

توموگرافی جریان الکتریکی با استفاده از روش FEM

حمید فهیمی

عضو هیأت علمی، دانشکده مهندسی برق

دانشگاه صنعتی شریف

سعید رضا صیدنژاد

عضو هیأت علمی، بخش مهندسی برق

دانشگاه سیستان و بلوچستان

چکیده:

در این مقاله توموگرافی امپدانس الکتریکی مورد بررسی قرار می گیرد. ابتدا روابط حاکم بر مسأله عنوان شده و سپس یک روش مناسب برای بازسازی تصویر امپدانسی معرفی می شود. آنگاه بلوک دیاگرام یک سیستم عملی جهت این نوع توموگرافی ارائه گردیده و بالاخره تصاویری که توسط آزمایش روی یک فانتوم به دست آمده نشان داده خواهد شد.

Electrical Impedance Tomography Using FEM Method

Hamid Fahimi, Ph.D.

Faculty member, Elect. Eng. Dept.
Sharif Univ. of Tech.

Saeid Reza Seydnejad, M.Sc.

Faculty member, Elect. Eng. Dept.
Sistan and Baluchestan Univ.

Abstract:

In this paper the Electrical Impedance Tomography (EIT) is considered. The governing equations are presented and a suitable method for reconstruction of impedance images is explained and a block diagram of a practical system is considered. Finally, the experimental images of a phantom is presented.

رابطه زیر به دست می آید [۱]:

$$\text{تعداد ولتاژهای اندازه گیری شده مستقل} = \frac{N(N-3)}{2} \quad (۱)$$

تعداد کل الکترودهای بکار گرفته شده $N =$

به این ترتیب تعداد اطلاعات مستقل ما برای بازسازی یک تصویر مقاومتی نیز توسط رابطه (۱) بیان می شود.

(۲) روابط حاکم بر مسأله

اگر $\varphi(x,y)$ تابع پتانسیل و $C(x,y)$ ضریب هدایت الکتریکی در سطح مقطع باشد می توان نشان داد که رابطه زیر بر مسأله توموگرافی جریان الکتریکی حاکم است [۵]:

$$\nabla \cdot (C(x,y) \nabla \varphi(x,y)) = 0 \quad (۲)$$

حل رابطه (۲) نیاز به شرایط مرزی به صورت زیر دارد:

$$C \frac{\partial \varphi}{\partial n} \begin{cases} j & \text{روی سطح الکتروود جریان مثبت} \\ -j & \text{روی سطح الکتروود جریان منفی} \\ 0 & \text{سایر نقاط روی سطح} \end{cases} \quad (۳)$$

که در آن:

چگالی جریان تزریق شده به محیط $j =$

مقدار گرادیان تابع پتانسیل $\frac{\partial \varphi}{\partial n} =$

اگر توزیع هدایت الکتریکی سطح مقطع و اندازه جریان تزریق شده به آن مشخص باشد حل رابطه (۲) با شرایط مرزی (۳) توزیع پتانسیل را مشخص خواهد کرد. به این حالت مسأله مستقیم (Forward Problem) گفته می شود اما ما در توموگرافی جریان الکتریکی با مسأله معکوس (Inverse Problem) مواجه هستیم بدین معنی که مقدار جریان تزریق شده به محیط و ولتاژهای اندازه گیری شده روی سطح مشخص است و حال هدف ما یافتن توزیع ضریب هدایت الکتریکی در آن سطح مقطع می باشد. در واقع برای حل مسأله معکوس و رسیدن به توزیع هدایتی سطح مقطع از مسأله مستقیم و روش تکرار کمک گرفته می شود که ما در قسمت بعد به آن

فعالتهای زیادی برای تصویر برداری از سطح مقطع بدن که همان توموگرافی نامیده می شود در جریان است. به این منظور روشهای متعددی پیشنهاد گردیده و یا مورد استفاده قرار می گیرد که برخی از آنها عبارتند از: توموگرافی کامپیوتری اشعه X، اولتراسوند توموگرافی، پوزیترون توموگرافی. هر کدام از این روشها دارای مزایا و معایب مخصوص به خود می باشد و در عین حال هر کدام یک ویژگی بخصوص از سطح مقطع مورد نظر را نشان می دهد.

