

کالیبراسیون مدل ریاضی غیر ماندگار آبهای زیرزمینی در سفره غیر همگن و غیر ایزوتروپ به روش بهینه‌یابی غیر خطی

مرتضی کلاهدوزان

کارشناس ارشد شرکت پارس گستره

حسین محمد ولی سامانی

استادیار دانشکده عمران، دانشگاه شهید چمران اهواز

چکیده

یکی از مسائل مهم در مدل‌سازی آبهای زیرزمینی کالیبراسیون^۱ مدل می‌باشد. ضرایب هدایت هیدرولیکی^۲ و ذخیره^۳ مقادیری هستند که به عنوان متغیرهای کالیبراسیون در نظر گرفته می‌شوند. در این تحقیق از روش بهینه‌یابی غیر خطی^۴ برای کالیبراسیون مدل عددی تفاضل‌های محدود^۵ جریان غیر ماندگار^۶ آبهای زیرزمینی در سفره غیر همگن^۷ و غیر ایزوتروپ^۸ استفاده شده است. در این تحقیق از روش بهینه‌یابی مقید^۹ استفاده شده که معادلات آن توسط روش تبدیل^{۱۰} به نامقید^{۱۱} تبدیل شده و سپس روش پاول^{۱۲} در بهینه‌یابی غیر خطی جهت کالیبراسیون اعمال گردیده است. دقت و صحت نتایج حاصله توسط مقایسه با نتایج حل مسائل در حالات خاص که دارای حل تحلیلی می‌باشند مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج به دست آمده از این مطالعات بسیار رضایت‌بخش بوده است.

Calibration of the Finite Difference Model of Unsteady Groundwater Flow in Non-Homogeneous and Anisotropic Aquifer Via Non-linear Optimization

Hossein M. V. Samani, Ph. D.

Assistant Prof. Civil Eng. Dept.
Shahid Chamran Univ. Ahwaz.

Morteza Kolahdoozan, M. Sc.

Senior Eng.
at Pars Gostareh Company

Abstract:

One of the essential issues in modeling of groundwater flow is calibration of the model. Permeability and storage coefficients are the parameters which should be calibrated. In this study, a non-linear optimization technique for the calibration of the finite difference model of unsteady flow in non-homogeneous and anisotropic aquifer has been employed. The constrained optimization equations have been transferred to unconstrained by a transformation technique. Then, using the powell method in non-linear optimization the problem was solved.

Accuracy of the method has been introduced by comparisons with some problems which have exact analytical solutions. The results have been quite satisfactory.



معادله حاکم بر حرکت غیر ماندگار آبهای زیرزمینی در سفره غیر همگن و غیر ایزوتروپ عبارت است از:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[K_x d \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[K_y d \frac{\partial h}{\partial y} \right] = S \frac{\partial h}{\partial t} + R \quad (1)$$

که در آن:

x و y محورهای مختصات در پلان

K_x = ضریب هدایت هیدرولیکی در جهت x ها

K_y = ضریب هدایت هیدرولیکی در جهت y ها

d = ضخامت سفره از سطح آب تا لایه غیر قابل نفوذ

h = ارتفاع هیدرولیکی (ارتفاع سطح آب تا سطح مبنا)

S = ضریب ذخیره

R = تغذیه، برداشت از سفره یا تراوش قائم (حجم آب

انتقال یافته در واحد سطح در واحد زمان)

روش تفاضل‌های محدود در حجم کنترل^{۱۳} به صورت غیر

صریح کامل^{۱۴} جهت حل معادله دیفرانسیل جزئی^{۱۵} فوق

استفاده گردیده است.

معمولاً در مسائل عملی به علت خطاهای مختلف، مقادیر

ارتفاعات هیدرولیکی مشاهده شده با مقادیر محاسبه شده

توسط مدل تفاوت دارند. منابع این خطاها مختلف است.

بعضی از خطاها ناشی از خطای قرائت صحرائی پارامترهای

مختلف و بعضی از این خطاها به علت تغییر خصوصیات

هیدرودینامیکی سفره در اثر برداشت یا تغذیه از آن و

حرکت ذرات خاک از یک محل به محل دیگر و همچنین

تغییرات فشارهای مؤثر و منفذی^{۱۶} بوجود می‌آیند. بنابراین

پس از آماده کردن مدل پارامترهای سفره باید تصحیح گردند

تا تفاوت مقادیر ارتفاعات هیدرولیکی نقاط مختلف مشاهده

شده در صحرا و محاسبه شده توسط مدل به حداقل ممکن

برسد. به این عمل اصطلاحاً کالیبراسیون گویند. پارامترهای

هیدرودینامیکی در این مسأله عبارتند از: ضرایب هدایت

هیدرولیکی و ذخیره در نقاط مختلف سفره که در واقع باید

کالیبره شوند.

روش معمول کالیبراسیون در مسائل آبهای زیرزمینی

روش آزمون و خطا^{۱۷} می‌باشد. در این روش پارامترهای

هیدرودینامیکی سفره آنقدر تغییر داده می‌شوند تا اختلاف

بین مقادیر مشاهده شده و محاسبه شده به حداقل برسد.

