

## بررسی رفتار دینامیکی مدل هفت درجه آزادی یک خودرو

دکتر ابراهیم اسماعیل زاده

استاد دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شریف

مهندس علی صالح زاده

آزمایشگاه تحقیقاتی ارتعاشات

دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی امیرکبیر

**چکیده**

در این مقاله حرکات یک خودرو به صورت یک مدل ریاضی خطی با هفت درجه آزادی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. روش به کار گرفته شده در این بررسی، متدهای واکنش به فرکانس بوده که توسط آن نواحی تشید و حداقل مقادیر متغیرها تعیین شده است. این مقادیر در اصول طراحی شاسی و رفتار دینامیکی خودروها مورد استفاده قرار می‌گیرند. محاسبات براساس سه مقدار مختلف ضریب استهلاک برای سیستم انجام شده و واکنش‌های فرکانسی آن رسم گردیده است.

**مقدمه**

استفاده از روش‌های دیگر به علت وجود استهلاک در سیستم به جزء حالتی که استهلاک متناسب (Proportional Damping) باشد به سادگی امکان پذیر نمی‌باشد.

**مدل ریاضی و تحلیل آن:**

حرکات در نظر گرفته شده برای خودرو به صورت یک مدل ریاضی با هفت درجه آزادی طبق شکل (۱) می‌باشد. از این تعداد درجات آزادی در نظر گرفته شده، سه حرکت آن مربوط به رفتار بدنه خودرو و دو درجه آزادی دیگر برای محور عقب و بالاخره دو حرکت باقی مانده مربوط به چرخ‌های جلو می‌باشد.

درجات آزادی و نمادهایی که برای نمایش آن‌ها در این مقاله به کار رفته است به شرح زیر می‌باشد:

بررسی رفتاریک خودرو در برابر عوامل مزاحم خارجی که از طرف جاده برآن القاء می‌گردد حائز اهمیت خاصی می‌باشد. این امر نه تنها از لحظه‌کیفیت حرکتی خودرو ride quality حائز اهمیت می‌باشد، بلکه اثر مستقیمی بر مقاومت و دوام اجزاء تشکیل دهنده خودرو، اعم از شاسی، قاب و سیستم انتقال قدرت دارد. بررسی این مسئله در طبیعت خود از نوع مسائل ارتعاشی بوده و بسته به درجه آزادی در نظر گرفته شده برای مدل، دارای دقت‌های متفاوتی دریافت خواهد بود. روش‌های متفاوتی برای برخوردار با مسئله فوق الذکر وجود دارد که معمولترین آن‌ها روش واکنش به فرکانس می‌باشد. با این روش می‌توان فرکانس‌های طبیعی سیستم و هم‌چنین توابع تبدیل تقریبی را برای هریک از درجات آزادی به دست آورد.

|               |          |   |          |   |
|---------------|----------|---|----------|---|
| $\theta_P$    | $\equiv$ | X | $\equiv$ | دوران بدنه حول محور X<br>Pitch angle                                  |
| $\theta_R$    | $\equiv$ | Y | $\equiv$ | دوران بدنه حول محور Y<br>Roll angle                                   |
| $x_B$         | $\equiv$ | Z | $\equiv$ | حرکت انتقالی بدنه در امتداد محور Z<br>Bounce                          |
| $\theta_{RA}$ | $\equiv$ | Y | $\equiv$ | دوران محور عقب حول محور Y<br>Tramp                                    |
| $x_a$         | $\equiv$ | Z | $\equiv$ | حرکت انتقالی محور عقب در امتداد محور Z<br>Rear axle Bounce            |
| $x_R$         | $\equiv$ | Z | $\equiv$ | حرکت انتقالی چرخ جلو سمت راست در امتداد Z<br>Right front wheel Bounce |
| $x_L$         | $\equiv$ | Z | $\equiv$ | حرکت انتقالی چرخ جلو سمت چپ در امتداد Z<br>Left Front wheel Bounce    |

