

کنترل بهینه رباتها

قسمت اول: مروری بر کنترل بهینه رباتها از آغاز تا امروز

دکتر محسن بهرامی

استادیار دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی امیرکبیر

مهندس غلامرضا نخعی

آزمایشگاه تحقیقاتی ارتعاشات دانشگاه صنعتی امیرکبیر

چکیده:

این نوشته قسمت اول گزارش تحقیقاتی در زمینه کنترل بهینه رباتهاست. در این قسمت سابقه تحقیقاتی کنترل رباتها، کنترل بهینه و کمینه کردن زمان حرکت رباتها بررسی شده تا زمینه لازم برای معرفی الگوریتم جدید کنترل بهینه زمانی رباتها در قسمت دوم فراهم آید. این نوشته در سه قسمت تدوین شده است: قسمت اول با مروری بر کنترل رباتها به مسأله کنترل زمان بهینه رباتها پرداخته و بدون ورود به روابط سنگین ریاضی، نحوه کنترل و نتایج آن را بازگو می کند. در قسمت دوم، یک الگوریتم جدید برای کنترل بهینه رباتها معرفی گردیده و نتایج اعمال آن بر یک ربات 2R در قسمت سوم ارائه می شود.

Optimal Control of Robotic Manipulator part one : Literature Review

M.Bahrami, Assistant. Prof.

G.R.Nakhaie Jazar, Lecturer

Mechanical Engineering Dept.
Amirkabir Univ. of Technology

ABSTRACT

This is the first part of a three part article on optimal control of robots. In this part an extensive literature review is presented to prepare the ground for presentation of new algorithm in second part. In the third part, the algorithm is applied to 2R robotic manipulator.

مقدمه:

برطرف شده است، کنترل آنها و در نهایت، کنترل بهینه آنها مهمترین مسأله تحقیقاتی در زمینه رباتها را به خود اختصاص می دهد.

امروزه در کشورهای پیشرفته ای که حجم تولید مهمترین مسأله رقابت بین آنهاست، رباتها جای خود را بخوبی باز کرده اند و از آنجا که مشکلات ساخت رباتها تا حد زیادی

رباتهای صنعتی، دستگاههایی مکانیکی اند که در سالهای اخیر در اتوماسیون صنایع از اهمیت ویژه‌ای برخوردار گشته‌اند [۱]. این امر با نگاه به تعداد زیاد ربات‌سازان امروز جهان روشن می‌گردد. تنها در ایالات متحده بیش از صد کارخانه ربات‌سازی وجود دارد [۲]. در اروپا و ژاپن نیز ربات‌سازهای فراوانی وجود دارند و در کشورهای دیگر نیز تحقیقات در جهت ایجاد مراکز تولید ربات جریان دارد. حجم خرید و فروش ربات در سال ۱۹۸۵ بالغ بر نیم میلیارد دلار و در سال ۱۹۸۹ بیش از یک میلیارد دلار بوده است.

۱) کنترل رباتها

کنترل رباتها (مانند هر سیستم مکانیکی دیگر) با تعیین سیگنال ورودی نیرو (یا گشتاور) موتورهای آن انجام می‌گیرد. معادلات حرکت، رابطه بین نیرو و موقعیت را برقرار می‌سازند. تعیین موقعیت ربات با داشتن نیروها، با ایده‌های مختلفی انجام گرفته است که ساده‌ترین آنها از آن لو و لین [۳] است. یافتن نیروها برای دستیابی به یک موقعیت خاص نیز مسأله دیگری است که به شیوه‌های مختلف توسط پاول [۴] و دیگران [۵ و ۶] انجام گرفته است. اولین قدم در راه کنترل ربات، شناختن ریاضیات مربوط به سینماتیک و دینامیک آن است. مهمترین مسأله در سینماتیک رباتها یافتن راه‌گذر از مختصات فضای دکارتی به فضای پیکربندی ربات و بازگشت از آن است. این مسأله با نام سینماتیک معکوس و سینماتیک مستقیم شناخته می‌شود [۷-۹]. پس از آگاهی از چگونگی انتقال بین فضای دکارتی و فضای پیکربندی و همچنین در دست داشتن معادلات حرکت ربات، مایلیم تا پنجه ربات (شاید بر مسیری خاص مثلاً یک خط راست) از نقطه‌ای به نقطه دیگر برود، (این حرکت معمولاً برای برداشتن چیزی یا انتقال آن انجام می‌گیرد) سیگنال کنترل موتورها باید چگونه باشد تا ربات خواسته ما را برآورد؟ قبل از پاسخگویی به این پرسش باید به دو امکان توجه کرد:

۱- آیا فضای کاری آزاد بوده و مانعی بر سر راه نیست؟

۲- آیا پنجه ربات باید مسیر از پیش تعیین شده‌ای را بپیماید؟ پاسخ هر یک از این پرسشها می‌تواند بله یا خیر باشد، که به این ترتیب چهار مسأله مختلف مطابق جدول (۱) پدید می‌آید. جدول ۱.

		آیا فضای کاری آزاد است؟	
		خیر	بله
آیا پنجه ربات باید مسیر ویژه‌ای را بپیماید؟	خیر	کلاس ۴ مسأله کنترل موقعیت و دوری چستن از موانع با مسیریابی	کلاس ۱ مسأله کنترل موقعیت
	بله	کلاس ۲ مسأله دوری از موانع، مسیریابی و مسیریابی	کلاس ۳ مسأله دوری از موانع، مسیریابی و مسیریابی

کنترل موقعیت - اگر مسیر خاصی در نظر نبوده و فضای کاری آزاد باشد، کنترل کننده‌های ربات تنها باید پنجه آن را از موقعیتهای گوشه‌ای (یا نقطه‌ای) مشخص شده بگذرانند. مسیر بین دو نقطه ممکن است خط مستقیم نباشد [۱۰].

مسیرنوردی - اگر مسیر حرکت پنجه (یا خط سیر فضای پیکربندی) روبات از پیش تعیین شده باشد مسأله کنترل روبات را مسیرنوردی خوانند [۱۰]. چنانچه در کنترل موقعیت، نقاط مشخص را زیاد کرده و آنها را بر مسیر حرکت پنجه منطبق سازند، کنترل موقعیت به مسیرنوردی میل می‌کند [۱۱ و ۱۰].

مسیریابی - اگر فضای کاری آزاد نبوده و بر سر راه بین دو نقطه، موانعی وجود داشته باشد، مسأله برخورد نکردن با موانع پیش می‌آید که پس از حل آن، به ابتدای حالت قبل (مسیرنوردی) باز خواهیم گشت، مسأله برخورد نکردن با موانع پیچیده و دشوار است، به ویژه اگر این مسأله جزئی از مسأله کنترل بهینه (کمترین زمان یا کمترین انرژی...) باشد. در این راه معمولاً مسیری که موانع را دور بزند از پیش دانسته فرض شده و به ربات دیکته می‌شود، در حالی که آن مسیر ممکن است مسیر بهینه نباشد. مسیریابی، امروزه بیش از گذشته مورد توجه است [۱۰]، اما تنها برای حالات خاصی به پاسخ مطلوب رسیده است [۱۲]. روشهایی نیز ابداع شده‌اند که تا حدی کلی‌تر بوده و فراگیری بیشتری دارند [۱۳].

از آنجا که کامپیوتر واسطه بین شخص کنترل کننده و ربات قرار می‌گیرد باید بتوان این ارتباط را ساده‌تر و سریع‌تر انجام داد. به این دلیل زبانهای دستوری ساده‌تری مورد نیاز است. ربات‌سازهای بسیاری در دنیا زبان ویژه خود را در کامپیوتر برنامه‌ریزی می‌کنند که هنوز هم یکپارچه و استاندارد نشده‌اند. اولین زبان از این رده که عمومیت بیشتری یافته است بانام LISP شناخته می‌شود [۱۴].