کروگر^{۱۸} (۱۹۶۱) با استفاده از معیارهای تجربی از روش

آزمون و خطا برای کالیبراسیون مدل استفاده کرد. جاکارد و

جین^{۱۹} (۱۹۶۵) جانز^{۲۰} (۱۹۶۶) و موری و کارپلوس^{۲۱}

(۱۹۶۹) کوتس^{۲۲} (۱۹۷۰) دوپوی^{۲۳} (۱۹۷۱) اسلاتر و

دورر^{۲۴} (۱۹۷۱) و سیچ و ملسا^{۲۵} (۱۹۷۱) از فرمهای

ریاضی برای استفاده از روش آزمون و خطا استفاده کردند.

روش آزمون و خطا یک روش کلاسیک نیست و نیاز به

آزمون‌های زیادی برای حصول جوابهای قابل قبول دارد. از

طرفی جوابهای حاصله نمی‌توانند به عنوان بهترین جوابهای

ممکن مورد استفاده قرار بگیرند. به همین جهت فکر یک

روش کلاسیک برای کالیبراسیون مدل‌های عددی آبهای

زیرزمینی از مسائلی است که تا به حال مورد توجه بوده است

اما به علت تعداد زیاد پارامترها یک روش کلاسیک که

بتوان بر تمام سفره‌ها اعمال کرد تا به حال به دست نیامده، و

لذا روش آزمون و خطا هنوز اعتبار خود را در این گونه مسائل

از دست نداده است.

استالمن^{۲۶} (۱۹۵۶) بردهوف^{۲۷} (۱۹۶۹) نلسون و مک

کولوم^{۲۸} (۱۹۶۹) کلینکه^{۲۹} (۱۹۷۱) حفظ^{۳۰} (۱۹۷۲) از

جمله افرادی هستند که بر روی روشهای کلاسیک برای

کالیبراسیون مدل عددی آبهای زیرزمینی کار کرده‌اند.

بعضی از افراد فوق محیط را همگن و ایزوتروپ فرض

کرده‌اند و برخی صرفاً جریان را در حالت ماندگار مورد

تحلیل قرار داده‌اند.

در این تحقیق، مدل ریاضی آبهای زیرزمینی در حالت

غیر ماندگار و در محیط غیر همگن و غیر ایزوتروپ با

استفاده از روش تفاضل‌های محدود در حجم کنترل

به صورت غیر صریح کامل^{۳۱} تهیه شده و برنامه‌ای جهت

کالیبراسیون مدل با استفاده از بهینه‌یابی غیر خطی با آن

تلفیق گشته است. برنامه‌های مذکور قابل اعمال بر روی

سفره‌های محصور و نامحصور می‌باشد.

خصوصیات طبیعی و فیزیکی پارامترهای مدل

برای انتخاب روش بهینه‌یابی باید از خصوصیات طبیعی

و فیزیکی پارامترهای مورد مطالعه آگاهی حاصل نمود. مسأله

مهم در مسائل آبهای زیرزمینی این است که پارامترهای

هیدرودینامیکی سفره در یک محدوده خاصی قادر به تغییر

هستند، به بیان دیگر این پارامترها نمی‌توانند هر مقدار

دلخواهی را انتخاب کنند. علت این مسأله را بدین صورت

می‌توان بیان کرد که پارامترها هیدرودینامیکی سفره باید

به گونه‌ای انتخاب شوند که همگنی سفره رعایت گردد و از

نظر فیزیکی و زمین شناسی مفهوم واقعی داشته باشد.

نحوه کاربرد بهینه یابی

پارامترهائی که برای کالیبراسیون مدل در نظر گرفته می شوند عبارتند از: ضرایب هدایت هیدرولیکی (یا ضرایب انتقال) و ضرایب ذخیره در نقاط مختلف سفره. تغییرات این ضرایب عمدتاً بستگی به چگونگی تغییرات خاک دارد. این ضرایب می توانند تابعی از متغیرهای مختلف بدین صورت باشند:

$$\begin{aligned} K &= f[n, v, d, t, \dots] \\ S &= f[n, v, d, t, \dots] \end{aligned} \quad (۲)$$

که در آنها:

K: ضریب هدایت هیدرولیکی

S: ضریب ذخیره

n: پوکی^{۳۲}

v: سرعت حرکت آب

d: قطر ذرات خاک

t: زمان

برای یک سفره آب زیرزمینی ارتفاع هیدرولیکی^{۳۳} در نقاط مختلف پس از مدت زمان مشخص اندازه گیری شده است. این ارتفاعات هیدرولیکی با h_{obs} نمایش داده می شوند. پارامترهای هیدرودینامیکی را برای هر نقطه از شبکه بندی سفره در محدوده مورد نظر حدس زده و با این پارامترها معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت آبهای زیرزمینی توسط مدل عددی تفاضل های محدود که برای این منظور تهیه گردیده است حل می شود. با توجه به شرایط اولیه و شرایط مرزی در نظر گرفته شده مقادیری برای ارتفاع هیدرولیکی نقاط مختلف سفره از راه محاسبات به دست می آید که به آن ارتفاعات هیدرولیکی محاسباتی گفته شده و با h_{comp} نمایش داده می شود. طبیعتاً مقادیر محاسباتی با مقادیر مشاهده شده متفاوت می باشند. میزان این تفاوتها به عنوان خطای محاسبات در اثر حدس اشتباه پارامترها در نظر گرفته می شود و می توان آنرا به یکی از دو صورت زیر بیان کرد:

