

آنالیز تنش مخازن تحت فشار کروی بر اثر

فشار داخلی و تغییرات شعاعی

درجه حرارت

دکتر محمد رضا اسلامی

دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی امیرکبیر

چکیده

در این مقاله تغییرات تنش های شعاعی و محیطی یک مخزن تحت اثر فشار کروی با زمان که تحت اثر فشار و درجه حرارت متفاوت داخل و خارج قرار گرفته است، بدست آورده شده است. روش محاسبه این تنش ها براساس یک روش ساده عددی است که تنش های الاستیک به عنوان تنش های اولیه استفاده نموده و در اثر خرمش تنش های شعاعی و محیطی را با گرفتن فاصله زمانی کوچک $T \Delta$ در طول زمان محاسبه می شود، نتایج بدست آمده معلوم می نماید که نقطه ای که تنشهای محیطی صفر و شعاعی ماکریم می باشد نسبت مرکز کره میل نموده در حالی که هردو تنش تغییرات کاهش با زمان نشان داده و در اثر مرور زمان به وضعیت مطمئن تری از نظر توزع تنش در ضخامت جدار مخزن می رسد.

۲—آنالیز تنش پس از انجام طرح اولیه:

این قسمت شامل آنالیز تنش و تعیین تمرکز تنش در اطراف سوراخ ها، تکیه گاه های مخزن، محل اتصالات خطوط لوله است که معمولاً همراه با اعمال نیرو و ممان به علت انساط حرارتی می باشد، تمرکز تنش در اطراف پمپ و یا کمپرسور و یا وسایل دیگری که روی مخزن نصب گردیده اند مانند سینی های تقطیر در برج تقطیر، و بالاخره آنالیز استاتیکی و دینامیکی نیروهای باد و وزله در جاهایی که احتمال وقوع آن پیش بینی می گردد.

۳—طرح نهائی و پیشنهاد عمر انتظاری:

مراحل اول و دوم که در بالا ذکر گردیده بیمه کننده کارکرد صحیح مخزن بلا فاصله پس از طرح و قرار گرفتن در شرایط کاری و تحمل فشار و درجه حرارت محیط کار می باشد. پس از گذشت زمان توزیع تنش در نقاط مختلف مخزن به هیچ وجه همانند توزیع تنش در روز اول نبوده و اغلب اوقات به مقادیر بیشتری نسبت به حد تسلیم جسم میل نموده و پس از گذشت مدت زمانی مانند ۱۰ الی ۳۰ سال، منجر به انفجار مخزن می گردد. معیار طراحی در این مرحله، معمولاً بر اساس آنالیز خرمش (وقتی نیروهای وارد استاتیکی باشند)

مخازن تحت فشار جدار ضخیم به شکل استوانه ای و کروی در صنعت مورد استفاده فراوان دارند. به علت روند صنعت به طرف راندمان بیشتر— یعنی تولید ارزی با راندمان بیشتر و مصرف مواد ساختمانی و فلزی به مقدار کمتر— طرح اقتصادی مخازن تحت فشار که یکی از اجزاء تقریباً لا ینفک هر صنعتی می باشند روز به روز اهمیت بیشتری پیدا نموده و به خصوص با بالا گرفتن فشار و درجه حرارت تحولات ترمودینامیکی و شیمیائی و یا اتمی که ملزم به استفاده از مخازن تحت فشار می باشند طرح مکانیکی و آنالیز تنش صحیح و شناخت درست تغییرات تنش و کرنش در داخل یک مخزن تحت فشار را به صورت امر حیاتی پذیدار کرده است.

به طور معمول طرح یک مخزن تحت فشار— جدار نازک و یا جدار ضخیم— شامل سه مرحله به شرح زیر می باشد که رعایت آنها از سوی طراح و یا کارخانه سازنده الزامی است.

۱— طرح اولیه:

«طرح اولیه» که توسط کد و استانداردهای موجود مورد قبول کارخانه سازنده، به شرط رعایت کامل موارد ذکر شده در استاندارد انجام می پذیرد.