از قریب به ۱۳ سال پیش تاکنون روشی تحت عنوان توموگرافی امپدانس الکتریکی Electrical Impedance Tomography-EIT (یا توموگرافی جریان الکتریکی) عنوان شده است. در این روش کمیتی که به تصویر کشیده می شود ضریب هدایت الکتریکی (یا مقاومت ویژه) بافتهای موجود در سطح مقطع مورد نظر است و وسیله ای که جهت این تصویر برداری به کار برده می شود تزریق یک جریان الکتریکی سینوسی به ناحیه مربوطه است.

توموگرافی امپدانس الکتریکی می تواند در مواردی نظیر بررسی عملکرد سیستم قلبی-تنفسی، بررسی شکستگیها، انسداد عروق و مراقبتهای ویژه از بیماران باشد [1]-[4] که هر چند نسبت به سایر انواع توموگرافی از نظر تفکیک پذیری در مرتبه پایین تری قرار دارد ولی به علت سادگی و ارزانی و بی خطر بودن در آینده می تواند کارآیی فراوانی داشته باشد.

فرکانس جریان سینوسی به کار گرفته شده بین ۱۰ تا ۱۰۰ کیلوهرتز و دامنه آن حداکثر چند میلی آمپر است. عبور این جریان از درون بدن، که در محدوده فرکانسی فوق صرفاً مقاومتی فرض می شود، باعث افت ولتاژ بین نقاط مختلف آن می گردد. اما ما تنها به پیرامون بدن دسترسی داریم از این رو در این روش سعی بر این است که تنها با اندازه گیری ولتاژهای سطحی بدن به توزیع مقاومتی داخل آن دست یابیم. تزریق جریان و اندازه گیری ولتاژ توسط الکترودهایی که حول بدن قرار گرفته اند انجام می پذیرد (شکل (۱)). در این روش معمولاً از ۱۶ یا ۳۲ الکتروود استفاده می شود. ابتدا منبع جریان سینوسی به دو الکتروود مجاور متصل می گردد و همزمان ولتاژ سایر الکتروودها اندازه گیری می شود سپس منبع جریان به دو الکتروود دیگر متصل شده و بار دیگر اندازه گیری ولتاژهای سایر الکتروودها انجام می پذیرد. عمل فوق آنقدر تکرار می شود تا یک دور کامل حول سطح مقطع طی شود. می توان نشان داد که تعداد ولتاژهای اندازه گیری شده مستقل در این حالت از

اشاره خواهیم کرد.

به این ترتیب با استفاده از تقریب FEM سطح مقطع مورد نظربه یک شبکه الکتریکی مقاومتی تبدیل می شود و در نتیجه عملیات ریاضی پیچیده به حل سیستمهای خطی منجر خواهد شد. بدیهی است که هر چه تعداد المانها بیشتر باشد تقریب بهتری برای مدل انتخاب شده به دست خواهد آمد. اما در عین حال حجم محاسبات و در نتیجه زمان بازسازی تصویر نیز بیشتر خواهد بود.

(۳) بازسازی تصویر

برای بازسازی تصویر امپدانس (مقاومتی) روشهای گوناگونی عنوان شده است [۱] اما ما در این مقاله تنها به روشی اشاره خواهیم کرد که در آن از قضیه حساسیت در شبکه های الکتریکی مقاومتی استفاده می شود. یک شبکه مقاومتی متشکل از m رسانایی که توسط یک منبع جریان تحریک می شود مفروض است و ولتاژ بین دو گره در این شبکه به عنوان پاسخ (خروجی) V_0 مورد نظر است. حال اگر مقدار رسانایی شاخه Γ از شبکه مفروض یعنی Y_{Γ} به اندازه ΔY_{Γ} (مقداری کوچک) تغییر یابد، تغییر در ولتاژ خروجی از رابطه زیر به دست خواهد آمد [۷]:

$$\frac{\partial V_0}{\partial Y_{\Gamma}} \approx V_{\Gamma} \hat{V}_{\Gamma} \quad (۹)$$

در رابطه فوق V_{Γ} ولتاژ شاخه Γ در شبکه اصلی است و \hat{V}_{Γ} ولتاژ همین شاخه در شبکه الحاقی (Adjoint Network) ساخته شده از روی شبکه اصلی می باشد.