$$F = \sum_{j=1}^{n_1} \sum_{i=1}^{m_1} |h_{i,j(obs)} - h_{i,j(comp)}| \quad (۳)$$

$$F = \sum_{j=1}^{n_1} \sum_{i=1}^{m_1} [h_{i,j(obs)} - h_{i,j(comp)}]^2$$

m_1 : تعداد گره های شبکه بندی در جهت محور xها

n_1 : تعداد گره های شبکه بندی در جهت محور yها

در روش بهینه یابی پارامترهای هیدرودینامیکی به طریقی محاسبه می گردند که تابع ذکر شده حداقل گردد. در این صورت پارامترهای محاسبه شده را می توان به عنوان پارامترهای نهائی بکار برد و ارتفاع هیدرولیکی نقاط مختلف سفره را با استفاده از مدل عددی حرکت آبهای زیرزمینی برای هر زمان دلخواه محاسبه نمود. جهت کاهش تعداد پارامترها، سفره مورد مطالعه به چند ناحیه تقسیم می شود بدین معنی که فرض می شود بعضی از قسمت های سفره همگن باشند سپس این پارامترها توسط روش بهینه یابی محاسبه می شوند.

کنترل صحت و دقت روش مورد استفاده

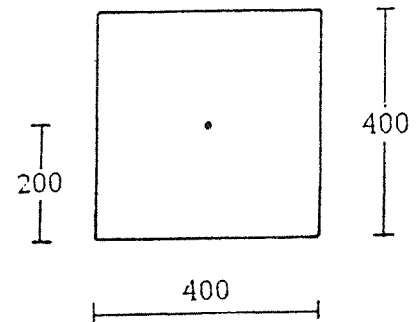
برای ارائه توانائی و دقت روش مورد استفاده از مسائلی که دارای حل تحلیلی می باشند استفاده شده است. طریقه استفاده از این مسائل بدین ترتیب است که ابتدا مسائلی را با پارامترهای معین از روش تحلیلی حل نموده، سپس مقادیر بدست آمده از روش تحلیلی را به عنوان مقادیر ارتفاعات هیدرولیکی مشاهده شده در نظر گرفته و با استفاده از مدل عددی موجود در برنامه کالیبراسیون، ارتفاعات هیدرولیکی محاسباتی بدست می آیند و با انجام عملیات کالیبراسیون پارامترهای هیدرودینامیکی به طریقی که تابع F در معادله (۳) حداقل گردد تعیین می شوند.

مثال ۱ - سفره نامحدود

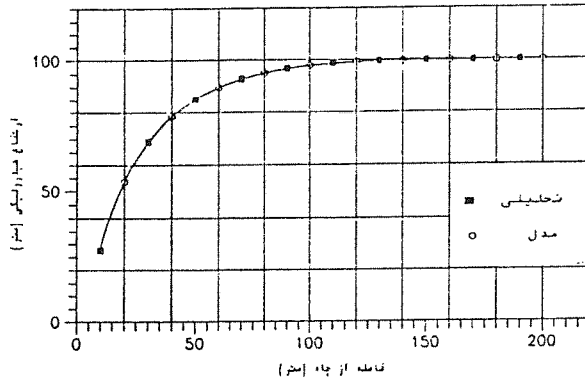
به طور کلی سفره نامحدود عملاً وجود ندارد اما اصطلاح سفره نامحدود برای مواقعی بکار می رود که اثرات پارامترهای هیدرولیکی همانند پمپاژ از چاه در طی زمان مورد نظر به مرز نرسد یا به عبارت دیگر شرایط مرزی دخالته در جوابها نداشته باشند. جهت ارائه نتایج سفره آب زیرزمینی محصور با مشخصات زیر در نظر می گیریم:

$$S = 0.003 \quad T = 0.001 \frac{m^2}{sec} \quad Q = 0.25 \frac{m^3}{sec}$$

شکل سفره و محل قرارگیری چاه بدین صورت است:



شکل (۱) سفره آب زیرزمینی مربوط به مثال ۱



شکل (۲) منحنی های ارتفاع هیدرولیکی در مقابل فاصله از چاه به دست آمده از حل تحلیلی و مدل عددی پس از ۵۰۰۰ ثانیه

ملاحظه می شود که این نتایج به یکدیگر بسیار نزدیک می باشند که نشان دهنده دقت بسیار خوب مدل کالیبراسیون می باشد. همچنین مشاهده می شود که مقادیر به دست آمده از مدل کالیبراسیون برای K و S بسیار نزدیک به مقادیر اندازه گیری شده اولیه هستند که این خود گویای دقت مدل کالیبراسیون و مدل عددی آبهای زیرزمینی بکار برده شده می باشد.