در این مدل خاصیت کشاسی و استهلاک لاستیک‌ها از جرم

با در نظر گرفتن تحریک هارمونیک به شکل زیر :

$$x_e = \bar{A}_a e^{i\omega t} \quad (3)$$

که از ناهمواری های سطح جاده بر پایه های B در شکل (1) وارد می آید، دستگاه معادلات دیفرانسیل تبدیل به یک دستگاه هفت معادله و هفت مجھول خطی با ضرایب موهومی خواهد شد. با در نظر گرفتن مقادیر عددی برای فرکانس تحریک  $\omega$  هر بار دستگاه یاد شده با روش کاوس-جوردن حل شده و پاسخ های مفت درجه سیستم محاسبه شده اند.

این نتایج به صورت منحنی تغییرات دامنه حرکتی درجهات آزادی نسبت به تغییرات فرکانس تحریک در منحنی های به شکل های (۳ تا ۹) نمایش داده شده است.

محاسبات با سه مقدار مختلف ضریب استهلاک  $C$  به شرح

زیر انجام شده است:  
منحنی های نقطه چین

$$C_1 = C_3 = 0 \quad C_2 = C_4 = 1,0 \quad \left[ \frac{\text{lbf. sec}}{\text{ft}} \right]$$

منحنی های خط چین

$$C_1 = 68/44 \quad \begin{bmatrix} \frac{\text{lbf. Sec}}{\text{ft}} \\ \frac{\text{lbf. sec}}{\text{ft}} \end{bmatrix}$$

$$C_3 = 81/50 \quad \begin{bmatrix} \frac{\text{lbf. sec}}{\text{ft}} \\ \frac{\text{lbf. sec}}{\text{ft}} \end{bmatrix}$$

$$C_2 = C_4 = 1/0 \quad \begin{bmatrix} \frac{\text{lbf. sec}}{\text{ft}} \\ \frac{\text{lbf. sec}}{\text{ft}} \end{bmatrix}$$

$$C_1 = 136/88 \quad \begin{bmatrix} \frac{\text{lbf. Sec}}{\text{ft}} \\ \frac{\text{lbf. sec}}{\text{ft}} \end{bmatrix}$$

$$C_3 = 163 \quad \begin{bmatrix} \frac{\text{lbf. sec}}{\text{ft}} \\ \frac{\text{lbf. sec}}{\text{ft}} \end{bmatrix}$$

$$C_2 = C_4 = 1/0 \quad \begin{bmatrix} \frac{\text{lbf. sec}}{\text{ft}} \\ \frac{\text{lbf. sec}}{\text{ft}} \end{bmatrix}$$

ملاحظه می شود که در سه حالت مقادیر استهلاک در نظر گرفته شده برای لاستیک ها یعنی  $C_2$  و  $C_4$  ثابت نگاه داشته شده، که علا "نیز بدین شکل است، ولی مقادیر استهلاک کم فر های سیستم این حرکت بالا می باشد و با دقت کافی می توان از این حرکت در

بحث و نتیجه گیری:

نخست منحنی های شکل های ۳ تا ۵ در نظر گرفته می شوند.  
این سه شکل نمایانگر تغییرات حرکات بدنی اصلی نسبت به فرکانس

آنها جدا شده و برای چرخ های جلو با  $K_4$  و  $C_4$  و برای چرخ های عقب با  $K_2$  و  $C_2$  نمایش داده شده است، هم چنین جرم معادل چرخ های عقب همراه با جرم معادل محور عقب به صورت مجموع، جسم صلب در نظر گرفته شده است. به علت وجود تقارن مرکز انتقال قدرت است، از نمای رو به رو و جلوی خود رو یعنی در امتداد محور Y در وسط فرض شده، حال آن که در مورد نمای جانشی خودرو، یعنی در امتداد محور X به لحاظ سگین تریوپون قسمت جلوی خودرو در اتومبیل های موتور جلو به جلوی خود رو نزدیک تر فرض شده است. فریچش  $K_{\theta}$  در جلوی خودرو برای کنترل ارتعاشات زاویه ای R بدن در نظر گرفته شده است. در حالت واقعی نقش این فریچش میله ای در قسمت جلوی خود رو ایفاء می نماید که از واژگونی خودرو بر اثر افزایش R  $\theta$  جلوگیری به عمل می آورد.

