

پیش‌بینی مصرف یک فرآورده نفتی در یکی از شهرهای ایران با استفاده از مدل فصلی ضرب‌پذیر

دکتر محمدرضا مشکانی

دانشیار گروه آمار و معاون پژوهشی دانشکدهٔ جامع انفورماتیک و مدیریت
دانشگاه شهید بهشتی

چکیده

به منظور ارائه یک روش پیش‌بینی کوتاه‌مدت با استفاده از مدل فصلی ضرب‌پذیر در سریهای زمانی، آمار مصرف ماهانه یک فرآورده نفتی در طول ۱۳ سال را مورد تجزیه و تحلیل قرار داده‌ایم. ابتدا برای مسجل ساختن تغییرات فصلی، ضریب همبستگی آن را با میانگین درجهٔ حرارت ماهانه شهر مورد بررسی آزمون نموده‌ایم که در سطح ۱٪ معنی‌دار شده است و با بررسیهای مختلف، دورهٔ تناوب ۱۳ ماهه را در سری ثابت کرده‌ایم. سپس با تبدیل لگاریتمی و تفاضل‌گیریهای مراتب مختلف از سری مشاهده شده آن را به یک سری ایستای ساده تحویل نموده مدل وابستگی مصرف ماهانه را به مصرف ماهها و سالهای قبل پیدا کرده‌ایم. تابع پیش‌بینی و مقادیر پیش‌بینی برای سه سال آینده را ارائه کرده حدود احتمالی پیش‌بینی‌ها را محاسبه نموده‌ایم. در پایان دقت این روش را با روش مورد استفادهٔ شرکت ملی نفت ایران مقایسه نموده برتری روش حاضر را نشان داده‌ایم.

A Multiplicative Seasonal Model Used for Forecasting Fuel Consumption

M.R. Meshkani, Ph.D

Statistics Dept. Shahid Beheshti Univ. – IRAN

ABSTRACT

In this work, we have presented a method of short range forecasting, especially for seasonal time series via Box – Jenkins multiplicative model. Our data consist of 12 year monthly consumption of a fuel, commonly used in a certain country

First, we have established the 12 month seasonal property of the series and its correlation with the ambient temperature. After transforming the series into a stationary non – seasonal series, we have determined its dependence on previous months and the corresponding model.

Various checks have been applied to the model.

معادلهای فارسی اصطلاحات فنی:

Stationary
Autocorrelation
Likelihood
Maximum

ایستا
خودهمبستگی
درست‌نمایی
بیشینه

۱-۱- طرح مساله

پیش‌بینی کوتاه‌مدت میزان تقاضا یکی از اساسی‌ترین و مهم‌ترین مراحل طرح‌ریزی عملیات می‌باشد. مزایای استفاده از یک روش پیش‌بینی کوتاه‌مدت دقیق برای تقاضا را می‌توان در حالت کلی به شرح زیر خلاصه کرد:

ایجاد رضایت بین مصرف‌کنندگان که بالطبع موجب گسترش بازار مصرف می‌شود. ایجاد تسهیلات در توزیع به‌موقع و بجا و داشتن برنامه توزیع و ذخیره‌سازی به‌اقتصادی‌ترین صورت. برقراری یک سیستم توزیع کارا. جلوگیری از سرمایه‌گذاری‌های زائد. کمک به اتخاذ تصمیم صحیح به‌موقع و بجا.

بنابراین بدیهی است که هر موسسه تولیدکننده و توزیع‌کننده در تلاش برای به‌دست آوردن یک‌متدولوژی پیش‌بینی کوتاه‌مدت دقیق برای تقاضا باشد. این امر موجب گردیده است که روز به‌روز روش‌های جدیدتری برای پیش‌بینی کوتاه‌مدت ارائه یا روش‌های موجود تکمیل‌تر شود. برای هر موسسه تولیدکننده و توزیع‌کننده همواره این مساله مطرح است که چگونه دقت پیش‌بینی تقاضا را افزایش می‌دهد تا از مزایای یاد شده در بالا برخوردار شود.

تحلیل سری‌های زمانی و استفاده از آن در پیش‌بینی‌های کوتاه‌مدت وسیله مناسبی برای نیل به این مقصود است. ذیلاً کاربرد این روش را در پیش‌بینی میزان مصرف یک فرآورده نفتی در یکی از شهرستان‌های ایران مورد بررسی قرار داده و روش پیش‌بینی آن را به‌زبان غیرفنی به‌منظور ارائه یک تکنیک کارا در عمل توضیح می‌دهیم. برای حفظ امانت در داده‌های آماری از ذکر نام شهرستان و حجم مصرف خودداری می‌شود. نظر به این که شرکت ملی نفت ایران در بررسیها و مطالعات خود از آخرین و مناسب‌ترین متدولوژی‌های علمی استفاده می‌کند، روش مورد عمل آن شرکت در پیش‌بینی کوتاه‌مدت امور پخش را به‌عنوان ملاک مقایسه این روش برگزیده‌ایم. انتخاب نفت سفید از بین فرآورده‌های نفتی به‌دلایل زیر بوده است.

این فرآورده، یکی از پر مصرف‌ترین فرآورده‌های نفتی است. قسمت اعظم مصرف آن برای تامین گرمای محیط به‌کار می‌رود که نسبت به درجه حرارت هوا بسیار حساس است. به‌عبارت دیگر همبستگی شدیدی بین مصرف این فرآورده و درجه حرارت هوا وجود دارد. از طرفی درجه حرارت هوا دستخوش تغییرات تصادفی شدیدی است و به‌طور فصلی تغییرات تناوبی دارد. چنان که می‌دانیم پیش‌بینی درجه‌حرارت هوا به‌واسطه تاثیر عوامل مذکور مشکل است و نتیجتاً پیش‌بینی مصرف نفت سفید را مشکل‌تر می‌کند. وجود مولفه فصلی در آن نیز یک اشکال دیگر است. با توجه به مراتب فوق روش ارائه شده، در موردی به‌معرض آزمایش گذاشته می‌شود که بسیار مشکل و سری زمانی مربوط متلاطم‌تر و متغیرتر است.

۱-۲- هدفها و مزایا

هدف عمده، ارائه یک روش مدون و روشن برای پیش‌بینی سری‌های زمانی فصلی است. هدف دیگر، مقایسه روش پیش‌بینی کوتاه‌مدت فصلی با یک روش علمی دیگر است که از لحاظ تاریخی بیشتر از این روش

معرفی شده و در موسسات پیشرفته تولید و توزیع جهان از جمله امور پخش شرکت ملی نفت ایران به‌کار می‌رود. استفاده از روش پیش‌بینی دقیق مزایای زیادی دربر دارد. در مورد این فرآورده نفتی که توزیع جغرافیایی مصرف آن بسیار وسیع است، پیش‌بینی دقیق امکان خواهد داد که دقت برنامه‌ریزی توزیع بالاتر برود، می‌تیم سطح ذخیره‌سازی بعد معقول و اقتصادی تقلیل یابد، و در نتیجه هزینه‌های توزیع کاسته شود.

