

تعیین پارامترهای مدل حالت حد برای ناحیه‌ای از خاک جنوب تهران و بررسی تغییرات آنها در مقاومت خاک

سید مجdal الدین میرمحمدحسینی

استادیار دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

محمد ملکی

مریض دانشکده مهندسی دانشگاه بوعلی همدان

چکیده:

مدل حد در مکانیک خاک (Critical state soil Mechanics) از جمله مدل‌های رفتاری الاستوپلاستیک با سطح تسليم (Yield surface) بسته بیضوی می‌باشد که قابلیت نسبتاً خوبی جهت ارزیابی رفتار خاکهای تحکیم یافته نرمال و پیش تحکیم یافته با نسبت بیش تحکیم یافته‌کی کم را دارا می‌باشد. به همین دلیل امروزه در اغلب مطالعات پژوهشی و پژوهه‌های ژنتکی از این مدل استفاده می‌شود. ثابت و پارامترهای این مدل از آزمایشگاه قابل تعیین بوده و به لحاظ داشتن سطح تسليم بسته استفاده از این مدل در برنامه‌های اجزاء محدود (Finite element) برآختی امکان پذیر می‌باشد. با توجه به اهمیت استفاده از مدل‌های الاستوپلاستیک در طراحی سازه‌های خاکی و مسائل بی‌سازی جهت ارزیابی دقیق‌تر رفتار خاک، آشنایی، بررسی و بکارگیری چنین مدل‌هایی برای محققین و مهندسین ژنتکی امری ضروری به نظر می‌رسد. در مقاله حاضر ضمن معرفی و بررسی کلی مدل حالت حد خاکها به چگونگی تعیین پارامترهای آن برای خاک ناحیه‌ای از جنوب تهران پرداخته و سپس با استفاده از برنامه اجزاء محدود یک مطالعه پارامتریک جهت بررسی و تعیین نحوه تأثیر تغییرات هر یک از پارامترها بر روی مقاومت یک نمونه از خاک در شرایط سه محوری (Triaxial Condition) صورت گرفته است.

The Parameters Of critical State Model for Tehran Clay And Evaluation Of Their Changes In The Soil Strength

S.M.Mir Mohammad Hosseini, ph.D.

Assistant Prof. Of Civil Eng. Dept. Amirkabir Univ. Of Technology

M.Maleki, M.sc.

Civil Eng. Dept. Booali (Hamedan) University

ABSTRACT

The critical state model in soil mechanics is an elasto - plastic model with a closed

elliptical yield surface which can predict the behaviour of normally consolidated and slightly over consolidated soils appropriately. Hence it is now widely used in geotechnical projects and research programmes. The parameters of the model can be obtained from standard tests in the Laboratory, and due to having closed yield surface it can be easily coupled with finite element programmes. In this paper the general aspect of the critical state model is first described. Then the method of determining parameters of the model for cohesive soils in a southern part of Tehran is presented. Finally a parametric study has been carried out, suing finite element method, to evaluated the influence of the changes of parameters on the strength of the soil samples in triaxial conditions.

از رفتار خاکها نسبت به مدل‌های الاستیک خطی و حتی غیرخطی می‌باشدند. در این مدلها با استفاده از سطح تسلیم (Yield surface)، قانون جریان (Flow rule) و قانون سخت‌شوندگی (Hardening) قادر به کنترل تغییر شکلهای حجمی و رفتار بارگذاری-باربرداری و نیز بارگذاری مجدد خواهیم بود. از جمله مدل‌های رفتاری الاستوپلاستیک که در بسیاری از مسائل ژنتوتکنیکی مطالعات پژوهشی امروز مورد استفاده قرار می‌گیرد، مدل حالت حد (Critical state) می‌باشد که ذیلاً اشاره مختصراً به آن می‌شود:

۱- کلیات و تایخچه مدل حالت حد

در سال ۱۹۵۸ اهمیت خط حالت بحرانی (Critical State Line-CSL) در تشریح رفتار خاکها توسط Roscoe مورد بررسی قرار گرفت و در سال ۱۹۶۳ Schofield یک مدل رفتاری کامل که موفقیت زیادی در بیان جنبه‌های مختلف رفتاری خاک داشت بنام Cam clay ارائه دادند. نقاط ضعف و قوت این مدل بعدها توسط اسکوفیلد و wrogh مورد ارزیابی قرار گرفت و با توجه به نتایج حاصله در سال ۱۹۶۸ با انجام اصلاحاتی توسط Roscoe و Burland مدل فوق بنام clay com معرفی شود، معرفی گردید. (Critical State model) گفته می‌شود، معرفی گردید. جهت آشنایی با این مدل ابتدا روابط اساسی مکانیک خاک حالت حد را معرفی می‌نماییم؛

$$p' = \frac{\sigma'_1 + 2\sigma'_3}{3} \quad \text{تش مولر متوسط (ایزوتروپ)}$$

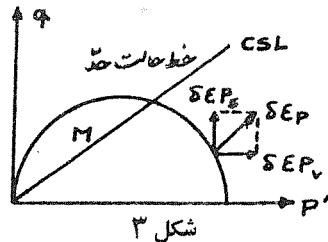
$$q = \sigma'_1 - \sigma'_3 \quad \text{تش مولر انحرافی (در شرایط سه محوری)}$$

$$v = 1 + c \quad \text{حجم مخصوص}$$

مقدمه :

خاکها از جمله مصالح مهندسی هستند که رفتار پیچیده‌ای از خود در زیر بار نشان می‌دهند. پوشش وسیع سطح زمین ازین مصالح از یک طرف و پیچیدگی رفتاری از طرف دیگر موجب شده است که رفتار تش-تغیر شکل خاکها از دیر باز مورد مطالعه قرار گرفته و تا به امروز نیز ادامه پیدا کند. یکی از عوامل اصلی این پیچیدگی چند فاز بودن خاکها (ذرات جامد، آب و هوا) در مقایسه با سایر مصالح مهندسی و تغیر شکل پذیری زیاد آن می‌باشد. رابطه تش-تغیر شکل خاکها بستگی به عوامل متعددی منجمله، شکل و اندازه ذرات، تخلخل، چسبندگی و اصطکاک دانه‌ها، درصد رطوبت، درجه اشاع، شرایط زهکشی تقید جانبی (Constraint Conditions)، مسیر تش (Stress Path)، تاریخچه تش (Stress History)، سرعت بارگذاری، وضعیت همگنی و ایزوتروپی مصالح داشته و بهمین دلیل بدون کمک گرفتن از مدل‌های ریاضی پیش‌بینی رفتار و یا تغیر شکل آنها زیر بارهای مختلف امری دشوار خواهد بود. تعدادی از ویژگی‌های مهمی که یک مدل رفتاری بایستی دارا باشد چنین می‌باشد.

- چند فازه عمل کردن مدل
- غیرخطی بودن رابطه تش - تغیر شکل و برگشت‌ناپذیری بخشی از تغیر شکلها (پلاستیک)
- در نظر گرفتن پدیده‌های اتساع (dilation) یا انقباض (Contraction)
- در نظر گرفتن شرایط گیسختگی و کاهش تدریجی مقاومت زیر حد مقاومت ماکریم (softening).
- منظور کردن سوابق تش، تغیر شکل و تحکیم یافتنگی
- غیر ایزوتروپی و وجود حلقه هیسترزیس در سیکلهای بارگذاری و بار برداری
- مدل‌های الاستوپلاستیک که تمامی و یا بخشی از ویژگی‌های فوق را دارند با کمک تئوری پلاستیستیه قادر به پیش‌بینی بهتری



شکل ۳

کارگیری تغیری پلاستیسیته معادله سطح تسلیم برای مدل حالت حد در فضای دو بعدی به صورت زیر در می آید:

$$q^2 + M^2 p'^2 = p' p_c M^2 \quad (5)$$

که معرف یک یپسی مطابق شکل ۳ می باشد. برای یک حجم مخصوص دلخواه از معادله خط تحکیم نرمال (ایزوتروپ) و حذف p' از رابطه ۵ معادله سطح مرزی حالت پایدار در مدل حالت حد به صورت زیر در می آید:

$$V\lambda = \Gamma + (\lambda - k) \{ \ln(2) - \ln[1 + (\eta/M^2)] \} \quad (6)$$

در معادلات فوق $\eta = q/p'$ فشار پیش تحکیمی و $\eta = q/p$ می باشد. سطح تسلیم فوق با قانون جریان به صورت زیر متحدد می باشد؛

$$\frac{\delta \epsilon p_v}{\delta \epsilon p_s} = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta} \quad (7)$$

پارامترهای λ ، K ، Γ ، M و N همگی ثابت‌های مدل حالت حد بوده که برای پیش‌بینی رفتار خاک بوسیله این مدل می‌توان از طریق آزمایشات بدست آورد. ذیلآنحوه تعیین این پارامترها جهت خاک ناحیه‌ای از جنوب تهران توضیع داده می‌شود.

