

تحليل روغنکاری الاستوهیدرودینامیک اجسام کروی به روش اجزاء محدود

جعفر زرین چنگ

دانشیار بخش مهندسی مکانیک دانشگاه شیراز

روژه ساطوریانس

فارغ التحصیل کارشناسی ارشد بخش مهندسی مکانیک دانشگاه شیراز

چکیده

اصطلاح روغنکاری الاستوهیدرودینامیک برای تماسهای خطی و نقطه ای و برای نشان دادن اثر موضعی فشارهای بالای 10^9 پاسکال یا زمان اثر $1-100 \mu\text{sec}$ به کار خواهد رفت. فشارهای زیاد سبب تغییر شکل الاستیک قابل ملاحظه در سطح تماس، افزایش چسبندگی سیال روغنکاری و حداقل ضخامت لایه روغن خواهد گردید. کارآیی مؤثر دستگاههای مکانیکی در بارگذاریهای سنگین، بستگی کامل به مکانیزم روغنکاری الاستوهیدرودینامیک در تماس بین قطعات داشته و فشارهای زیاد سبب فرسودگی و زوال قطعه خواهد شد. توزیع فشار و ضخامت فیلم روغن در ناحیه تماس اجسام کروی تحت شرایط روغنکاری الاستوهیدرودینامیک هم دما و مستقل از زمان «یکنواخت» به روش اجزاء محدود مورد مطالعه قرار گرفته اند. نتایج به دست آمده نشان می دهد که ضخامت لایه روغن در ناحیه تماس هرگز با یک محدودیت موضعی در محل خروجی یکنواخت بوده، منحنی فشار در اکثر ناحیه تماس نزدیک به منحنی فشار هرگز و افزایش چسبندگی روغن سبب افزایش ضخامت لایه روغن می گردد.

Analysis of Elastohydrodynamic Lubrication of Spherical Bodies Using Finite Element Method

J. Zarinchang, (Ph. D.)

Associate prof

R. Satoorians, (M. Sc.)

Graduate student

Mech. Eng. Dept. Shiraz-University

Abstract

Elastohydrodynamic lubrication of spherical bodies under pressure more 10^9 Pascals during 1-100 μsec . is one the important engineering problems. At heavy loads the shape of contact surface would deform and the lubricant can not be assumed to be inviscous.

The problem consider here is that of an elastic sphere rolling upon another one. Under condition of elastohydrodynamic lubrication the two surfaces are separated by a thin film fluid.

The complete solution of the elastohydrodynamic lubrication problem requires a simultaneous solution to the equation governing the elastic deformation of the surfaces, and the Reynolds equation, which is made nonlinear by the dependence of both density and viscosity upon pressure.

Once the pressure distribution is found, the elastic deformation and film thickness due to this pressure is calculated. Having the film thickness, the Reynolds equation is then solved by finite element method to find the new pressure distribution. With the new pressure distribution a new elastic deformation and film thickness arises and as a result a new pressure distribution. This processes must be repeated till converging is achieved.

The results are obtained from this method is more accurate than finite difference analysis and very close to the experimental results obtained by Kweh[1].

مقدمه

اجزاء محدود ابتدا بایستی معادلات رینولدز و تغییر شکل الاستیک و سایر روابط مورد لزوم را با انتخاب فرضهای مناسب به فرم مورد نیاز تغییر داد و سپس به حل همزمان آنها اقدام نمود.

چنانچه طبق شکل (۱) یک ستون از سیال به ارتفاع h و قاعده $dx dy$ را در نظر بگیریم و جریانهای ورودی را به ازاء واحد پهنا به q_x و q_y و سطح پایینی ستون با سرعت ω_0 به سمت بالا و سطح بالایی با سرعت ω_h به سمت بالا حرکت کند می توان معادله پیوستگی جریان حجمی را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + (\omega_h - \omega_0) = 0 \quad (1)$$

چنانچه دانسیته را متغیر و تابعی از x و y فرض کنیم در این صورت می توان به جای جریان حجمی، جریان جرمی را جایگزین نمود و معادله پیوستگی به شکل زیر در خواهد آمد.

