره به سرعت افزایش می‌یابد. نظری این مطلب را می‌توان در شکل (۵) مشاهده کرد که در آن دمای دیواره آدیاباتیک عمدتاً متأثر از دمای دیواره گرم است و دمای آن در نزدیکی دیواره سرد به سرعت کاهش می‌یابد. جبهه سیال گرم که در رابطه با منحنیهای دیواره بالایی مطرح شد در اینجا جای خود را به جبهه سیال سرد می‌دهد که از دیواره سر محفظه به سوی دیواره آدیاباتیک پایینی در جریان است.

- [10] Patterson, J., and Imberger, J., 1980, Unsteady Natural Convection in a Rectangular Cavity, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 100, pp. 65-86.
- [11] Kays, W.M., and Crawford, M.E., 1993, Convective Heat and Mass Transfer, 3rd Edition, McGraw-Hill, New York.
- [12] Patankar, S.V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, Washington.
- [13] De Vahl Davis, G., 1983, Natural Convection of Air in a Square Cavity: a Bench Mark Numerical Solution, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 3, pp. 249-264.

جدول (۱) مقایسه با نتایج ده ول دیویس (۱۹۸۳) [۱۲] به ازای عدد ریلی  $10^6$  و عدد پرانتل ۰/۷۱

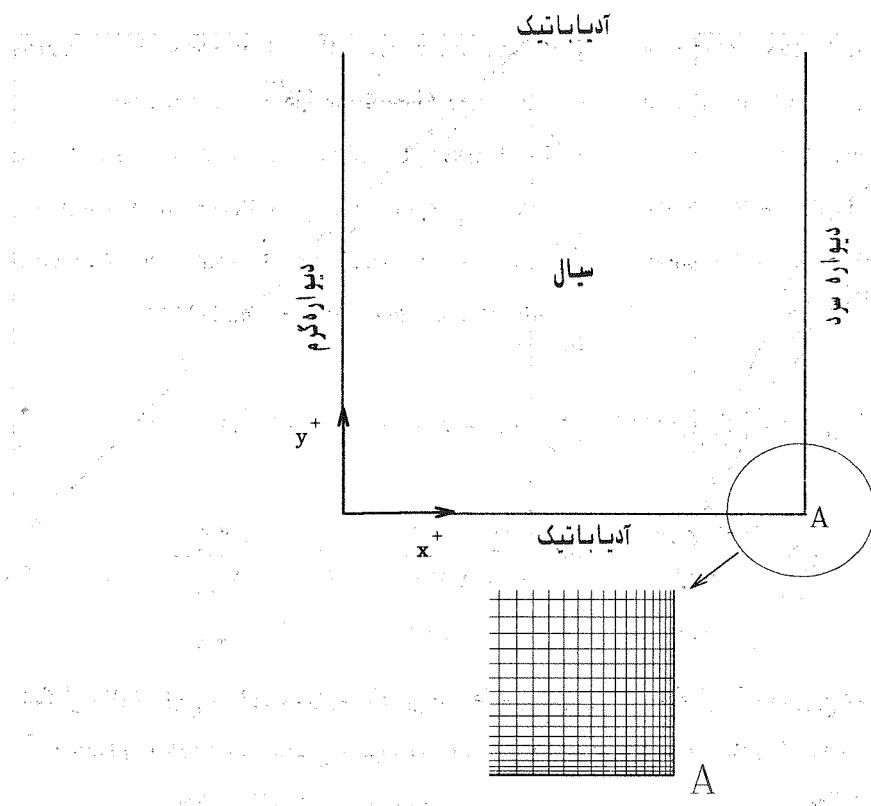
متغیر	ده ول دیویس	این محاسبه	درصد اختلاف
$v^+_{max}$	۰/۲۶۰۳	۰/۲۶۲۵	۰/۸
$u^+_{max}$	۰/۰۷۶۷	۰/۰۷۷۴	۱/۰

جدول (۲) مقایسه با نتایج ده ول دیویس (۱۹۸۳) [۱۲] به ازای عدد ریلی  $10^3$  و عدد پرانتل ۰/۷۱