۲- نحوه تعیین پارامترهای مدل حالت حد

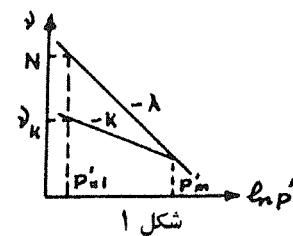
به منظور تعیین پارامترهای مدل یک سری آزمایش توسط دستگاه سه محوری در شرایط تحکیم یافته زهکشی شده (CD) و همچنین تعدادی آزمایش تحکیم یک بعدی بوسیله دستگاه تحکیم (odeometer) در آزمایشگاه بروی نمونه‌های خاک مورد مطالعه انجام گرفت. خاک مورد نظر متعلق به منطقه‌ای در جنوب تهران بوده که مشخصات اولیه آن مطابق جدول ذیل

بارگذاری و باربرداری نمونه‌های به صورت نرمال تحکیم یافته در محورهای مختصات v - $\ln p'$ تشکیل خطوطی با شیوه‌ای λ و k به صورت زیر می‌دهند:

$$v = N - \lambda \ln p' \quad (1) \quad \text{معادله خط تحکیم نرمال (Normal Consolidated Line - NCL)}$$

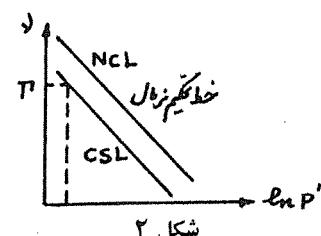
$$v = V_k - k \ln p' \quad (2) \quad \text{معادله خط تورم (Torsion Line - TL)}$$

پارامترهای N و V_k مشخص کننده موقعیت خطوط فوق (شکل ۱) می‌باشند.



شکل ۱

اگر نمونه‌هایی که به صورت ایزوتروپ تحکیم یافته در شرایط زهکشی شده یا زهکشی نشده در اثر بارگذاری محوری به گسیختگی برسند، در محورهای مختصات v و $\ln p'$ تشکیل خطی با شیب λ که بنام خط حالت حد (CSL) نامیده می‌شود را می‌دهند (شکل ۲). این خط در محورهای مختصات v و q با شیب M از مرکز می‌گذرد.



شکل ۲

$$v = \Gamma - \lambda \ln p' \quad (3) \quad \text{معادله خط حالت حد (CSL)}$$

$$q = M p' \quad (4) \quad \text{معادله خط حالت حد (CSL)}$$

پارامتر Γ حجم مخصوص خاک به ازای $p' = 1 \text{ KPa}$ روی خط حالت حد می‌باشد. حال با استفاده از مفاهیم پایه‌ای فوق و

وزن مخصوص طبیعی	وزن مخصوص خشک	در صدر طوبت	درجہ اشباع	تودوویژہ (چگالی)	تحليل اولیہ	حد روانی	دامنه خمیری (%)	دامنه خمیری (%)
(1/m³) 1/535	(1/m³) 1/89	(%) 23	(%) 79	2/74	0/78	(%) 32/5	(%) 19	(%) 13/5

می باشد:

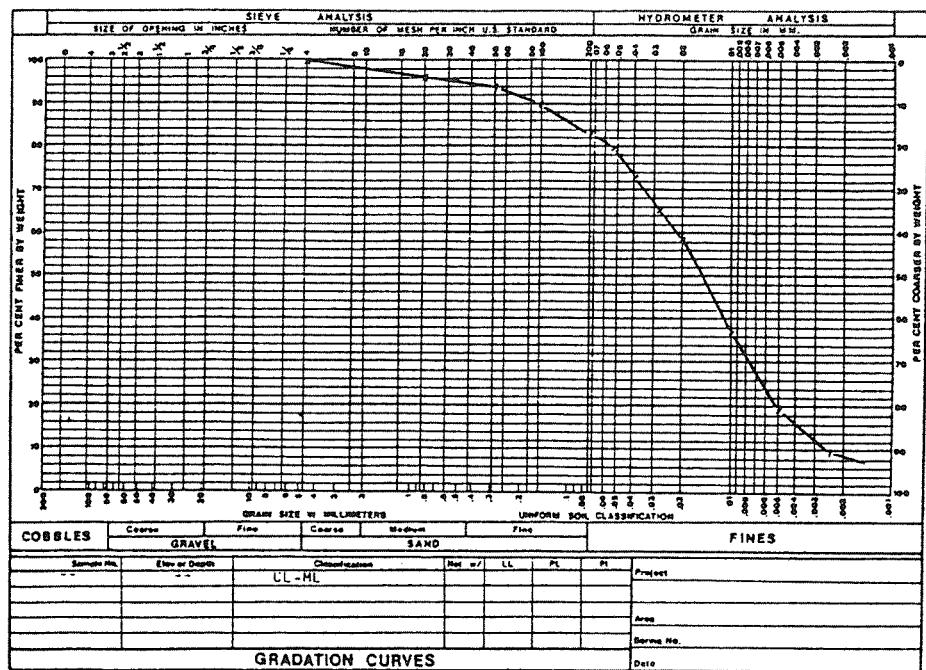
محنتی دانه‌بندی این خاک در شکل ۴ نشان داده شده و گروه CL-ML خاک در سیستم طبقه‌بندی یکنواخت (Unified) (Unified) می‌باشد.

١-٢-٣-٤-٥-٦-٧-٨-٩-١٠

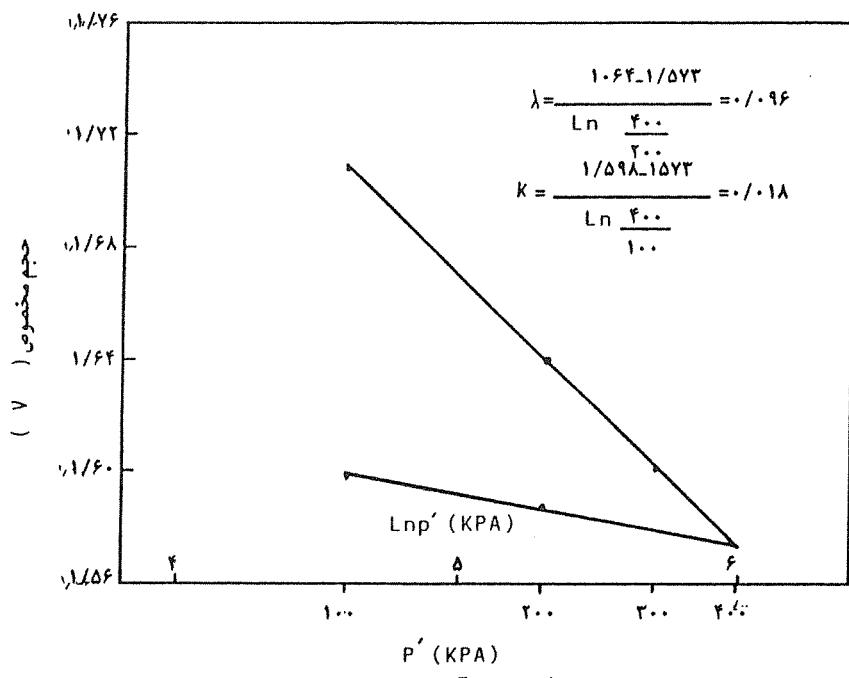
تعیین همگی و یا تعدادی از پارامترهای فوق از روش‌های مختلفی امکان‌پذیر است که البته بسته به دقت انجام آزمایش ممکن است اختلاف کمی یعنی مقادیر اندازه‌گیری شده ملاحظه شود. عمدترين طرق تعیین پارامترها چنین می‌باشد.

