

مدل پیشروی محلی آبهای شور به طرف آبهای شیرین در زیرزمین

ابوالفضل شمسائی

استاد دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی شریف

حمیدرضا صفوی

عضو هیئت علمی دانشکده عمران دانشگاه صنعتی اصفهان

چکیده:

حرکت آبهای زیرزمینی در یک لایه اشباع از آب شور و شیرین که دارای سطح مشترک^۱ مشخص می‌باشند در اثر وجود شرایط مرزی^۲ مختلف از جمله: چاههای پمپاژ، تغذیه طبیعی و تغذیه مصنوعی، تابعی از زمان می‌باشد. برای بررسی چگونگی امر از مدل ریاضی کامپیوتری مناسبی استفاده بعمل آمده که در آن محیط جریان به المانهای کوچک تقسیم‌بندی شده و سطح مشترک نیز توسط یکسری المان باگره‌های مشخص به هم متصل، نمایش داده شد. با تغییر مکان سطح مشترک، موقعیت گره‌ها نیز تغییر کرده و در نتیجه موقعیت مکانی کل شبکه نیز با زمان تغییر نمود. در بررسی چگونگی حرکت آبهای شور و شیرین در لایه‌های آبداری که وسعت آنها در مقایسه با ضخامتشان زیاد است، از تغییرات ارتفاع نمایش دهنده فشار ($\frac{P}{\gamma}$) در جهت قائم صرف‌نظر شده و معادلات بنیادی مربوطه بصورت دو بعدی در یک صفحه افقی نوشته شد. در این مقاله مدل هیدرودینامیکی وضعیت سطح مشترک آب شور و شیرین که بصورت دستگاه معادلات دیفرانسیل جزئی غیرخطی می‌باشند ارائه و سپس با توجه به شرایط مرزی مختلف، حل عددی مدل مزبور به روش المانهای محدود ارائه گردیده است.

Regional Saltwater Intrusion Model

Abolfazl Shamsai, Ph.D.

Prof. of Civil Eng. Dept. Sharif Univ. of Technology

Hamid Reza Safavi, M.Sc.

Lecturer, Civil Eng. Dept. Isfahan Univ. of Technology

ABSTRACT

The movement of groundwater in saturated aquifer with a defined fresh and saltwater interface becomes time dependent under boundary conditions of pumping wells, natural replenishment and artificial recharge. A model is represented by a flow domain subdivided into small elements, and an interface shown by a series of elements connected by certain nodes in the mesh. As the interface moves, the location of its' nodes along with the entire mesh composition changes with time.

In conditions where aquifer surface area exceeds its' thickness, the change of pressure head in the vertical direction is neglected and the mathematical equations

are only presented for the horizontal plane. Two coupled nonlinear differential equations which are solved by the finite element method for various boundary conditions are submitted.

مقدمه:

کبود عمومی آب شیرین، افزایش جمعیت و اهمیت کشاورزی در مناطق خشک دنیا، سبب گردیده است که متخصصین به فکر استفاده بهینه از آبهای شیرین موجود در کره زمین و همچنین جلوگیری از شور شدن آبهای شیرین بیافتند. قریب به $97/2$ درصد از مجموع آبهای موجود در کره زمین شور بوده و از نقطه نظر آشامیدن و مصارف کشاورزی و صنعتی ارزش چندانی ندارد و فقط $2/8$ درصد بقیه شیرین و قابل استفاده می باشد، (۱۹۷۳)، (Lvovich) از این رو مقدار آب شیرین در سطح کره زمین نسبت به آب شور بسیار کم است. کشور ما از جنوب و شمال به آبهای شور محدود گردیده و از داخل نیز دریاچه های ارومیه، نیریز، مهارلو و قم دارای شوری بسیار زیادی می باشند. بنابراین به دلیل محدود بودن منابع آب شیرین قابل دسترسی در کشور لازم است از شور شدن آنها جلوگیری به عمل آورد. در مدیریت منابع آب مسئله پیشروی آبهای شور به طرف آبهای شیرین به ویژه در زیرزمین غالباً نشان دهنده مسئله ای حاد در مورد کیفیت آب می باشد.