#### معادلات حرکت:

اساس تجزیه و تحلیل مسئله، نوشتن معادلات دیفرانسیل حرکت، یعنی معادلات اویلر و نیوتن برای مدل شکل (1) می باشد. معادلات نیوتن برای حرکات انتقالی مرکز جرم بدن و محور عقب و چرخ های جلو نسبت به دستگاه اینرسی نوشته شده است. معادلات اویلر دستگاه مختصات متعلق به بدن (Body Coordinate) XYZ در مرکز جرم به شرح زیر نوشته می شوند:

$$M_x = I_{xx} \ddot{\theta}_x + \omega_y \omega_z (I_{zz} - I_{yy}) \quad (1)$$

$$M_y = I_{yy} \ddot{\theta}_y + \omega_x \omega_z (I_{xx} - I_{zz})$$

باتوجه به اینکه  $\omega_z$  فرض شده است معادلات (1) به قرار زیر ساده می گردند:

$$M_x = I_{xx} \ddot{\theta}_x \quad (2)$$

$$M_y = I_{yy} \ddot{\theta}_y$$

ذکر این نکته ضروری است که در صورت در نظر گرفتن دوران حول محور Z ( $\omega_z \neq 0$ ) معادلات (1) غیر خطی شده و مسئله به روش های معمول قابل بررسی نمی باشد، لیکن در عمل این حرکت خودرو حائز اهمیت چندانی نبوده و صلبیت سیستم شاسی نسبت به این حرکت بالا می باشد و با دقت کافی می توان از این حرکت در مطالعات اولیه صرفه نظر نمود.

معادلات حرکت که از نوشتن روابط یاد شده حاصل می آید، تشکیل یک دستگاه معادلات دیفرانسیل را با هفت معادله می دهد که این هفت معادله در هفت درجه آزادی در نظر گرفته شده کوپل می باشند.

یعنی  $X_B$  بسیار بزرگتر از شکل های ارتعاشی  $\theta_P$  و  $\theta_R$  می باشد و اصولاً "دامنه ارتعاشات در مود های زاویه ای  $\theta_P$  و  $\theta_R$ " بعد از فرکانس ۱۴ رادیان بر ثانیه عمل "صفر می باشد و مود های زاویه ای ظاهر نمی گردد .

منحنی های اشکال عناصر تغییرات چهار درجه آزادی مربوط به چرخ های جلو و محور عقب را نمایش می دهد . ملاحظه می شود که در هر چهار شکل به ازاء جمیع مقادیر  $C$  منحنی ها در فرکانس تحریک ۳۵ رادیان بر ثانیه از یک نقطه گذشته و پس از این نقطه تاثیر استهلاک معکوس می گردد .

از منحنی های شکل (۹) کاملاً مشخص است که حرکت زاویه ای محور عقب یعنی  $\theta_{RA}$  بسیار ناچیز بوده و سیستم شاسی طوری طراحی شده که محور عقب دارای حرکت زاویه ای نباشد و این بسیار منطقی است چرا که در غیر این صورت سیستم انتقال قدرت و به خصوص محور عقب و دیفراسیوال دچار اشکال می گردد .

از بررسی منحنی های اشکال عناصر معلوم می گردد که دامنه ارتعاشات چرخ ها و محور عقب در فرکانس های تحریک بالاتر از ۳۵ رادیان بر ثانیه بسیار بزرگ بوده و بزرگتر از مقادیر مربوطه در فرکانس های پایین ترا این مقدار می باشد . این کاملاً بر عکس وضعيتی است که در مورد بدنه اصلی وجود داشت و این مهم ترین نتیجه ای است که می توان از بحث های انجام شده ، به دست آورد :

سیستم شاسی و تعلیق خودرو طوری طراحی می شود که محور عقب و چرخ های جلو در فرکانس های بالا مانند جاذب دینامیکی برای بدنه اصلی عمل نمایند .