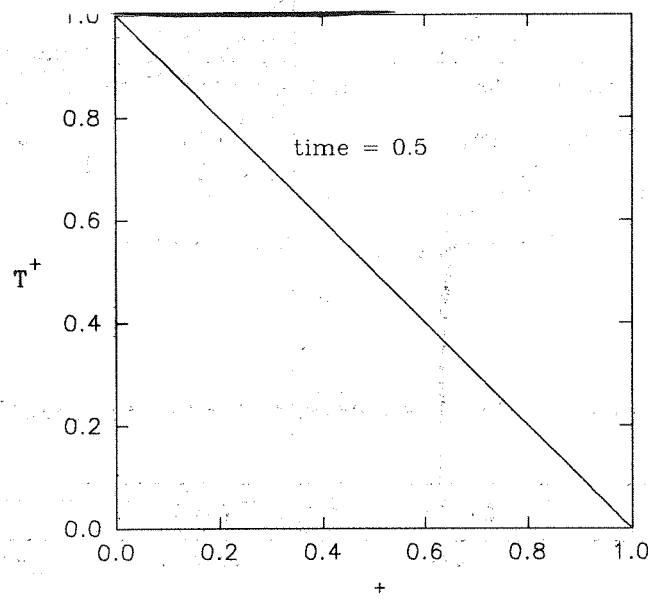
متغیر	ده ول دیویس	این محاسبه	درصد اختلاف
$v^+_{max}$	۰/۱۳۸۸	۰/۱۳۸۵	۰/۲
$u^+_{max}$	۰/۱۳۶۹	۰/۱۳۷۲	۰/۲

جدول (۳) بررسی اثر دانسیته شبکه به ازای عدد ریلی  $2/8 \times 10^5$  و عدد پرانتل ۲ تعداد نقاط شبکه

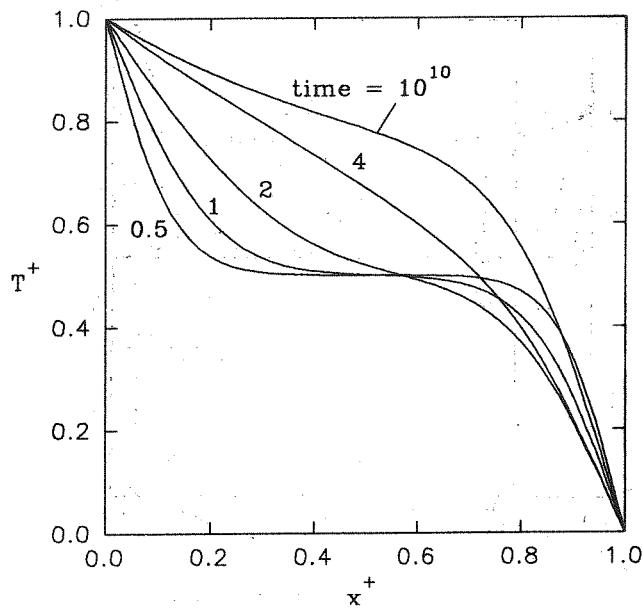
۳۲x۳۲	۵۰x۵۰	۶۲x۶۲	
۰/۱۶۸۱	۰/۱۶۰۷	۰/۱۶۰۸	$v^+_{max}$
۰/۰۶۲۴	۰/۰۶۱۹	۰/۰۶۱۷	$u^+_{max}$



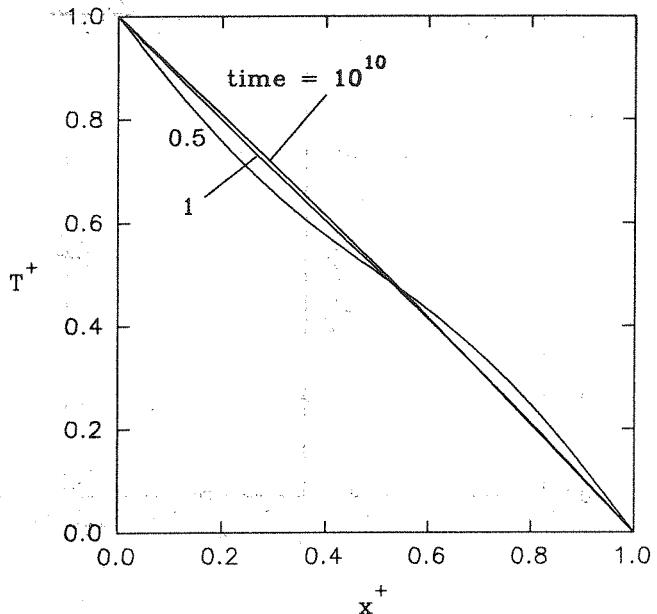
شکل (۱) تصویر محفظه مربعی و قسمتی از شبکه غیریکنواخت. شبکه در نزدیکی دیوارهای متراکمتر است و می‌تواند گرادیانهای بزرگ سرعت و دمای سیال را در آنجا منظور کند.