۱-۳- تعاریف

در این بررسی مفاهیمی را به‌کار برده‌ایم که تعاریف آنها را در زیر می‌آوریم:

الف - جامعه آماری مورد بررسی، مجموعه مسیرهایی است که سری زمانی تحت بررسی می‌توانست بهمیاید.

ب - صنعت مورد بررسی، میزان مصرف فرآورده نفتی برحسب واحد حجم در شهرستان مورد نظر است.

ج - نمونه انتخاب شده، اندازه‌گیری‌های مصرف این فرآورده در یک مقطع زمانی است که آن را به‌صورت رمزی از ژانویه سال ۱ تا پایان ماه مه سال ۱۲ نشان می‌دهیم. از این نمونه هم‌هجا به‌عنوان سری زمانی مشاهده شده یاد می‌کنیم.

د - ضربه تصادفی، تاثیر عوامل ناشناخته و ناپایداری است که به‌صورت ضربه‌ای به‌سیستم مصرف وارد می‌شود. توزیع احتمالی این ضربات به‌صورت نرمال با میانگین صفر و واریانس مجهول در نظر گرفته می‌شود.

۱-۴- روش تحقیق

روش مورد استفاده در این تحقیق، تجزیه و تحلیل سری‌های زمانی و نظریه پیش‌بینی است. اصول نظری این روش متکی به بررسی میزان همبستگی مشاهدات متوالی و برآورد هر مشاهده از روی مشاهدات قبلی است. ممکن است یک مشاهده به‌طور نظری به‌تعداد بی‌نهایت مشاهده قبلی وابسته باشد ولی عملاً "ضرائب رگرسیون مشاهده فعلی با مشاهدات مربوط به گذشته‌های دور آن قدر کوچک خواهد بود که می‌توان از منظور کردن آنها در مدل صرف‌نظر کرد. از این رو اساس کار ما آن خواهد بود که رابطه‌ای بین مشاهده فعلی و مشاهدات قبلی تعیین کنیم به طوری که تعداد پارامترهای آن تا حد امکان کم باشد. قلت تعداد پارامترها در مدل دال بر زیادی تقریب و کمی دقت نخواهد بود، زیرا اصولاً در این روش مدل‌سازی که ارائه می‌کنیم سعی بر آن است که مدل با کمترین تعداد پارامتر بیشترین دقت را دارا باشد.

پس از به‌دست آوردن مدل مصرف در زمان حال آن را به‌آینده نزدیک تعمیم داده و براساس آن مصرف آینده را پیش‌بینی خواهیم کرد. بدیهی است که پیش‌بینی‌ها دقیقاً با مقدار واقعی مطابقت نخواهند داشت. از این رو تعیین حدود احتمالی پیش‌بینی‌ها به‌ازای یک مقدار احتمال معین امری ضروری است. به‌علاوه آگاهی از میزان خطاها و سعی در کم کردن آنها کاری اساسی است. هر قدر که میزان خطاها کمتر و به‌عبارت دیگر دارای واریانس کوچک‌تری باشند پیش‌بینی‌ها دارای دقت بیشتری خواهند بود. در این روش همین شرط ملاک تعیین مدل است. زیرا اصول نظری آن متکی به می‌نیم کردن میانگین توان دوم خطاها است.

۱-۵ سوابق تحقیق

همان‌طوری که قبلاً بیان شد امور پخش شرکت ملی نفت ایران برای پیش‌بینی کوتاه‌مدت از یک روش علمی استفاده می‌کند. در روش مذکور به‌طور خلاصه عمل پیش‌بینی طی مراحل زیر انجام می‌گیرد:

- براساس قسمتی از سری زمانی مصرف و با استفاده از روش میانگین متحرک ۱۲ ماهه روند سالانه مصرف مشخص می‌شود.
- انحرافات مصرف هرماه از روند فوق تعیین شده و براساس نظریه رگرسیون یک سری فوریه به‌این انحرافات برازنده می‌شود.
- به‌وسیله قسمت آخر سری زمانی پارامترهای مدل (روند و سری فوریه مفروض) به‌هنگام می‌گردد.
- با ادامه ترکیب روند و تغییرات فصلی به‌هنگام شده، برای زمان انتظار مورد نظر پیش‌بینی به‌عمل می‌آید.

۱-۶ راه‌های مختلف تعیین مدل مصرف

وقتی با یک سری زمانی که مشاهدات آن در فواصل زمانی مساوی اندازه‌گیری شده‌اند مواجه می‌شویم ممکن است به یکی از روشهای ذیل مدل نمایش دهنده آن را بیابیم.

الف - به کمک نظریه رگرسیون و تعیین ارتباط مقدار صفت مشاهده شده با زمان که در مورد مساله ما باید به صورت یک چند جمله‌ای از زمان به علاوه یک سری فوریه باشد.

ب - به کمک نظریه سریهای زمانی مخصوصاً روشی که در قدیم به نام تقاضای متغیر خوانده می‌شد و اکنون به صورت کاملتری در کتاب تجزیه و تحلیل سریهای زمانی، پیش‌بینی، و کنترل تالیف باکس و جینکینز بسط داده شده است.

روش (الف) با جزئی تفاوت همان روش معمول شرکت ملی نفت می‌باشد و روش (ب) آن است که کاربرد آن را ما در این تحقیق ارائه کرده‌ایم.

۲- روش اجرای تحقیق

۲-۱ - اساس روش تحقیق حاضر

اساس روش تحقیق حاضر تعیین میزان همبستگی مصرف ماهانه فرآورده نفتی با ماههای قبل و به دست آوردن مدل مصرف بر حسب مشاهدات گذشته است. اگر این مدل ثبات لازم را در قبال پیشرفت زمان حفظ کند می‌توان قبول کرد که با قرار دادن اعداد مربوط به زمان آینده در آن مقدار مصرف آینده به دست آید. بدیهی است که ثبات مورد نظر تنها در صورتی موجود خواهد بود که شرایط زمان آینده به طور منطقی و عادی دنباله شرایط زمان حال باشد و اتفاقات ناگهانی و غیر منتظره در آن وقوع نیابد. البته مدل، سهم رشد طبیعی را در بر خواهد داشت و فقط ضربات تصادفی را که به سیستم وارد می‌شود نمی‌توان در آن گنجانید.

چنان که در توضیح نظریه آمده است فرض بر آن است که هر مشاهده می‌تواند به‌طور موثری از روی مشاهدات قبلی برآورد شود و این امکانات به علت وجود همبستگی شدید بین مشاهدات متوالی در سری زمانی می‌باشد. چون مدل سازی آماری عملی است که باید به طریق مرحله‌ای صورت گیرد، بنابراین ابتدا با بررسیهای مقدماتی و گرافیکی و مقایسه خواص سری مشاهده شده با سریهای استاندارد نظری، مدل

مناسب آن را شناسایی می‌کنیم سپس موقتا "با قبول صحت آن، پارامترهای مدل را برآورد می‌کنیم.