محاسبات:

یک مخزن تحت فشار کروی جدار ضخیم از مواد هموزن و ایزوتروپیک به شعاع داخلی a و خارجی b مطابق شکل (۱) در نظر گرفته می‌شود. فرض براین است که فشار و درجه حرارت در داخل و خارج کره به ترتیب P_a ، T_a ، P_b ، T_b می‌باشد. معادله تعادل در حالت تقارن کروی برابر است با:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + 2 \frac{\sigma_r - \sigma_0}{r} = 0 \quad (1)$$

کرنش کل شعاعی و مماسی در داخل جدار کره که مجموع کرنش الاستیک، حرارتی و خوشی می‌باشد در این حالت برابرند با:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{1}{E} [\sigma_r - 2v\sigma_0] + \epsilon_r^c + \alpha T \\ \epsilon_b &= \frac{1}{E} [\sigma_0 - v(\sigma_r + \sigma_0)] + \epsilon_r^c + \alpha T \end{aligned} \quad (2)$$

که رابطه کرنش و تغییر مکان U برابر است با:

$$\epsilon_r = \frac{dU}{dr} \quad \epsilon_b = \frac{U}{r} \quad (3)$$

با گذاشتن معادله (۳) در معادله (۲) برای تنش‌ها و بالاخره با جایگذاری در معادله (۱)، معادله تعادل بر حسب تغییر مکان U برابر می‌گردد با:

$$\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dU}{dr} - \frac{2U}{r^2} = \frac{1+v}{1-v} \alpha \frac{dT}{dr} + \frac{dg}{dr} + \frac{f}{r} \quad (4)$$

که توابع g و f تابع کرنش خوشی ببوده و برابرند با:

$$f = \frac{2(1-2v)}{1-v} (\epsilon_r^c - \epsilon_0^c) \quad (5)$$

$$g = \epsilon_r^c + \frac{2v}{1-v} \epsilon_0^c$$

معادله دیفرانسیل (۴) معادله اصلی و حاکم بر مسئله مورد نظر بوده و حل آن تغییر مکان U را بر حسب زمان ارائه می‌نماید. می‌توان به آسانی تحقیق نمود: با جایگذاری کرنش خوشی در معادله دیفرانسیل (۴) معادله دیفرانسیل غیرخطی از درجه بالا بدست خواهد آمد که حل تحلیلی آن تقریباً غیرممکن می‌نماید. به این علت معادله (۴) به شرح زیر جهت حل عددی تفکیک می‌گردد:

$$\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dU}{dr} - \frac{2U}{r^2} = \frac{1+v}{1-v} \alpha \frac{dT}{dr} \quad t = 0 \quad (6)$$

$$\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dU}{dr} - \frac{2U}{r^2} = \frac{dg}{dr} + \frac{f}{r} \quad t > 0 \quad (7)$$

و خستگی (وقتی نیروهای وارد دینامیکی باشند) استوار است. عمر مخزن توسط این مرحله از طراحی باید تعیین و به استفاده کننده رسماً اعلام گردد. اگر چنانچه این مرحله از طرح انجام پذیرفته نشده باشد، مخزن مسلمان پس از مدت زمان محدودی منفجر خواهد شد و طبق قوانین بین‌المللی کلیه خسارات جانی و مالی ناشی از آن رسماً متوجه سازنده مخزن خواهد بود. در اینجا باید متذکر شد که دو معیار فوق تنها معیارهای طراحی نمی‌باشد و بنا به تجویه کارخانجات سازنده مخازن تحت فشار نازک و ضخیم، معیارهای دیگری هم مانند «معیار فشار انفجار» وغیره نیز مورد استفاده قرار می‌گیرند. حتی به عنوان مثال پدیده خرش وقتی به عنوان ملاک تعیین عمر انتظاری مخزن مورد استفاده قرار می‌گیرد، جنبه‌های مختلفی خواهد داشت و نیاز به انجام محاسبات مختلفی در این زمینه می‌باشد. بعضی از این محاسبات نتایج اطمینان‌بخشی را ارائه می‌دهند و نهایتاً تعیین عمر مخزن بر روی آن قسمت از محاسبات خرش که منجر به واگرایی تنش در مخزن می‌گردد، استوار می‌شود.