پیشروی آب شور عبارت است از حرکت آب از منابع آبی شور (دریا) به طرف زمینهای آبدار آزاد یا تحت فشار، که منجر به جابجایی آب شیرین از سفره های آبدار می گردد. هرگاه به عنوان اولین تقریب با آب شیرین و شور همانند دو مایع مخلوط نشدنی رفتار نمایم، این دو مایع توسط سطح مشترک مشخصی از یکدیگر جدایی کردند. به علت شیب سطح مشترک، جبهه آب شور در اثر برداشت بیش از حد شروع به حرکت به سمت آب شیرین سطحی می نماید که در مواقع بارندگی و تغذیه به دلیل جریان آب سطحی به طرف دریا عقب نشینی می نماید. در واقع آب شیرین و شور در منطقه ای از آب پراکنده مخلوط می گردند و گاهی اوقات لازم است که پراکندگی آب شور را مورد نظر قرار داد تا تصویر دقیقتری از آب زیرزمینی در مناطق ساحلی به دست آید. طول پاشنه پیشروی آب شور ممکن است در بعضی مواقع به چندین کیلومتر برسد و بنابراین آب شور ممکن است چاههای آب شیرین در مناطق مجاور را آلوده نموده و از این رو برداشت آب از آنها را ممنوع سازد و یا این که ممکن است ترریق آب شیرین را لازم نماید تا به وسیله آب بتوان جلوی آب شور را سد نمود.

بررسی تعادل هیدرواستاتیک آب شور و شیرین در یک محیط متخلخل که در امتداد یک سطح مشترک معینی بدون پراکندگی با یکدیگر در تماس اند، اولین بار توسط (۱۸۸۸) Ghyben

سپس توسط (۱۹۰۱) Herzberg انجام گرفت. معادله ای که برای عمق سطح مشترک به دست آمد با اندازه گیریهای محلی بخوبی مطابقت می نمود، این معادله نشان می داد که به ازای هر متر ارتفاع آب شیرین از سطح متوسط دریا، ضخامت آب شیرین واقع بر روی آب شور حدود ۴۰ متر می باشد. سپس (۱۹۴۰) Hubbert به جای تعادل هیدرواستاتیک، تعادل هیدرودینامیک سطح مشترک را مورد بررسی قرار داد و اختلاف بین عمق واقعی آب شور و عمقی را که توسط رابطه گین-هرزبرگ برای شرایط جریان در نزدیکی خط ساحل به دست می آید، تعیین نمود. (۱۹۵۹) Glover شرایط جریان در نزدیکی ساحل را همانند جریان در یک سد خاکی نیم بی نهایت که بر روی پایه سنگی افقی قرار گرفته و از زیر زهکشی می گردد، معرفی نمود. البته به دلیل اینکه شرایط مرزی در این دو حالت یکسان نیست، بنابراین تشابه کاملی نیز بین این دو مدل وجود ندارد. (۱۹۵۹) Cooper عقیده داشت که با فرض وجود اختلاط ناپذیری دو سیال، آب شور ساکن نبوده و بین کف دریا و منطقه پراکنده ای از مخلوط آب شور و شیرین به جلو و عقب در حرکت است. وی بر این عقیده بود که پدیده جابجایی دو سیال مخلوط نشدنی که در آن محیط متخلخل اشغال شده توسط دو مایع مختلف که دارای یک سطح مشترک نازکند اختلاف دارد.

به دنبال مطرح شدن بحث پراکندگی، (۱۹۶۰) Yih فرض نمود که منطقه گذران بین آب شور و شیرین از مایعی به جرم مخصوص و لزوجت متغیر اشغال شده است. تا قبل از وی نحوه حل مسئله اساساً به صورت تغییر مکان یک مایع مخلوط بود ولی وی جریان در یک محیط متخلخل را برای یک سیال ناهمگن حل نمود. اکنون نیز مطالعات در این زمینه براساس نظریات Yih همچنان ادامه دارد.