در دانشگاه استنفورد نیز پاول زبان برنامه‌نویسی WAVE را ساخت [۱۵] که خود عمل محاسبات دینامیکی را براساس مکانیک لاگرانژ برای ربات انجام می‌داد. این زبان بعدها توسط فینکل توسعه یافته و نام AL را بر خود گرفت [۱۶]. پس از آن، برای کوتاه کردن زمان محاسبات این زبانها، POINTY پدید آمد [۱۷] که هنوز هم زمان زیادی برای محاسبه مصرف می‌کرد.

شیمانو زبان VAL را براساس WAVE ساخت [۱۸] و آزمایشگاه تحقیقاتی IBM نیز مستقلاً زبان AUTOPASS را [۱۹] بر پایه زبان AML [۲۰] به وجود آورد. بعدها زبانهای بسیار دیگری در ایالات متحده و کشورهای دیگر پدید آمدند که هنوز هیچ یک جنبه استاندارد نیافته‌اند [۲۳-۲۱، ۲۲].

۲) کنترل بهینه

کنترل بهینه از دید ریاضی‌دانان تنها شاخه‌ای محکم از

حساب و ردشها و از دید عالمان کنترل، از پیشرفته ترین قسمتهای مهندسی کنترل است.

کنترل بهینه رباتها دست کم به سه دلیل مسأله‌ای دشوار و پیچیده است [۱۰]:

- ۱- رفتار دینامیکی ربات و معادلات حرکت آنها شدیداً همگیر و غیر خطی اند. نادیده گرفتن جملات مربوط به کوریولیس و مرکزگرا که در سرعتهای بالا، بزرگ می شوند خطای زیادی پدید می آورد.
- ۲- قیدهای مسأله زیاد و دشوارند. دور زدن موانع و حالت مکانیکی مشخص در بعضی از نقاط حرکت، از آن جمله اند.

۳- توانایی کنترل کننده محدود بوده و فاکتورهای کنترل زیادند. کنترل رباتها همواره با حالت مشخص در آغاز و پایان راه روبروست و اگر زمان حرکت نامشخص باشد مسأله کنترل زمان بهینه ساخته می شود. کاهش زمان حرکت (چه از آغاز تا پایان و چه در هر بازه حرکت) کار بسیار دشواری است.

به دلیل این دشواریهاست که اشخاص زیادی بر مسأله کنترل زمان بهینه رباتها کار نکرده اند. این مسأله اولین بار توسط کاهن و راث مورد مطالعه قرار گرفته است [۲۴]. هدف آنها یافتن پاسخی تحلیلی و تقریبی در نزدیکی زمان بهینه واقعی بوده است که در این راه از خطی سازی معادله های غیرخطی، استفاده شده و نتایجی برای یک ربات R-3 هیدرولیکی گزارش شده است. تا که گاهی و آریموتو نیز همان مسأله را با ساده سازی معادلات حرکت دینامیکی از دیدگاه کنترل پسخور نگریسته اند [۲۵]. دیگران نیز از جنبه های مختلف با مسأله برخورد کرده اند [۳۵-۲۶]. اما در تمام آنها، جمله های مربوط به کوریولیس یا مرکزگرا یا قیدهای کنترل و فضا و یا همگی نادیده گرفته شده است.

کار بیشتر رباتهای صنعتی جابجایی و انتقال تکراری یک قطعه از نقطه ای به نقطه دیگر است [۳۶]. به بیان ساده تر کار رباتها به این گونه است که (۱) به نقطه ای که قطعه ای در آن قرار دارد رفته (۲) قطعه را می گیرند. (۳) به نقطه ای دیگر رفته و (۴) قطعه را رها می کنند. بنابراین حرکت آنها با دنباله ای از حرکت، ایست، حرکت، ایست و... بیان می گردد. به این ترتیب کنترل زمان بهینه با کاهش زمان توقف و افزایش سرعت ربات در حین حرکت انجام می گیرد. یک قید مهم، محدود بودن توان کنترل کننده ها (موتورها) است به این ترتیب مسأله کنترل بهینه با ورودی کراندار پدید می آید که به بیان ریاضی همواره به مسأله ای با دو مقدار مرزی می انجامد [۳۸ و ۳۷].