چون هدف از ارائه این مقاله، بررسی خرش در مخازن جدار ضخیم می‌باشد لذا شناخت تاریخچه مختصه از این پدیده لازم به نظر می‌رسد... Nadai (۱) و Rabotnov (۲) پدیده خرش را به طور جامع تشريح و طراحی قطعات مختلفی را از جنبه‌های مختلف در اثر پدیده خرش بحث و معادلات اساسی و حاکم بر خرش را ارائه نموده‌اند. Marriot, Penny (۳) معادلات مربوط به خرش در استوانه‌ها و کره‌های جدار ضخیم را بسط داده و بحث کاملی نسبت به خرش و تغییرات تنش نسبت به زمان در اثر خرش ارائه داده‌اند. به علت این که معادلات حاکم غیرخطی بوده و راه حل کلی و عمومی به طور تحلیلی نمی‌توان برای آنها ارائه نمود، لذا روش‌های عددی مختلفی می‌توان برای تعیین تنش در قطعات مختلف عرضه کرد. بعضی از این روش‌ها توسط Sharifi (۴) و Sabbaghian (۵) و Eslami (۶) و Spence (۷) جهت قطعات مختلف مانند مخازن تحت فشار و برای شرایط خاص بارگذاری بحث شده‌اند. اخیراً Hata (۸) و Eslami (۹) متعدد ساده و عمومی جهت محاسبه تنش و تغییرات آن برای سطوح و تیرهای ارائه دادند که می‌توان جهت محاسبه تنش بر حسب زمان در مخازن تحت فشار نیز مورد استفاده قرار داد.

در این مقاله روش اخیر جهت استفاده تغییرات تنش بر حسب زمان به علت خرش دریک مخزن تحت فشار کروی بر اثر فشار داخل و تغییرات شعاعی درجه حرارت مورد استفاده قرار گرفته و تنش‌های شعاعی و مماسی بر حسب زمان با استفاده از روش عددی به دست آمده‌اند.

$$\sigma_{\theta} = \frac{2E}{1-v} \left[- \int_a^r \frac{\dot{\epsilon}_{\theta}}{r} dr - \frac{b^3}{(a^3 - b^3)} \left(1 + \frac{a^3}{2r^3} \right) \int_a^r \frac{dr}{r} - \frac{\dot{\epsilon}_{\theta}}{r} \right]$$

در معادلات بالا نرخ تغییرات کرنش خوشی مماس، باید با تابع معادلی از تنش جایگزین شود. با درنظر گرفتن تئوری و قوانین جاری مربوطه (۲)

$$\dot{\epsilon}_r^* = \frac{\dot{\epsilon}^*}{\sigma^*} (\sigma_r - \sigma_{\theta}) \quad (14)$$

$$\dot{\epsilon}_{\theta}^* = \frac{\dot{\epsilon}^*}{2\sigma^*} (\sigma_{\theta} - \sigma_r) = \dot{\epsilon}_{\phi}^*$$

که $\dot{\epsilon}^*$ و σ^* به ترتیب نرخ تغییرات کرنش خوشی موئر و تنش موئر می باشند که طبق معادلات زیر تعریف شده اند.

$$\dot{\epsilon}^* = \frac{\sqrt{2}}{3} [(\dot{\epsilon}_r^*)^2 + (\dot{\epsilon}_{\theta}^* - \dot{\epsilon}_{\phi}^*)^2 + (\dot{\epsilon}_{\phi}^* - \dot{\epsilon}_r^*)^2]^{1/2} \quad (15)$$

$$\sigma^* = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_r - \sigma_{\theta})^2 + (\sigma_{\theta} - \sigma_{\phi})^2 + (\sigma_{\phi} - \sigma_r)^2]^{1/2}$$