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho q_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho q_y) + \rho(\omega_h - \omega_0) = 0 \quad (2)$$

از طرفی چون حال مسأله به صورت یکنواخت می باشد مقادیر $\rho(\omega_h - \omega_0)$ برابر صفر بوده و معادله نهایی پیوستگی مورد نیاز به صورت زیر در می آید.

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho q_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho q_y) = 0 \quad (3)$$

تماس اجزاء مکانیکی می تواند به صورت سطحی، خطی و یا نقطه ای باشد. در تماسهای سطحی با توجه به سطح زیاد تماس نسبت به نیروی وارده، دارای فشار متوسطی در ناحیه تماس بوده و از نظر طراحی مسأله خاصی وجود ندارد. در تماسهای خطی و نقطه ای، با توجه به کاهش زیاد سطح تماس، مقدار فشار موضعی به شدت بالا می رود که می تواند سبب تغییر شکل الاستیک قابل ملاحظه ای در سطوح تماس شده، چسبندگی و دانسیته سیال روغنکاری را به شدت تغییر دهد و اثر زیادی بر روی حداقل ضخامت لایه روغن بگذارد که تمامی این مسائل از نظر طراحی مهم و قابل توجه می باشند.

علم روغنکاری الاستوهیدرودینامیک در سالیان اخیر دارای پیشرفتهای زیادی از نظر تئوری و آزمایشگاهی بوده است. نتایجی که اکنون برای توزیع فشار و ضخامت لایه روغن در سطح تماس به دست می آید، بسیار نزدیک به واقعیت هستند و تطابق نتایج تئوری و گزارشات آزمایشگاهی بیانگر این حقیقت می باشند. به عنوان مثال در مقاله ای که اخیراً به وسیله کوهه، اوآنزواسنایدل {۱} منتشر شده و حاوی نتایج تئوری- عددی و همچنین نتایج آزمایشگاهی می باشند، این تطابق به خوبی مشهود است.

تئوری و روابط مورد استفاده

برای بررسی روغنکاری الاستوهیدرودینامیک به روش

با قرار دادن رابطه (۹) در معادله (۸) به شکل نهائی معادله رینولدز که در مسأله مورد استفاده قرار خواهد گرفت می‌رسیم.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial y} \right) = 12U \frac{\partial}{\partial x} (\rho h) \quad (10)$$

می‌دانیم که مقدار تغییر شکل یک جسم در یک نقطه دلخواه (x', y') بر اثر فشار وارد بر آن برابر است با:

$$d(x', y') = \frac{1-\nu^2}{\pi E} \int_A \frac{P(x, y) dx dy}{[(x-x')^2 + (y-y')^2]^{1/2}} \quad (11)$$

که در آن $d(x', y')$ مقدار تغییر شکل جسم در نقطه (x', y') ، p فشار وارده بر سطح A از جسم، E مدول الاستیسیته جسم و ν ضریب پواسن جسم می‌باشد. چنانچه تماس بین دو جسم باشد، مقدار کل تغییر شکل الاستیک از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$d(x', y') = d_1(x', y') + d_2(x', y') \quad (12)$$

که در آن $d_1(x', y')$ ، $d_2(x', y')$ به ترتیب تغییر شکل کل، تغییر شکل جسم اول و تغییر شکل جسم دوم در نقطه (x', y') می‌باشد. چنانچه مقادیر $d_1(x', y')$ و $d_2(x', y')$ را از رابطه (۱۱) در رابطه (۱۲) قرار داده و ساده کنیم خواهیم داشت:

$$d(x', y') = \left(\frac{1-\nu_1^2}{\pi E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{\pi E_2} \right) \int_A \frac{P(x, y) dx dy}{[(x-x')^2 + (y-y')^2]^{1/2}} \quad (13)$$

با تعریف مدول الاستیسیته مؤثر (E') به صورت زیر

$$\frac{2}{E'} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \quad (14)$$

می‌توان معادله تغییر شکل الاستیک کل به فرمی را که مورد نیاز می‌باشد به صورت زیر نوشت:

$$d(x', y') = \frac{2}{\pi E'} \int_A \frac{P(x, y) dx dy}{[(x-x')^2 + (y-y')^2]^{1/2}} \quad (15)$$

