اثر تأخیر برشی در تیرهای صندوقه‌ای

محمدمهدی علی نیا

استادیار دانشکده‌های عمران و کشتی‌سازی
دانشگاه صنعتی امیرکبیر

محمدقاسم سحاب

عضو هیأت علمی دانشگاه تفرش

چکیده
لنگر خمشی و نیروی برشی غالباً بطور توأم در مقاطع تیرهای بارگذاری شده تحت بارهای جانبی وجود دارند. تنشهای برشی ایجاد شده مقاطع تیر را تغییر فرم داده و از حالت مستوی قبل از بارگذاری خارج می‌سازند. در تیرهای بال پهن انحنای عرضی بوجود آمده در مقاطع، قابل توجه گشته و قسمتهایی از بال که در فواصل دورتری از جان قرار دارند بنحو ضعیفتری در تحمل لنگر خمشی شرکت خواهند داشت.
به عبارت دیگر به علت تأخیر و یا عقب‌نشینی خاصی که قسمتهایی از مقطع تحت تنشهای برشی نموده‌اند تنشهای محوری کوچکتری در آنها بوجود می‌آید. این پدیده به تأخیر برشی موسوم است.[۱]
در این مقاله معادلاتی برای تنشها و تغییر شکلهای نوعی تیر صندوقه‌ای با شرایط تکیه‌گاهی مختلف و دو نوع بارگذاری متمرکز و گسترده یکنواخت با منظورکردن اثر تأخیر برشی بدست آورده شده است. همچنین با ارائه مثالهای عددی و ذکر اعداد و ارقام اهمیت پدیدهٔ تأخیر برشی تشریح شده است.

THE SHEAR-LAG EFFECT IN BOX-GIRDER BEAMS

M. M. Alinia, Ph.D.

Assistant Prof. of Civil Eng. Dept. and Head of the Naval Architectur Dept.
Amirkabir University of Technology.

M. G. Sahab, MSC.

Lecturer in Tafresh university.

ABSTRACT:

Shear displacements in beams, wide flange girders, box beams and semimonocoque structures subjected to simultaneous bending and shear, causes longitudinal displacements in parts of flange remote from the webs to lag behind those nearer the webs. Consequently the cross section tends to curve significantly in breadth so that the basic assumption of the elementary theory of bending, i-e, "the cross sections which were plane before bending remain plane after bending" becomes invalid. This in turn causes *an ununiform distribution of stresses across the flange, being called as the "shear lag" phenomenon.*

In this paper some stress & deformation equations have been determined for box girder beams with different loading and support conditions, taking the shear-lag into account.

Also, the importance of this phenomenon has been outlined by presenting a few numerical examples.

مقدمه

معادلات دیفرانسیل تنشها و تغییر شکلها

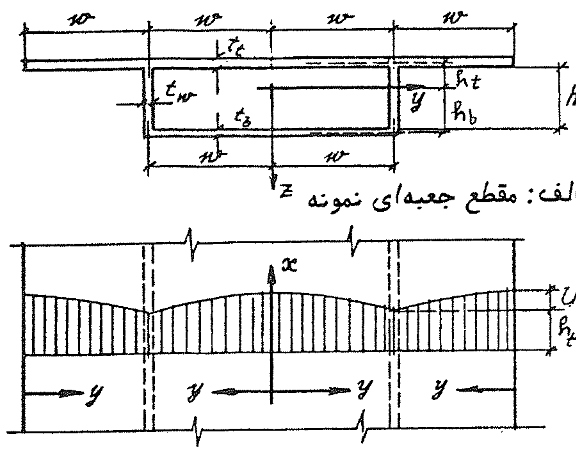
با در نظر گرفتن یک تیر صندوقه‌ای (شکل ۱-الف) و با استفاده از روش ریسنر [۱،۲] می‌توان معادلاتی برای تنشهای خمشی و منحنی الاستیک تیر بدست آورد. تغییر مکان نقاط در چهار بخش مقطع نشان داده شده و برای هر بخش یک دستگاه مختصات x-y در نظر گرفته شده است که به شرح زیر فرض می‌گردد:

برای دال فوقانی

$$u_t(x,y) = -h_t[z'(x) + 1 - \frac{y^2}{w^2})u(x)] \qquad (1)$$

برای دال تحتانی

$$u_b(x,y) = h_b[z'(x) + 1 - \frac{y^2}{w^2})u(x)] \qquad (2)$$



الف: مقطع جعبه‌ای نمونه

شکل ۱. ب: تابع تغییر مکان مفروض

در این معادلات پیوستگی تغییر مکانها در محل اتصال بال و جان (y=w) حفظ گردیده و در نقاطی که y=0 است تغییر مکان u(x,0) بر حسب تابع مجهول u(x) بیان می‌شود. تابع u(x) مُعرف شدت تأخیر برشی در بالهاست. برای نقاطی که y آنها بین 0 و w است تغییرات سهمی شکلی برای u(x,y) فرض شده است.