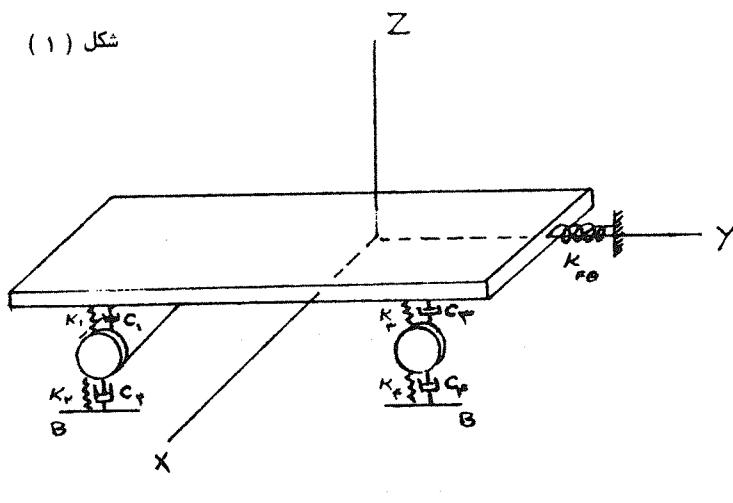
تحریک می باشد . ملاحظه می گردد که علیرغم تغییرات مقادیر استهلاک  $C$  ، حداقل دو ناحیه تشیدت تا حد اکثر فرکانس ۱۴ rad/s وجود دارد ، دامنه ارتعاشات بدنه در این فاصله حد اکثر بوده و سیستم متحمل ارتعاشات بزرگی می گردد . در فرکانس ۱۴ رادیان بر ثانیه هرسه منحنی مربوط به هر نوع حرکت بدنه ( مستقل از مقدار  $C$  ) از یک نقطه می گذرند و پس از این نقطه تاثیر استهلاک بر قابلیت انتقال ارتعاشات معکوس می گردد . به طور کلی می توان گفت که دامنه ارتعاشات بدنه ، حتی برای مقادیر کوچک  $C$  ، برای هر سه سیار کوچکتر از دامنه های مربوطه در محدوده پایین ترا از این فرکانس می باشد و بعد از فرکانس ۱۴ رادیان بر ثانیه نواحی تشیدت قابل ملاحظه ای به چشم نمی خورد .

از این بحث می توان نتیجه گرفت که بدنه خودرو نسبت به فرکانس های تحریک پایین ترا از ۱۴ رادیان بر ثانیه بسیار حساس بوده و آرامش حرکتی برای سرنوشتیان در محدوده کمتر از ۱۴ رادیان بر ثانیه حاصل نمی باشد . با توجه به این که فرکانس تحریک در حرکت خودرو با سرعت خودرو متناسب می باشد ، لذا عبور از ناهواری های سطح جاده با سرعت پایین دامنه ارتعاشی بزرگی رابه بدنه منتقل می نماید ، که در کیفیت و راحتی سفر کاملاً موثر است .

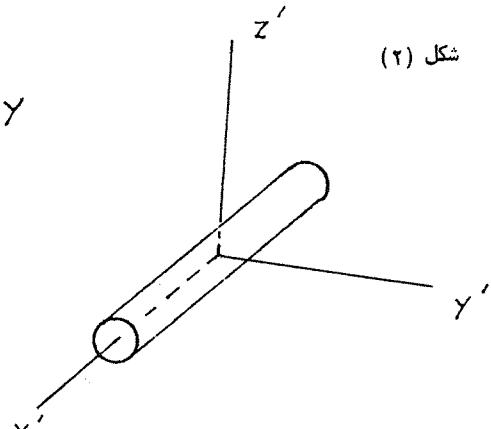
باتوجه به این که خودرو بیشتر عمر حرکتی خود را در سرعت های بالا می گذراند ، طرح نمودن سیستم شاسی به این ترتیب منطقی می نماید .