معادله ضخامت لایه روغن در ناحیه تماس برابر است با:

$$h(x', y') = h_0 + \frac{x'^2 + y'^2}{2R} + d(x', y') - d(0, 0) \quad (16)$$

چنانچه طبق شکل (۲) یک جزء کوچک سیال به ابعاد، $dx dy dz$ را در نظر گرفته و از رابطه چسبندگی نیوتن $z = \mu \frac{\partial u}{\partial z}$ نسبت به z مشتق بگیریم با فرض اینکه چسبندگی (μ) امتداد z ثابت باشد می‌توان مقدار سرعت جریان u را در جهت x در هر نقطه z از لایه روغن را به صورت زیر بدست آورد.

$$U = \frac{\partial P}{2\mu \partial x} (z^2 - zh) + (U_1 - U_2) \frac{z}{h} + U_2 \quad (4)$$

در رابطه (۴) $\frac{\partial P}{\partial x}$ گرادیان فشار، μ چسبندگی و U_1 و U_2 سرعت سطوح بر روی $z=0$ و $z=h$ می‌باشند. از معادله (۴) می‌توان گرادیان سرعت را بدست آورد.

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial P}{\mu \partial x} \left(z - \frac{h}{2} \right) + \left(\frac{U_1 - U_2}{h} \right) \quad (5)$$

برای به دست آوردن مقدار جریان در جهت x با همان q_x بایستی مقدار $u dz$ را در فاصله $z=0$ تا $z=h$ را محاسبه و پس از ساده کردن خواهیم داشت:

$$q_x = - \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial y} (U_1 + U_2) \frac{h}{2} \quad (6)$$

چنانچه عملیات فوق را برای جهت y انجام دهیم خواهیم داشت:

$$q_y = - \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial y} (V_1 + V_2) \frac{h}{2} \quad (7)$$

که در رابطه (۷) V_1 و V_2 سرعت سطوح بر روی $z=0$ و $z=h$ در جهت y می‌باشد. با قرار دادن مقادیر q_x و q_y در معادله پیوستگی (۳) و فرض اینکه $V_1 = V_2 = 0$ و $\frac{U_1 + U_2}{2} = U$ می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial y} \right) = 12 \frac{\partial}{\partial x} (\rho U h) \quad (8)$$

از طرفی با فرض اینکه انحناء سطح نسبت ضخامت لایه روغن بسیار بزرگ و نیازی به در نظر گرفتن تغییرات در جهت سرعت‌های سطحی نباشد می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho U h) = U \frac{\partial}{\partial x} (\rho h) \quad (9)$$

a عبارتست از شعاع تماس خشک هرتز، w مقدار بار وارده R شعاع کره و E' مدول الاستیسیته مؤثر.

روش حل و نتایج به دست آمده

روش حل مسأله به صورت تکرار شونده بوده و جوابهای بدست آمده در هر مرحله در مرحله بعدی اصلاح می شوند، هر مرحله شامل حل همزمان معادله تغییر شکل الاستیک (معادله ۱۵) و معادله رینولدز (معادله ۱۰) می باشد. پارامترهایی نظیر شعاع کره، مقدار بار وارده، سرعت سطوح، خواص سطوح در حال تماس و خواص روغنکاری از معلومات مسأله خواهد بود. برای شروع حل مسأله، نیاز به یک توزیع فشار مناسب بوده که می توانیم از جوابهای قبلی برای بار مشابه یا از یک توزیع فشار اصلاح شده تماس خشک هرتز استفاده نمود. اصلاح توزیع فشار تماس خشک هرتز، شامل گسترش مقدار فشار در قسمت ورودی و برداشتن از مقدار فشار در قسمت خروجی است و در ضمن فشار اصلاح شده بتواند بار مورد نیاز را تأمین کند.