برای تعیین توابع u(x), z(x) انرژی کرنشی کل[۲] محاسبه شده و با استفاده از اصل انرژی پتانسیل حداقل[۳] معادلات دیفرانسیلی را برای این دو تابع بدست می‌آوریم:

انرژی پتانسیل سیستم بارگذاری برابر است با:

$$\pi_L = \int M(X)\, Z''(x)\, dX \qquad (3)$$

همچنین انرژی پتانسیل جانها برابر است با:

$$V_W = \frac{1}{2}\int EI_W\,(z'')^2\, dX \qquad (4)$$

دررابطهٔ فوق I_W ممان اینرسی جانهای تیر است که برابراست با:

$$I_W = 2\left[\frac{t_w h^3}{12} + t_w h\left(\frac{h}{2} - h_t^2\right)\right] \qquad (5)$$

انرژی کرنشی دال فوقانی و تحتانی نیز از عبارت زیر محاسبه می‌شود:

$$V_s = \frac{1}{2}\int_0^L\!\!\int_0^W 4t_t\,(E\varepsilon_{xt}^2 + G\gamma_t^2)\, dydx +$$

$$\frac{1}{2}\int_0^L\!\!\int_0^W 2t_b\,(E\varepsilon_{xb}^2 + G\gamma_b^2)\, dydx \qquad (6)$$

کرنشهای محوری و برشی که در عبارت فوق وارد شده‌اند برابرند با:

$$\varepsilon_{xt} = \frac{\partial u_t}{\partial x} = -h_t\left[z'' + \left(1 - \frac{y^2}{W^2}\right)U'(x)\right] \qquad (7)$$

$$\varepsilon_{xb} = \frac{\partial u_b}{\partial x} = h_b\left[z'' + \left(1 - \frac{y^2}{W^2}\right)U'(x)\right] \qquad (8)$$

$$\gamma_t = \frac{\partial u_t}{\partial y} = -2\frac{ht}{W} \times \frac{y}{W}U(x) \qquad (9)$$

$$\gamma_b = \frac{\partial u_b}{\partial y} = -2\frac{h_b}{W} \times \frac{y}{W}U(x) \qquad (10)$$

با جایگذاری عبارتهای (۷) تا(۱۰) در معادلهٔ(۶) و انتگرال‌گیری نسبت به y عبارت زیر بدست می‌آید:

$$V_s = \frac{1}{2}\int_0^L EI_s\left\{\left[Z''^2(x) + \frac{8}{15}\left[U'(x)\right]^2\right.\right.$$

$$+\frac{۴}{۳} Z''(x)\, U'(x) + \frac{G}{E} \times \frac{۴}{۳W^{۲}} [\, U(x) \,]^{۲} \,\Big]\, dx \,\Big\} \quad (۱۱)$$

در رابطهٔ فوق I_s ممان اینرسی بالهاست که به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$I_s = ۴wt_t\, h_t^{۲} + ۲wt_b\, h_b^{۲} \quad (۱۲)$$

انرژی پتانسیل کل برابراست با:

$$\pi = -\pi_l + v_w + v_s$$

$$\pi = \int_0^L \Big\{ \frac{EI}{۲} [\, Z''(x) \,]^{۲} + M(x)\, Z''(x) \Big\}\, dx$$
$$+ \int_0^L \frac{EI_s}{۲} \Big\{ \frac{۸}{۱۵} [\, U'(x) \,]^{۲} + \frac{۴}{۳} Z''(x)\, U'(x)$$
$$+ \frac{G}{E} \times \frac{۴}{۳W^{۲}} [\, U(x) \,]^{۲} \Big\}\, dx \quad (۱۳)$$

دررابطهٔ فوق I ممان اینرسی کل مقطع است:

$$I = I_w + I_s \quad (۱۴)$$

اگر شرایط لازم برای حداقل شدن معادله (۱۳) را با توجه به معادلات اویلر-لاگرانژ بنویسیم روابط زیر برای U(x),Z(x) بدست می‌آید:

$$z^{iv} - k^{۲} z''(x) = k^{۲} \frac{M(x)}{EI} - n \frac{M''(x)}{EI} \quad (۱۵)$$

$$U''(x) - k^{۲} U(x) = \frac{۵nV(x)}{۴EI} \quad (۱۶)$$

در معادلات فوق V(x) نیروی برشی است و n و k پارامترهای ریسنر هستند که از عبارت زیر محاسبه می‌شوند:

$$n = \frac{۱}{۱ - \frac{۵}{۶} \times \frac{I_s}{I}} \quad , \; k = \frac{۱}{W} \sqrt{\frac{۵n}{۲} \times \frac{G}{E}} \quad (۱۷)$$