- استفاده از نتایج آزمایش فشار سه محوری
 - استفاده از نتایج آزمایش تحکیم یک بعدی
 - استفاده از دامنه خمیری مصالح

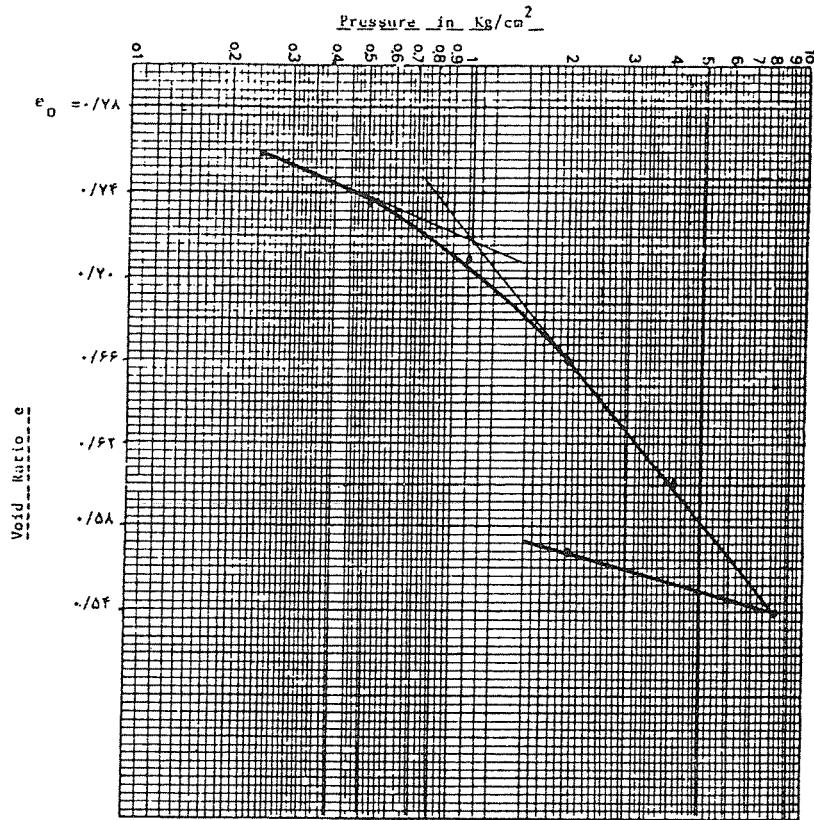
جهت تعیین پارامترها از روش اول نمونه‌ای به قطر ۱۰ و ارتفاع ۲۰ سانتیمتر در دستگاه فشار ۳ مهوری پس از اشباع شدن کامل تحت فشار ایزو تروب تا 40 KPa و باربرداری تا 100 KPa قرار گرفته و در مراحل مختلف تغییر حجم نمونه قرائت گردیده است. نتایج آن در محورهای مختصات $x:lnp$ مطابق شکل ۵ رسم گردیده که از روی آن پارامترهای فوق چنین به دست می‌آیند:



شکل ۴ منحنی دانه‌بندی خاک



شکل ۵ نتایج آزمایش تحکیم ایزوتrop



شکل ۶ نتایج آزمایش تحکیم یک بعدی

رابطه مقابله برای یک خاک اشباع:

$$V-1 = G_s \cdot \omega$$

مقدار λ را می‌توان از رابطه ذیل به دست آورد:

$$\lambda = G_s \cdot PI / 461$$

با توجه به مقادیر $PI = 13/5$ و $G_s = 2/74$ برای خاک مورد

مطالعه ۲ $\lambda = 0.080$ به دست می‌آید که با مقادیر قبلی فاصله

زیادی ندارد.

۲-۲- تعیین پارامتر M

جهت تعیین M شب خط حالت حد در سیستم مختصات

$q:p'$ می‌توان از آزمایشات فشار سه محوری در شرایط تحکیم

یافته زهکشی شده (CD) و یا تحکیم یافته و زهکشی شده

(CU) با اندازه گیری فشار آب حفره‌ای (u) استفاده نمود.

در هر کدام از آزمایشات فوق لازمت تغییر شکل نمونه

به اندازه کافی باشد تا اطمینان از رسیدن نمونه به حالت حدی

حاصل شود. ارتباط بین ϕ (زاویه اصطکاک داخلی مؤثر) و M را

با داشتن تنش‌های اصلی مؤثر در لحظه گسیختگی به صورت ذیل

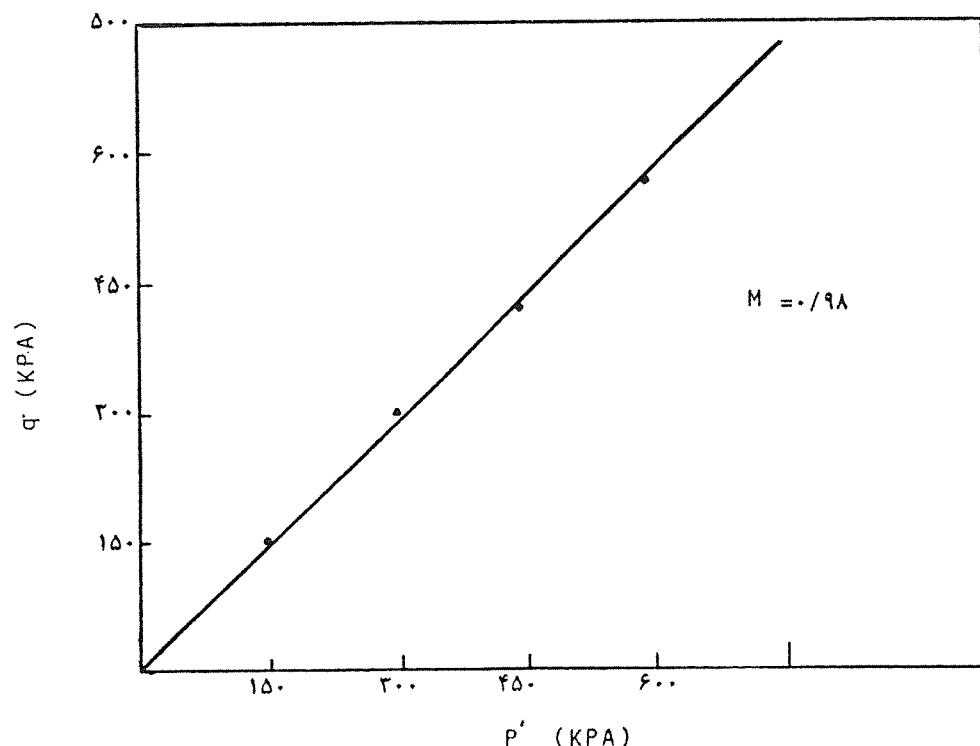
می‌توان تعیین نمود:

به منظور تعیین M یک سری آزمایش سه محوری تحکیم یافته و زهکشی شده با فشارهای پیش تحکیمی ۱۰۰، ۲۰۰، ۳۰۰ و 400 KPa روی نمونه‌هایی از خاک مورد مطالعه به قطر ۱۰ و ارتفاع ۲۰ سانتی‌متر انجام گرفت. در این آزمایشات از طریق اندازه گیری تغییر شکل محوری ϵ_{45} ، توسط اندازه گیری تغییر حجم و سطح مقطع نمونه در هین آزمایش از رابطه ذیل:

$$A = A_0[(1-\epsilon_v)/(1-\epsilon_a)]$$

تعیین و تنش‌های اصلی گسیختگی σ' و σ'_3 با اصلاحات لازم به صورت دقیق اندازه گیری و از روی آنها مقادیر p' و $q:p'$ تعیین و شب خط برآش شده در مختصات مختصات به دست آمد (شکل ۷) که مقدار آن چنین می‌باشد:

$$M = 0.98$$



شکل ۷ تعیین شب خط حالت حد در فضای

پارامترهای مدل و همچنین σ'_x , σ'_y , σ'_z و p' و تعیین c'_e و سپس استفاده از معادله سطح تسیلیم مدل مطابق رابطه ذیل امکان پذیر می باشد.

$$p'_{ce} = \frac{q^2 + M^2 p'^2}{M^2 p'^2}$$

۳- مطالعه پارامتریک مدل حالت حد و بررسی رفتار خاک مورد آزمایش با استفاده از روش اجزا محدود

جهت بررسی اثر تغییرات پارامترهای مدل روی نتایج بدست آمده، برای نمونه ای از خاک تحت شرایط بارگذاری سه محوری با استفاده از روش اجزاء محدود آنالیز انجام گرفته است. برای تمامی حالات فرض شده که نمونه به صورت عادی تحکیم یافته، دارای فشار پیش تحکیمی KPa ۲۰۰ و در شرایط رهگذشتی می باشد.