لازم به ذکر است که شبکه الحاقی در طی مراحل زیر از روی شبکه اصلی به دست می آید [۷]:

الف - تمام رساناییهای شبکه اصلی را بدون تغییر باقی می گذاریم.

ب - منبع جریان تحریک شبکه اصلی را در شبکه الحاقی معادل آن اتصال باز می کنیم.

پ - در دو گرهی که می خواهیم در شبکه اصلی، ولتاژ خروجی را اندازه گیری نماییم یک منبع جریان تحریک یک آمپری قرار می دهیم.

در رابطه (۹) این نکته جالب نهفته است که تغییر در ولتاژ خروجی (به جای مشتق گیری) با حل دو سیستم خطی در شبکه اصلی و شبکه الحاقی معادل آن به دست خواهد آمد. بدیهی است که اگر تمام رساناییهای شبکه به اندازه ΔY تغییر یافته باشند تغییر در ولتاژ خروجی برابر خواهد بود با:

از آنجا که حل تحلیلی رابطه (۲) برای یک سطح مقطع دلخواه غیر ممکن است، برای حل مسأله مستقیم از روشهای عددی استفاده می شود. یک روش مناسب برای این منظور روش المانهای محدود (Finite Element Method-FEM) می باشد [۶]. در این روش ابتدا سطح مقطع مورد نظر به مجموعه ای از المانهای کوچک که معمولاً مثلثی شکل انتخاب می شوند، تقسیم می گردد (شکل (۲)). اگر فرض کنیم که تابع پتانسیل درون یک المان مثلاً المان e در شکل (۲) یک تابع خطی درجه اول از مکان باشد خواهیم داشت:

$$\varphi_e(x,y) = \begin{cases} a+bx+cy & \text{داخل المان } e \\ 0 & \text{خارج المان } e \end{cases} \quad (۴)$$

ضرایب ثابت = a, b, c

با فرض آنکه ضریب هدایت الکتریکی المان e یک عدد ثابت است می توان نشان داد که المان مزبور با تقریبهای به کار گرفته شده فوق معادل یک شبکه مثلثی شکل مقاومتی مطابق شکل (۳) است [۶]. در این شکل Y_{31} و Y_{23} و Y_{12} رساناییهای شبکه مزبور بوده و داریم:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_{e1} \\ \varphi_{e2} \\ \varphi_{e3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (۵)$$

φ_{ei} = ولتاژ گره i در المان e

I_i = جریان تزریق شده به گره i

$$Y_{ij} = \frac{C_e}{2A_e} (b_i b_j + c_i c_j) \quad , i \neq j \quad (۶)$$

ضریب هدایت الکتریکی المان e که یک عدد ثابت فرض می شود $C_e =$

$A_e =$ مساحت المان e

$$\begin{cases} b_1 = y_2 - y_3, & b_2 = y_3 - y_1, & b_3 = y_1 - y_2 \\ c_1 = x_3 - x_2, & c_2 = x_1 - x_3, & c_3 = x_2 - x_1 \end{cases} \quad (۷)$$

که در این صورت:

$$\begin{cases} Y_{11} = -Y_{12} - Y_{13}, & Y_{22} = -Y_{21} - Y_{23}, & Y_{33} = -Y_{31} - Y_{32} \\ Y_{ij} = Y_{ji} & i, j = 1, 2, 3 \end{cases} \quad (۸)$$

$$\Delta V_0 = \sum_{r=1}^m V_r \widehat{V}_r \Delta Y_r \quad (10)$$

رابطه (۱۰) تنها تغییر در یک ولتاژ خروجی را نشان می‌دهد. بدیهی است که اگر تعداد ولتاژهای مورد نظر ما L عدد باشد خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_{01} \\ \vdots \\ \Delta V_{0L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{01}}{\partial Y_1} & \dots & \frac{\partial V_{01}}{\partial Y_m} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial V_{0L}}{\partial Y_1} & \dots & \frac{\partial V_{0L}}{\partial Y_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Y_1 \\ \vdots \\ \Delta Y_m \end{bmatrix} \quad (11)$$