بیان صوری کنترل بهینه به این گونه است که مسیر پنجه ربات به n بازه تقسیم شده و به این ترتیب مسیر با $n+1$ نقطه مشخص می شود. نیرو (یا گشتاور موتورها) در هر بازه خطی

(یا ثابت) فرض می شود که وظیفه آنها انتقال پنجه ربات از یک نقطه به نقطه بعدی است. اگر پنجه ربات بتواند هر بازه را در کمترین زمان ممکن بینماید به طوری که هیچگاه گشتاور موتورهایش از حد مجاز فراتر نرود، در کل حرکت، کمترین زمان ممکن را صرف کرده است. مسیر حرکت پنجه در بین نقاط اگر چه دقیقاً بر مسیر واقعی قرار ندارد اما اگر تعداد نقاط زیاد باشد چندان از آن دور نخواهد بود. این شیوه بر اصل بهینگی پایه ریزی شده است که چنین بیان می دارد: اگر کنترلی بر یک ناحیه بهینه باشد، بر هر زیر ناحیه از آن نیز بهینه است [۳۸].

مسأله کنترل بهینه رباتها، بعد از اوایل دهه ۸۰ میلادی، با فراگیری بیشتری بررسی شد و مقالاتی که پس از ۱۹۸۴ منتشر گردیده اند گواهی بر این امر هستند که سعی می شود تا حد امکان از خطی سازی یا ساده کردن معادلات حرکت و چشم پوشی از قیدهای مسأله، اجتناب گردد.

یکی از شیوه های برخورد با مسأله، استفاده از روش قدیمی برنامه ریزی دینامیکی [۳۹] و برنامه ریزی غیرخطی [۴۰، ۴۱] است که در آغاز این دهه بسیار کارآمد می نمود [۲۳] اما امروزه دیگر چندان مورد توجه نیست. برنامه ریزی دینامیکی، کار آیی خود را در مسأله کمترین زمان با انرژی کراندار، برای مسائل دینامیکی ساده نظیر حرکت کشتی یا هواپیما، نشان داده است [۴۰]. در رباتیک، معمولاً برنامه ریزی دینامیکی به همراه کنترل شتاب [۴۱] یا کنترل سرعت [۷] به کار می رود [۱۰]. روش برنامه ریزی دینامیکی یک روش عددی است و پاسخ تحلیلی به دست نمی آورد.

بعضی نیز سعی کرده اند تا روشهای شناخته شده بهینه سازی در ریاضیات را در مورد کنترل رباتها به کار برند [۲۷، ۵۲] و در این راه اغلب ساده انگاری های زیادی انجام داده اند. مارینف و کریازوف روش بهینه سازی ضرایب را به کار برده اند که مسأله کنترل بهینه را به مسأله یافتن ضرایب مناسبی از متغیرهای کنترل بدل می کند [۵۳]. ترنر نیز با حل معادله های جبری پاسخی برای مسأله زیر بهینه مدار باز و مدار بسته می یابد که فراگیر نیست [۵۴]. مسأله کنترل زمان بهینه با ورودیهای کراندار توسط قضیه پونتریاگین [۵۵] به کنترل بنگ بنگ منجر می شود [۴۶].

کنترل بنگ بنگ بیان می دارد که وقتی یک سیستم از یک حالت به حالت دیگر و در کمترین زمان گذر می کند که ورودیهای سیستم (مانند نیرو و یا گشتاور در سیستمهای مکانیکی) همواره در بیشینه یا کمینه خود قرار داشته باشند. قضیه پونتریاگین نگرشی و ردشی به کنترل بهینه است که جز در بعضی سیستمهای خطی، به مسأله ای با دو نقطه مرزی می انجامد که باید با روشهای عددی حل گردد [۴۸ و ۴۶]. اگر چه بسیاری از سیستمهای کنترل کمترین زمان دارای

پاسخ بنگ بنگ هستند اما تمام آنها چنین نیستند، زیرا اگر تابع انتقال سیستم صفر داشته باشد آنگاه نشان داده می‌شود [۴۴ و ۴۵] که پاسخ بنگ بنگ یا راه‌گزین، بهینه نیست. سیستمی با تابع تبدیل:

$$x^{(n)} + a_1 x^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} x + a_n = bu \quad (1)$$