نتایج بدست آمده از تجزیه و تحلیل فوق در شکل های ۸ و ۱۱ آورده شده است. همانطور که در شکل ۸ ملاحظه می شود، درصد افزایش در پارامتر M در تغییر شکل نسبی محوری ۱۲٪ نمونه، افزایشی حدود ۵ درصد در مقاومت برشی خاک M را موجب می شود. همچنین به خوبی مشهود است که افزایش تأثیری بر رفتار الاستیک خاک نداشته و در ناحیه پلاستیک

۲-۳- تعیین پارامترهای Γ و p'_{ce}

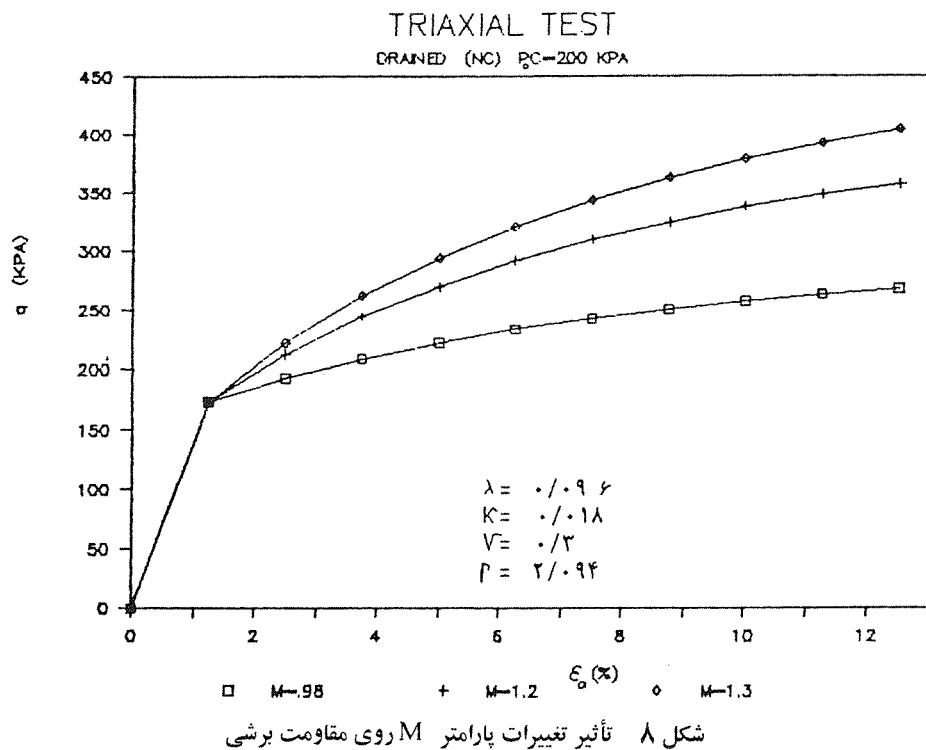
همانطور که ملاحظه شد حجم مخصوص روی خط حالت حد بهزاری $P=1$ (KPa) بوده و رابطه آن با تخلخل بحرانی $c_{es}=\Gamma-1$ می باشد. اندازه گیری Γ از دو طریق امکان پذیر است. در روش اول با اندازه گیری درصد آب در لحظه گسیختگی برای چند نمونه در آزمایش سه محوری و سپس رسم خط حالت حد در فضای $c:lgp'$ می توان مقدار c_{es} را بدست آورد. این روش به لحاظ مشکلات عملی کمتر مورد استفاده قرار می گیرد. در روش دوم با داشتن مقادیر λ و K و یک مقدار تخلخل در هر نقطه روی سطح مرزی حالت پایدار، با استفاده از معادله زیر مقدار Γ بدست می آید:

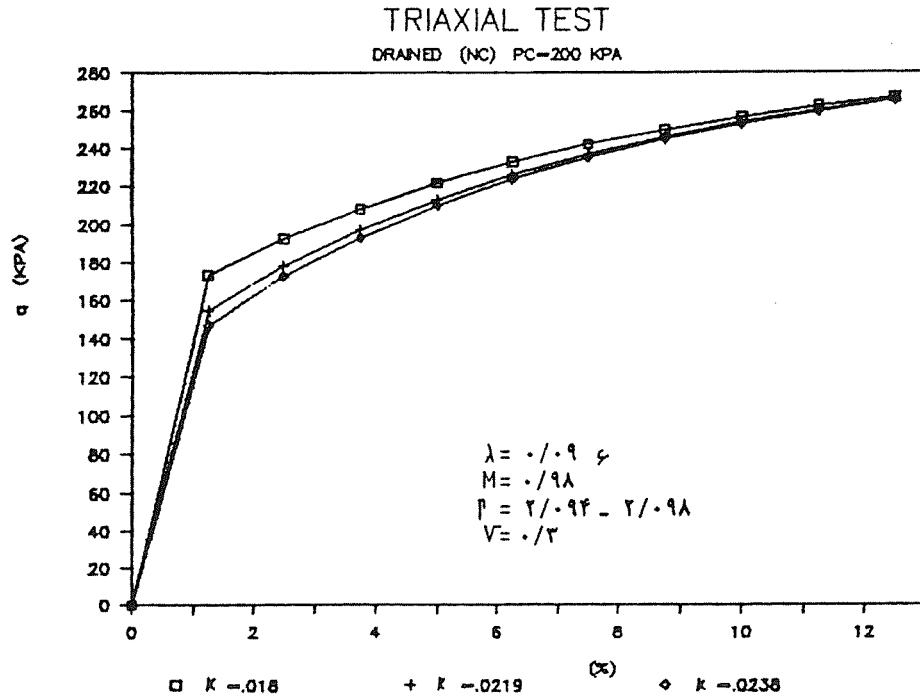
$$\nu_\lambda = \Gamma + (\lambda - K) \{ \ln(2) - \ln(1 + \eta/M) \}$$

$$\nu_\lambda = N, \eta = 0 \Rightarrow N = \Gamma + (\lambda - K) \ln(2)$$

$$N = 2.148 \Rightarrow \Gamma = 2.148 - (0.096 - 0.018) \ln(2) = 2.094$$

تعیین مقدار دقیق p' فشار پیش تحکیمی از اهمیت زیادی برخوردار است زیرا با p' موقعیت سطح تسیلیم اولیه روی محور p' مشخص شده و رفتار خاک داخل این سطح الاستیک می باشد. ارتباط تنش های اولیه با فشار پیش تحکیمی با داشتن