۱- مدل هیدرودینامیکی سطح مشترک آب شور و شیرین در یک صفحه قائم

یکی از مسایل اساسی در مورد پیشروی آبهای شور به طرف آبهای شیرین، حرکت این سطح در اثر پمپاژ آب شیرین و یا ترریق آن در زیرزمین می باشد که دنبال آن تغییراتی در مقدار ذخیره آب شیرین و آب شور در بالا و پایین این سطح حاصل می گردد. دستیابی به موقعیت سطح مشترک ممکن است با وجود لایه های غیر قابل نفوذ^۴ و لایه های نیم تراوا^۵، امری مشکل و پیچیده شود. از این رو بایستی توجه خاصی به موضوع مسئله، روش حل و تکنیکهای عددی که بایستی بکار برده شود، نمود

در مدلی که برای جریان در یک صفحه قائم ارائه می‌گردد، محیط جریان به تعداد زیادی المانهای کوچک تقسیم‌بندی می‌گردد (شکل ۱). معمولاً فرض می‌شود که سطح مشترک شامل یکسری المانهای مرزی است که این المانها از سمت بالا حاوی آب شیرین و از پایین حاوی آب شور می‌باشند. براین اساس، رفتار تابع زمان سطح مشترک را می‌توان براساس حرکت گره‌هایی که روی سطح مشترک قرار گرفته‌اند مشخص نمود و از این رو شکل شبکه تابعی از زمان خواهد بود.

مسئله اساسی که در این مدل به آن پرداخته می‌شود، حرکت سطح مشترک بدون در نظر گرفتن عواملی نظیر ذخیره الاستیک^۱ و تغییرات ذخیره در اثر حرکت سطح آزاد لایه می‌باشد. از نظر فیزیکی هم، تغییرات ناشی از حرکت سطح مشترک به مراتب بیشتر از تغییرات ذخیره الاستیک و حرکت سطح آزاد لایه آبدار می‌باشد.

معادلات بنیادی که بایستی بکار برد، قانون دارسی^۲ و معادله پیوستگی^۳ می‌باشند. در مواقعی که دانسیته سیال ثابت نمی‌باشد و با فرض همگنی محیط متخلخل، قانون دارسی را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

(جهت محور لایه به سمت بالا مثبت فرض می‌گردد).

$$q_x = \frac{-k}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (1)$$

$$q_y = \frac{-k}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial y} + \gamma \right) \quad (2)$$

در این معادلات:

k = نفوذپذیری ذاتی^۴

μ = لزوجت دینامیکی

γ = وزن مخصوص سیال

p = فشار سیال است

در این فرمولهای قانون دارسی براساس فشار سیال بیان شده و نه براساس ارتفاع نمایش دهنده فشار آب شور و آب شیرین، و این بدان دلیل است که فشار در طول سطح مشترک پیوسته است و

از این رو در کل محیط جریان یک تابع تک مقدار^۱ می‌باشد و این عمل برای تقریبهای عددی بسیار مناسب و ساده‌کننده خواهد بود.

معادله پیوستگی با صرف نظر کردن از ذخیره الاستیک و تراکم‌پذیری سیال به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

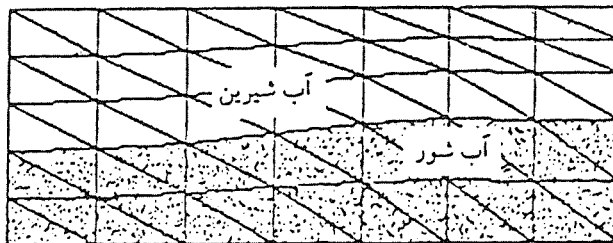
باجایگذاری معادلات (۱) و (۲) در معادله (۳)، معادله دیفرانسیلی که در تمامی محیط جریان صادق است به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{-\partial}{\partial y} \left(\frac{k}{\mu} \gamma \right) \quad (4)$$

برای حل معادله دیفرانسیل فوق نیاز به شرایط مرزی داریم. برای سادگی فرض می‌گردد که فشار در کف لایه آبدار در همه نقاط برابر با مقدار ثابت P می‌باشد. این بدان معناست که جریان آب به درون لایه زیرین صفر است (لایه غیر قابل نفوذ). همچنین فرض می‌گردد که ضریب نفوذپذیری و لزوجت در تمامی محیط جریان مقادیر ثابت دارند.