نتایج حاصله از روش بهینه یابی برای

$$0.0001 \leq T \leq 0.01 \quad 0.0001 \leq S \leq 0.01$$

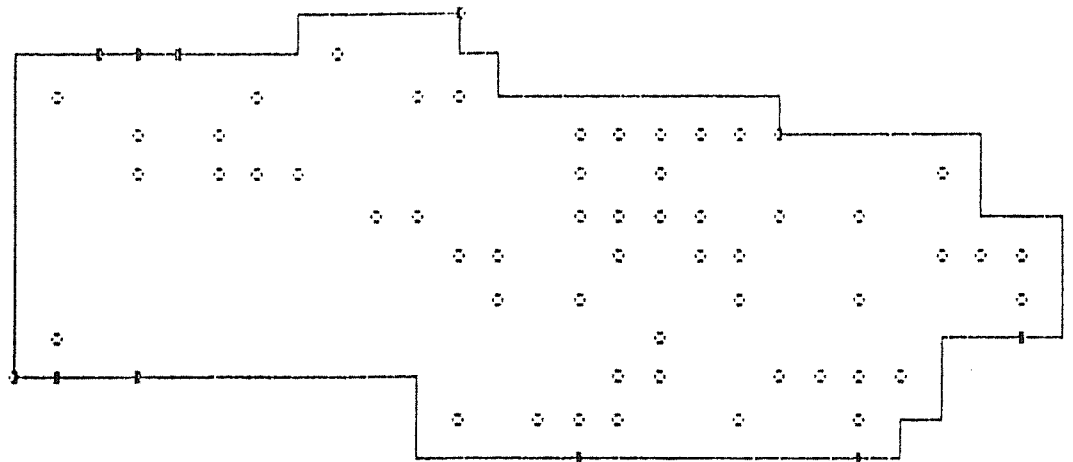
مانند ذیل است:

$$T = 0.001 \frac{m^2}{sec} \quad S = 0.0029$$

اعمال مدل بر يك مسأله واقعی

جهت نمایش کارآئی مدل در مسائل واقعی، دشت جلگه رخ واقع در استان خراسان در نظر گرفته شده است. دشت مذکور در منطقه تربت حیدریه واقع گردیده و یکی از منابع پراهمیت این منطقه به حساب می آید. شکل (۳) تصویری از جلگه رخ به همراه محل چاه های پمپاژ موجود در آن را نشان می دهد. سفره آب زیرزمینی دشت جلگه رخ از نوع سفره های نامحصور بوده و دارای ابعاد 27×12 کیلومتر می باشد.

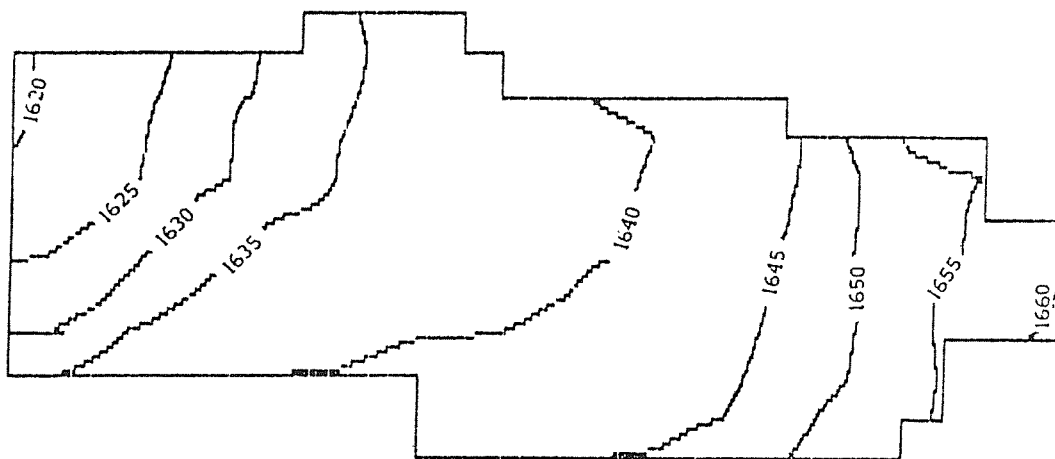
چون سفره همگن و ایزوتروپ است برای ضرایب انتقال و ذخیره در تمام سطح سفره یک ناحیه در مدل کالیبراسیون در نظر گرفته می شود. در شکل (۲) ارتفاعات هیدرولیکی مربوط به حل تحلیلی و ارتفاعات به دست آمده از مدل عددی بر اساس پارامترهای حاصله از عملیات کالیبراسیون و مینیمم کردن تابع F نشان داده شده اند.



شکل (۳) شمائی از مدل دشت جلگه رخ به همراه محل چاه های پمپاژ

در ابتدای مطالعات خطوط تراز سطح آب زیرزمینی همانند شکل (۴) می باشد.

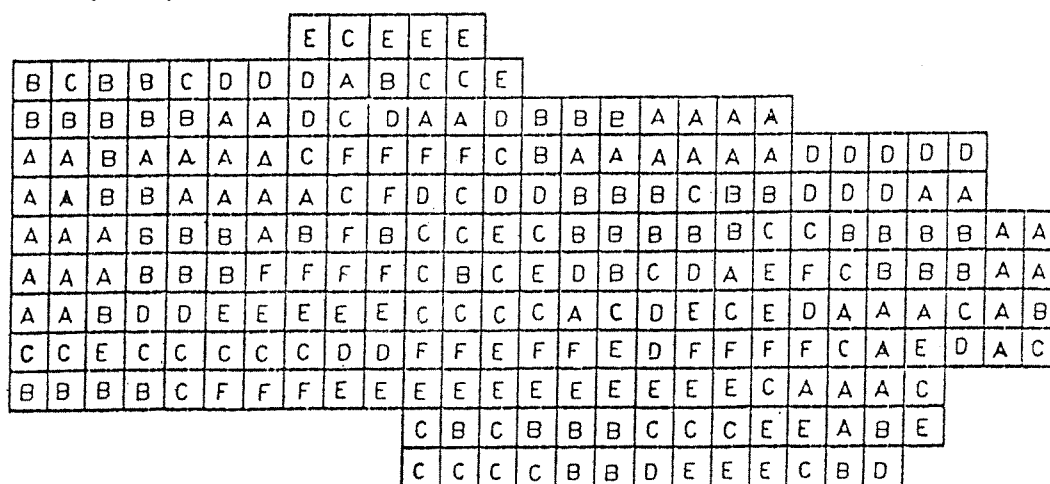
شکل (۴) خطوط تراز سفره در ابتدای مطالعات