در مرحله بعد با مقایسه برآوردهائی که از مدل به دست می‌آیند با مشاهدات واقعی میزان هسخوانی آن را با سری مشاهده شده، بررسی می‌کنیم. در صورتی که مدل دقت مطلوب را دارا باشد آن را برای پیش‌بینی مقادیر مصرف آینده به کار می‌بریم، در غیر این صورت با بررسی باقیمانده‌های مدل در آن تغییرات لازم را می‌دهیم و مجدداً مراحل فوق را می‌پیمائیم تا به مدل مطلوب برسیم.

این اصول کلی را در مورد سری‌های زمانی فصلی مانند مصرف فرآورده نفتی بدین ترتیب می‌توان تطبیق داد که در مرحله اول موقتا از تغییرات تناوبی که به واسطه تغییرات درجه حرارت محیط در میزان مصرف رخ می‌دهد صرف نظر کرده و رابطه بین مصرف ماههای مشابه از سالهای مختلف را به دست می‌آوریم سپس ارتباط بین ماههای مختلف در داخل هر سال را تعیین می‌کنیم. در این صورت با ادغام دو رابطه فوق مدل فصلی به وجود خواهد آمد. جزء اول آن تعیین کننده روند مصرف بین سالها و جزء دوم نشان دهنده تغییرات فصلی در پیرامون آن روند خواهد بود. برای اطلاع بیشتر از مبانی نظری این بحث به بند (۱-۹) از مرجع (۱) مراجعه شود.

۲-۲ - طرز تعیین مصرف ماهانه فرآورده نفتی

در هر شهر این فرآورده به وسیله مجاری فروش عرضه می‌شود. میزان برداشت مجاری فروش و خریداران مستقیماً در دفاتر فروش اداره فروش هر شهرستان که اصطلاحاً "شعبه نامیده می‌شود روز به روز ثبت می‌شود و میزان فروش در فرمهای مخصوص به مراکز امور پخش گزارش و از طریق ماشینهای کامپیوتر به صورت مختلف برای مطالعات و هدفهای مختلف تنظیم می‌شود. بدین ترتیب ارقام مصرف دقیق بوده و نشان دهنده میزان فروش این فرآورده‌اند.

۲-۳ - آمار مصرف فرآورده نفتی

شکل (۱) آمار مصرف فرآورده نفتی را از ابتدای سال ۱ میلادی تا پایان ماه مه سال ۱۲ (از دهم دی سال ۱ تا دهم خرداد سال ۱۲) نشان می‌دهد. این آمار اساس بررسیها و محاسبات بعدی ما بوده به نام سری مشاهده شده معرفی خواهد شد.

مصارف سال ۱۱ و ۱۲ را برای کنترل دقت پیش‌بینی‌ها و نشان دادن محاسبات تکمیلی در محاسبات اولیه مورد استفاده قرار داده‌ایم. به عبارت دیگر فرض شده است که در ابتدای سال ۱۱ هستیم و می‌خواهیم یک پیش‌بینی کوتاه‌مدت از مصرف را برای ۱۲ ماه بعد ارائه دهیم.

گرچه دریک تحقیق عملی و بخصوص در تحقیقات مربوط به سریهای زمانی تا آخرین مشاهده باید مورد بهره‌برداری قرار گیرد، زیرا مشاهدات اخیر نزدیکترین مشاهدات به آینده می‌باشند و بالطبع شباهتشان به مشاهدات آینده بیشتر است، برای پی بردن به میزان همخوانی مدل با ارقام آینده عمل فوق را مجاز دانستیم.

بدیهی است برای نشان دادن محاسبات تکمیلی از قبیل به‌هنگام کردن پیش‌بینی‌ها از مشاهدات اخیر سری استفاده به عمل خواهد آمد.

که در مقدمه ذکر شد عمومیت مصرف این فرآورده نفتی در خانوارها، دکانها و کارگاهها به منظورهاى مختلف قویا" تحت تأثیر درجه حرارت محیط قرار می گیرد .

ضرایب همبستگی بین مقدار مصرف ماهانه و میانگین درجه حرارت ماهانه برای هر سال و برای کلیه سالها پس از حذف اثر سال در جدول (۱) داده شده اند که وجود مولفه فصلی را در مقدار مصرف ماهانه مسجل می کند .

۳-۲- تبدیل مشاهدات

چنان که از روی شکل (۱) پیداست تغییرات مصرف در سالهای متوالی بسیار شدید است و خاصیت ناپایداری ناپایداری را نشان می دهد . در این گونه موارد که دامنه تغییرات زیاد است، تغییرات نسبی را می توان برای نشان دادن ثبات خاصیت ناپایداری به کار برد و از این رو باید مشاهدات به طور مناسبی تبدیل شوند . تبدیل مناسب برای این مورد تبدیل لگاریتمی است . دلیل مناسب بودن تبدیل لگاریتمی آن است که به عوض بررسی نسبتها، تفاضلهای لگاریتمی را بررسی می کنیم .

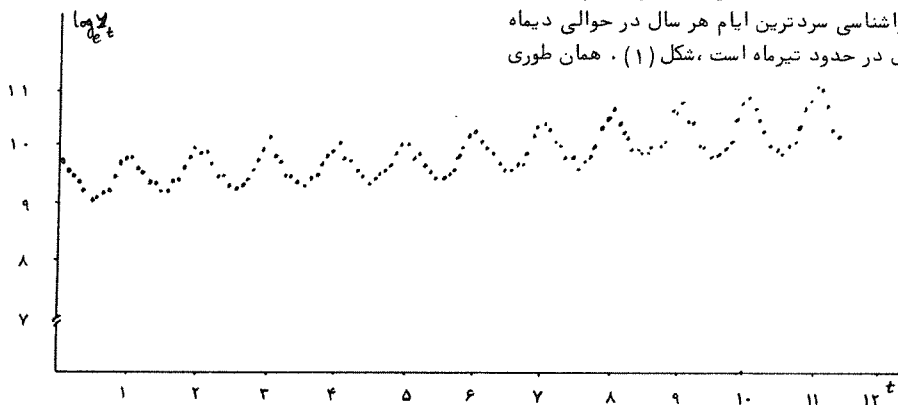
جدول (۱) - ضرایب همبستگی بین مصرف ماهانه فرآورده های نفتی و میانگین درجه حرارت ماهانه شهر

سال	۱	۲	۳	۴	۵
ضریب همبستگی	۰/۹۱	-۰/۸۵	-۰/۹۵	-۰/۹۵	-۰/۸۹
	۶	۷	۸	۹	۱۰
	۰/۸۸	-۰/۹۴	-۰/۹۲	-۰/۹۲	-۰/۹۴