شکل ۹ تأثیر تغییرات پارامتر K روی مقاومت خاک

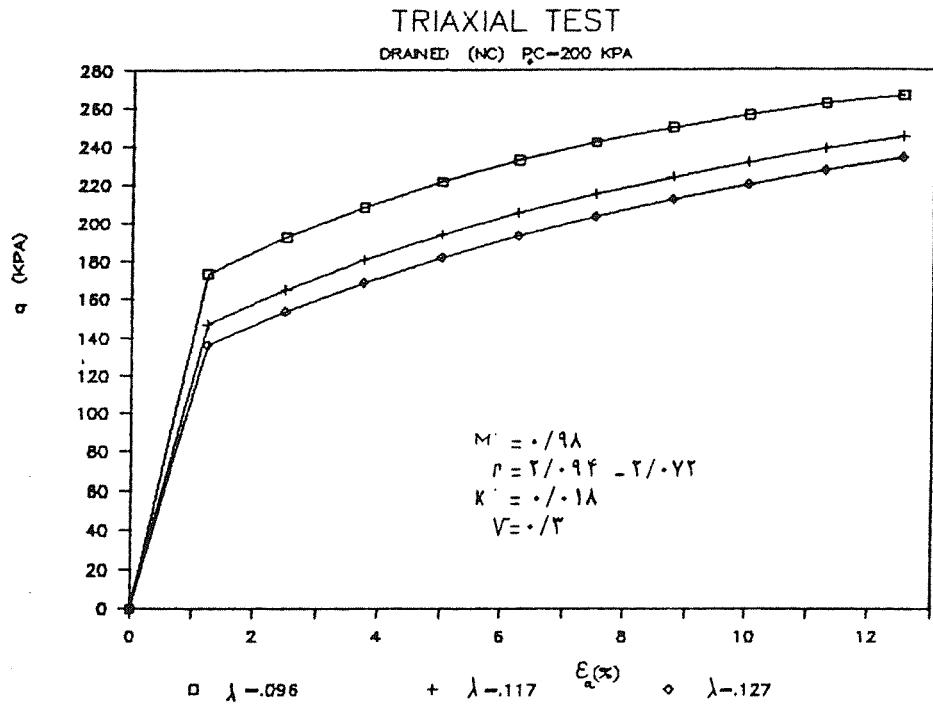
ارزیابی عملیات حفاری در محل داشته است که تشریح جزئیات آن از حوصله این مقاله خارج می‌باشد.

۴- خلاصه و نتیجه‌گیری

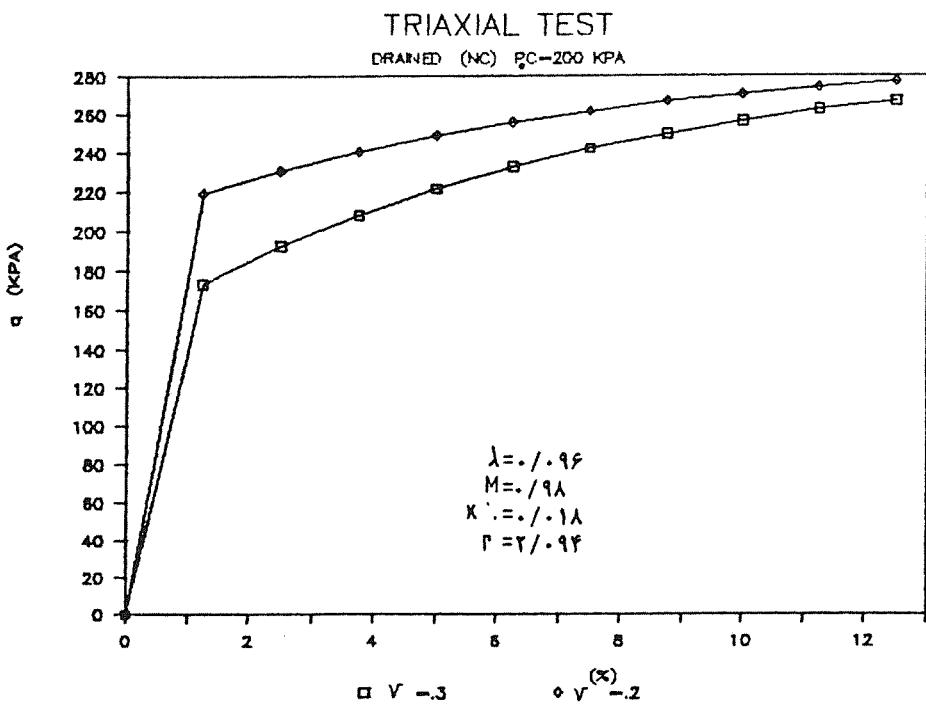
مدل حالت حد در مکانیک خاک که یک مدل رفتاری الاستوپلاستیک می‌باشد قابلیت نسبتاً خوبی جهت پیش‌بینی و ارزیابی رفتار خاکها تحت شرایط مختلف تنش تغییر شکل را دارد اما باشد. پارامترها و یا ثوابت این مدل در آزمایشگاه با انجام آزمایشات معمول (فشار سه محوری و تحکیم یک بعدی) قابل تعیین بوده و برای ارزیابی های بادقت کمتر می‌توان از روابط بین آنها با شخصیات فیزیکی خاکها چون ϕ , Cc , PI و Ce استفاده نمود و بدون انجام آزمایش پارامترهای مدل را تعیین نمود. به موجب مطالعه پارامتریک انجام شده روی این مدل ملاحظه می‌شود که چنانچه تعیین رفتار دقیق خاک مدنظر باشد، بایستی دقت کافی در تعیین مقادیر پارامترها اعمال گردد. با توجه به آنالیز انجام شده روی یک نمونه واقعی خاک در شرایط مزدی سه محوری می‌توان به قابلیت این مدل در پیش‌بینی رفتار خاکها پی برد. سازگاری بسیار خوب نتایج آزمایشگاه و آنالیز اجزاء محدود همانگونه که در مجموعه اشکال ارائه شده دیده می‌شود دلیلی براین مدعای می‌باشد.

مقاومت را افزایش خواهد داد. افزایش پارامتر K موجب کاهش مقاومت خاک در محدوده الاستیک (شکل ۹) گردیده در حالی که تأثیر قبل ملاحظه‌ای بر مقاومت خاک در ناحیه پلاستیک نخواهد داشت. همچنین با توجه به شکل ۱۰ ملاحظه می‌شود افزایش λ مقاومت برخی خاک را در تمام نواحی کاهش می‌هد. افزایش ضریب پواسون مقاومت برخی خاک را خصوصاً در ناحیه الاستیک کاهش می‌دهد (شکل ۱۱).

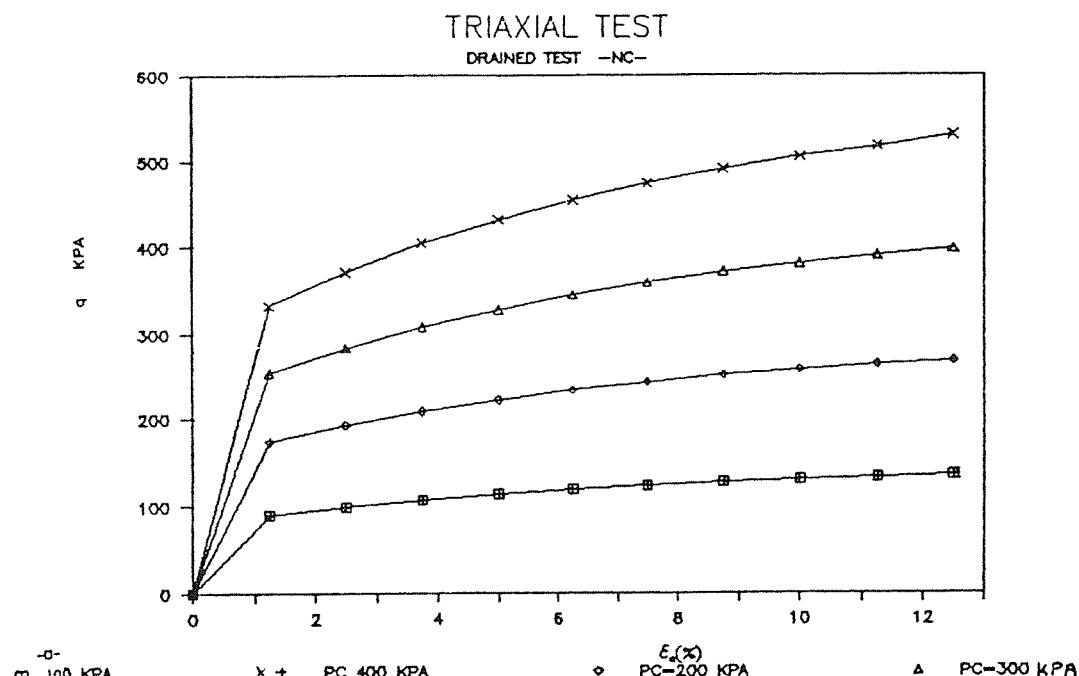
نتایج تجزیه و تحلیل به عمل آمده بر روی نمونه‌های سه محوری خاک جنوب تهران با استفاده از مدل حالت حد و بروش اجزاء محدود در شرایط مختلف تحکیم یافتنگی (به صورت نرمال و همچنین پیش تحکیم یافته) و شرایط مختلف زهکشی در شکلهای ۱۲ الی ۲۱ ارائه شده است. در این اشکال تغییر شکل نسبی محوری OCR ، ضریب پیش تحکیمی، p_{eo} فشار جانی (ایزوتروپ) و u فشار آب حفره‌ای می‌باشد. با داشتن پارامترهای مدل حالت حد این خاک همانگونه که از اشکال فوق پیداست نه تنها تغییرات تمامی عوامل بر یکدیگر را می‌توان مورد ارزیابی قرار داد بلکه با دقت بسیار خوبی می‌توان تغییرات رفتاری خاک در شرایط مختلف بارگذاری در سطح زمین را بررسی و در انواع پروژه‌های ژئوتکنیکی در محل مورد استفاده قرار داد. کاربرد مدل حالت حد با پارامترهای تعیین شده در آزمایشگاه متعلق به خاک مذکور نتایج بسیار خوبی در رابطه با