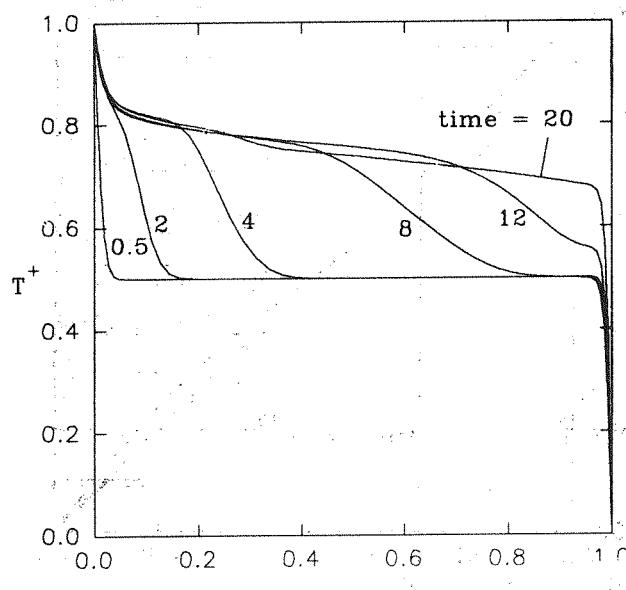
شکل (۲) توزیع دمای دیواره بالایی محفظه به ازای  $\text{Ra} = 10^4$ ,  $\text{Pr} = 0.71$  و  $t = 0.5$ . منحنی در زمان  $t = 0$  رسم شده و با توزیع دمای حالت دائم تفاوت قابل رویتی ندارد.



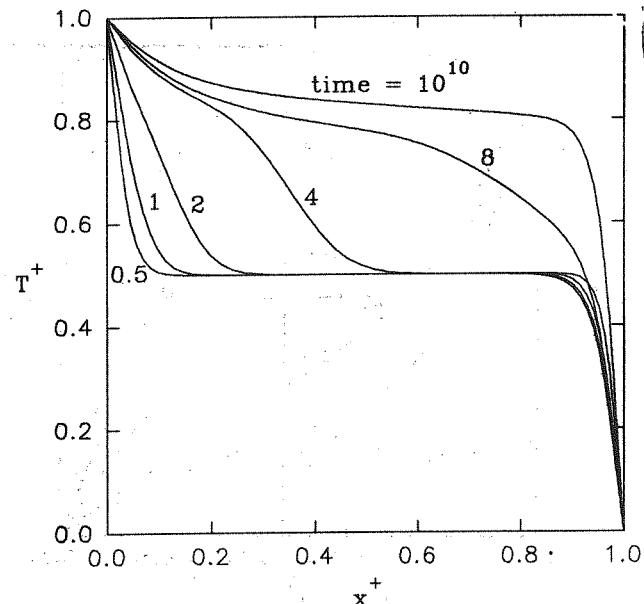
شکل (۳) توزیع دمای دیواره بالایی محفوظه به ازای  $t^+ = 10^{10}$  و  $\text{Pr} = ۰/۷۱$  و  $\text{Ra} = ۱۰^۴$  منحنی مربوط به زمان  $t^+ = ۱۰^۱۰$  حالت دائم را نشان می‌دهد.