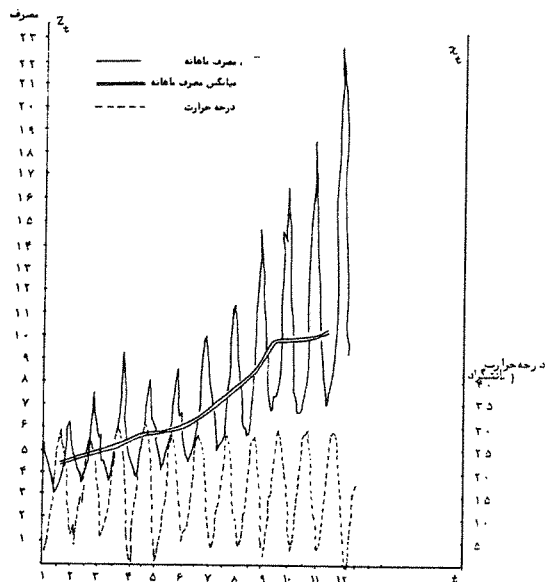
۰/۸۳ -- (برای کلیه سالها)

نتیجه: ضرایب همبستگی انفرادی مربوط به هر سال و کلیه سالها روی هم در سطح ۱% معنی دارند .

شکل (۲) تغییرات لگاریتم طبیعی داده ها را نشان می دهد که در آن همان طوری که انتظار می رود نوعی تغییرات ناپایداری پایدار به چشم می خورد .



شکل (۲) تغییرات لگاریتم طبیعی مصرف ماهانه فرآورده نفتی



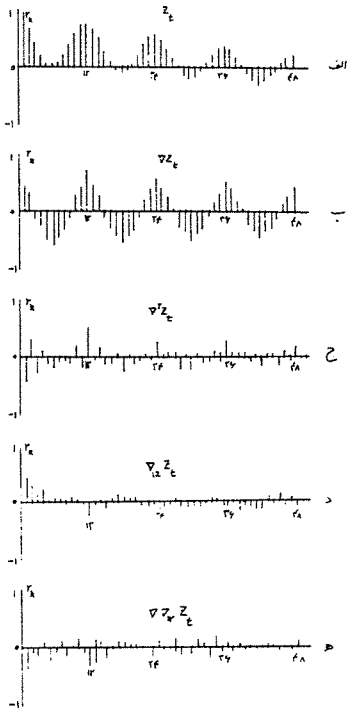
شکل ۱ - مصرف ماهانه و میانگین مصرف ماهانه سالهای مختلف همراه با میانگین درجه حرارت ماهانه

۳- شناسایی مدل - بررسیهای مقدماتی

۳-۱ بررسی شکل ظاهری رفتار سری زمانی مصرف فرآورده نفتی شکل (۱) نمودار تغییرات مصرف ماهانه، میانگین ماهانه مصرف و میانگین ماهانه درجه حرارت شهر مورد بررسی را در مدت ده سال نشان می دهد . این شکل، وجود خاصیت فصلی در سری را به طور مشخصی نشان می دهد . زیرا اگر کمی در آن دقت کنیم می بینیم که به جز یک مورد برای هر سال ماکزیم مصرف در ماه ژانویه (دی ماه) و می نیم مصرف در ماههای ژوئن و ژوئیه (از دهم تیرماه تا دهم مرداد) می باشد . این امر طبیعی است زیرا این شهرستان دارای آب و هوای معتدل می باشد و در آن فصول اقلیمی و تقویمی با هم مطابقت دارند و مطابق آمار هواشناسی سردترین ایام هر سال در حوالی دیماه و گرمترین روزهای سال در حدود تیرماه است ، شکل (۱) . همان طوری

۳-۳-۳ - شناسایی مدل

اینک به منظور شناسایی مدل مناسب برای این سری زمانی پارامترهای مهم آن را به کمک مقادیر نمونه محاسبه و خواص آنها را با خواص سریهای استاندارد مقایسه می‌کنیم. پس از طی مراحل زیر به یک مدل آزمایشی خواهیم رسید که بعداً "همخوانی آن را با سری مشاهده شده بررسی خواهیم کرد."



۳-۳-۱ - بررسی خودهمبستگی‌های تفاضلهای مراتب مختلف سری برای تعیین مرتبه تفاضل‌گیری از سری و برای آن که تعیین کنیم سری پس از چند مرتبه تفاضل‌گیری حالت ایستایی به خود می‌گیرد، از تابع خود همبستگی مربوط به تفاضلهای مراتب مختلف استفاده می‌کنیم. برای اجرای این بررسی انواع تفاضل‌گیری‌ها را در نظر می‌گیریم. اول تفاضل‌گیری بین ماههای متوالی برای تعیین مرتبه فرآیند ساده به غیر از مولفه فصلی، دوم تفاضل‌گیری بین ماههای مشابه از سالهای مختلف برای تعیین مرتبه فرآیند فصلی، سوم تفاضل‌گیری پس از حذف اثر فصلی.

شکل (۳) خود همبستگی‌های فوق را نشان می‌دهد که راهنمای مناسبی برای انتخاب مرتبه مدل است. در اینجا از عملکردهای $\nabla = (1 - B)$ استفاده شده است که تعریف آنها چنین است.

$$BZ_t = Z_{t-1}$$

$$\nabla_s Z_t = (1 - B^s) Z_t = Z_t - Z_{t-s} \quad \nabla Z_t = Z_t - Z_{t-1}$$

از بررسی نمودار رسم شده در شکل (۳) معلوم می‌شود که "اولاً" دوره تناوب برابر ۱۲ ماه است زیرا پس از هر ۱۲ ماه خودهمبستگی‌ها دوره تناوب جدیدی را شروع می‌کنند. ثانیاً "تفاضلهای $\nabla_{12} Z_t = \nabla \nabla_{12} Z_t$ خاصیت مطلوب سادگی و ایستایی را دارا هستند زیرا در آنها خودهمبستگی‌های معدودی معنی‌دار می‌باشند و حدس زده می‌شود که W_t فرآیند ایستایی باشد. به‌طور خلاصه اگر مدل ساده

$$\nabla_{12} Z_t = (1 - \theta B^{12}) \alpha_t$$

برای ربط دادن Z هائی که یکسال از هم فاصله دارند انتخاب شود (شکل ۳) و مدل

$$\nabla \alpha_t = (1 - \theta B) \alpha_t$$

برای ربط دادن α_t های مربوط به ماههای متوالی انتخاب گردد (شکل ۳) نتیجه تلفیق دو مدل بالا، مدل فصلی زیربرای نمایش سری مشاهده شده است:

$$w_t = \nabla \nabla_{12} Z_t = (1 - \theta B)(1 - \theta B^{12}) \alpha_t$$

در بخش بعد نشان می‌دهیم که خودهمبستگی‌های سری w_t تا فاصله سیزدهم معنی‌دار هستند و بقیه معنی‌دار نمی‌باشند.