با درنظر گرفتن شرط تراکم تاپذیری و تقارن کروی معادلات بالا به شرح زیر ساده می شوند:

$$\dot{\epsilon}^* = \frac{2}{3} |(\dot{\epsilon}_{\theta}^* - \dot{\epsilon}_r^*)| \quad (16)$$

با جایگذاری معادلات (۱۶) در (۱۴)

$$\dot{\epsilon}_{\theta}^* = 0.5 \dot{\epsilon}^* \cdot \text{Sgn}(\sigma_{\theta} - \sigma_r) \quad (17)$$

که $\text{Sgn}(\sigma_{\theta} - \sigma_r)$ به معنی علامت $(\sigma_{\theta} - \sigma_r)$ می باشد. برای این که رابطه $\dot{\epsilon}_{\theta}^*$ کاملاً معلوم گردد باید رابطه بین کرنش خوشی موئر و تنش موئر معلوم باشد. این رابطه معمولاً از طریق آزمایش معلوم می گردد. در این مقاله از قانون خوشی به شرح زیر استفاده گردیده است:

$$\dot{\epsilon}^* = \frac{(\Delta H)}{B_e R T} \sigma^* \quad (18)$$

که T توزیع درجه حرارت در جدار کره، R ثابت عمومی گازها، H انتریی فعال خوش و B_e ثابت‌های مواد می باشند. با جایگذاری در معادله (۱۷) و نهایتاً در معادلات (۱۳)، نرخ تغییرات تنش در $t > 0$ برابر می گردد با:

$$\sigma_r = \frac{EB}{1-v} \left[- \int_a^r F dr - \frac{b^3}{(a^3 - b^3)} \left(1 - \frac{a^3}{r^3} \right) \right] \cdot \text{Sgn}(\sigma_{\theta} - \sigma_r) \quad (19)$$

که معادله (۶) حل الاستیک در لحظه $t = 0$ را می دهد و معادله (۷) که بر حسب نرخ تغییرات تغییر مکان بر حسب زمان می باشد حل کرنش خوشی را که بلافاصله پس از اعمال نیرو روی مخزن شروع می شود بدست می دهد، در معادله بالا:

$$\dot{U} = \frac{dU}{dt}$$

الف - حل اولیه الاستیک

حل معادله دیفرانسیل (۶) برابر است با:

$$U = \frac{1+v}{1-v} \left[\frac{a}{r^2} \int_a^r Tr^2 dr - A_{1r} + \frac{A_2}{r^2} \right] \quad (8)$$

که A_1 و A_2 ثابت‌های انتگرال می باشند و با استفاده از شرایط اولیه زیر پیدا می شوند.

$$\sigma_r = -P_a \quad r = a \quad \sigma_r = -P_b \quad r = b \quad (9)$$

با جایگذاری معادله (۸) در معادله (۳) و سپس در معادله (۲)، تنش‌های الاستیک در لحظه $t = 0$ برابر می گردد با:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{b^3 - a^3} \left[P_a a^3 \left(1 - \frac{b^3}{r^3} \right) - P_b b^3 \left(1 - \frac{a^3}{r^3} \right) + \frac{2Ea}{1-v} \right. \\ &\quad \left. (1 - \frac{a^3}{r^3}) \int_a^b Tr^2 dr - \frac{2Ea}{(1-v)r^3} \int_a^b Tr^2 dr \right] \\ \sigma_{\theta} &= \frac{1}{b^3 - a^3} \left[P_a a^3 \left(1 + \frac{b^3}{r^3} \right) - P_b b^3 \left(1 + \frac{a^3}{r^3} \right) + \frac{2E\alpha}{1-v} \right. \\ &\quad \left. (1 + \frac{a^3}{r^3}) \int_a^b Tr^2 dr + \frac{E\alpha}{(1-v)r^3} \int_a^b Tr^2 dr - \frac{E\alpha T}{1-v} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