و یا در فضای لاپلاسی به صورت:

$$\frac{x(s)}{u(s)} = \frac{b}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \quad (2)$$

که صفر ندارد (کسر، صفر نمی‌گردد) از کنترل بنگ بنگ پیروی کرده و سیگنال کنترل آن همواره روی بیشینه خود قرار داشته و علامت آن دست کم $n-1$ بار عوض می‌شود [۴۶ و ۴۵ و ۴۴ و ۴۹]. پاول نشان می‌دهد که معادلات حرکت رباتها در کلی‌ترین حالت خود دارای تابع تبدیلی به صورت (۱) هستند [۴] و بنابراین کنترل زمان بهینه رباتها نیز از نوع بنگ بنگ خواهد بود.

۳- کنترل بنگ بنگ

فرضاً جسمی به جرم m با معادله حرکت نیوتن:

$$F = m\ddot{x} \quad (3)$$

بخواهد بر محور x از نقطه x_i و از سکون شروع به حرکت کرده و در نقطه پایانی x_f بایستد، اگر نیروی f کراندار باشد:

$$|F| \leq F_0 \quad (4)$$

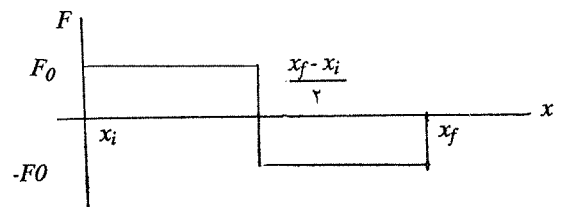
m با چه تابع کنترل $F(t)$ رانده شود تا در کمترین زمان این فاصله را بپیماید؟

این صورت مسأله اساسی کنترل بنگ بنگ است [۳۸]. پاسخ آشکار آن چنین است که f تا میانه راه برابر $+F_0$ و پس از آن تا انتها برابر $-F_0$ باشد [۴۹-۴۴] یعنی:

$$F(t) = \begin{cases} F_0 & x < \frac{x_f - x_i}{2} \\ -F_0 & x > \frac{x_f - x_i}{2} \end{cases} \quad (5)$$

$$(6)$$

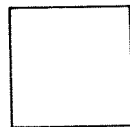
که به صورت نمودار چنین است:



این کنترل را به دلیل تغییرات ناگهانی سیگنال، بنگ بنگ می‌خوانند. نقطه‌ای را که در آن، سیگنال کنترل تغییر علامت می‌دهد نقطه سوئیچ یا نقطه راه‌گزین گویند. مسأله اساسی کنترل بنگ بنگ، تحلیل زیبا و بسیار مفیدی در صفحه فاز دارد. مکان هندسی نقاط راه‌گزین در صفحه فاز x می به نام x_m راه‌گزین بزرگترین مشکل روشهای کنترل بهینه عددی است. در مسأله اساسی فوق، نقطه راه‌گزین درست در میانه راه قرار دارد اما در صورت وجود عامل دیگری چون اصطکاک، محل این نقطه جابجا شده و یافتن آن چه از نظر تئوری و چه به طریق عددی دشوار است. نا برابری مقدار بیشینه و کمینه F نیز موجب انتقال و جابجایی نقطه راه‌گزین می‌گردد. به طور کلی ورود هر پارامتر قیدی در مسأله موجب گم شدن نقطه راه‌گزین خواهد شد.

اگر يك عامل کنترل، همواره بر بیشینه یا کمینه خود قرار داشته باشد آن را اشباع خوانند. يك ربات (یا يك سیستم مکانیکی بیش از يك درجه آزادی) وقتی در کمترین زمان، حالت مکانیکی خود را تغییر می‌دهد که همواره یکی از موتورهایش (یعنی یکی از سیگنالهای کنترل آن) اشباع باشد [۶۰-۵۶]. هنگامی که یکی از موتورهای اشباع باشد مقدار کویل موتورهای دیگر توسط معادلات دینامیکی همگیر، دیکته می‌شود. اما از دید عملی تعیین اینکه در هر لحظه کدامیک از موتورها باید اشباع باشد و چه زمانی باید عمل راه‌گزین اتفاق بیافتد مسأله‌ای بسیار پیچیده است که پاسخی تحلیلی (حتی برای دو درجه آزادی) نمی‌توان برای آن تعیین نمود. ایده‌ها و روشهای مختلفی برای حل این مسأله ارائه شده است [۶۲-۵۶] که هیچ يك فراگیر نبوده و اغلب، جز در موارد خاص به پاسخ نمی‌رسند.