در توموگرافی جریان الکتریکی، رساناییهای شبکه با استفاده از تقریب FEM به دست آمده و طبق تساوی (۶) یک رابطه خطی با ضرایب هدایت الکتریکی دارند بنابراین:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_{01} \\ \vdots \\ \Delta V_{0L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_{01}}{\partial C_1} & \dots & \frac{\partial V_{01}}{\partial C_M} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial V_{0L}}{\partial C_1} & \dots & \frac{\partial V_{0L}}{\partial C_M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta C_1 \\ \vdots \\ \Delta C_M \end{bmatrix} \quad (12)$$

M= تعداد کل المانهای مثلثی

L= تعداد کل ولتاژهای اندازه‌گیری شده پیرامون سطح مقطع

اگر رابطه (۱۲) را به صورت ماتریسی بنویسیم خواهیم داشت:

$$\underline{\Delta V_0} = B \underline{\Delta C} \quad (13)$$

که در آن:

$$\underline{\Delta V_0} = (L \times 1) \quad \text{بردار تغییر در ولتاژهای خروجی}$$

$$\underline{\Delta C} = (M \times 1) \quad \text{بردار تغییر در ضرایب هدایت}$$

$$B = (L \times M) \quad \text{ماتریس ژاکوبین}$$

اکنون از رابطه (۱۳) استفاده کرده و یک الگوریتم تکرار برای حل مسأله معکوس در توموگرافی جریان الکتریکی را به

شرح زیر عنوان می‌کنیم:

الف- با قرار دادن الکترودها پیرامون سطح مقطع و تزریق جریان به ناحیه مربوطه ولتاژهای مورد نظر را اندازه‌گیری می‌نماییم.

ب- سطح مقطع مربوطه را به المانهای مثلثی شکل تقسیم بندی کرده و سپس برای هر المان یک ضریب هدایت دلخواه در نظر می‌گیریم. (بدیهی است برای اینکه همگرایی به جواب به دست آید انتخاب اولیه باید بر اساس شناخت کلی از آناتومی محل باشد).

پ- با استفاده از تقریب FEM شبکه مقاومتی معادل با سطح مقطع را می‌یابیم.

ت- شبکه مقاومتی و شبکه الحاقی معادل آن را برای ولتاژهای گره‌های آنها حل می‌نماییم و با استفاده از آن اعضای ماتریس B را به دست می‌آوریم. تفاضل ولتاژهای گره‌های جانبی در شبکه اصلی و ولتاژهای اندازه‌گیری شده در عمل بردار $\underline{\Delta V_0}$ را مشخص خواهد کرد.

ث- رابطه (۱۳) را برای مجهولات $\underline{\Delta C}$ به طریق حداقل مربعات Least square حل می‌نماییم [۸].

ج- بردار جدید ضرایب هدایت برابر است با بردار قدیم به اضافه بردار تغییرات در ضرایب هدایت.

چ- اگر بردار تغییرات در ضرایب هدایت به اندازه کافی کوچک باشد عملیات متوقف می‌شود. در غیراین صورت با بردار ضرایب هدایت جدید به مرحله پ برمی‌گردیم. ضرایب هدایت در تکرار K+1 برابر است با:

$$\underline{C}_{(K+1)} = \underline{C}_{(K)} + \underline{\Delta C}_{(K)} \quad (14)$$

حل رابطه (۱۳) برای مجهولات $\underline{\Delta C}$ یک مسأله بد رفتار (I II - Conditioned) است [۹] و به این دلیل از روشهای Regularization نظیر روش Marquardt کمک گرفته می‌شود [۱۰]، [۹]، [۱]. در این روش با اضافه کردن یک جمله اضافی به ماتریس B، حل رابطه (۱۳) خوشرفتار شده و آنگاه در طی تکرارهای متوالی و با نزدیک شدن به جواب اثر این جمله را کاهش می‌دهیم تا به جواب واقعی (ضرایب هدایت الکتریکی سطح مقطع) میل نماییم.