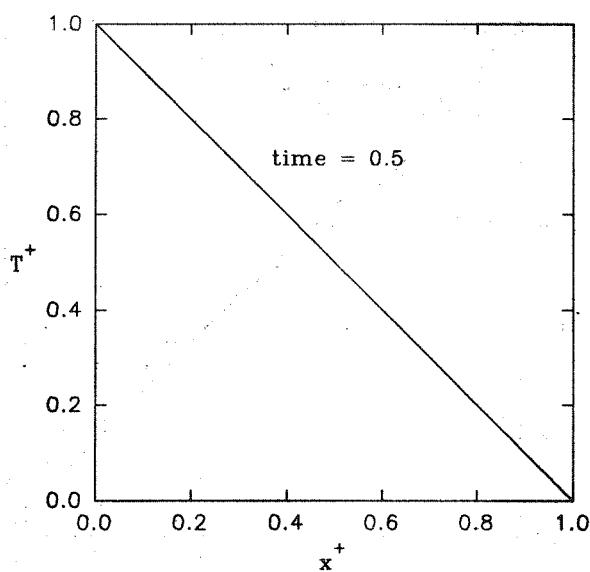
شکل (۳) توزیع دمای دیواره بالایی محفوظه به ازای  $t^+ = ۱۰^۱۰$  و  $\text{Pr} = ۰/۷۱$  و  $\text{Ra} = ۱۰^۴$  منحنی مربوط به زمان  $t^+ = ۱۰^۱۰$  حالت دائم را نشان می‌دهد.



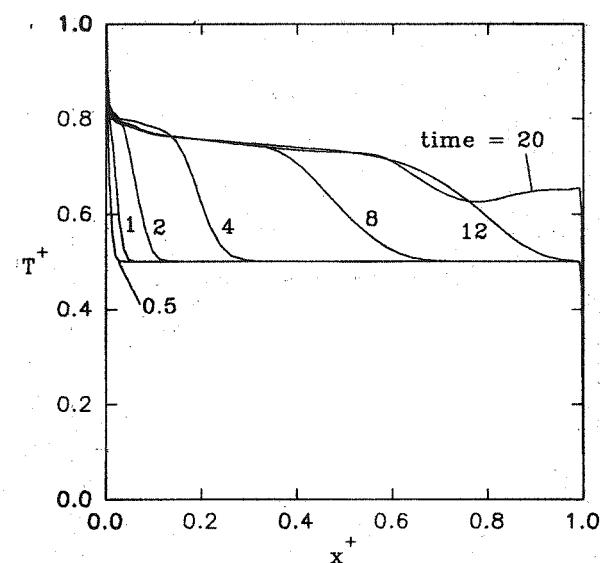
شکل (۴) توزیع دمای دیواره بالایی محفوظه به ازای  $t^+ = ۱۰^۱۰$  و  $\text{Pr} = ۰/۷۱$  و  $\text{Ra} = ۱۰^۸$  منحنی مربوط به زمان  $t^+ = ۱۰^۱۰$  عدد ریلی آنقدر بزرگ است که حل حالت دائم را فرمول بندی جریان آرام امکان پذیر نیست.



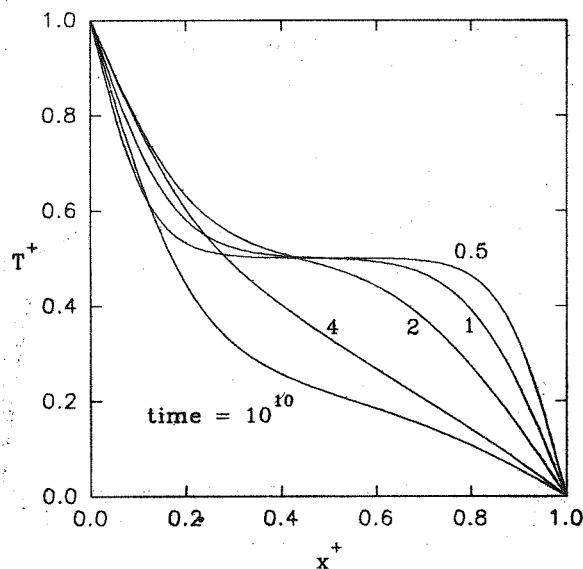
شکل (۴) توزیع دمای دیواره بالایی محفوظه به ازای  $t^+ = ۱۰^۱۰$  و  $\text{Pr} = ۰/۷۱$  و  $\text{Ra} = ۱۰^۸$  منحنی مربوط به زمان  $t^+ = ۱۰^۱۰$  عدد ریلی آنقدر بزرگ است که حل حالت دائم را فرمول بندی جریان آرام امکان پذیر نیست.