نمونه ای از توزیع فشار اولیه مورد نیاز بر روی خط مرکزی (محور xها) در شکل (۳) دیده می شود. خط پر نشان دهنده توزیع فشار تماس خشک هرتز و خط چین نشان دهنده توزیع فشار اصلاح شده بر روی خط مرکز (y=0) هستند. بعد از به دست آوردن توزیع فشار اولیه مناسب، می توان تغییر شکل الاستیک d(x,y) را از معادله (۱۵) محاسبه، سپس از رابطه (۱۷) ضخامت فیلم روغن h₀ را در مبداء مختصات و از رابطه (۶) مقدار ضخامت لایه روغن را در ناحیه تماس و یا به عبارتی h(x,y) را بدست آورد.

از طرفی با استفاده از مقدار توزیع فشار اولیه، می توان مقدار چسبندگی سیال (μ) را از رابطه (۱۸) و مقدار دانسیته را از رابطه (۱۹) بدست آورد. پس از این مرحله می توان معادله رینولدز را حل تا مقدار توزیع فشار به دست آید و با استفاده از مقادیر توزیع فشار جدید، تمام مراحل را از ابتدا تکرار نموده تا جوابها همگرا شده و به جواب نهایی رسید. نتایج نهایی، مقدار توزیع فشار و توزیع ضخامت لایه روغن را در ناحیه تماس نشان خواهد داد. نمونه ای از نتایج به دست آمده بر اساس داده های جدول شماره ۱ در شکل های ۳ تا ۸ به وسیله کامپیوتر نشان داده شده اند.

جمع بندی

با استفاده از روابط تغییر شکل یافته رینولدز و تغییر

که d(0,0) و d(x', y') و R و h₀ و h به ترتیب عبارتند از تغییر شکل الاستیک کل دو جسم در مرکز مختصات و تغییر شکل الاستیک کل دو جسم و R شعاع جسم کروی، h₀ ضخامت لایه روغن در مرکز مختصات (مرکز مختصات در تماس کره با صفحه، همان مرکز دایره تماس خشک هرتز می باشد) و h ضخامت لایه روغن در ناحیه تماس.

مقدار h₀ از رابطه ای که در سال ۱۹۸۹ به وسیله کوهه ارائه و صحت آن به وسیله آزمایش توسط وی به ثبوت رسیده است از رابطه زیر به دست خواهد آمد.

$$h_0 = 1.84R \left(\frac{2\mu_0 U}{E'R} \right)^{1/2} \left[\frac{W}{E'R} \left(\frac{2\mu_0 U}{E'R} \right)^{-3/4} - 0.073 \right]^{0.49} \left[\alpha E' \left(\frac{2\mu_0 U}{E'R} \right)^{1/4} \right] \quad (17)$$

در رابطه فوق μ₀ چسبندگی در فشار صفر، U سرعت متوسط سطوح در حال تماس در جهت x و w مقدار بار وارده، α مقدار ضریب در رابطه فشار چسبندگی و E' مقدار مدول الاستیسیته مؤثر می باشد.

رابطه چسبندگی با فشار به صورت زیر مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

$$\mu = \mu_0 (1 + CP)^K \quad (18)$$

μ و μ₀ چسبندگی سیال در فشار P و فشار صفر، C و K ضرایب هستند که برای سیال روغنکاری از طریق آزمایش به دست خواهد آمد.

رابطه دانسیته با فشار را می توان از رابطه زیر محاسبه نمود:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = 1 + \frac{\gamma_1 P}{1 + \gamma_2 P} \quad (19)$$

که در آن ρ و ρ₀ دانسیته روغن به ترتیب در فشار P و صفر و γ₁ و γ₂ ضرایبی هستند که برای هر سیال روغنکاری از طریق آزمایش بدست می آیند.

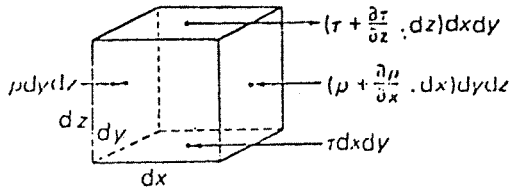
شعاع تماس خشک هرتز و فشار حداکثر تماس خشک هرتز به ترتیب به صورت زیر مورد استفاده قرار خواهند گرفت.