در مسائل عملی به علت وجود نویز و خطاهای سیستم الکترونیکی، عدم اطلاع از محل قرارگیری الکترودها و شکل واقعی محیط بدن بازسازی تصویر امپدانس با مشکلات بیشتری مواجه می‌شود.

۴) نتایج عملی

برای ارائه نتایج سیستم ساخته شده در عمل ابتدا لازم است بلوک دیاگرام دستگاه معرفی شود. شکل (۴) بلوک دیاگرام یک سیستم توموگرافی امپدانس الکتریکی را نشان می‌دهد. یک اسپلاتور سینوسی با فرکانس ۱۵ کیلوهرتز ولتاژ سینوسی لازم برای تحریک مبدل ولتاژ به جریان را فراهم می‌کند. خروجی این مبدل که یک جریان سینوسی با فرکانس ۱۵ کیلوهرتز می‌باشد توسط برد مالتی پلکس به دو الکتروود مورد نظر متصل می‌شود و همزمان ولتاژ سایر الکتروودها توسط همین برد به تقویت کننده تفاضلی اتصال می‌یابد. دامنه ولتاژهای اندازه‌گیری شده توسط برد دمدمولاتور، فیلتر پایین‌گذر و مبدل آنالوگ به دیجیتال در اختیار کامپیوتر برای بازسازی تصویر قرار داده می‌شود.

جهت آزمایش از یک فانتوم به شکل ۱۶ ضلعی منتظم به ارتفاع ۲ سانتی متر و قطر ۱۲/۵ سانتی متر محتوی محلول آب نمک به مقاومت ویژه ۰/۶۵ اهم سانتی متر استفاده شده است. تعداد الکتروودهای به کار گرفته شده ۱۶ عدد و جنس آنها از مس به عرض ۳ میلی متر و ارتفاع ۲ سانتی متر می‌باشد و میزان جریان تزریق شده به محیط کمتر از ۱ میلی آمپر بوده است. به علاوه تعداد المانهای لازم برای بازسازی تصویر نیز ۵۶ المان مطابق شکل (۵) بوده است.

ما در ابتدا به عنوان اولین آزمایش اقدام به بازسازی تصویر محلول آب و نمک درون فانتوم بدون وجود هیچ جسم خارجی در آن نمودیم. شکل (۶) این حالت را نشان می‌دهد. همان طور که از این شکل مشخص است بازسازی تصویر در یکی از المانها با خطا مواجه بوده است.

در دومین آزمایش یک استوانه شیشه‌ای به قطر ۳/۵ سانتی متر درون فانتوم قرار داده شد. تصویر بازسازی شده در این حالت در شکل (۷) نشان داده شده است. این شکل به خوبی وجود جسم در ناحیه مورد نظر را نشان می‌دهد. در آزمایش بعدی به جای استوانه شیشه‌ای از یک استوانه فلزی به قطر ۳ سانتی متر استفاده شده است. شکل (۸) تصویر بازسازی شده در این حالت را نشان می‌دهد. تصویر بازسازی شده با وجود استوانه فلزی و شیشه‌ای توأم نیز در شکل (۹) نشان داده شده است. این بار نیز وجود هر دو جسم به خوبی مشخص می‌باشد.