۳-۳-۲ - آزمون مقدماتی صحت انتخاب مدل

اگر مدل حدس زده شده فوق یعنی مدل (۱) صحیح انتخاب شده باشد، باید مشاهدات فقط در فاصله‌های ۱۳ ماهه با هم همبستگی داشته باشند زیرا پس از بسط آن خواهیم داشت:

$$Z_t = Z_{t-1} + Z_{t-12} - Z_{t-13} + \alpha_t - \theta \alpha_{t-1} - \theta \alpha_{t-12} + \theta \alpha_{t-13}$$

شکل (۳) تابع خودهمبستگی برای تفاضلهای مراتب مختلف

بنابراین برای آزمون صحت مدل انتخابی باید فرض زیر را آزمون کرد
 $H_0: \rho_k = 0 \quad (K)13$
 نتیجه این آزمون آماری به‌قرار زیر است. چون
 $\hat{r}(r_k) = .112 \approx 11, \quad (K)13$

بررسی شکل (۳) نشان می‌دهد که هیچ‌کدام از r_k های بالاتر از فاصله ۱۳ معنی‌دار نیستند. پس فرض صفر را می‌توان پذیرفت و انتخاب مدل را صحیح دانست.

یک روش دیگر برای آزمون صحت انتخاب مدل این است که خود همبستگی‌های بالاتر از فاصله ۱۳ را که دارای انحراف معیار ۰/۱۱ می‌باشند با خود همبستگی‌های یک سری از اعداد تصادفی دارای انحراف معیار ۰/۱۱ و میانگین صفر مقایسه کنیم. این مقایسه نیز اجرا شده χ^2 حاصل معنی‌دار نشده است. یعنی، می‌توان گفت که بین خودهمبستگی‌های بالاتر از فاصله ۱۳ در قسمت هاز شکل (۳) و خودهمبستگی‌های حاصله از سری اعداد تصادفی تفاوتی وجود ندارد پس مدل به‌طور کلی صحیح انتخاب شده است و باید جزئیات آن را تعیین کرد.

۱-۱- برآوردهای مقدماتی پارامترها

اینک با قبول صحت مدل به برآورد پارامترهای آن می‌پردازیم. چنان که در نظریه برآورد سریهای زمانی آمده است عمل برآورد به سورت تکراری انجام می‌شود. لذا برای شروع عملیات تکراری احتیاج به برآوردهای مقدماتی داریم که لزوماً "کارا نیستند".

برای بدست آوردن برآوردهای مقدماتی از روش برآورد گشتاوری استفاده کرده، خود همبستگی‌های نظری را با مقادیر برآورد شده آنها ز روی نمونه مساوی قرار می‌دهیم. یعنی معادلات زیر را برای برآورد θ حل می‌کنیم:

$$\rho_1 = \frac{-\theta}{1+\theta^2} \quad \rho_{12} = \frac{-\hat{H}}{1+\hat{H}^2}$$

ریشه‌های قابل قبول این معادلات که در شرایط عکس‌پذیری صادق باشند عبارتند از:

$$\theta = 0.40 \quad \hat{H} = 0.28$$

این مقادیر را برای تعیین برآوردهای کاراتر به‌کار می‌بریم.

۱-۲- برآوردهای بیشینه درستنامی

چنان که در نظریه برآورد پارامترهای سریهای زمانی آمده است در مورد مدل‌های مرکب اتورگرسیون متحرک که مدل انتخابی ما حالت خاصی از آنها است، برآوردهای بیشینه درستنامی برای نمونه‌های بزرگ خیلی نزدیک به برآوردهای کمترین توانهای دوم هستند، زیرا جمله غالب در لگاریتم تابع درستنامی همان مجموع توانهای دوم است (فصل ۷ مرجع ۱). بنابراین در این حالت که $n = 120$ هم از نظر سهولت در محاسبات و هم از لحاظ تقریب خیلی نزدیک به برآوردهای بیشینه درستنامی از روش کمترین توانهای دوم استفاده می‌کنیم.

۲-۳- محاسبه مرزهای کمترین توانهای دوم

برای محاسبه مجموع توانهای دوم خطاها به‌ازای مقادیر مختلف θ و \hat{H} و رسم مرزهای مربوطه جهت انتخاب مقادیری از θ و \hat{H} که متناظر با کمترین توانهای دوم باشد، به θ و \hat{H} مقادیر ۰/۱ تا ۰/۹ را به‌فواصل ۰/۱ نسبت داده و برای ۸۱ زوج حاصله مقدار $\hat{H} = \sum_{t=1}^{120} a_t^2$ یعنی مجموع توانهای دوم خطاهای مدل را حساب کرده‌ایم.

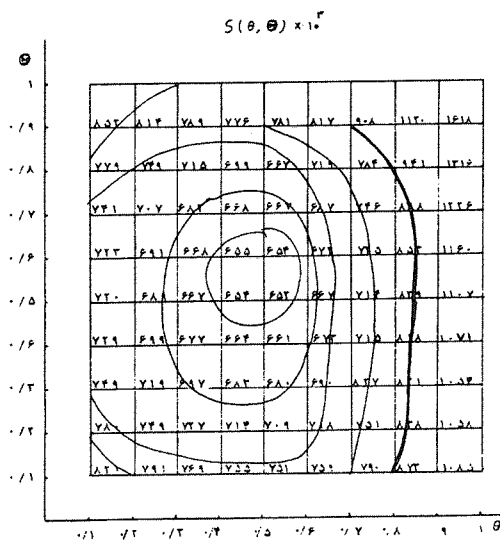
با استفاده از این مقادیر شکل (۴) رسم شده است که مرزهای کمترین توانهای دوم و ناحیه اطمینان ۹۵٪ پارامترها را نشان می‌دهد. نتیجه این محاسبات آن است که می‌تیم مقدار مجموع توانهای دوم به ازای $\hat{H} = 0.5$ حاصل می‌شود و برابر ۰/۶۵۲ می‌باشد انحراف معیار این برآوردها به‌قرار زیر است:

$$\hat{\sigma}(\hat{H}) = \hat{\sigma}(\hat{\theta}) = 0.048$$

$$S(\hat{\theta}, \hat{H}) = S(\hat{\theta}) \left\{ 1 + n^{-1} x_{\alpha}^2(K) \right\}$$

$$= 0.652 \left\{ 1 + 28/9 \div 107 \right\} = 0.890$$

که در آن $26 = p+q = K$ درجه آزادی ϵ^2 و ۴ سطح معنی‌دار بودن است



شکل (۴) مرزهای مجموع توانهای دوم و ناحیه اطمینان ۹۵٪ برآوردها

۴-۴ تعیین فرم نهائی مدل

با توجه به برآوردهای فوق، فرم نهائی مدل به‌صورت زیر است:

$$Z_t = Z_{t-1} + Z_{t-12} - Z_{t-13} + a_t - 0.50a_{t-1} - 0.50a_{t-12} + 0.25a_{t-13}$$

این مدل نشان می‌دهد که مصرف هر ماه وابسته به مصرف ۱، ۱۲ و ۱۳ ماه قبل به‌علاوه خطاها یا ضربات تصادفی وارده به سیستم مصرف در (یک)، ۱۲ و ۱۳ ماه قبل می‌باشد.