برای محاسبه دبی ورودی از مرزها یک گره مرزی همانند گره 1 از شبکه بندی یک سفره آب زیرزمینی به همراه حجم کنترل مربوطه به صورت شکل (۶) در نظر گرفته می شود. در هر زمان مشخص دبی ورودی با دبی خروجی از حجم کنترل برابر خواهد بود. به عبارت دیگر اگر جریان در یک گام زمانی ماندگار فرض شود دبی های ورودی و خروجی از حجم کنترل برابر خواهند بود. در این حالت برای اعمال شرایط مرزی معادله حرکت آبهای زیرزمینی در حالت ماندگار به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right] = R \quad (۴)$$

برای کالیبراسیون داده های جلگه رخ ارتفاع هیدرولیکی در نقاط مختلف سفره و دبی های ورودی از مرزها پس از یکسان موجود است. برای استفاده از روش بهینه یابی ابتدا بایستی ناحیه بندی مناسبی برای ضرایب هدایت هیدرولیکی و ذخیره در نظر گرفت. بدین منظور ضرائب فوق الذکر به صورت شکل (۵) ناحیه بندی شده اند. لازم به تذکر است که چون ضریب هدایت هیدرولیکی برای تصحیح دبی ورودی از مرزها مورد استفاده قرار گرفته لذا ابتدا عمل کالیبراسیون روی مرزها انجام گردیده است. در این قسمت اختلاف دبی های مشاهداتی و محاسباتی به عنوان تابع هدف بکار می رود.



$K \rightarrow A=20.0 \quad B=14.4 \quad C=8.6 \quad D=4.0 \quad E=3.0 \quad F=1.9 \frac{m}{day}$

$S \rightarrow A=39.5 \quad B=23.0 \quad C=12.4 \quad D=7.9 \quad E=2.2 \quad F=1.8 \%$

شکل (۵) ناحیه بندی ضرائب هدایت هیدرولیکی و ذخیره

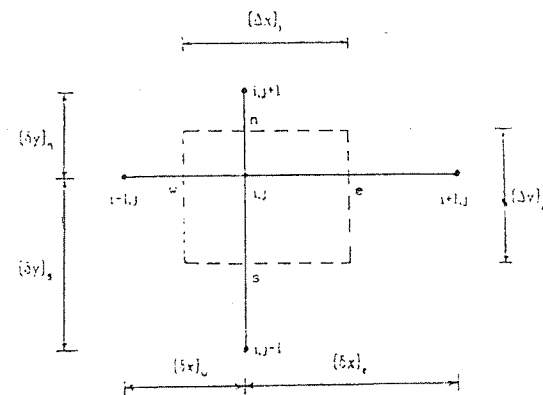
$$T_1 = \frac{2 K_{i+1,j} K_{i,j}}{K_{i+1,j} + K_{i,j}} \frac{d_{ij} + d_{i+1,j}}{2} \left[\frac{2}{[\delta x]_e [[\delta x]_e + [\delta x]_w]} \right]$$

$$T_2 = \frac{2 K_{i,j} K_{i+1,j}}{K_{i,j} + K_{i+1,j}} \frac{d_{ij} + d_{i+1,j}}{2} \left[\frac{2}{[\delta x]_w [[\delta x]_e + [\delta x]_w]} \right] \quad (6)$$

$$T_3 = \frac{2 K_{i,j+1} K_{i,j}}{K_{i,j+1} + K_{i,j}} \frac{d_{ij} + d_{i,j+1}}{2} \left[\frac{2}{[\delta y]_n [[\delta y]_n + [\delta y]_s]} \right]$$

$$T_4 = \frac{2 K_{i,j} K_{i,j-1}}{K_{i,j} + K_{i,j-1}} \frac{d_{ij} + d_{i,j-1}}{2} \left[\frac{2}{[\delta y]_s [[\delta y]_n + [\delta y]_s]} \right]$$

$K_{i,j}$: ضریب هدایت هیدرولیکی در گره i,j
 m : سطح زمانی فعلی
 $d_{i,j}$: ضخامت سفره آب زیرزمینی در گره i,j



شکل (۶) حجم کنترل مربوط به گره i,j

رابطه (۵) مقدار کلی دبی ورودی یا خروجی از حجم کنترل برای گره i,j می باشد. در مرزها مقدار رابطه فوق جایگزین مقدار یکی از دبی های ورودی از وجوه حجم کنترل در یک گام زمانی خواهد شد. به عنوان مثال چنانچه دبی ورودی از وجه شمالی باشد، معادله به شکل زیر خواهد بود:

$$Q_{i,j(\text{boundary})} = -[T_1 [h_{i+1,j}^m - h_{i,j}^m] - T_2 [h_{i,j}^m - h_{i-1,j}^m] - T_4 [h_{i,j}^m - h_{i,j-1}^m] - R_{i,j}] \quad (7)$$

به این ترتیب دبی ورودی از مرزها در شروع هر گام زمانی به صورت فوق تعیین می شود. از آنجائی که مقادیر دبی مشاهداتی پس از یکسال موجود است، مقادیر فوق در پایان یکسال، دوره زمانی تحلیل سفره، به دست آمده و در تابع مذکور با دبی های مشاهداتی مقایسه می گردد. مقادیر دبی های مشاهداتی و محاسباتی پس از کالیبراسیون روی مرزها در شکل شماره (۷) نمایش داده شده اند.