۲ - معادلات بنیادی مدل پیشروی محلی آب شور^{۱۱} در لایه‌های آبدار تحت فشار

جریان آب در لایه‌های آبداری که وسعت آنها در مقایسه با ضخامشان زیاد است، به صورتی است که می‌توان از تغییرات ارتفاع نمایش دهنده فشار در جهت قائم صرف‌نظر نمود و معادلات بنیادی را به صورت دوبعدی در یک صفحه افقی مورد بررسی قرار داد. مدل‌هایی از این قبیل توسط دانشمندان مختلفی نظیر *Pinder and Page* (۱۹۷۷) همچنین *Wilson and Sada Casta* (۱۹۸۲) مورد مطالعه قرار گرفته است. در این راستا مشکلات ویژه‌ای در ارتباط با محل‌های برخورد سطح مشترک با لایه غیر قابل نفوذ وجود دارد که در این رابطه بایستی تکنیکهای نسبتاً پیچیده‌ای به ویژه برای جریانهای غیر دائمی بکاربرد.



شکل ۱ - شبکه‌بندی المانها برای مسئله سطح مشترک آب شور و شیرین.

در ناحیه آب شیرین: $q = -K \nabla \phi$: $-h < z < -H_1$ (۸)

در ناحیه آب شور: $q = -K \nabla \phi + aK \nabla h$: $-H_1 < z < -h$
 که در آن K ضریب هدایت هیدرولیکی است و برای آب شیرین به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$K = \frac{k}{\mu \rho g} \quad (۹)$$

و همچنین a عبارتست از:

$$a = \frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} \quad (۱۰)$$

معادلات پیوستگی برای دو سیال عبارتند از:

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = I_f - \nabla \cdot \{(h - H_2)q\} \quad \text{برای آب شیرین:} \quad (۱۱)$$

$$-S \frac{\partial h}{\partial t} = I_s - \nabla \cdot \{(H_1 - h)q\} \quad \text{برای آب شور:}$$

که در این فرمولها:

S = ضریب ذخیره

I_s = میزان نشت آب شور

I_f = میزان نشت آب شیرین می‌باشد.

با جایگذاری معادلات (۸) در معادلات (۱۱)، یک دستگاه

معادلات دیفرانسیل جزئی به صورت زیر بدست می‌آوریم:

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = I_f - \nabla \cdot \{K(h - H_2) \nabla \phi\} \quad (۱۲)$$

$$-S \frac{\partial h}{\partial t} = I_s + \nabla \cdot \{K(H_1 - h) \nabla \phi\} - \nabla \cdot \{aK(H_1 - h) \nabla h\}$$

این دستگاه معادلات دیفرانسیل جزئی شامل دو متغیر h و ϕ می‌باشد که بایستی با استفاده از شرایط اولیه و مرزی حل گردند. برای ساده‌تر کردن دستگاه معادلات که شامل هر دو جنبه ریاضی و فیزیکی باشد، دو معادله فوق را با هم جمع می‌کنیم در این صورت یک معادله مستقل از زمان به شکل زیر بدست می‌آوریم:

$$-\nabla \cdot (T \nabla \phi) = I \quad (۱۳)$$

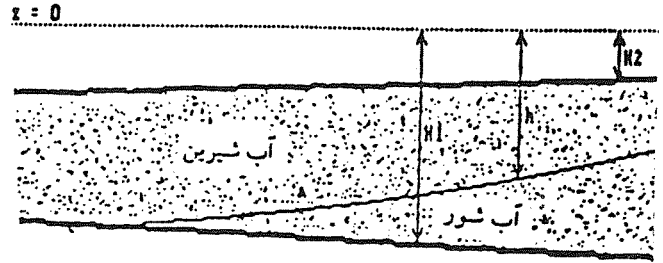
با استفاده از تعریف ضریب انتقال پذیری^{۱۲} داریم:

$$T = K(H_1 - H_2) \quad (۱۴)$$

در معادله (۱۳)، $I = I(x, y, t)$ بوده و خواهیم داشت:

$$I = I_f + I_s - \nabla \cdot \{aK(H_1 - h) \nabla h\} \quad (۱۵)$$

راه حل بنیادی برای حل دستگاه معادلات دیفرانسیل فوق بدین صورت است که در ابتدا مقدار ارتفاع نمایش دهنده فشار ϕ را به وسیله معادله (۱۳) و با استفاده از شکل حدسی سطح مشترک که مقدار سمت راست معادله را بدست می‌دهد، تخمین



شکل ۲ - لایه آبدار تحت فشار حاوی آب شیرین و شور

جریانی از آب شور و شیرین در زیرزمین که توسط سطح مشترکی از یکدیگر جدا گردیده‌اند را در یک لایه تحت فشار در نظر می‌گیریم، این لایه آبدار توسط دو قشر غیر قابل نفوذ افقی مطابق شکل ۲ محصور گردیده است. لایه‌های بالایی و پایینی با سطوح $z = -H_2$ ، $z = -H_1$ نشان داده شده است. ضریب نفوذپذیری لایه آبدار را با K و جرم مخصوص آب شور را با ρ_s و آب شیرین را با ρ_f نشان می‌دهیم. فرض می‌گردد که لزجت دینامیکی هر دو سیال μ بوده و همچنین موقعیت سطح مشترک بین دو سیال به وسیله تابع $z = -h(x, y)$ نشان داده شود.

با استفاده از فرضیات دوپویی که توزیع فشار در جهت قائم را به صورت هیدرواستاتیک در نظر می‌گیرد خواهیم داشت:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho_g \quad (۵)$$

در ناحیه آب شور $\rho = \rho_s$ و در ناحیه آب شیرین $\rho = \rho_f$ می‌باشد و g شتاب ثقل است. با انتگرال‌گیری از معادله (۵) در جهت قائم می‌توان فشار را در هر دو فاز مایع به دست آورد.

$$\text{در ناحیه آب شیرین: } p = \rho_f g \phi - \rho_f g z \quad -h < z < -H_2 \quad (۶)$$

در ناحیه آب شور:

$$-H_1 < z < -h: p = \rho_f g \phi - \rho_s g z - (\rho_s - \rho_f) g h$$

معادلات (۶) می‌تواند معادله (۵) را ارضاء نماید و همچنین فشار بر روی سطح مشترک $z = -h$ پیوسته است. در معادلات (۶) مقدار فشار هر دو سیال بر اساس دو متغیر h و ϕ که هر دو تابعی از مختصات x و y می‌باشند، بدست می‌آید. متغیر ارتفاع آب شیرین نسبت به سطح $z = 0$ می‌باشد. دلیل استفاده از متغیر ϕ این است که دیمانسیون آن با ارتفاع سطح مشترک، h ، یکی است. جریان هر دو سیال در صفحه افقی شامل محورهای x و y با توجه به قانون داریسی به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$q = - (k/\mu) \nabla p \quad (۷)$$

به دلیل این که میزان تاثیر تفاوت لزوجت بر روی شکل سطح مشترک بسیار کمتر از تفاوت در وزن حجمی سیال است (۱۹۸۰ و Verruijt)، بنابراین می‌توان با تقریب مناسبی فرض نمود که لزجت هر دو سیال با یکدیگر برابر است. با استفاده از معادلات (۶) و (۷) خواهیم داشت:

که در آن $T_a = T(H_1 - h)/(H_1 - H_2)$ نمایشگر ضریب انتقال پذیری کاهش یافته^{۱۳} می باشد. حال دستگاه معادلات (۱۹) و (۲۰) را با استفاده از متغیر جدیدی که به صورت زیر معرفی می گردد، تعمیم می دهیم:

$$f = \phi/a \quad (21)$$

با انتخاب این متغیر جدید، دستگاه معادلات دیفرانسیل جزئی به فرم زیر تبدیل می گردد:

$$-\nabla \cdot (aT \nabla f) + \nabla \cdot (aT_a \nabla h) = I_f + I_s \quad (22)$$

$$S(\partial h/\partial t) - \nabla \cdot (aT_a \nabla h) + \nabla \cdot (aT_a \nabla f) = -I_s \quad (23)$$