همچنین شرایط مرزی زیر نیز برای حداقل شدن رابطهٔ (۱۳) باید برقرار باشند:
برای تکیه‌گاه مفصلی

(۱۸) برای $z(x)$ $\quad z''(x) = -n\frac{M(x)}{EI} \Rightarrow z''(x) = 0$

(۱۹) برای $u(x)$ $\quad u'(x) = \frac{-۵nM(x)}{۴EI} \Rightarrow u'(x) = 0$

برای تکیه‌گاه گیردار

(۲۰) برای $z(x)$ $\quad z'''(x) = -n\frac{M'(x)}{EI}$

(۲۱) برای $u(x)$ $\quad u(x) = 0$

پس از اینکه u(x) از معادله (۱۶) تعیین شد می‌توان توزیع تنش σ(x) را از معادله زیر مشخص نمود:

$$\sigma_x = \pm Eh_{t,b} \Big[\frac{M(x)}{EI} - (۱ - \frac{y^{۲}}{W^{۲}} - \frac{۲}{۳} \times \frac{I_s}{I}) U' \Big] \quad (۲۲)$$

در رابطهٔ فوق در صورتی که لنگر خمشی M(x) تار پایین را به کشش درآورد مثبت فرض می‌شود:
معمولاً پخش عرضی تنشها به گونه‌ای است که در محل تقاطع بال و جان تنشهای خمشی حداکثر می‌گردند (تأخیر برشی‌مثبت) برای محاسبهٔ این تنش باید در معادله (۷) y را مساوی w قرار داد و سپس از رابطهٔ هوک تنش رابدست آورد:

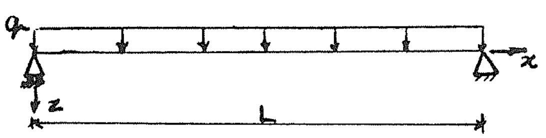
(۲۳) در $y = w$ $\quad \sigma_x = Eh_{t,b}\, z''_{st}(x)$

در تئوری مقدماتی خمش نیز رابطهٔ مشابه‌ای به شکل زیر ارائه می‌شود که در تمام عرض مقطع معتبر است:

$$\sigma_x = Eh_{t,b}\, z''_{et}(x) \quad (۲۴)$$

تعیین منحنی ارتجاعی و تنشهای خمشی تیر صندوقه‌ای با شرایط مختلف بر طبق تئوری تأخیر برشی و مقایسه آن با تئوری مقدماتی خمشی

الف) تیر دوسر ساده تحت اثر بارگسترده یکنواخت به شدت q.



شکل ۲.

معادلات تغییرات لنگر خمشی ونیروی برشی این تیر به شکل زیر است :

$$M(x) = \frac{ql}{۲} x - \frac{q}{۲} x^2 \qquad V(x) = \frac{ql}{x^{۲}\,۲} - qx$$

شرایط مرزی z(x) عبارتند از:

در $x = l, x = 0$ $\quad z = 0, z'' = 0$

اگر مقادیر M(x) و M″(x) را از معادله (۲۵) در معادلهٔ (۱۵) جایگزین کنیم معادلهٔ دیفرانسیل منحنی ارتجاعی تیر حاصل

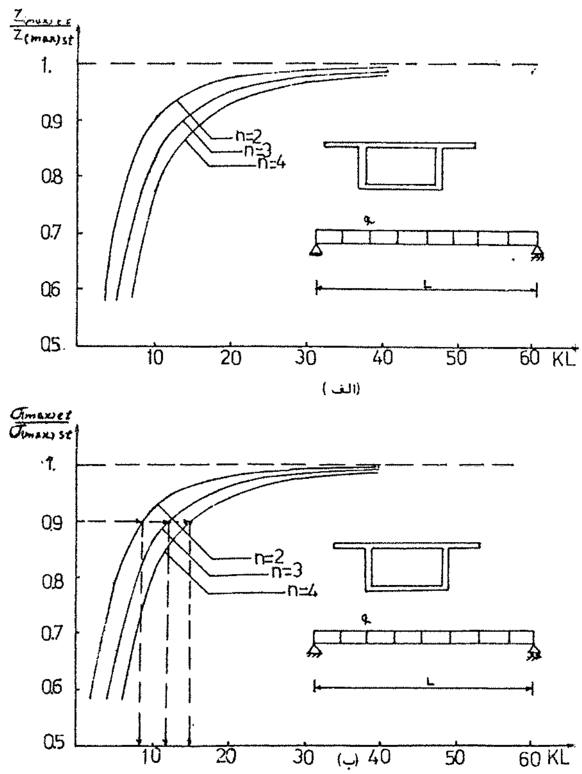
می‌شود که پس از حل آن و اعمال شرایط مرزی معادله منحنی ارتجاعی تیر به شکل زیر مشخص می‌شود:

$$z_{st}(x) = \frac{q}{۲۴EI}x^{۴} - \frac{qL}{۱۲EI}x^{۳} + \frac{q(۱-n)}{۲x^{۲}EI}x^{۲}$$
$$+\frac{q}{EI}\left(\frac{L^{۳}}{۲۴} - \frac{(۱-n)L}{k^{۴}L} - \frac{۱-n}{k^{۴}L\, tg\, hkL}\right)x$$
$$+\frac{q(۱-n)}{۲k^{۴}EI \sin kL}\left[(e^{-kL}-۱)e^{kx}-(e^{kL}-۱)e^{-kx}\right]$$
$$+\frac{q(۱-n)}{k^{۴}EI} \qquad (۲۶)$$

بر اساس تئوری مقدماتی خمش نیز می‌توان معادله منحنی ارتجاعی تیر را بدست آورد:

$$z_{et}(x) = \frac{q}{۲۴\,EI}x^{۴} - \frac{qL}{۱۲\,EI}x^{۳} + \frac{qL^{۳}}{۲۴\,EI}x \qquad (۲۷)$$

با قراردادن $x=^{۱}/_{۲}$ در روابط فوق می‌توان نسبت z_{max} بدست آمده از دو تئوری یاد شده رابه صورت زیر تعیین نمود:



شکل ۳. منحنی تغییرات $\frac{Z_{(max)et}}{Z_{(max)st}}$ و $\frac{\sigma_{(max)et}}{\sigma_{(max)st}}$ برای تیر صندوقه‌ای با تکیه‌گاههای ساده و بارگسترده یک نواخت

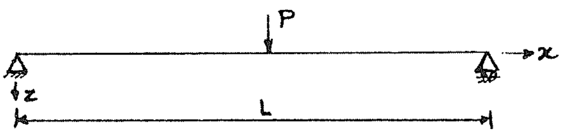
$$\frac{Z_{(max)et}}{Z_{(max)st}} = \frac{}{۱ - \frac{۳۸۴}{۵} \times \frac{۱-n}{(KL)^{۴}}\left(\frac{(KL)^{۲}}{۸} - \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲tghkl} + \frac{۱}{۲\cosh(kl/۲)}\right)} \qquad (۲۸)$$

از معادلات (۲۳) و (۲۴) می‌توان نتیجه گرفت که برای مقایسهٔ تنشهای حداکثر کافی است $Z''_{(max)}$ ها را مقایسه کنیم:

$$\frac{\sigma_{(max)et}}{\sigma_{(max)st}} =$$
$$\frac{z''_{(max)et}}{z''_{(max)st}} = \frac{۱}{۱ + \frac{۸(۱-n)}{(kL)^{۲}}\left(\frac{۱}{\cos h(kL/۲)} - ۱\right)} \qquad (۲۹)$$

در اشکال (۳ - الف) و (۳ - ب) معادلات (۲۸) و (۲۹) بر حسب Kl و n به صورت منحنیهایی ترسیم شده‌اند:

ب) تیر دو سر ساده تحت اثر بار متمرکز در وسط :



شکل ۴.

با بکار بردن روش یاد شده در تیرهای ساده تحت اثر بار متمرکز می‌توان معادلهٔ تغییر شکل رابا منظورکردن تأخیر برشی به شکل زیر بدست آورد:

$$z_{st}(x) = -\frac{P}{۱۲EI}x^{۳} + \frac{P}{۲EI}\left(\frac{L^{۲}}{۸} - \frac{۱-n}{k^{۲}}\right)x$$
$$+\frac{(۱-n)P}{۲k^{۳}EI\cos h(kL/۲)}\sin kx \qquad ۰ \le x \le \frac{L}{۲}$$
$$z_{st}(x) = \frac{P}{۱۲EI}x^{۳} - \frac{PL}{۴EI}x^{۲} + \frac{P}{۲EI}\left(\frac{۱-n}{k^{۲}} + \frac{۳L^{۲}}{۸}\right)x$$
$$-\frac{(۱-n)P}{۲k^{۳}EI(e^{kL} + e^{۳/۲kL})}e^{kx} + \frac{(۱-n)Pe^{۳/۲kL}}{۲k^{۳}EI(۱+e^{kL})}e^{-kx}$$
$$-\frac{PL}{۲EI}\left(\frac{۱-n}{k^{۲}} + \frac{L^{۲}}{۲۴}\right) \qquad \frac{L}{۲} \le x \le L \quad (۳۰)$$