که در آن:

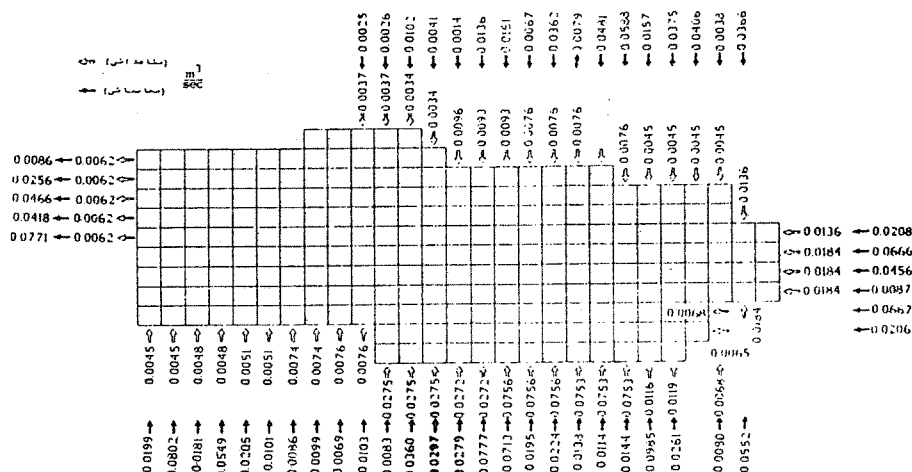
K_x, K_y : ضرایب هدایت هیدرولیکی در جهات x و y
 h : ارتفاع هیدرولیکی سفره
 R : تغییرات ذخیره سفره ناشی از برداشت و تغذیه

اگر رابطه فوق به روش تفاضل های محدود در حجم کنترل و به صورت صریح حل شود نتیجه نهائی به صورت رابطه (۵) خواهد بود:

$$T_1 [h_{i+1,j}^m - h_{i,j}^m] - T_2 [h_{i,j}^m - h_{i-1,j}^m] + T_3 [h_{i,j+1}^m - h_{i,j}^m] - T_4 [h_{i,j}^m - h_{i,j-1}^m] = R_{i,j} \quad (5)$$

که در آن:

شکل (۷)
 مقایسه مقادیر دبی های مشاهداتی و محاسباتی



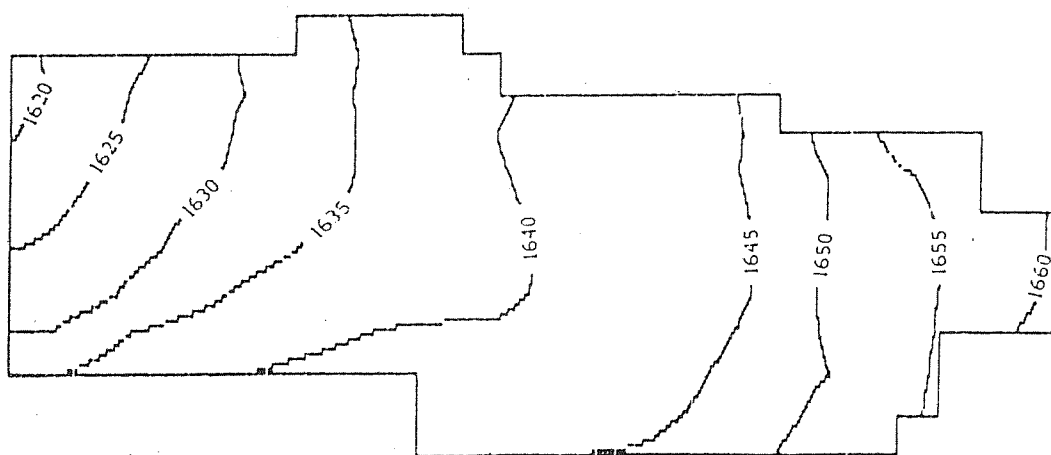
خطوط تراز ارتفاعات محاسبه شده بر اساس پارامترهای به دست آمده از کالیبراسیون و همچنین خطوط تراز مربوط به ارتفاعات مشاهداتی به ترتیب در شکل‌های (۸) و (۹) نمایش داده شده‌اند.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود این خطوط تراز با دقت خوبی مشابه یکدیگر می‌باشند که نشان‌دهنده اختلافات کم بین ارتفاعات مشاهداتی و محاسباتی می‌باشد.