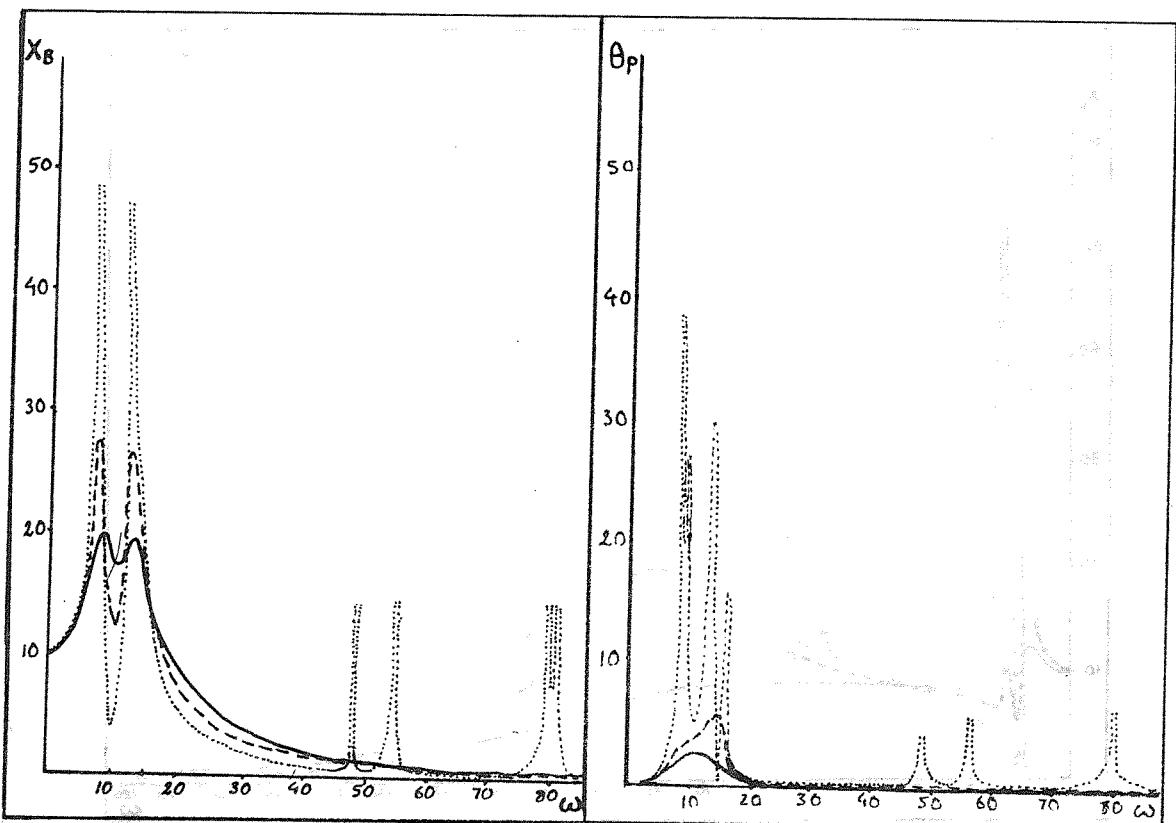
از مقایسه سه منحنی (۳) و (۴) و (۵) ملاحظه می شود که به ازاء جمیع مقادیر  $C$  دامنه ارتعاشات در حرکت انتقالی مرکز جرم بدنه

شکل (۱)