ب - حل خوش

نرخ تغییرات تغییر مکان، آز انتگرال معادله (۷) برابر می شود

$$\dot{U} = \dot{A}_{1r} + \frac{\dot{A}_2}{r^2} + \frac{1}{3} \int_a^r \frac{f}{r} dr \quad (11)$$

که \dot{A}_1 و \dot{A}_2 ثابت‌های انتگرال می باشند که توسط شرایط مرزی زیر پیدا می شوند:

$$\sigma_r = 0 \quad r = a \quad \sigma_r = 0 \quad r = b \quad (12)$$

در به دست آوردن معادله (۱۱) شرط غیرقابل تراکم بودن مواد مخزن در تحول خوشی، یعنی $\dot{\epsilon}_{\theta}^* + \dot{\epsilon}_{\phi}^* = 0$ استفاده گردیده است. با استفاده از نرخ تغییرات تغییر مکان از معادله (۱۱) همراه با معادلات (۳) و (۲) و تعریف f نرخ تغییرات تنش شعاعی و مماسی برابر می شوند:

$$\dot{\sigma}_r = \frac{2E}{1-v} \left[- \int_a^r \frac{\dot{\epsilon}_{\theta}^*}{r} dr - \frac{b^3}{(a^3 - b^3)} \left(1 + \frac{a^3}{r^3} \right) \int_a^r \frac{b \dot{\epsilon}_{\theta}^*}{r} dr \right] \quad (13)$$

۵- متده عددی برای هر میزان از پیشرفت زمان می تواند تکرار گردد بدین ترتیب که σ_{θ} و σ_r محاسبه شده از معادله (۲) را به جای تنش های اولیه گرفته و روش را از مرحله (۳) تکرار نموده و تنش های جدیدتر را پس از گذشت Δt بعدی از معادله (۲۲) محاسبه نمود.

نتایج

نتایج عددی در منحنی های شکل (۲) الی (۷) ترسیم شده اند. توزیع درجه حرارت در ترسیم این نتایج مطابق معادله زیر در نظر گرفته شده است.

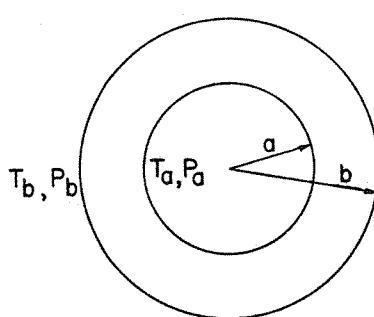
$$T = T_a - T_d \left(1 - \frac{a}{r}\right) \left(1 - \frac{a}{t}\right)$$

که T_a و T_d در معادله بالا داده شده است حل معادلات انتقال حرارت یک بعدی در مختصات کروی می باشد، t_p در معادلات یک فراستنچ زمان برابر:

$$t_p = E B \left(E \alpha T_d\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

می باشد و بدین منظور در نظر گرفته شده است که بتوان از نتایج عددی داده شده برای مواد مختلف استفاده نمود.

نتایج به دست آمده نشان می دهد که تغییرات تنش های شعاعی و مماس در جدار مغزون نسبت به زمان در شرایط مختلف بارگذاری نسبت به تنش الاستیک در لحظه $t=0$ کاهشی بوده و تنش ها کمتر شده و بنابراین توزیع مجدد تنش ها در طول زمان درجهت ضریب اطمینان خواهد بود. نتایج این مقاله را می توان با نتایج حاصل در منبع راجعه (۱۰) که از دروش عددی متفاوت حاصل شده اند مقایسه نموده نتیجه مقایسه به غیر از نقطه ای که تنش مماس صفر می گردد در بقیه کاملاً یکسان می باشد. علت این امر و اگر این روش عددی استفاده گردیده در منبع راجعه (۱۰) در اطراف نقطه ای که تنش مماس صفر می گردد می باشد.