نویسندگان مقاله روشی به کار برده‌اند که حالتی فراگیر به همراه داشته و در تمام موارد به پاسخ می‌رسد. این روش آمیزه‌ای از روشهای عددی حل معادلات دیفرانسیل با دیدی نوین و کنترل بنگ بنگ است که در مورد آن در قسمت دوم این مقاله بحث خواهد شد.



- | | |
|------------------|--------------------------------------|
| 1- Luh | 10- Roth |
| 2- Lin | 11- Takegaki |
| 3- Configuration | 12- Arimoto |
| 4- Path Tracking | 13- Two point boundary value problem |
| 5- Path Planning | 14- Marinor |
| 6- Pael | 15- Kiriazow |
| 7- Finkel | 16- Turner |
| 8- Shimano | 17- Pontryagin |
| 9- Kahn | |

مراجع:

- 1- Zeldman M.I "what Every Engineer Should Know About Robots "Dekker, Inc, (1989).
- 2- Hunt,V.,D., *Industrial Robotics handbook*, Industrial Press, New York, (1983).
- 3- Luh J.Y.S. and Lin C.S. "Optimum Path Planning For Mechanical Manipulators", *Trans ASME, J. Dynamic Syst. Meas. Contr. Vol.103 pp.142-151, June (1981).*
- 4- Paul R.C. "Modeling Trajectory Calculation and Servoing of a Computer Controlled Arm", *Artificial Intell. Lab. Stanford Univ.Stanford C.A.A.I. Memo, Sept. (1972).*
- 5- Bijczy A.K. "Robot Arm Dynamics and Control", *Jet Propulsion Lab. Pasadena, CA, Tech. Memo 33-669, Feb (1974).*
- 6- Luh J.Y.S.,Walker M.W. and Paul R.P.C. "Resolved Acceleration Control of Mechanical Manipulators" *IEEE Trans. Automat. Contr. Vol.AC-25, pp.468-474, June (1980)*
- 7- Fu K.S.,Gonzalez R.C., Lee C.S.G. "Robotics, Control, Sensing, Vision and Intelligence", *Mc-Graw Hill, (1987).*
- 8- Paul R.P. "Robot Manipulators: Mathematics, Programing Control", *MIT Press, Cambridge, Mass, (1981).*
- 9- Craig J.J. "Introduction to Robotics and Control" *Addison Wesley (1986).*
- 10- Luh J.Y.S. "An Anatomy of Industrial Robots andw Their Control" *IEEE, Trans. Automat. Contr. Vol. AC-28, Feb. (1983).*
- 11- Lozano-Prez T. "Task Planning in Robot Motion: Planning And Control", *MIT Press, Cambridge, Mass, (1983).*
- 12- Luh J.Y.S. and Campbel C.E. "Collision-Free Path Planning For Industrial Robots" in *Proc.21st IEEE Decision Contr. Orlando, FL, pp.84-88 Dec.8-10, f. (1982).*
- 13- Lozano-Prez T.and Wesley M.A., "An Algorithm For Planning Collision-Free Path Among Polyhedral Obstacles", *Commun. Ass. Comput. Mach, Vol.22, pp.560-570, Oct. (1979).*
- 14- Weissman C., *Lisp 1.5 Primer. Belmont. CA: Dickenson, (1976).*
- 15- Paul R. "WAVE-A Model Based Language For Manipulator Control" *Ind. Robot, Vol.4, pp.10-17, Mar. (1977).*
- 16- Finkel R. et al "AL-A Programming System For Automation" *Artificial Intell. Lab. Stanford Univ., Stanford A.A.I. Memo 243, Nov. (1974).*
- 17- Binford T.O.et al "Exploratory Study of Computer Integrated Assembely System" *Artificial Intell. Lab. Stanford Univ. Stanford C.A.A.I. Memo 285 (STAN-CS-76-568, Prog. REP.4) Aug.1, 1976-Mar.31, (1977).*
- 18- Shimano B. "VAL-A Versatile Robot Int. And Control System" in *Proc. Programming COMPASAC 79, 3rd Comput. Software Appl. Conf., Chicago, IL, Nov.6-8, (1979).*
- 19- Lieberman L.I. and Wesley M.A. "AUTOPASS-An