همچنین بر اساس تئوری مقدماتی خمش داریم:

$$z_{et}(x) = -\frac{P}{۱۲EI}x^{۳} - \frac{PL^{۲}}{۱۶EI}x \qquad ۰ \le x \le \frac{L}{۲}$$

$$z_{et}(x)=\frac{P}{12EI}x^3-\frac{PL}{4EI}x^2-\frac{3PL^2}{16EI}x-\frac{PL^3}{48EI}\qquad \frac{L}{2}\le x\le L$$ (۳۱)

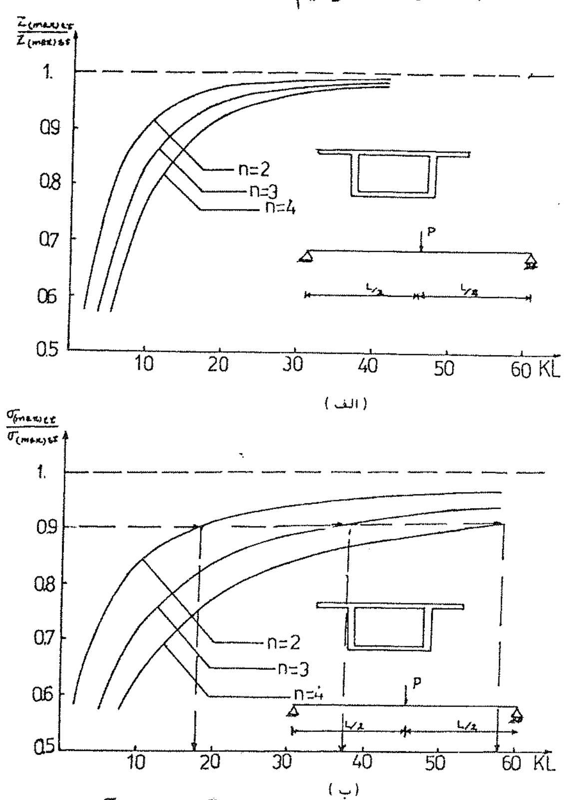
اگر در معادلات (۳۰) و(۳۱) x رامساوی $\frac{L}{2}$ قراردهیم مقدار z_{max} براساس دوتئوری بدست می‌آیدونسبت این دومقداربرابرمی‌شودبا:

$$\frac{z_{(max)et}}{z_{(max)st}}=\frac{1}{1-\frac{24(1-n)}{(kL)^3}\left(\frac{kL}{2}-tgh\frac{kL}{2}\right)}$$ (۳۲)

همانند قبل می‌توان نسبت تنشهای ماکزیمم حاصل ازدوتئوری راتعیین نمود:

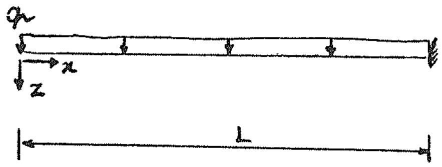
$$\frac{\sigma_{(max)et}}{\sigma_{(max)st}}=\frac{z''_{(max)et}}{z''_{(max)st}}=\frac{1}{1-\frac{2(1-n)}{kL}tgh\frac{KL}{2}}$$ (۳۳)

منحنیهای نشان داده شده‌دراشکال (۵- الف و ب) باتوجه به معادلات (۳۲) و (۳۳) ترسیم شده‌اند:



شکل ۵. منحنی تغییرات $\frac{z_{(max)et}}{z_{(max)st}}$ و $\frac{\sigma_{(max)et}}{\sigma_{(max)st}}$ برای تیر صندوقه‌ای با تکیه‌گاههای ساده و بار متمرکز در وسط

ج) تیر طره‌ای تحت‌اثربارگسترده‌یکنواخت‌به‌شدت q:



شکل ۶.

محاسبهٔ منحنی ارتجاعی تیر بادرنظرگرفتن تئوری تأخیر برشی به‌معادلهٔ زیرمنجرمی‌شود:

$$\begin{aligned}z_{st}(x)=&\frac{q}{24EI}x^4+\frac{q(1-n)}{2k^2EI}x^2-\frac{qL^3}{6EI}x\\&-\frac{q(1-n)}{2k^3EICoshkL}\times\left(\frac{e^{-kL}}{k}+L\right)e^{kx}+\frac{q(1-n)}{k^3EI}\left(\frac{e^{-kL}}{2kcoshkL}\right.\\&\left.+\frac{L}{2cos\,hkL}-\frac{1}{k}\right)e^{-kx}+\frac{q(1-n)}{k^2EI}\left[\frac{tghkL}{k}\left(\frac{e^{-kL}}{k}+L\right)\right.\\&\left.+\frac{e^{-kL}}{k^2}-\frac{L^2}{2}+\frac{qL^4}{8EI}\right.\end{aligned}$$ (۳۴)

براساس تئوری مقدماتی خمش نیزمعادله تغییرشکل تیربرابرخواهدبودبا:

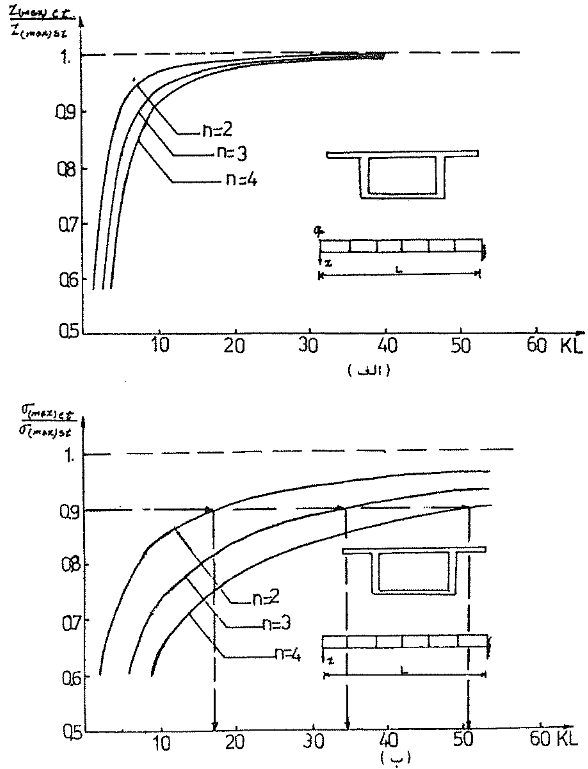
$$z_{et}(x)=\frac{q}{24EI}x^4-\frac{qL^3}{6EI}x+\frac{qL^4}{8EI}$$ (۳۵)

همانندمواردقبل می‌توان به‌کمک معادلات (۳۴) و(۳۵) به نتایج زیررسید:

$$\frac{z_{(max)et}}{z_{(max)st}}=\frac{1}{1-\frac{8(1-n)}{(kL)^4}\left(1-tghkL(e^{-kL}+kL)-e^{-kL}+\frac{(kL)^2}{2}\right)}$$ (۳۶)

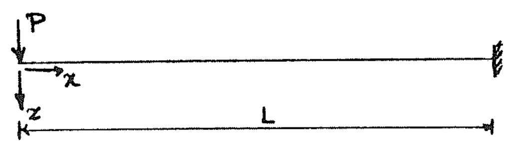
$$\frac{\sigma_{(max)et}}{\sigma_{(max)st}}=\frac{z''_{(max)et}}{z''_{(max)st}}=\frac{1}{1+\frac{2(1-n)}{(kL)^2}\left(1-\frac{1}{coshkL}-kLtghkL\right)}$$ (۳۷)

منحنیهای ترسیم شده‌دراشکال (۷- الف و ب) تغییرات‌معادلات فوق رابرحسب مقادیر Ki و n نشان می‌دهند:



شکل ۷. منحنی تغییرات $\frac{\sigma_{(max)et}}{\sigma_{(max)st}}$ و $\frac{z_{(max)et}}{z_{(max)st}}$ برای تیر- طره‌ای صندوقه‌ای تحت بارگسترده یک نواخت

د) تیر طره‌ای تحت اثربار متمرکز (p) در رأس :



شکل ۸.

براساس تئوری تأخیر برشی معادلهٔ منحنی ارتجاعی تیر برابراست با:

$$z_{st}(x) = \frac{P}{۶EI}x^3 - \frac{P}{EI}\left(\frac{L^۲}{۲} - \frac{n-۱}{k^۲}\right)x - \frac{(۱-n)P}{EIk^3 coshkL}$$

$$\times \sin hkx + \frac{P}{EI}\left(\frac{L^3}{۳} - \frac{(۱-n)L}{k^۲} + \frac{۱-n}{k^3}tghkL\right) \quad (۳۸)$$

از تئوری مقدماتی خمش معادلهٔ زیربرای تغییرشکل تیر بدست می‌آید:

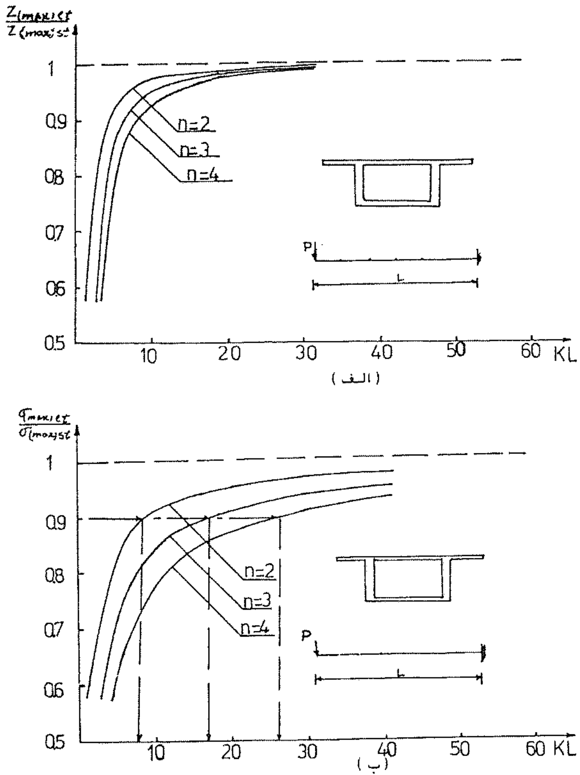
$$z_{et}(x) = \frac{P}{۶EI}x^3 - \frac{PL^۲}{۲EI}x + \frac{PL^3}{۳EI} \quad (۳۹)$$