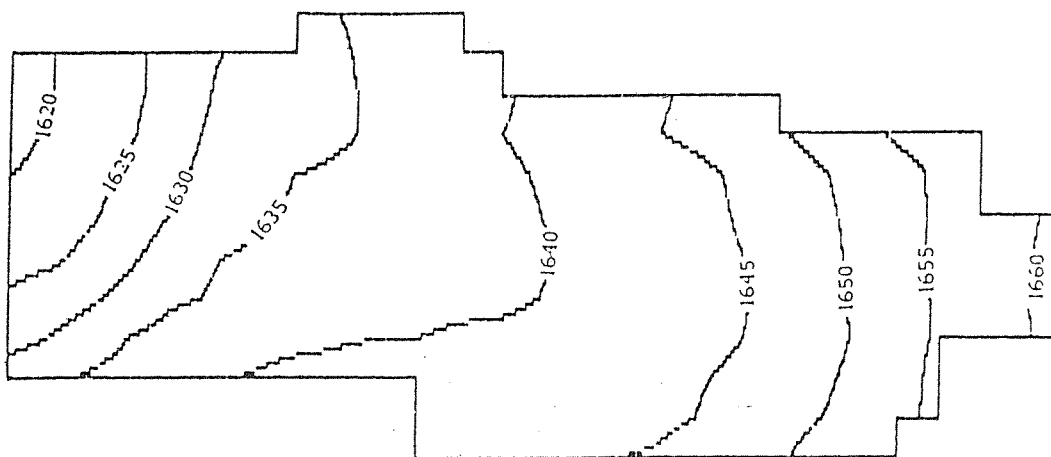
حال چنانچه خواسته باشیم وضعیت سفره آب زیرزمینی مذکور در زمانهای آینده را به دست آوریم کافی است که مدل عددی را بر اساس پارامترهای به دست آمده از کالیبراسیون مورد استفاده قرار دهیم.

پس از آن مقادیر ضرایب هدایت هیدرولیکی و ذخیره در کل سفره ناحیه بندی شده و برنامه کالیبراسیون با استفاده از بهینه‌یابی برای به حداقل رساندن اختلاف ارتفاعات هیدرولیکی مشاهداتی و محاسباتی برای کل سفره بکار می‌رود.

نکته بسیار مهم در کالیبراسیون به روش بهینه‌یابی مسأله ناحیه بندی سفره و تعیین محدودیت‌های هر ناحیه است. برای ناحیه بندی سفره بایستی به مقادیر کنترل‌کننده، مقادیری که در ابتدا برای متغیرها فرض شده‌اند و طبیعت سفره توجه کرد. یکی از عوامل مهم در ناحیه بندی سفره شناخت و آگاهی کافی نسبت به رفتار سفره‌های آب زیرزمینی در اثر برداشت یا تغذیه است.



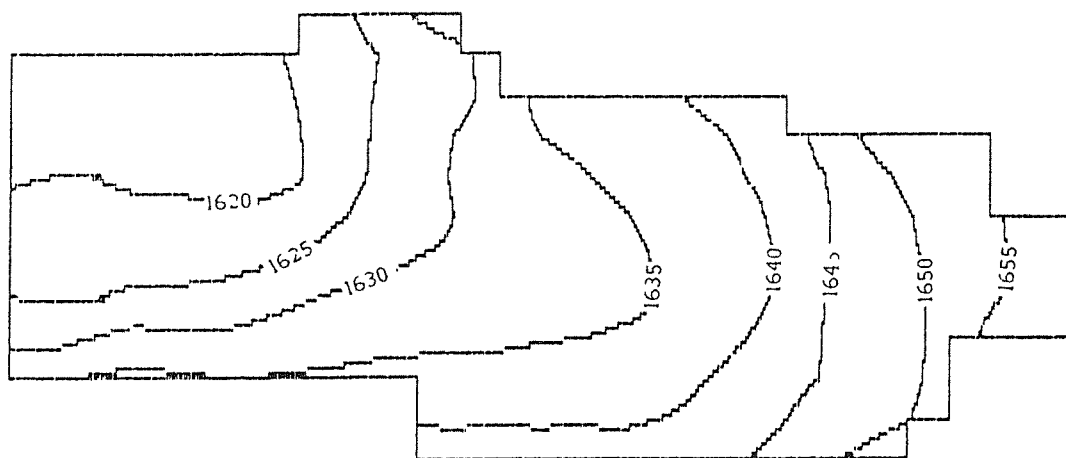
شکل (۸) خطوط تراز جلگه رخ (محاسبه شده پس از یکسال)



شکل (۹) خطوط تراز جلگه رخ (مشاهده شده پس از یکسال)

به همین منظور وضعیت جلگه مذکور برای ده سال آینده مورد بررسی قرار گرفته و نتایج حاصله در شکل (۱۰) مورد بررسی قرار گرفته و نتایج حاصله در شکل (۱۰)

نمایش داده شده است.



شکل (۱۰) خطوط تراز جلگه رخ پس از یک دوره بهره برداری ۱۰ ساله

نتیجه گیری:

روش بهینه یابی یک روش قوی برای تعیین نقاط اکسترم توابع مختلف می باشد. این روش که دارای راندمان خوبی است، با گذشت زمان دامنه استفاده از آن گسترش یافته و قادر به تحلیل طیف بسیاری از مسائل در علوم و تکنولوژی می باشد.