۵) بررسی علل خطا

مهمترین عوامل خطا در بازسازی یک تصویر واقعی

عبارتند از:

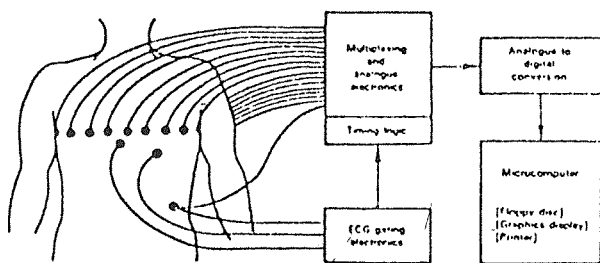
- الف - سه بعدی بودن جسم مورد نظر، در حالی که مدل‌های بررسی شده همگی دو بعدی می‌باشند.
- ب - تعداد کم المانهای به کار گرفته شده. به طور معمول تعداد المانها حدود ۳۰۰ عدد انتخاب می‌شود در حالی که در مدل بررسی شده در این مقاله به علت محدودیتهای عملی تنها از ۵۶ المان استفاده شده است.
- پ - تقریب المانهای محدود.
- ت - وجود نویز و خطا در مدارات الکترونیکی و همین طور خطا در محل قرارگیری الکتروودها هنگام ساخت فانتوم.

۶) نتیجه گیری

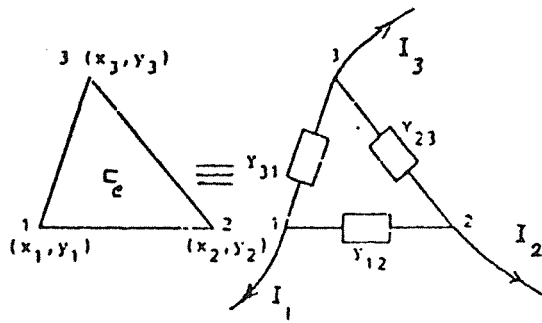
توموگرافی امپدانس الکتریکی به تصویر کشیدن ضرایب هدایت الکتریکی بافتها در یک سطح مقطع می‌باشد. برای این منظور از تزریق یک جریان الکتریکی و اندازه‌گیری ولتاژهای به دست آمده پیرامون بدن و آنگاه بازسازی تصویر با تقریبهای عددی و روشهای تکرار کمک گرفته می‌شود. تقریبات عددی به کار گرفته شده سطح مقطع مورد نظر را به یک شبکه الکتریکی مقاومتی تبدیل می‌کند و به این ترتیب بازسازی تصویر منجر به حل سیستمهای خطی خواهد شد.

اجزاء متشکل در یک سیستم عملی توموگرافی امپدانس نسبت به سایر توموگرافیها بسیار ساده تر بوده اما در عین حال برای به دست آوردن یک تصویر مناسب باید با حداقل خطا و نویز ساخته شوند.

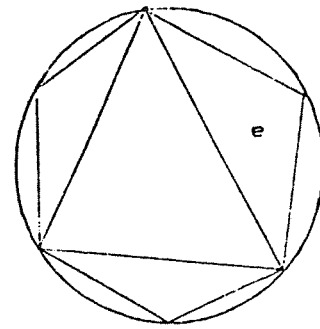
سیستمی که در این مقاله معرفی گردید به خوبی کارآیی دستگاه ساخته شده و همین طور الگوریتم به کار گرفته شده در عمل را نشان می‌دهد. به علاوه می‌توان با افزایش تعداد الکتروودها و در نتیجه المانها دقت تصاویر را نیز افزایش داد.



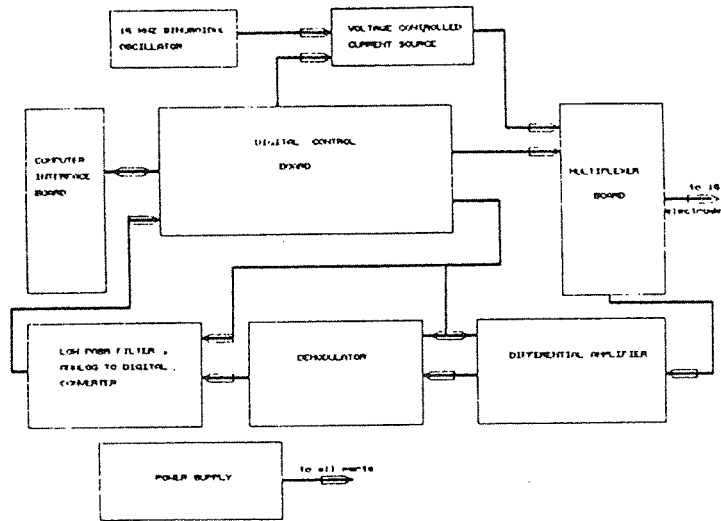
شکل (۱): قرارگیری الکتروودها برای تصویر برداری از قفسه سینه