$$a = \sqrt[3]{\frac{3wR}{2E'}} \quad (20)$$

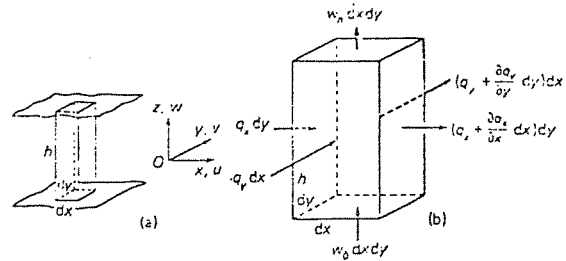
$$P_{\max} = \frac{3w}{2\pi a^2} \quad (21)$$

محدود دقیق تر و با نتایج بدست آمده از تحقیقات انجام شده هماهنگی خواهد داشت (۱) و (۳) و (۴) و (۵) و (۶). در ضمن در این روش می توان از اجزاء غیر مستطیلی برای تطابق با مرزهای منحنی الشکل استفاده نمود.

شکل الاستیک بر اساس فرضهای انتخابی می توان به روش اجزاء محدود و نوشتن برنامه کامپیوتری مناسب، توزیع فشار و ضخامت لایه روغن را در محل تماس اجسام کروی محاسبه و به صورت سه بعدی و توپوگرافی نشان داد. نتایج حاصله از این روش (۲) از نتایج روش تفاضل



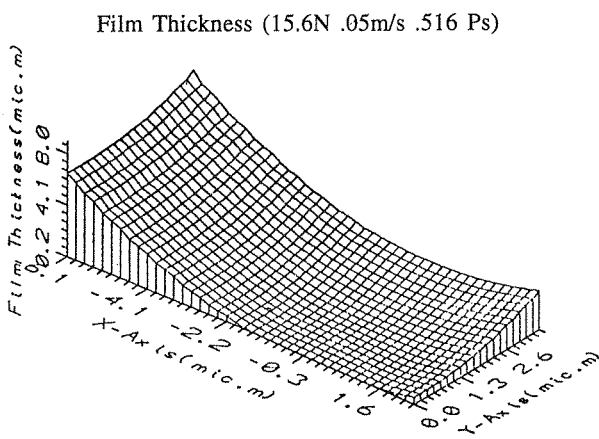
شکل ۲ = جزء سیال به ابعاد dx dy dz



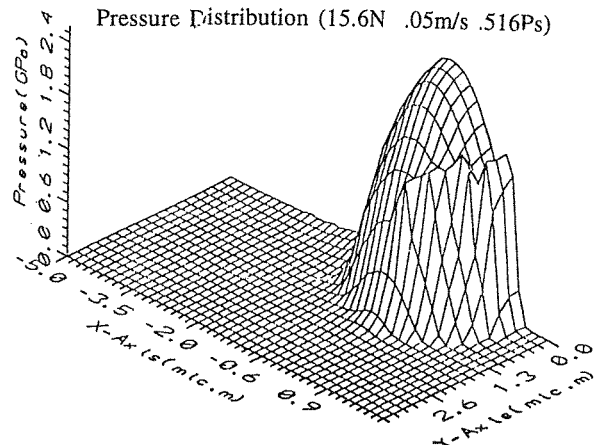
شکل ۱ = ستونی از سیال با ارتفاع h و قاعده dx dy

جدول (۱) شرایط عملی برای شکلهای سری اول

$\omega = 15.6 \text{ N}$	$C = 1.262 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{N}$
$u = 0.05 \text{ m/s}$	$K = 19.8$
$\mu_0 = 0.516 \text{ Ns/m}^2$	$\gamma_1 = 5.83 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{N}$
$R = 2.54 \times 10^{-2} \text{ m}$	$\gamma_2 = 1.68 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{N}$
$v_1 = v_2 = 0.3$	$\bar{\alpha} = 2.37 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{N}$
$E_1 = 1.08 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$	$y = 1.5 \text{ a}$
$E_2 = 1.08 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$	$x = -4.0 \text{ a}$