روش بهینه یابی برای کالیبراسیون مدل عددی آبهای زیرزمینی در حالت غیر ماندگار بر خلاف روش آزمون و خطا نیاز به تصحیحات متعدد پارامترها ندارد. به عنوان مثال پیندر^{۳۵} با اجرای بیش از ۳۷ مرتبه، مدل عددی خود را تا حدودی توانست کالیبره کند. به این ترتیب علاوه بر صرفه جوئی در وقت و هزینه می توان به نتایج به دست آمده به عنوان بهترین جوابهای ممکن اطمینان داشت. به علت وسعت سفره های آب زیرزمینی تعداد متغیرهای موجود در روش بهینه یابی بسیار زیاد خواهد شد، به طوری که در

بعضی از این موارد قادر به استفاده از این روش نخواهیم بود. به این دلیل از ابتکار ناحیه بندی سفره برای کاهش تعداد متغیرهای مسأله استفاده شده است. این ناحیه بندی با توجه به آمار و اطلاعات موجود و نتایج حاصله از مشاهدات پس از گذشت زمان معین انجام می گیرد. نتایج حاصله از این تحقیقات نشان دهنده این است که ترکیب مدل عددی آبهای زیرزمینی با روش تفاضل های محدود در حجم کنترل و مدل بهینه یابی برای کالیبراسیون نتایج حاصله از تحلیل سفره های آب زیرزمینی موفقیت آمیز و قابل اطمینان است. همچنین با توجه به اینکه این مدل از نظر استفاده در پروژه های بزرگ محدودیتی ندارد، لذا عملیات کالیبراسیون در این گونه پروژه ها در کوتاهترین زمان ممکن و با حداقل هزینه می تواند انجام گیرد.

- | | |
|------------------------------------|---|
| (1) Calibration | (19) Jacquard & Jain |
| (2) Permeability Coefficient | (20) Jahns |
| (3) Storage Coefficient | (21) Vemuri & Karplus |
| (4) Non-Linear Optimization | (22) Coats |
| (5) Finite Difference | (23) Dupuy |
| (6) Unsteady | (24) Slater & Durrer |
| (7) Non-homogeneous | (25) Sage & Melsa |
| (8) Anisotropic | (26) Stall man |
| (9) Constrained Optimization | (27) Bredehoeft |
| (10) Transformation | (28) Nelson & Mccollom |
| (11) Unconstrained | (29) Klinkh |
| (12) Powell | (30) Hefez |
| (13) Control Volume | (31) Fully Implicit Finite Difference Method, Control Volume Approach |
| (14) Fully Implicit | (32) Porosity |
| (15) Partial Differential Equation | (33) Hydraulic Head |
| (16) Effective & Pore Pressures | (34) Explicit |
| (17) Trial & Error | (35) Pinder |
| (18) Kruger | |

1. BEAR J. "Hydraulic of Groundwater" McGraw Hill Book Company, U.S.A. 1979.
2. BEIGHTLER, PHILLIPS, WILDE, "Foundation of Optimization" Prentice Hall at India Private Limited, 1979.
3. BOX M. J. "A Comparison of Several Current Optimization Methods, and Use of Transformation in Constrained problems". The Computer Journal, September 1966.
4. BREDEHOEFT J.D.& PINDER J. F. "Digital Analysis of Areal Flow in Multiaquifer Groundwater Systems: A Quasi Three Dimensional Model" Water Resources Research Journal, Vol. 6, No. 3, 1970.
5. CHAPRA S. C. and CANALE R. P. "Numerical Methods for Engineers" McGraw Hill Book Company, Singapore, 1989.
6. GREIG D. M. "Optimization". Longman Publishing Company, NewYork, 1980.
7. HUNT B. "Mathematical Analysis of Groundwater Resources" Butterworth & Co [Publisher], Cambridge [U.K], 1983.
8. KINZALBACH W. "Groundwater Modelling". Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, 1986.
9. MARINO M. A. and LUTHIN J. N. "Seepage and Groundwater". Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, 1982.
10. MERCER J. W. and FAUST C. R. "Groundwater Modelling: Mathematical Models". Groundwater Journal, Vol. 18, No. 3, May-June 1980.
11. MERCER J. W. & FAUST C. R. "Groundwater Modelling: Numerical Models" Groundwater Journal, Vol. 18, No .4, July-August, 1980.



12. NEUMAN S. P. "Calibration of Distributed Parameter Groundwater Flow Models Viewed as a Multi-objective Decision Process and Uncertainty". Water Resources Research Journal, Vol.9, No.4. August 1973.
13. PATANKAR S. V. "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow". Hemisphere Publishing Corporation, McGraw Hill Book Company 1980.
14. PINDER G. F. and BREDEHOEFT J. D. "Application of Digital Computer for Aquifer Evaluation". Water Resources Research Journal, Oct 1968.
15. POWELL M. J. D "An Efficient Method for Finding Minimum of Function of Several Variables Without Calculating Derivatives". The Computer Journal, Vol. and, p. 155, 1964.
16. WANG H. F. and ANDERSON M. P. "Introduction to Groundwater Modelling". W. H. Freeman and Company, San Francisco, 1982.
17. YONG R .N. and SAMANI H. M. V. "Modelling of Contaminant Transport in Clays Via Irreversible Thermodynamics". ASCE-GT Specialty Conf., Geotechnical Practice for Waste Disposal, Ann Arbor, Michigan, June 1987.