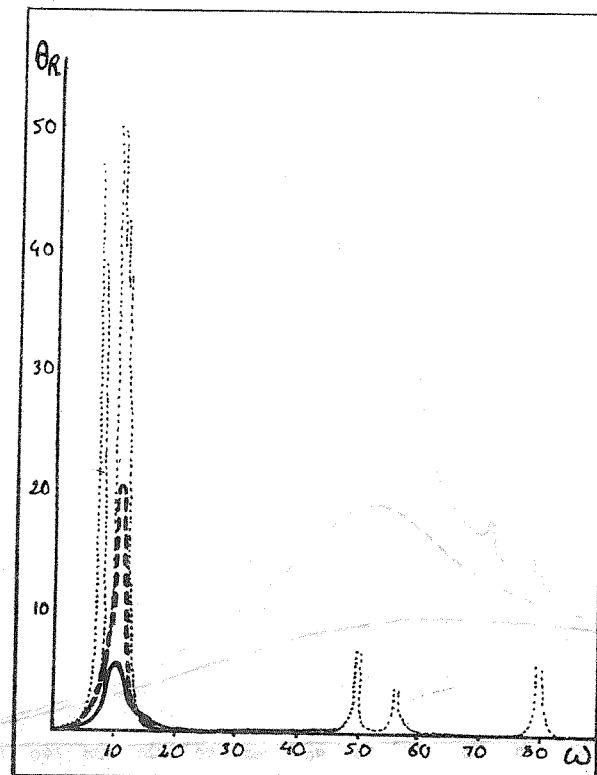
شکل (۲)





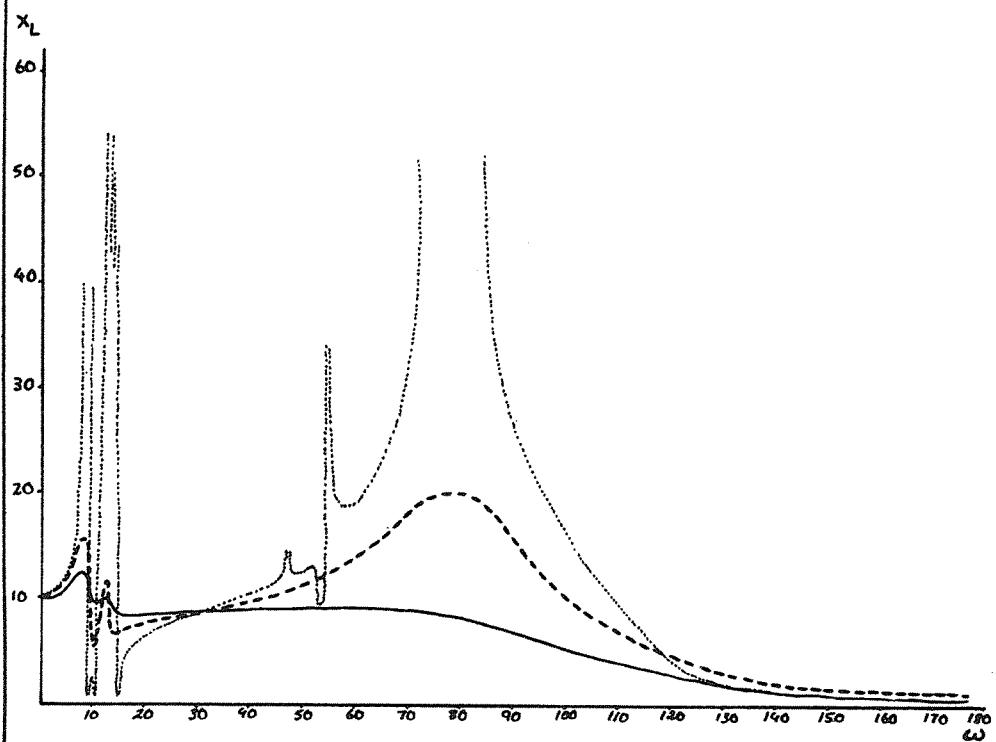
شكل (٣)

شكل (٤)