۴-۵ بررسی میزان همخوانی مدل

اکنون برای بازرسی مدل از لحاظ میزان همخوانی آن با سری زمانی مشاهده شده یکی از تکنیک‌های معمول را به‌کار می‌بریم.

بررسی خودهمبستگی‌های باقیمانده‌های مدل-اگر مدل مذکور را از ابتدای سری در نظر بگیریم برآورد خطاهای پیش‌بینی یا ضربات تصادفی به‌صورت زیر خواهد بود.

$$\hat{a}_t = Z_t - Z_{t-1} - Z_{t-12} + Z_{t-13} + 0.50\hat{a}_{t-1} - 0.50a_{t-12} - 0.25\hat{a}_{t-13}$$

مقادیر \hat{a}_t و خودهمبستگی‌های آنها تا فاصله ۴۸ محاسبه شده‌اند. انحراف معیار این خودهمبستگی‌ها تقریباً "برابراست" با $0.09 = \frac{1}{\sqrt{120}}$ و از مقایسه خودهمبستگی‌ها با آن ملاحظه می‌شود که فقط سه‌مقدار معنی‌دار $0.19 = r_3, r_5 = 0.21, r_8 = 0.18$ وجود دارد. در یک سری از اعداد تصادفی نیز ممکن است همبستگی‌هایی با این بزرگی و به‌این تعداد ملاحظه شود. از این رو با این بررسی مدل را رسماً "تشخیص می‌دهیم".

ضمناً از روی خودهمبستگی‌های بالا ملاک

که در آن :

$$\hat{\rho}_{120} = 8/9852$$

لگاریتم طبیعی پیش‌بینی مصرف برای ماه ژوئیه سال ۱۱

$$Q = n \sum_{k=1}^{48} r_k^2 (\hat{a})$$

را محاسبه می‌کنیم که مانند یک متغیر X^2 با $22 = 12 - 13 - 48$ درجه آزادی توزیع شده است :

$$Q = (120 - 13) \sum_{k=1}^{48} r_k^2 (\hat{a}) = 0.306402$$

که با مقایسه با جدول X^2 ملاحظه می‌شود که معنی‌دار نیست. یعنی مدل فوق با سری مشاهده شده همخوانی داشته و قدرت نمایش دهنده‌گی آن را داراست.

۵- پیش‌بینی مصرف فرآورده نفتی

۵-۱- محاسبه پیش‌بینی‌ها برای سالهای ۱۱ تا ۱۳

اینک که معلوم شد مدل برازنده شده خواص مطلوب برای پیش‌بینی را دارا می‌باشد، با استفاده از آن مصرف را برای ماههای آینده پیش‌بینی می‌کنیم. به‌طور خلاصه اگر مدل را برای l ماه آینده بنویسیم داریم:

$$Z_{t+l} = Z_{t+l-1} + Z_{t+l+12} - Z_{t+l-13} + a_{t+l} - 0.50 a_{t+l-1} - 0.50 a_{t+l-2} - 0.25 a_{t+l-3}$$

اگر امید ریاضی طرفین آن را در مبداء t حساب کنیم پیش‌بینی مصرف برای l ماه آینده به‌دست خواهد آمد.

$$\hat{Z}_{t+l} = \hat{Z}_t(l) = \hat{Z}_t(l-1) + \hat{Z}_t(l-12) - \hat{Z}_t(l-13) + [a_{t+l}] - 0.50 [a_{t+l-1}] - 0.50 [a_{t+l-2}] + 0.25 [a_{t+l-3}]$$

در رابطه فوق به‌جای هر یک از جملات در صورتی که موجود باشند خود آن و در غیر آن صورت برآوردش را قرار می‌دهیم: مثلاً اگر $l = 8$ فرض شود خواهیم داشت:

$$\hat{Z}_{t+8} = \hat{Z}_{t+7} + Z_{t+116} - Z_{t+115} + 0.25 [a_{t+16}] - 0.50 [a_{t+17}] - 0.50 [a_{t+16}] + 0.25 [a_{t+16}]$$

$$Z_{116} = 8/8467$$

لگاریتم طبیعی مصرف واقعی ماه اول سال ۱۰

$$Z_{115} = 8/7982$$

لگاریتم طبیعی مصرف واقعی ماه ژوئیه سال ۱۰

$$[a_{128}] = 0 = \text{امید ریاضی خطا برای ماه اوت سال ۱۱ به‌مبداء دسامبر سال ۱۰}$$

$$[a_{127}] = 0 = \text{امید ریاضی خطا برای ماه ژوئیه سال ۱۱ به‌مبداء دسامبر سال ۱۰}$$

$$[a_{116}] = -0.0017 = \left\{ \begin{array}{l} \text{تفاوت مصرف واقعی و مصرف محاسبه شده} \\ \text{از روی مدل فوق برای ماه اوت سال ۱۰ که} \\ \text{"قبلاً" محاسبه شده است.} \end{array} \right.$$

$$[a_{115}] = -0.0559 = \left\{ \begin{array}{l} \text{تفاوت مصرف واقعی و مصرف محاسبه شده} \\ \text{از روی مدل فوق برای ماه ژوئیه سال ۱۰ که} \\ \text{"قبلاً" محاسبه شده است.} \end{array} \right.$$

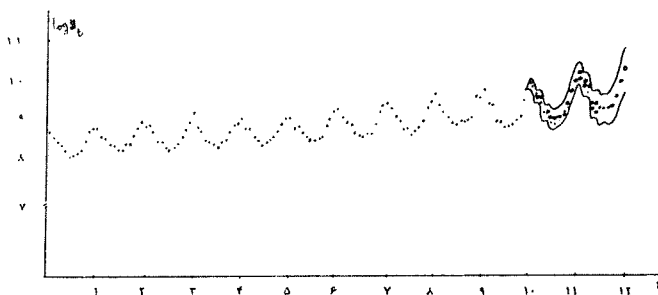
پس از قرار دادن مقادیر بالا در رابطه فوق خواهیم داشت:

$$\hat{Z}_{128} = \hat{Z}_{120} = 9/5206 = \text{امید ریاضی مصرف د اوت سال ۱۱}$$

$$128 = \text{Antilog}_e 9/5206 = 8407$$

برای مقادیر مختلف l پیش‌بینی‌ها به‌طریقه فوق محاسبه و در جدول (۵) درج شده است. ضمناً حدود اطمینان پیش‌بینی‌ها برای سطح اطمینان ۵٪ محاسبه و در جدول داده شده است.