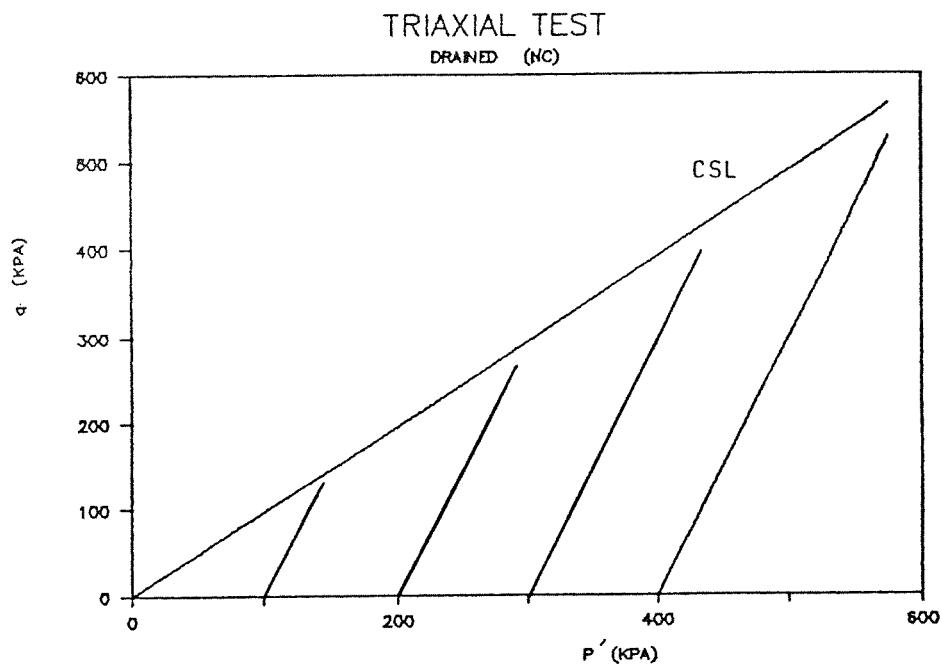
شكل ۱۰ تأثیر تغییرات پارامتر λ روی مقاومت خاک



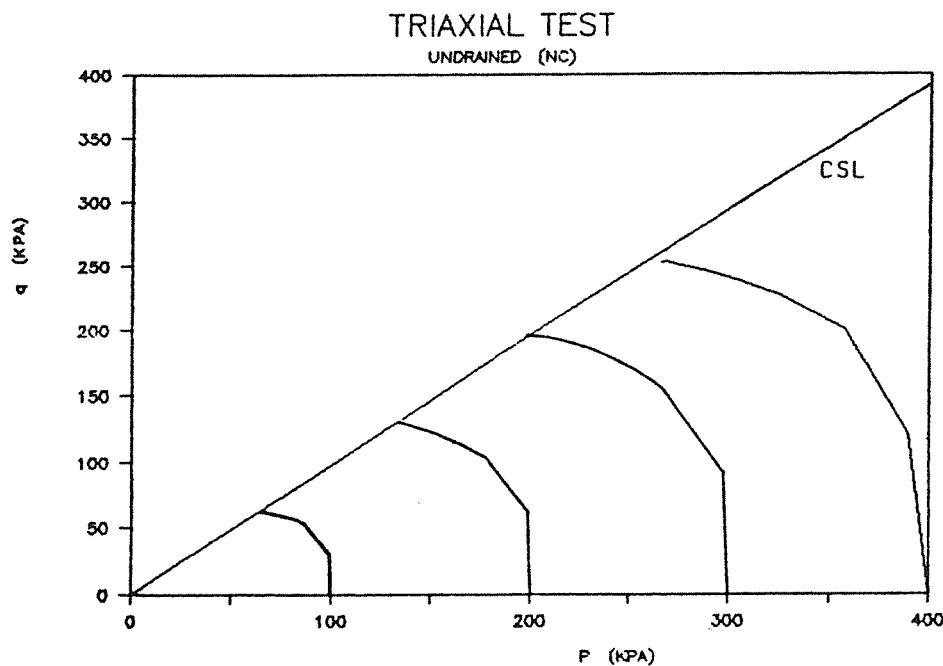
شكل ۱۱ تأثیر تغییرات ضریب پواسون روی مقاومت خاک



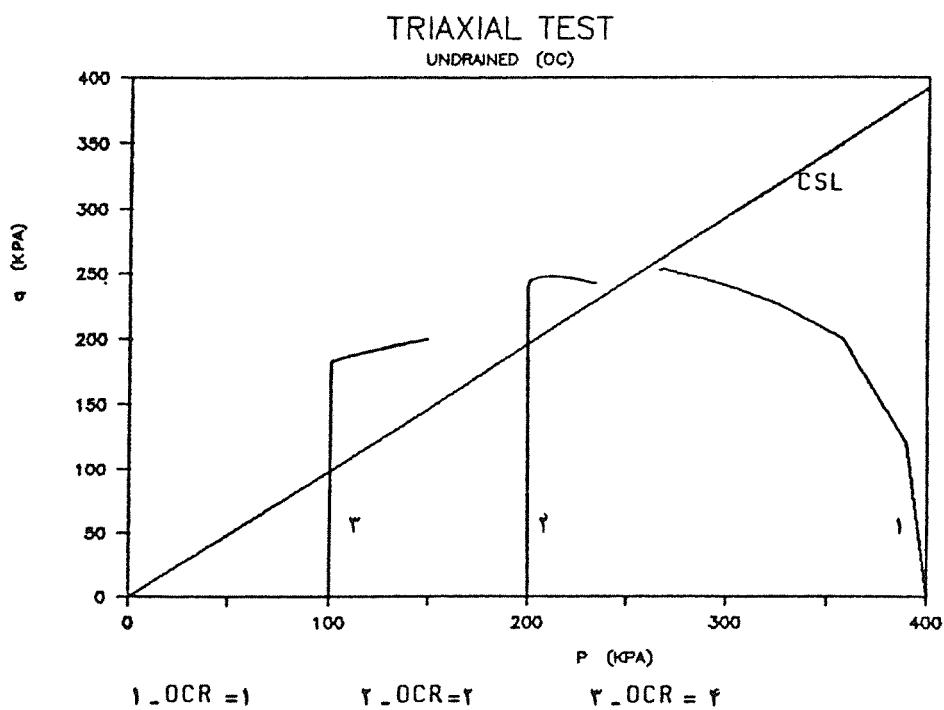
شکل ۱۲ تغییرات تنش انحرافی نسبت به کرنش محوری برای حالت عادی تحکیم یافته در شرایط زهکشی شده