شکل (۳): مدل مقاومتی يك المان مثلثی شكل



شکل (۲): تقسیم بندی يك سطح مقطع به چند المان مثلثی شكل

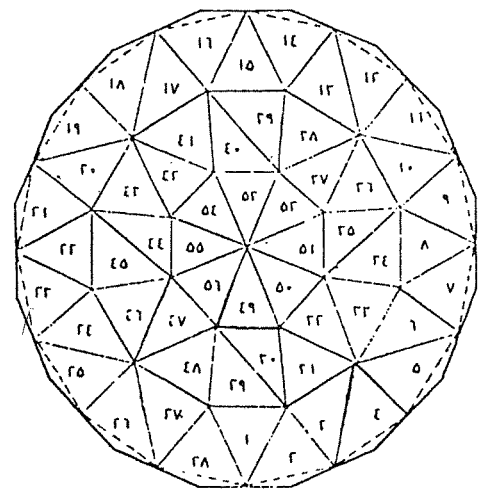


شکل (۴): بلوك دیاگرام سیستم توموگرافی امپدانس الکتریکی

< H. AH
 R. 98-1 98
 > 1. 19



شکل (۶): تصویر به دست آمده برای فانتوم محتوی آب و نمک



شکل (۵): سطح مقطع به شکل ۱۶ ضلعی منتظم با ۵۶ المان

C H. 44
 A. 44 A. 44
 A. 44-1 1A
 > 1. 1A



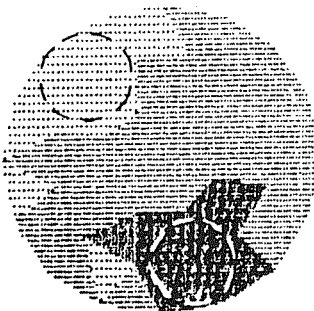
شکل (۸): تصویر به دست آمده با وجود استوانه فلزی

C H. 44
 A. 44 A. 44
 A. 44-1 1A
 > 1. 1A



شکل (۷): تصویر به دست آمده با وجود استوانه شیشه ای
(خط چین محل واقعی جسم را نشان می دهد).

C H. 44
 A. 44 A. 44
 A. 44-1 1A
 > 1. 1A



شکل (۹): تصویر به دست آمده با وجود استوانه فلزی و شیشه ای تماماً

منابع:

1. J. G. Webster, Electrical impedance tomography, Adam Hilger publishing Co., 1990.
2. V. Kulkarni, "Impedance imaging in upper arm fractures", J. Biomed. Eng., pp. 216-227, May 1990.
3. Y. Kim, "Impedance tomography and its application in deep venous thrombosis detection", IEEE engineering in medicine and biology magazine, pp. 46-49, March 1989.
4. B. Eyuboglu, "In vivo imaging of cardiac related impedance changes", IEEE engineering in medicine and biology magazine, pp. 39-44, March 1989.
5. Y. Ziya Ider, "Electrical impedance tomography of translationally uniform cylindrical objects with general cross sectional boundary", IEEE Trans. Medical imaging, pp. 49-59, March 1990.
6. T. Murai, "Electrical impedance computed tomography based on a finite element method", IEEE Trans. Biomedical Eng., pp. 177-184, March 1985.
7. G. Temes, Circuit synthesis and design, McGraw-Hill book Co., 1974.
8. G. H. Golub, Matrix computations, The John Hopkins university press, 1989.
9. T.J. Yorkey, "Comparing reconstruction algorithms, for electrical impedance tomography", IEEE Trans. Biomedical Eng., pp. 843-852, Nov. 1987.
10. D. Jacobs, The state of the art in numerical analysis, Academic press, 1977.