چنانکه از شکل (۵) ملاحظه می‌شود هر قدر زمان انتظار بزرگتر باشد دو حد احتمالی پیش‌بینی از هم دورتر هستند و تصمیم‌گیر براساس آن دو حد مشکلتر است. از این‌رو پیش‌بینی‌ها برای زمانهای انتظار کوچک به‌عبارت دیگر برای کوتاه‌مدت بیشتر قابل اعتمادند.



شکل (۵) سری مشاهده شده و پیش‌بینی‌های متناظر آن به‌مبداء دسامبر سال ۱۰ همراه با حدود احتمالی ۹۵٪ پیش‌بینی‌ها

جدول (۵) - پیش‌بینی مصرف ماهانه فرآورده نفتی برای ۳۶ ماه (سال ۱۱ تا ۱۳) به‌مبدأ دسامبر سال ۱۰

سال	۱۱			۱۲			۱۳		
ماه	پیش‌بینی	حد پائین	حد بالا	پیش‌بینی	حد پائین	حد بالا	پیش‌بینی	حد پائین	حد بالا
ژانویه	۱۷۲۷۲	۱۴۸۲۷	۲۰۱۲۰	۱۹۲۸۰	۱۳۸۲۲	۲۶۸۹۲	۲۱۵۱۸	۱۲۵۵۰	۳۶۸۹۴
فوریه	۱۳۳۳۹	۱۱۲۴۹	۱۵۸۱۶	۱۴۸۸۹	۱۰۴۷۴	۲۱۲۶۵	۱۶۶۲۰	۱۲۸۰۱	۲۱۵۷۸
مارس	۱۲۱۶۵	۱۰۰۸۶	۱۴۶۷۳	۱۳۵۷۸	۹۳۸۲	۱۹۶۵۰	۱۵۱۵۶	۸۴۸۰	۲۷۰۸۸
آوریل	۹۱۴۲	۷۴۶۹	۱۱۱۸۹	۱۰۲۰۴	۶۹۳۰	۱۵۰۲۵	۱۱۳۹۰	۶۲۴۸	۲۰۷۶۴
مه	۸۳۷۹	۶۷۵۱	۱۰۳۹۸	۹۳۵۳	۶۲۵۱	۱۴۰۰۴	۱۰۴۴۰	۵۶۱۹	۱۹۳۹۵
ژوئن	۷۶۰۸	۶۰۵۲	۹۵۶۴	۸۴۹۲	۵۵۸۳	۱۲۹۱۹	۹۴۷۹	۵۰۰۹	۱۷۱۴۱
ژوئیه	۷۷۶۹	۶۱۰۰	۹۸۹۴	۸۶۷۲	۵۶۱۴	۱۳۳۹۵	۹۶۷۹	۵۰۲۳	۱۸۶۵۲
اوت	۸۰۴۷	۶۲۴۷	۱۰۳۶۶	۸۹۸۲	۵۷۳۰	۱۴۰۷۸	۱۰۰۲۶	۵۱۱۲	۱۹۹۶۲
سپتامبر	۸۵۹۹	۶۶۰۱	۱۱۲۰۱	۹۵۹۸	۶۰۳۷	۱۵۲۶۰	۱۰۷۱۴	۵۳۷۱	۲۱۷۷۳
اکتبر	۱۰۳۵۸	۷۸۶۸	۱۳۶۳۶	۱۱۵۶۲	۷۱۷۳	۱۸۶۳۵	۱۲۹۰۶	۶۳۶۲	۲۶۱۷۵
نوامبر	۱۵۱۲۱	۱۱۳۶۲	۲۰۱۲۴	۱۶۸۷۵	۱۰۳۲۹	۲۷۵۷۱	۱۸۸۳۹	۳۳۷۲	۳۸۸۴۲
دسامبر	۱۷۷۵	۱۳۲۲۶	۲۳۸۸۸	۱۹۸۴۱	۱۱۹۸۲	۳۲۸۵۵	۲۲۱۴۷	۱۰۵۷۳	۴۶۳۹۳

۲ - به‌نگام کردن پیش‌بینی‌ها

اینک که دریافتیم مدل برازنده‌شده واجد خواص مطلوب برای پیش‌بینی می‌باشد ابتدا به‌کمک آن پیش‌بینی‌های لازم را انجام می‌دهیم پس از اطلاع از مقدار واقعی مصرف فرآورده در ماه بعد می‌توانیم آن اطلاع را نیز مورد استفاده قرار داده پیش‌بینی‌ها را به‌نگام کنیم. منظور از به‌نگام کردن ایجاد تغییراتی در پیش‌بینی‌ها است که بواسطه گاهی از داده‌های جدید حاصل می‌شود. چون مصرف ۱۷ ماه اخیر بری را در محاسبات دخالت نداده‌ایم حال با استفاده از اطلاعات اخیر پیش‌بینی‌ها را تا مبدأ سال ۱۲ به‌نگام می‌کنیم.

برای به‌نگام کردن پیش‌بینی‌ها فرمول عمومی به‌قرار زیر است:

$$\hat{Z}_{t+1}(\ell) = \hat{Z}_t(\ell+1) + \hat{\psi} \hat{a}_t + \ell$$

$$\hat{\psi}_1 = \hat{\psi}_{r,m} = \hat{\lambda} (1+r\hat{\lambda}) + \delta \hat{\lambda}$$

$$\delta = \begin{cases} 1 & m = 12 \\ 0 & m \neq 12 \end{cases}$$

در فرمولهای بالا $(r, m) = (0.1, 2, 0.05, 0.05, 0.12, \dots)$ یعنی هر زمان انتظار را به‌صورت r سال و m ماه می‌نویسیم و $\hat{\lambda} = 1 - \theta = 0.05$ و $\hat{H} = 0.05$ پس.

$$\hat{Z}_{t+\ell}(\ell) = \hat{Z}_t(\ell+1) + [0.5 + 0.25r + 0.50\delta] \hat{a}_{t+1}$$

$$\hat{a}_{t+\ell} = Z_{t+\ell} - \hat{Z}_t(\ell) = 9.8257 - 9.7867 = 0.0390$$

یعنی تفاوت لگاریتم مصرف ماهانه واقعی پیش‌بینی آن در ژانویه

سال ۱۱ برابر 0.0390 می‌باشد

نتیجه عمل به‌نگام کردن پیش‌بینی‌ها در جدول (۶) خلاصه شده است. اکنون با آزمون فرض مساوی بودن واریانس‌ها و میانگین‌های اشتباهات دو روش فوق دقت روشها را با هم مقایسه می‌کنیم.