نسبت تغییر شکل و تنشهای حداکثر که از دو تئوری بدست می‌آید برابرند با:

$$\frac{z_{(max)et}}{z_{(max)st}} = \frac{۱}{۱ - \frac{۳(۱-n)}{(kL)^3}(kL - tghkL)} \quad (۴۰)$$

$$\frac{\sigma_{(max)et}}{\sigma_{(max)st}} = \frac{z''_{(max)et}}{z''_{(max)st}} = \frac{۱}{۱ - \frac{۱-n}{kL}tghkL} \quad (۴۱)$$

دراشکال (۹ ـ الف و ب) معادلات (۴۰) و (۴۱) به صورت منحنی ترسیم شده‌اند:



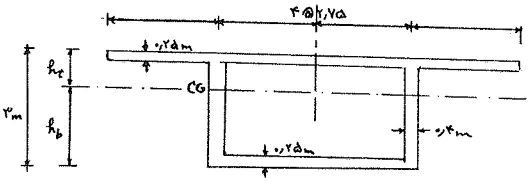
شکل ۹. منحنی تغییرات $\frac{\sigma_{(max)et}}{\sigma_{(max)st}}$ و $\frac{z_{(max)et}}{z_{(max)st}}$ برای تیر- طره‌ای صندوقه‌ای تحت بار متمرکز در رأس

مثال :برای مقایسه تئوری مقدماتی خمش و تئوری تأخیر برشی وآئین نامه BS5400 [۳]مثال مشروحی درمورد یک تیر بامقطع

نشان داده شده درشکل (۱۰) حل شده ونتایج حاصله درجدول (۱) درج گردیده‌است:

$$G = ۱/۰۴۲ \times ۱۰^{۵}\ kg/cm^{۲}$$

$$E = ۲/۵ \times ۱۰^{۵}\ kg/cm^{۲}$$



شکل ۱۰. مقطع تیر صندوقه‌ای

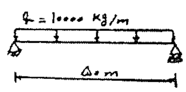
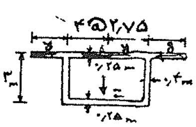
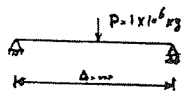
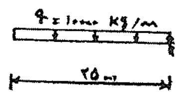
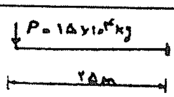
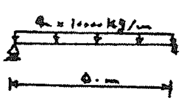
نتیجه‌گیری:

۱) بامطالعه منحنیهای ترسیم شده(اشکال (۳) تا(۹)) نتیجه می‌گیریم که منظور نمودن تأخیر برشی همواره افزایش خیز تیرنسبت به تئوری مقدماتی خمش رابه همراه دارد.

۲) منحنیهای (۳) تا(۹) نشان می‌دهندکه باافزایش طول تیر نتایج تئوری مقدماتی خمش و تئوری تأخیر برشی به‌یکدیگرنزدیکتر می‌شوند. با توجه به منحنیهای مزبور درصورتی که Kl از مقادیر ذکر شده در جدول (۲) بزرگتر باشد، تنشهای محاسبه شده از تئوری مقدماتی خمش کمتر از ۱۰٪ خطا خواهند داشت. اگر نسبت G/E را ۰/۴ فرض نمائیم با توجه به معادله (۱۷) می‌توان نسبتهای طول به عرض بال تیر (L/W) راکه با مقادیر Kl ذکر شده در جدول متناظرند، تعیین نمود.