یکی از مزیت های این تغییر متغیر در معادلات فوق این است که ضرایب دو معادله یکی شده و دستگاه معادلات متقارن می گردد. نهایتاً روش حل عددی معادلات دیفرانسیل جزئی (۲۲) و (۲۳) به صورت زیر می باشد:

$$\sum_{j=1}^n P_a(i,j)f(j) - \sum_{j=1}^n P_b(i,j)h(j) = Q_f(i) + Q_s(i) \quad (24)$$

$$-\sum_{j=1}^n P_b(i,j)f(j) + \sum_{j=1}^n \{P_b(i,j) + P_c(i,j)\}h(j) = (25)$$

$$-Q_s(i) + \sum_{j=1}^n P_c(i,j)h_a(j)$$

که در این معادلات بردار Q و ماتریس P معادل عددی ترم های مختلف معادلات دیفرانسیل (۲۲) و (۲۳) می باشد.

۴ - نتیجه گیری^{۱۴}:

۱ - در این مقاله برای تجزیه و تحلیل سطح مشترک آب شور و شیرین در یک لایه آبدار تحت فشار مدل ریاضی مناسبی (معادلات ۱۲ و ۱۳) ارائه شده است.

۲ - در مدل ارائه شده، شرایط مرزی مختلف از جمله: چاه های پمپاژ آب شیرین، چاه های تغذیه مصنوعی آب شیرین، تغذیه طبیعی از طریق نفوذ از سطح لایه آبدار و همچنین نشست از لایه زیرین قابل اعمال می باشد.

۳ - با معلوم بودن موقعیت سطح مشترک در زمان $t=0$ می توان موقعیت آن را در هر زمان دیگر بدست آورد.

۴ - با استفاده از روش حل ارائه شده می توان با یک شبکه بندی ساده بر روی محیط جریان و مشخص نمودن تعداد گره ها و المانها و همچنین معلوم بودن جرم مخصوص های آب شیرین و شور، مشخصات لایه آبدار و میزان برداشت یا تغذیه از هر گره، می توان موقعیت سطح مشترک، مقدار فشار و دبی آب شیرین و

می زینم و سپس موقعیت دقیق سطح مشترک را با استفاده از دستگاه معادلات (۱۲) به دست می آوریم. این شیوه آنقدر تکرار می گردد تا به جواب نهایی همگرا برسیم. حسن این روش در همگرایی سریع و پایداری آن می باشد. توجه فیزیکی برتری معادله پیوستگی (۱۳) نسبت به دیگر معادلات در این است که به راحتی می توان شرایط مرزی مختلف را در آن بکار برد.

۳ - حل عددی مدل پیشروی محلی آب شور به روش المانهای محدود

برای حل معادله دیفرانسیل (۱۳) به روش المانهای محدود ما از ساده ترین شکل المان دو بعدی، یعنی المان مثلثی با توابع شکلی خطی برای h و ϕ استفاده خواهیم نمود. این روش با استفاده از یک دستگاه معادلات خطی به صورت زیر نوشته می شود:

$$\sum_{j=1}^n = P(i,j) \phi(j) = Q(i) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (16)$$

که در آن n تعداد گره ها می باشد. ماتریس P شامل یک جمع بر روی همه المانهای ($k = 1, 2, \dots, m$) زیر ماتریسها به شکل زیر می باشد:

$$P_k(i,j) = \frac{T_k}{2|\Delta|} \{b(i)b(j) + c(i)c(j)\} \quad (i,j=1,2,3) \quad (17)$$