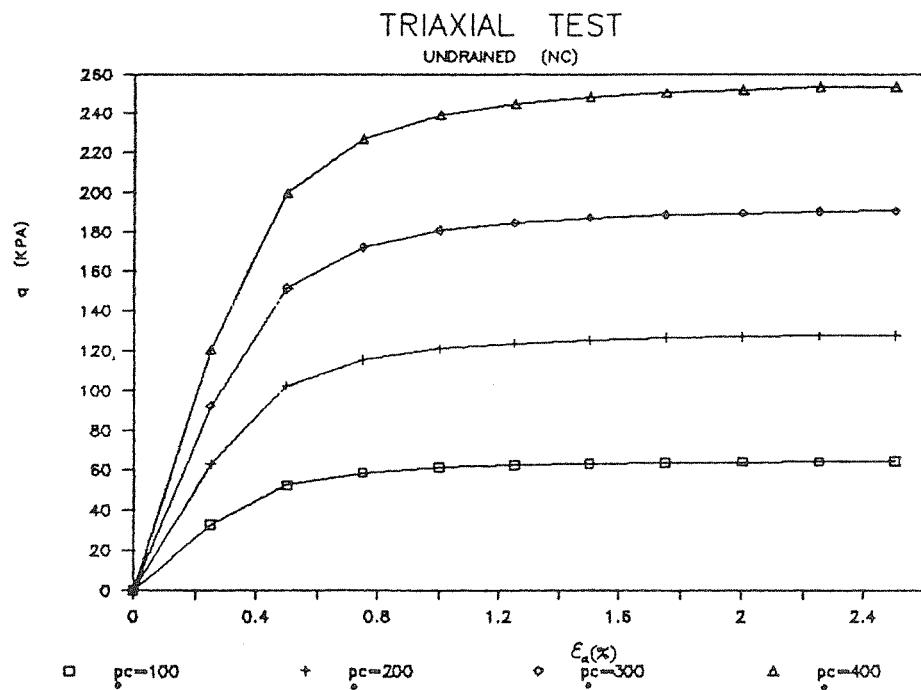
شکل ۱۳ مسیرهای تنش مؤثر برای نمونهای عادی تحکیم یافته و موقعیت خط حالت حد در شرایط زهکشی شده.



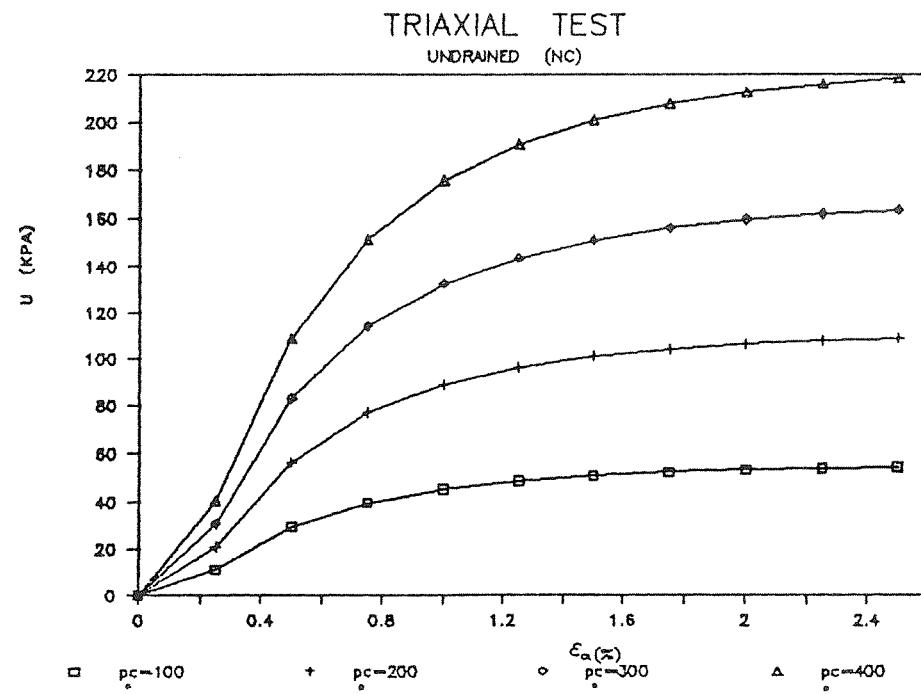
شکل ۱۴ مسیرهای تنش مؤثر زهکشی نشده برای نمونه‌های عادی تحکیم یافته



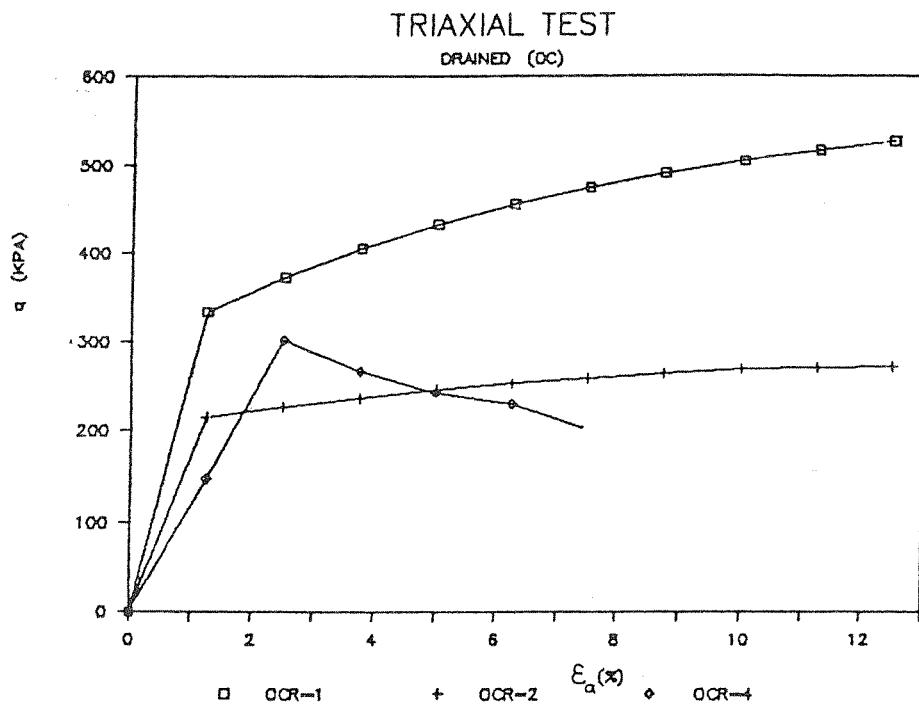
شکل ۱۵ مسیرهای تنش مؤثر زهکشی نشده برای نمونه‌های عادی و پیش تحکیم یافته



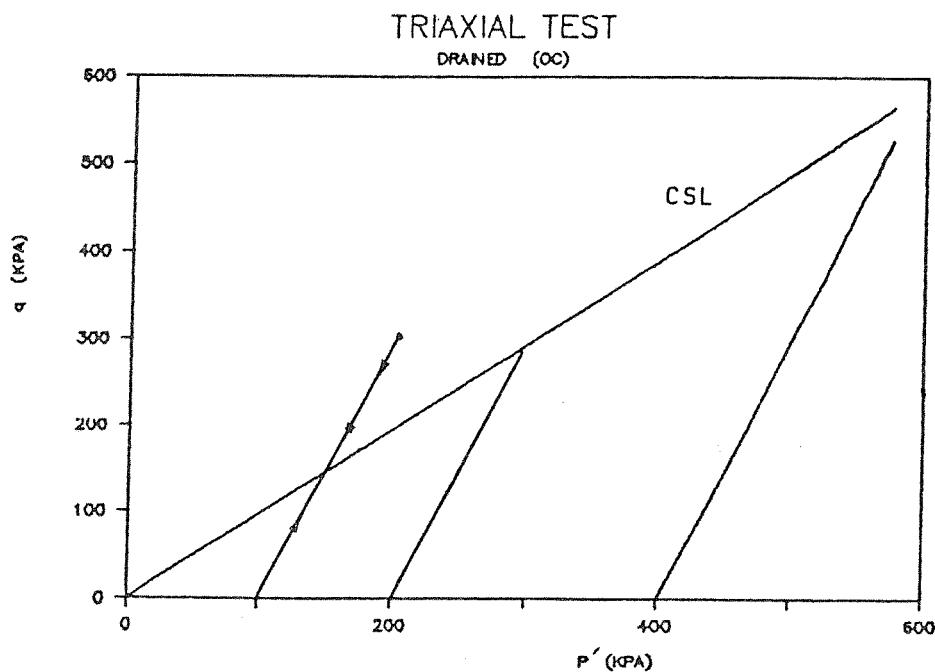
شکل ۱۶ تغییرات تنش انحرافی نسبت به کرنش محوری در شرایط زهکشی نشده برای نمونه‌های عادی تحکیم یافته