۵ - ۴ - مقایسه دقت پیش‌بینی‌های شرکت ملی نفت و پیش‌بینی‌های ارائه شده

در زیر به‌کمک داده‌های مربوط به ۱۷ ماه اخیر سری خطاهای پیش‌بینی را برای دو روش مذکور یعنی روش پیش‌بینی امور پخش شرکت ملی نفت و روش پیش‌بینی به‌کار رفته در این بررسی، محاسبه نموده و از طریق آنها دقت پیش‌بینی‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم. روش مقایسه چنین است که ابتدا خطای پیش‌بینی‌ها را برحسب مصرف روزانه محاسبه می‌کنیم.

باید در نظر داشت که هر قدر اختلاف رقم واقعی مصرف ماهانه از رقم پیش‌بینی شده برای آن کمتر باشد برنامه توزیع و ذخیره‌سازی فرآورده دقیق‌تر می‌شود. برای مقایسه دقت دو روش، میانگین و واریانس بین دو سری خطاها را با هم مقایسه می‌کنیم.

برای انجام مقایسه از علایم زیر استفاده شده است:

نشان F_2 ، پیش‌بینی مصرف ماهانه فرآورده به‌وسیله این بررسی

F_1 پیش‌بینی مصرف ماهانه فرآورده توسط شرکت ملی نفت،

A مصرف ماهانه واقعی نفت؛

$$E_j = \frac{F_j - A}{F_j} \quad j = 1, 2, \dots$$

$$S_1^2 = 30/90 \quad \bar{E}_1 = 1/8 \quad S_2^2 = 12/34 \quad E_2 = -1/3$$

اکنون با آزمون فرض مساوی بودن واریانس‌های خطاهای دو روش فوق دقت روشها را با هم مقایسه می‌کنیم.

برای آزمون فرض مساوی بودن واریانس خطا یعنی

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

پس از محاسبات لازم نتیجه می‌شود $F = 2/504$ که در سطح 5% معنی‌دار است. یعنی روش حاضر برای پیش‌بینی دقیقتر است.

t	X_t	a_t	$x_{120}(t)$	$\hat{y}_{137}(t) = \text{Antilog-}$	$\hat{x}_{137}(t)$	$\hat{x}_{137}(t)$
۱۲۰	۹/۷۵۵۸	۰/۰۳۹۰	۹/۷۸۶۷			
۱۲۱	۹/۸۲۵۷	۰/۰۷۰۸	۹/۵۲۷۵			
۱۲۳	۹/۶۱۷۸	-۰/۰۸۶۰	۹/۴۳۵۱			
۱۲۴	۱/۱۹۱۲	۰/۰۳۰۸	۹/۱۴۸۵			
۱۲۵	۸/۹۷۷۱	-۰/۱۱۱۳	۱/۰۶۱۱			
۱۲۶	۸/۸۹۷۱	-۱/۰۴۷۸	۸/۹۶۴۳			
۱۲۷	۸/۸۳۶۲	۰/۴۰۳۲	۸/۹۸۵۳			
۱۲۸	۸/۹۳۶۷	۰/۲۶۶۸	۹/۰۲۰۶			
۱۲۹	۹/۰۲۸۳	۰/۱۵۸۹	۹/۰۸۷۱			
۱۳۰	۹/۲۶۳۷	۰/۱۳۷۷	۹/۲۷۳۸			
۱۳۱	۹/۶۷۷۵	۰/۰۹۷۹	۹/۶۵۳۲			
۱۳۲	۹/۷۹۴۱	۰/۰۰۳۹	۹/۸۱۵۵			
۱۳۳	۱۰/۰۹۱۹	۰/۱۳۰۵	۹/۸۹۷۰			
۱۳۴	۹/۹۴۷۶	۰/۲۲۴۴	۹/۶۲۷۸			
۱۳۵	۹/۶۵۸۴	-۰/۰۲۳۸	۹/۵۴۵۳			
۱۳۶	۹/۲۱۸۲	-۰/۲۰۲۵	۹/۲۵۸۸			
۱۳۷	۹/۱۴۳۳	۰/۰۲۵۸	۹/۱۷۱۸			
۱۳۸	-	-	۹/۰۷۴۶	۸/۵۶۲۹	۵۰۹۹	
۱۳۹	-	-	۹/۰۹۵۶	۹/۰۴۲۰	۸۲۲۱	
۱۴۰	-	-	۹/۱۹۷۴	۹/۱۱۵۲	۸۸۴۲	
۱۴۱	-	-	۹/۳۸۴۱	۹/۴۰۵۳	۱۱۸۰۹	
۱۴۲	-	-	۹/۷۶۳۴	۹/۷۸۲۰	۱۷۱۹۱	
۱۴۳	-	-	۹/۹۲۵۸	۹/۱۴۳۶	۹۰۹۷	
۱۴۴	-	-	۱۰/۰۰۷۲	۹/۱۰۸۷	۸۷۸۶	
۱۴۵	-	-	۹/۷۴۸۱	۹/۹۵۴۸	۲۰۴۲۳	
۱۴۶	-	-	۹/۶۵۵۶	۹/۷۳۳۶	۱۶۳۸۱	
۱۴۷	-	-	۹/۶۵۵۶	۹/۷۳۳۶	۱۶۳۸۱	
۱۴۸	-	-	۹/۲۶۹۲	۹/۳۸۸۷	۱۱۶۱۵	
۱۴۹	-	-	۹/۲۸۱۷	۹/۲۷۵۷	۱۰۳۷۷	
۱۵۰	-	-	۹/۱۸۴۹	۹/۶۸۹۲	۱۵۶۷۲	
۱۵۱	-	-	۹/۲۰۵۸	۹/۱۷۳۷	۹۳۴۷	
۱۵۲	-	-	۹/۲۴۱۱	۹/۲۴۱۹	۱۰۰۳۱	
۱۵۳	-	-	۹/۳۰۷۷	۹/۳۲۱۰	۱۰۸۵۷	
۱۵۴	-	-	۹/۴۹۴۴	۹/۵۳۱۷	۱۳۳۹۵	
۱۵۵	-	-	۹/۸۷۳۸	۹/۲۲۸۲	۱۹۸۸۹	
۱۵۶	-	-	۱۰/۰۳۶۱	۹/۰۶۸۰	۸۴۳۷	

جدول (۶) - پیش‌بینی‌های به‌نگام شده تا مبداء به‌سال ۱۲

۷- منابع :

- ۳ - خواجه‌نوری، عباسقلی، آمار پیشرفته و بیومتری از انتشارات دانشگاه تهران، شماره ۱۱۷۵ سال ۱۳۴۷
- ۴ - آمار مصرف نفت شرکت ملی نفت ایران
- ۵ - آمار هواشناسی کل کشور.

1. Box, E.P. and G. M. Jenking, Time Series Analysis, Forecasting, and Control, Revised Edition Holden - Day Prese 1976 San Francisco.

۲- خواجه‌نوری، عباسقلی، آمار ریاضی جلد اول تجزیه و تحلیل یک و دو مغیره از انتشارات موسسه آموزش عالی آمار شماره ۳۷ سال

۱۳۵۰