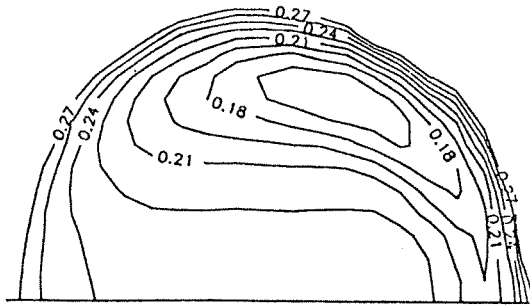


شکل ۴ = ضخامت لایه روغن سه بعدی - سری اول



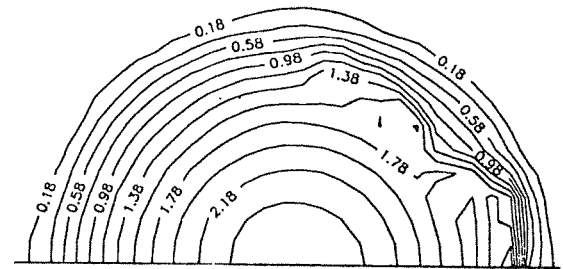
شکل ۳ = توزیع فشار سه بعدی - سری اول

Film Thickness Contours (15.6N .05m/s)



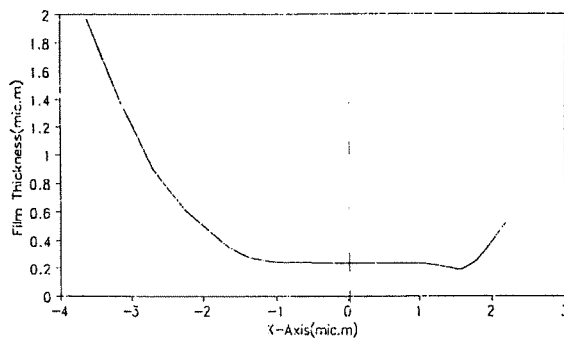
شکل ۶ - توپوگرافی ضخامت لایه روغن - سری اول

Pressure Isobars (15.6N .05m/s .516Ps)



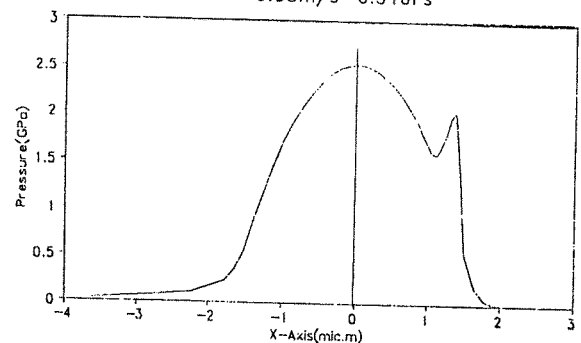
شکل ۵ - توپوگرافی توزیع فشار - سری اول

Film Thickness On Center Line
15.6N 0.05m/s 0.516Ps



شکل ۸ - ضخامت لایه روغن بر روی خط مرکز - سری اول

Pressure On Center Line
15.6N 0.05m/s 0.516Ps



شکل ۷ - توزیع فشار بر روی خط مرکز - سری اول

منابع

1. Kweh, C.C. and H.P. Evans and R.W. Snidle, "Elastohydrodynamic Lubrication of Heavily Loaded Circular Contact, Journal of Mechanical Engineering Science, Vol.203, No. C2, P.133 (1989).
2. Satoorians, R., "Analysis of Hydrodynamic Lubrication of Spherical Bodies Using Finite Element Method, M.Sc. Thesis, Dept. of Mechanical Engineering, School of Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran, 1992.
3. Cameron A. and R. Gohar, "Theoretical and Experimental studies of Oil Film in Lubricated Point Contact", Proceedings Royal Society, London, Series A, Vol.291, P. 520 (1966).
4. Cheng, H.S., "A Numerical solution of the Elastohydrodynamic Film Thickness in an Elliptical Contact, A.S.M.E. Journal Lubrication Technology, Vol. 92, P. 155 (1970).
5. Oh, K.P. and S.M. Rhode, Numerical Solution of the Point Contact Problem Using the Finite Element Method, International Journal Numerical Methods, Engineering, Vol. 11, P.1507, (1977).
6. Evans, H.P. and R.W. Snidle, The Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Spheres, A.S.M.E. Journal of Lubrication Technology, Vol.103, P. 547 (1981).