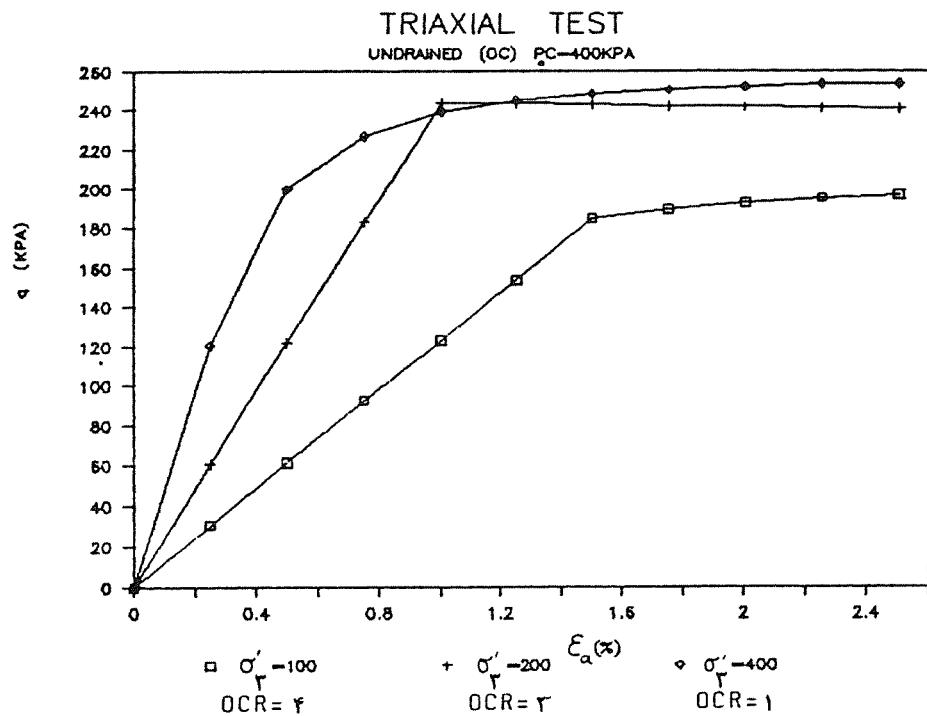
شکل ۱۷ تغییرات فشار منفذی نسبت به کرنش محوری در شرایط زهکشی نشده برای نمونه‌های عادی تحکیم یافته.



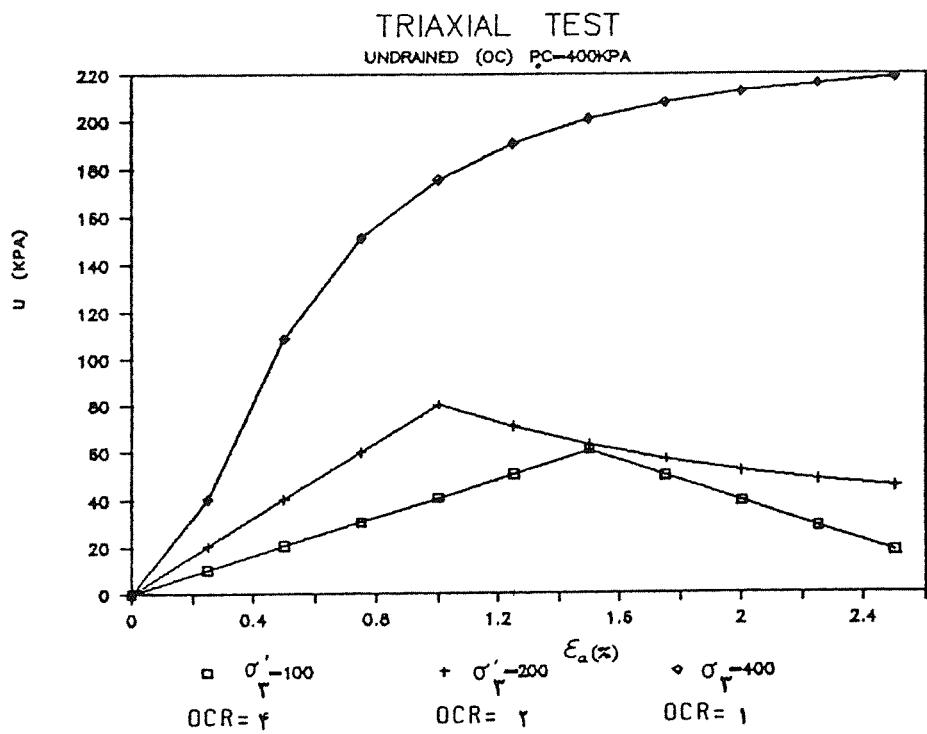
شکل ۱۸ تغییرات تنش انحرافی نسبت به کرنش محوری برای نمونه‌های پیش تحریکیم یافته در شرایط زهکشی



شکل ۱۹ مسیرهای تنش مؤثر برای نمونه‌های پیش تحریکیم یافته در شرایط زهکشی شده



شکل ۲۰ تغییرات تنش انتحرافی نسبت به کرنش محوری برای نمونه‌های عادی و پیش تحکیم یافته



شکل ۲۱ تغییرات فشار منفذی نسبت به کرنش محوری برای نمونه‌های عادی و پیش تحکیم یافته

مراجع :

- 1- Atkinson, J.H. and Bransby, P.L "the Mechanics of soils, an Introduction to Critical state Soil Mechanics", McGraw-Hill. 1978.
 - 2- Britto, A.M. and Gunn, M.J. "Critical State Soil Mechanics Via Finite elements". Ellis Horwood, 1987.
 - 3- Bolton. "A Guid to soil Mechanics", Macmillan, 1984.
 - 4- Schofield, A. and wrogh, P., " Critical State Soil Mechanics" Mc Graw-Hill, 1968.
 - 5- Orr, T.L.L., Atkinson, J.H. and Wrogh .C.P. , Finite element Calculations for the Deformation Around Model Tunnels, in "Computer Methods in tunnel Design", the Institution of Civil Engineers, London, 1978, PP.121-144.
 - 6- Gunn, M.J. and Seneviratne, H.N, "Predicted and Observed time-Dependent Deformation around Shallow Model Tunnels in Soft Clay," 5th Int. Conf. on Num. Methods in Geomechanics. Nagoya", 1985, PP. 1135-1140.
 - 7- wayne Clough, G., Shira suna, T. and Finno, R.J, "Finite element analysis of advanced Shield Tunneling, Proceeding of 5the int. Conf. on Num. Mothods in Geomechanics, Nagoya, 1985PP. 1167-1174.
 - 8- Wayne, G. and Briger, "Design and performance of Excavation and tunneling in Soft Clay", Soft Clay Engineering. 1981. PP.571-634.
 - 9- Bishop, A.W. Henkel, D.J. "The Measurement of soil properties in the Triaxial test. Edward. Arnold. 1962.
- ۱۰ - بررسی مدل حالت حدود و کاربرد آن در تونل‌سازی.
پروژه کارشناسی ارشد رشته خاک و بی آقای محمد ملکی.
بهار ۷۰ - دانشکده عمران دانشگاه صنعتی امیرکبیر