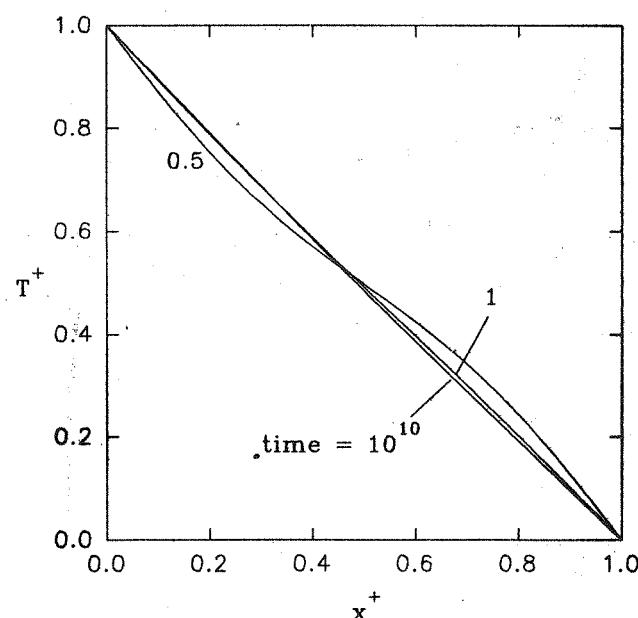
شکل (۷) توزیع دمای دیواره پایینی محفوظه به ازای  $\Pr = ۰/۷۱$  و  $\text{Ra} = ۱۰^{-۱}$ . منحنی در زمان  $t^+ = ۰/۵$  رسم شده و با توزیع دمای دائم تفاوت قابل رویتی ندارد.



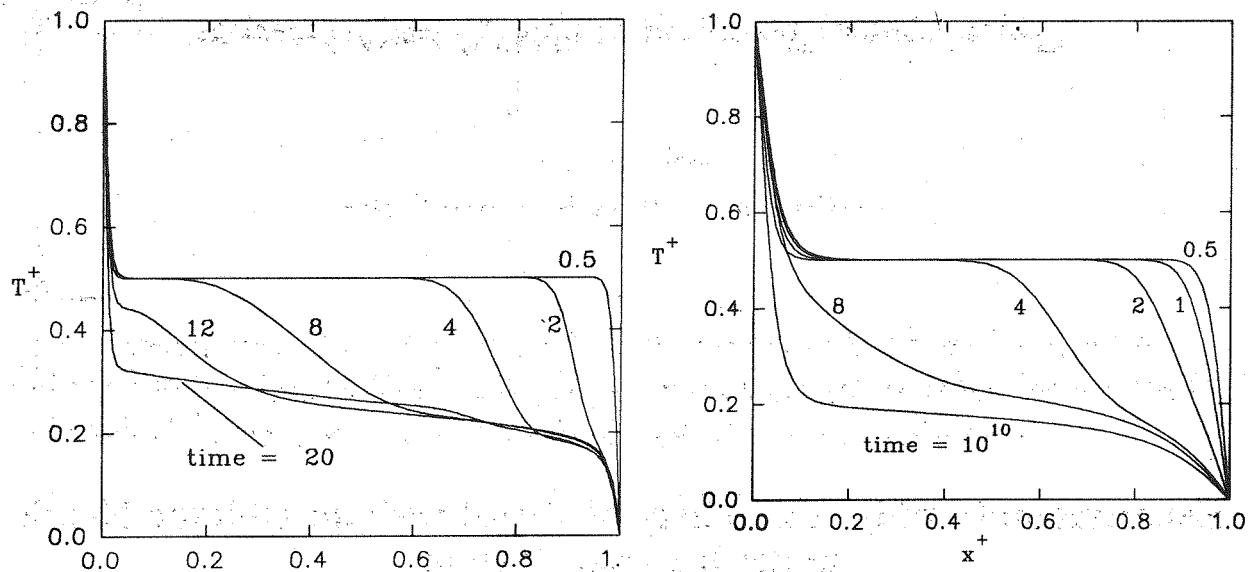
شکل (۷) توزیع دمای دیواره بالایی محفوظه به ازای  $\Pr = ۰/۷۱$  و  $\text{Ra} = ۱۰^{-۱}$ . عدد ریلی آنقدر بزرگ است که حل دائم با فرمول بندی جریان آرام امکان‌پذیر نیست.