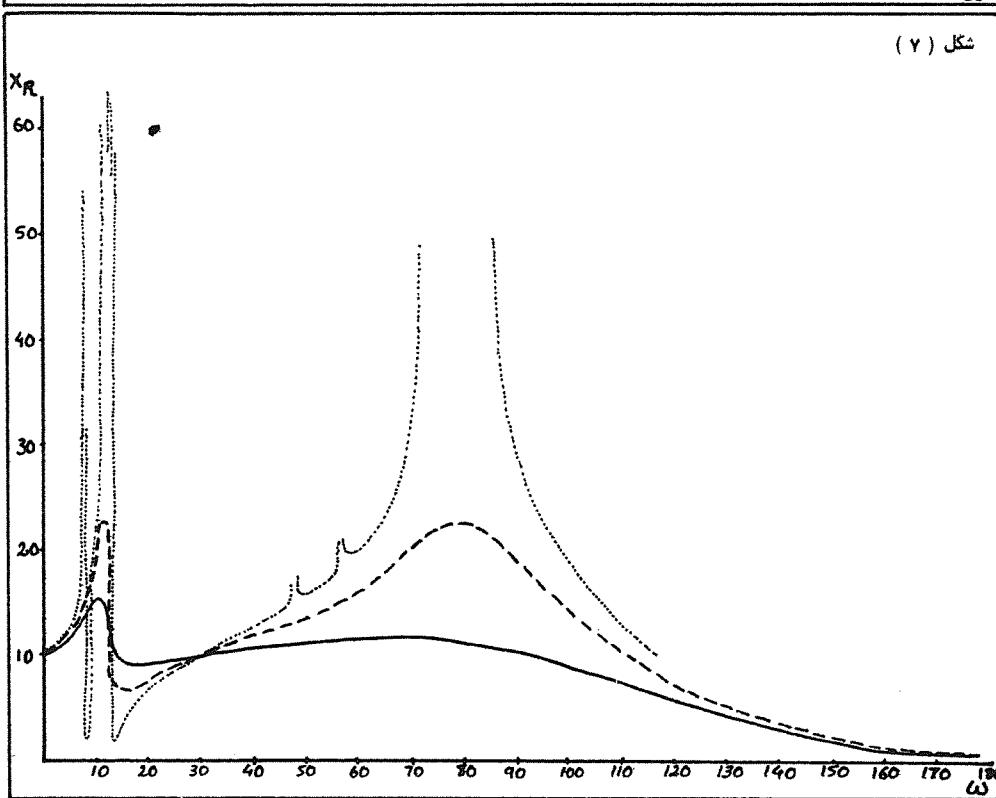


شكل (٥)

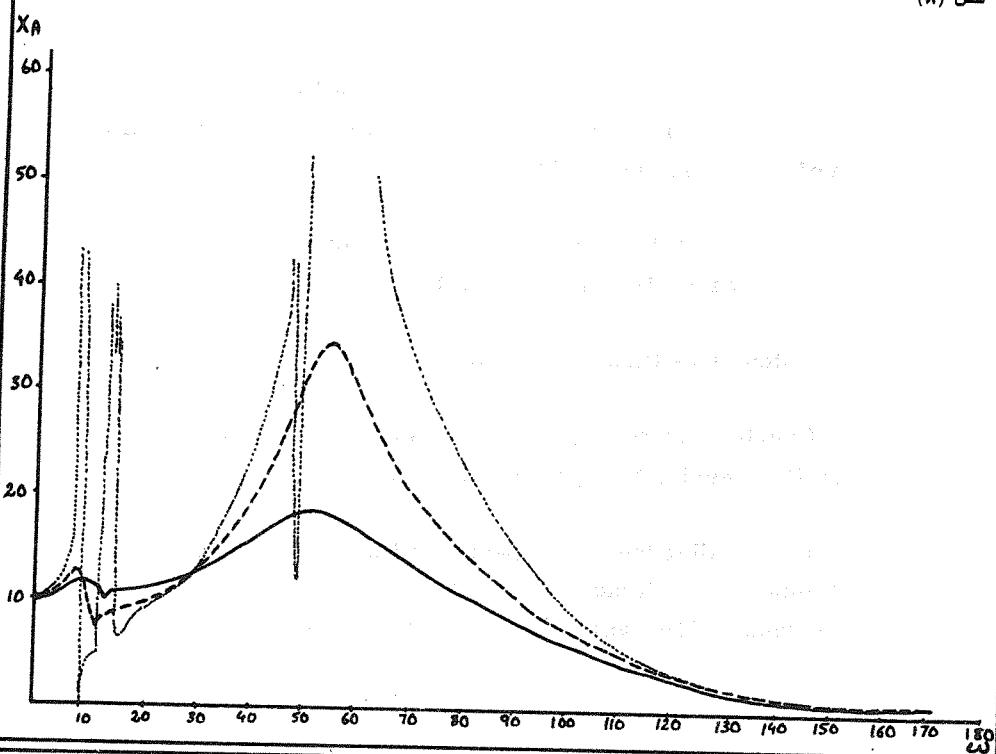
شكل (٦)