- Automatic Programming System For Computer Controlled Mechanical Assembly* IBM J. Res. Develop, Vol.21, pp.321-333, (1977).
- 20- Taylor R.H., Summers P.D., Meyer J.M. "AML-a MANUFACTURING LANGUAGE" INT. J. ROBOTICS RES. Vol1, nO.3, pp.19-42, FALL (1982).
- 21- Gini G. and Gini M. "Control Intelligent Robots and Goal Orientated Languages" Ind. Robot, Vol 2, pp.67-74, June (1975).
- 22- Bernorio M. et al "Programming a Robot in Quassi-Natural Language" Ind. Robot, Vol.4, pp.132-140, Sept (1977).
- 23- Paul R.P., Luh J. et al "Advanced Industrial Robto Control Systems", School Elec. Eng., Purdue Univ. West Lafayette IN, 4th Rep. TR-EE 80-29, July (1980).
- 24- Kahn M.E. and Roth B. "The Near Minimum Time Control of Open Loop Articulated Kinematic Chain" Trans. ASME J. Dynamic Syst. Meas. Contr. Vol.93, pp.164-172, Sept. (1971).
- 25- Takegaki M., Arimoto S. "A New Feedback Method For Dynamic Control of Manipulators" Trans. ASME, J. Dynam. Syst. Meas. Contr. Vol.103, pp.119-125, June (1981).
- 26- Albus J.S. "A new Approach to Manipulator Control-The Cerebellar Model Articulation Controller" Trans ASME J. Dynamic Systems, Meas and Contr. pp.220-227, (1975).
- 27- Bobrow J.E., Dubowsky S. and Gibson J.S. "On The Optimal Control of Robot Manipulators With Actuator Constraints" Proc.1983, American Control Conf. San Francisco, CA., pp.782-787, (1983).
- 28- Freund E. "Fast Nonlinear Control with Arbitrary Pole Placement For Industrial Robots and Manipulators" Intl. J., Robotics Res. Vol.1, pp.65-78, (1982).
- 29- Hackwood S. et al. "A Torque-Sensitive Tactile Array For Robotics" Intl. J. Robotics Res. Vol.2, No.2, pp.46-50, (1983).
- 30- Hart P.E., Nilson N.J. and Raphael B. "A Formal Basis For the Heuristic Determination of Minimum Cost Paths" IEEE Trans. System, Man, Cybern. Vol.SMC-4, pp.100-107 (1968).
- 31- Lee C.S.G. "On the Control of Robot Manipulators" Proc. 27th Soc. Photo Optical Instrumentation Engineers, Vol.442, San Diego Calif, pp.58-83 (1983).
- 32- Luh J.Y.S. "Conventional Controller Design For Industrial Robots-A Tutorial" IEEE Trans. Systems Man and Cybern. Vol.SMC-13, No.3, pp.298-316 (1983).
- 33- Luh J.Y.S. and Lin C.S. "Optimum Path Planning For Mechanical Manipulators", Trans. ASME, J. Dynamic System, Meas. and Contr. Vol.102, pp.142-151 (1981).
- 34- Saridis G.N. and Lee C.S.G. "An Approximation Theory of IEEE Trans. Syst. Man, Cybern. Vol.SMC-9, No.3, pp.152-159 (1979).
- 35- Tarn T. j. et al. "Nonlinear Feedback in Robot Arm Control" Proc. 1984 Conf. Decision and Control. Las Vegas Nev. pp. 736 - 751, (1979).
- 36- Nof S. " Handbook of Industrial Robotics" John Wiley, (1986).
- 37- Lewis F.L. "Optimal Control" John Wiley, (1986).
- 38- Leitmann G. "The Calculus of Variations And Optimal Control: An introduction", Plenum Press, (1981).
- 39- Boudarel R. et al. "Optimal Control", Academic Press, (1971).
- 40- Gass S.I. "Linear Programming-Methods And Applications" 4th ed., Mc - Graw - Hill, (1985).
- 41- Kunzi H.P. "Numerical Methods of Mathematical Optimization" Academic Press, (1968).
- 42- Luh J.Y.S., Walker M.W. and Paul R.P.C. "Resolved Acceleration Control of Mechanical Manipulators" IEEE Trans. Automat. Contr. Vol.LAC-25, pp.468-474, June (1980).
- 43- Ogata K. "Modern Control Engineering", Printie Hall, pp.774, (1970).
- 44- Bellman R., Glicksberg I., Gross O. "On The Bang Bang Control Problem", Quart. Appl. Math.14, pp.8-11, (1956).
- 45- La Salle J.P. "The Bang Bang Principe: Automatic and Remote Control", London, England, Butterworths Co., pp.493-497, (1961).