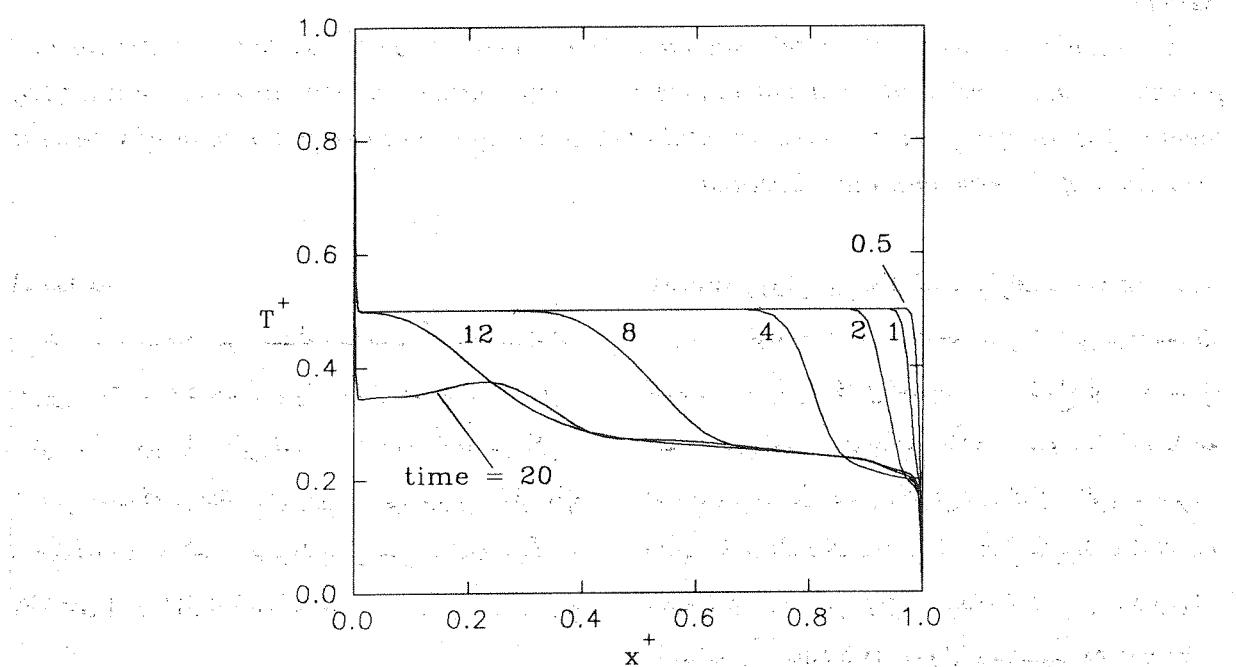
شکل (۱۰) توزیع دمای دیواره پایینی محفوظه به ازای  $\Pr = ۰/۷۱$  و  $\text{Ra} = ۱۰^{-۱}$ . منحنی مربوط به زمان  $t^+ = ۱۰^{۱۰}$  حالت دائم را نشان می‌دهد.



شکل (۱۰) توزیع دمای دیواره پایینی محفوظه به ازای  $\Pr = ۰/۷۱$  و  $\text{Ra} = ۱۰^{-۱}$ . منحنی در زمان  $t^+ = ۱۰^{۱۰}$  حالت دائم را نشان می‌دهد.



شکل (۱۱) توزیع دمای دیواره پایینی محفظه به ازای شکل (۱۲) توزیع دمای دیواره پایینی محفظه به ازای  
 $\text{Pr} = ۰/۷۱$  و  $\text{Ra} = ۱۰^{۱۱}$ . منحنی مربوط به زمان  $t^+ = ۱۰^{۱۰}$  عدد ریلی آنقدر بزرگ است که حل  
 حالت دائم با فرمول بندی جریان آرام امکان پذیر نیست.



شکل (۱۳) توزیع دمای دیواره پایینی محفظه به ازای شکل (۱۴) توزیع دمای دیواره پایینی محفظه به ازای  
 $\text{Pr} = ۰/۷۱$  و  $\text{Ra} = ۱۰^{۱۱}$ . عدد ریلی آنقدر بزرگ است که حل  
 حالت دائم با فرمول بندی جریان آرام امکان پذیر نیست.