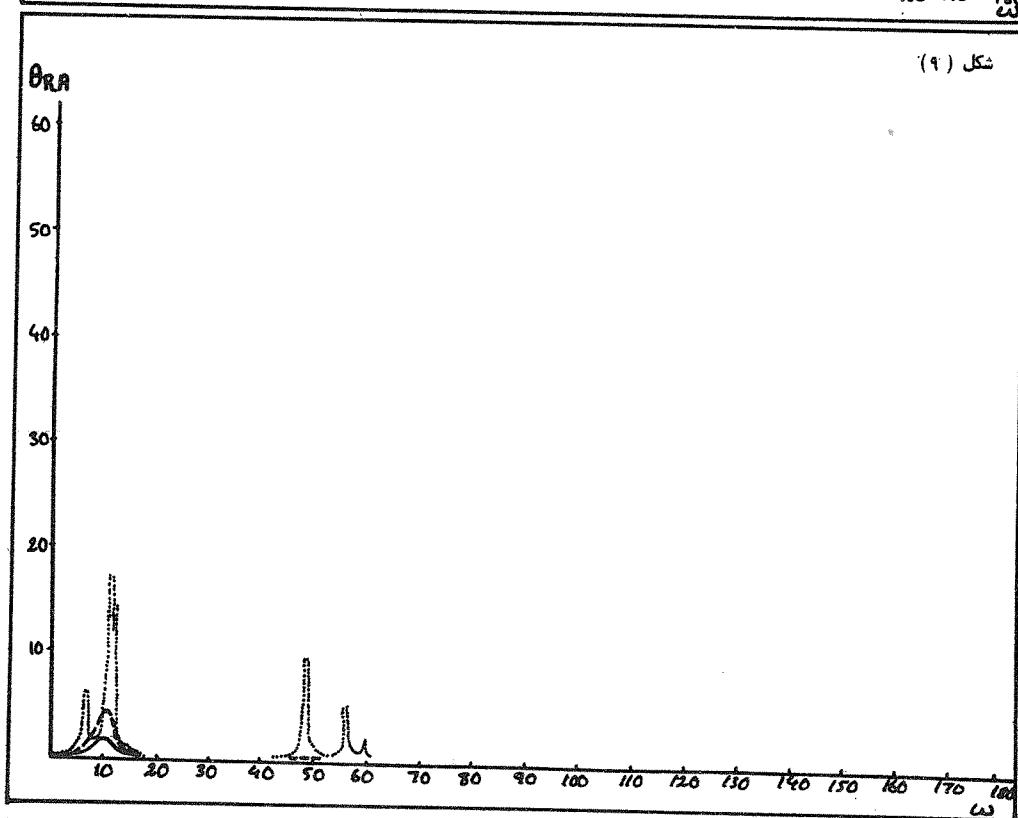
شكل (٧)



شکل (۸)



شکل (۹)



- 1- E. Esmailzadeh", Design Synthesis of a Vehicle Suspension system., International Journal of vehicle system Dynamics, Vol. 7. No. 2, April 1978
- 2- "L evy and Wilkinson ", The Comonent Element Mehtod In Dynamics, MC- Graw - Hill-1976
- 3- " Automotive Handbook", Bosch Company - 1978
- 4- " Charles E. Crede", Shock and Vibration Concepts In Engineering Design, Prentice-Hall-1965
- 5- " E. Esmailzadeh", Compact self Damped pneumatic Isolators for Road vehicles, Trans. ASME Journal of Mechanical Design Vol. 102, No. 2-1980