که در آن:

$$b(1) = y(2) - y(3), \quad c(1) = x(3) - x(2)$$

همچنین:

$$\Delta = x(1)b(1) + x(2)b(2) + x(3)b(3)$$

بردار Q برای هر المان به صورت زیر تعریف می گردد:

$$Q_k(i) = I|\Delta|/6 \quad (i=1,2,3) \quad (18)$$

به دلیل این که مساحت هر المان مثلثی برابر با $\frac{|\Delta|}{2}$ می باشد، بنابراین طرف راست معادله (۱۸) نمایشگر ثلث ورودی به هر المان است که این ورودی بطور مساوی بر روی هر سه گره تقسیم می گردد. بنابراین معادله (۱۶) بیان کننده معادله پیوستگی جریان در گره i ام می باشد. عبارت $\sum P(i,j)\phi(j)$ معادل عددی عبارت $-\nabla \cdot (T \nabla \phi)$ خواهد بود.

روش فوق بایستی برای معادله (۱۳) و همزمان با یکی از معادلات (۱۲) بکار برده شود. اگر از معادله آب شور به عنوان دومین معادله استفاده گردد، دستگاه معادلات دیفرانسیل به فرم زیر خواهد بود:

$$-\nabla \cdot (T \nabla \phi) = I_f + I_s - \nabla \cdot (aT_a \nabla h) \quad (19)$$

$$S(\partial h/\partial t) - \nabla \cdot (aT_a \nabla h) + \nabla \cdot (T_a \nabla \phi) = -I_s \quad (20)$$

پاورقی :

1. Interface
2. Boundary Conditions
3. Semi Infinite
4. Impermeable Layers
5. Semi-Permeable Layers
6. Elastic Storage
7. Darcy's Law
8. Continuity Equation
9. Interinsic Permeability
10. Single- valued function

11. Regional interface model

12. Transmissivity

13. Reduced transmissivity

۱۴ - برنامه کامپیوتری مدل فوق توسط نویسندگان مقاله تهیه گردیده و برای کنترل آن در چند منطقه با اندازه گیری های محلی اطلاعات مورد نیاز برنامه جمع آوری شد و سپس نتایج حاصل از برنامه کامپیوتری با اندازه گیری های محلی مطابقت داده شد که تطابق بسیار خوبی بدست آمد. جهت اطلاعات بیشتر در مورد نرم افزار تهیه شده می توانید با نویسندگان مقاله تماس حاصل فرمائید.

مراجع :

- 1- Lvovich, J., (1973), "Hydrologic cycle in the world", *Water of the world, Vol. 73, No.1*, pp. 49-61.
- 2- Hubbert, M.K., (1940), "The theory of ground-water motion", *Mc-Graw Hill Book Company*, pp. 95.
- 3- Glover, R.E., (1959), "The pattern of fresh-water flow in a coastal aquifer," *Journal of geophysical research, Vol. 64, No.4*, pp. 457-459.
- 4- Cooper, H.H., (1959), "A hypothesis concerning the dynamic balance of fresh water and salt water in a coastal aquifer," *Journal of geophysical research, Vol. 64, No. 4*, pp. 461-467.
- 5- Yih, C.S., (1960), "Flow of a non-homogeneous fluid in a porous medium," *Jurnal of fluid mechanics, Vol. 10*, pp. 133-140.
- 6- Shamir, U., and Dagan, G., (1971), "Motion of the seawater interface in coastal aquifers: A numerical solution," *Water Resour. Res, No. 7*, pp. 644-657.
- 7- Pinder, G.G., and Page, R.H., (1977), "Finite element simulation of salt water intrusion on the south fork of long island," *Pentech Press, London*, 2.52-2.69.
- 8- Wilson, J.L., and Sada Costa, A., (1982), "Finite element simulation of a saltwater- fresh water interface with interface toe tracking," *Water Resour. Res, No. 18*, pp. 1078-1080.
- 9- Verruijt, A., (1980), "The rotation of a vertical interface in a porous medium," *Water Resour. Res, No. 16*, pp. 239-240.
- 10- Bear, J., (1979), "Hydraulics of groundwater," *Mc Graw-Hill Book Company*.
- 11- Reid, J.K., (1971), "On the method of gradients for the solution of large sparse systems of linear equations," *Academic Press, London*, pp. 231-253.