- 46- Hsu J.C., Meyer A.U. "Modern Control, Principles and Applications", Mc-Graw Hill, (1968).
- 47- Gopal M., Nagrath I.J. "Control System Engineering" Wiley Eastern Limited, (1982).
- 48- Netushil A. "Theory of Automatic Control" Mir Publisher Moscow, (1978).
- 49- Hale F.J. "Introduction to Control System, Analysis and Design" Printice Hall, (1988).
- 50- Struble R.A. "Nonlinear Differential Egetinos" Mc-Graw Hill, (1962).
- 51- D'Azco J.J., Hopis C.H. "Linear Control System: Analysis and Design", Mc-Graw Hill, (1981).
- 52- Preiffer F. "On Optimal Control of Manipulator Trajectory" J. Dynam. Syst. Contr., (1987).
- 53- Marinov P., Kiriazow P. "A Direct Method For Optimal Control Synthesis of Manipulator Point to Point Motion" in Proc.6th IFIC World Congress, Budapest, Hungary, Aug. (1984).
- 54- Turner T.L., Grawer W.A. "Viable Suboptimal Controller For Robotic Manipulators" in Proc. 19th IEEE Conf. on Decision Contr. Albuquerque, NM, Dec. (1980).
- 55- Pontryagin L.S., Boltyanski V.G. Gramkrelidze R.V., Mishchenko E.F. "The Mathematical Theory of Optimal Processes", New York Wiley, (1962).
- 56- Shin K.G., Mckay N.D. "Selection of Near Minimum Time Geometric Paths For Robotic Manipulators" IEEE Trans. Automat. Contr. Vol. AC-31, June (1986).
- 57- Shin K.G., Mckay N.D. "Dynamic Programming Approach to Trajectory Planning of Robotic Manipulators" IEEE Trans. Automat. Contr. Vol. AC-31, June (1986).
- 58- Shin K.G., Mckay N.D. "Minimum Time Control of a Robotic Manipulator With Geometric Path Constraints" IEEE Trans. Automat. Vol. AC-30, June (1985).
- 59- Shin K.G. Mckay N.D. "Minimum Time Trajectory Planning With General Torque Constraints" IEEE Trans. Automat. Contr. Vol. AC-30, Apr. (1985).
- 60- Spong M.W., Thorp J.S., Kleinwaks J.M. "The Control of Robot Manipulators With Bounded Input" IEEE Trans. Automat. Contr. Vol. AC-31, June (1986).
- 61- Bellman R., Glicksberg I., Gross O., "On the Bang Bang Control Problem" Quart. Appl. Math. 14, pp.8-11 (1956).
- 62- Geering H.P., Guzzela L., Hepner S.A.R., Onder C.H. "Time Optimal Motions of Robots in Assembly Tasks", IEEE Trans. Automat. Contr. Vol. AC-31, June (1986).