۳) از مقایسهٔ منحنیهای (۳) و (۵) ملاحظه می‌شود وقتی یک تیر دو سر ساده تحت بار متمرکز قرار می‌گیرد تأخیر برشی در آن شدیدتر از حالتی است که تیر تحت بار گسترده قرار داشته

جدول ۱

بارگذاری و شرایط تکیه‌گاهی تیر	مقادیربدست‌آمده ازتئوری مقدماتی خمش: $\sigma_{(max)et}$ Kg/cm^2	مقادیربدست‌آمده ازتئوری مقدماتی خمش: $Z_{(max)et}$ cm	مقادیربدست‌آمده ازتئوری تأخیر برشی: $\sigma_{(max)st}$ Kg/cm^2، y=۰ cm	$\sigma_{(max)st}$ Kg/cm^2، y=۲۷۵ cm	$Z_{(max)st}$ cm	مقادیربدست‌آمده ازاستاندارد BS5400: $\sigma_{(max)BS}$ Kg/cm^2، y=۰ cm	$\sigma_{(max)BS}$ Kg/cm^2، y=۲۷۵ cm	$Z_{(max)BS}$ cm	مقایسهٔ تئوری مقدماتی خمش باتئوری تأخیر برشی: $(\Delta\sigma)\%$	$(\Delta z)\%$	مقایسهٔ استاندارد BS5400 باتئوری تأخیربرشی: $(\Delta\sigma)\%$	$(\Delta z)\%$	مشخصات اضافی
	-۴۰	۳/۸۱	-۳۹/۵	-۴۰/۷	۳/۸۹	-۳۹/۰	-۴۰/۸	۳/۹۰	۱/۷	۲/۱	-۰/۲	-۰/۳	
	-۱۶۰	۱۲/۲۱	-۱۴۲/۷	-۱۸۳/۲	۱۲/۴۹	-۱۴۲	-۲۱۲	۱۵/۵۵	۱۲/۷	۲/۲	-۱۵/۷	-۲۴/۵	ابعاد هندسی مقطع تیر مشخصات مکانیکی مصالح E = ۲/۵۰۱۰۵ Kg/cm۲ $\frac{G}{E}$ = ۰/۴۱۷
	۴۰	۲/۲۹	۳۱/۸۵	۵۱	۲/۳۶	۳۳/۸	۵۲/۸	۳/۰۲	۲۱/۶	۳	-۳/۵	-۲۸/۰	در قسمتی از این تیر تاخیر برشی مثبت و در قسمتی از آن تاخیر برشی منفی وجود دارد ناحیه تاخیربرشی مثبت ۲۵۰۰>X>۲۰۹۰ ناحیه تاخیر برشی منفی ۲۰۰۰ > X > ۰
	۴۸	۳/۶۶	۴۳	۵۵	۳/۷۵	۴۱/۳	۵۳/۳	۴/۰۷	۱۲/۷	۲/۴	۳/۱	-۸/۵	
	۴۰	۱/۵۹	۲۹/۷	۵۳/۸	۱/۶۷	۳۵/۹	۴۷/۱	۱/۸۳	۲۵/۷	۴/۸	۱۲/۵	-۹/۶	از تئوری مقدماتی خمش واکنش تکیه‌گاهی R_a برابر ۱۸۷۵۰۰ Kg بدست می‌آید و از تئوری تاخیر برشی این عکس‌العمل برابر ۱۸۱۸۳۵ Kg حاصل می‌شود

جدول (۲)

بارگذاری و شرایط تکیه‌گاهی تیر	Kl			L/W		
	n=۲	n=۳	n=۴	n=۲	n=۳	n=۴
تیردوسرساده‌تحت بارگسترده	۹	۱۲	۱۵	۶	۷	۸
تیردوسرساده‌تحت‌بارمتمرکزدروسط	۱۸	۳۷	۵۷	۱۳	۲۱	۲۹
تیرطره‌ای‌تحت‌بارگسترده	۱۶	۳۵	۵۱	۱۱	۲۰	۲۶
تیرطره‌ای‌تحت‌بارمتمرکزدرآنها	۸	۱۷	۲۶	۴	۱۰	۱۳

باشد.

همچنین منحنیهای (۷) و (۹) نشان می‌دهند وقتی یک تیر طره‌ای تحت بار گسترده قرار داشته باشد تأخیر برشی شدیدتر از زمانی است که تیرتحت بار متمرکز در رأس قرار گرفته باشد.

علت این امر را باید در نمودار تغییرات نیروی برشی جستجو کرد. مقایسهٔ این حالات نشان می‌دهند که هرچه در نمودار نیروی برشی تغییرات نیرو شدیدتر و ناگهانی‌تر باشد تأخیر برشی نیز شدیدتر خواهد بود.

پاورقی :

1. Shear lag
2. Total Potential Energy
3. Minimum Potential Energy (Castigliono's law)

منابع :

1. Reissner, E. " Analysis of Shear lag in box beams by the principle of Minimum Potential Energy" Quarterly of Applied Mathematics Vol. 5 ,No.3, October 1946, pp.268-278.
2. Chong. Sh. T and F. Zh Zheng. Negative Shear lag in cantilever box Girder with constant Depth, J. ASCE, Vol.113, No.1,
3. BS.5400, Port 3 1982, British standards Institution, steel Concrete and composite bridges. Januargy 1987.