شکل (۱) کره جدار ضخیم تحت فشار و درجه حرارت داخلی T_a و P_a و خارجی T_b و P_b

$$\sigma_{\theta} = \frac{EB}{1-\nu} \left[- \int_a^r a F dr - \frac{b^3}{(a^3 - b^3)} \left(1 + \frac{a^3}{2r^3}\right) \int_a^b r dr - \frac{r F}{2} \right] \cdot \text{Sgn} (\sigma_{\theta} - \sigma_r)$$

که F در معادلات بالا برابر است با:

$$F = \frac{1}{r} e^{-\frac{\Delta H}{RT}} \sigma^*$$
(20)

معادلات تنش الاستیک که در معادله (۱۰) داده شده اند حال به عنوان شرط اولیه در حل معادلات بالا استفاده گردیده و نهایتاً تنش ها مطابق معادلات (۱۹) با زمان به علت خوش تغیر می نمایند. چون حل تحلیلی معادلات (۱۹)، که با جایگذاری σ تنش های σ_{θ} و σ_r در هر دو طرف معادلات ظاهر می گرددند، پیچیده می باشد حل عددی به شرح زیر استفاده می گردد.

متده عددی

متده عددی که برای حل معادلات (۱۹) پیشنهاد می گردد به شرح زیر است:

۱- خصخامت کرده (a-b) به N گره تقسیم می شود، به طوری که شاعر هر گره Δt می باشد.

۲- تنش های الاستیک در لحظه $t=0$ تعیین و σ_{θ}^0 و σ_r^0 از معادلات (۱۰) در هر گره پیدا می شوند.

۳- از معادله (۲۰) F در هر گره پیدا می شود.

۴- از معادلات (۱۹)، با انتخاب یک فاصله زمانی کوتاه Δt ، تغییرات کوچک $\sigma_{\theta i}$ و σ_{ri} در هر گره از معادلات زیر پیدا می شوند.

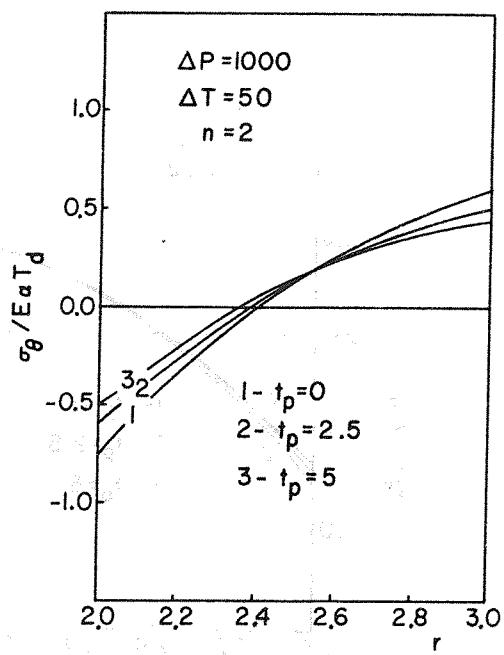
$$\Delta \sigma_{ri} = \frac{EB}{1-\nu} \left[- \int_a^{ri} a F dr - \frac{b^3}{(a^3 - b^3)} \left(1 + \frac{a^3}{2ri^3}\right) \int_b^a r dr - \frac{r F}{2} \right] \Delta t \cdot \text{Sgn} (\sigma_{\theta} - \sigma_r)$$

$$\Delta \sigma_{\theta i} = \frac{EB}{1-\nu} \left[- \int_a^{ri} a F dr - \frac{b^3}{(a^3 - b^3)} \left(1 + \frac{a^3}{2ri^3}\right) \int_b^a r dr - \frac{r F}{2} \right] \Delta t \cdot \text{Sgn} (\sigma_{\theta} - \sigma_r)$$

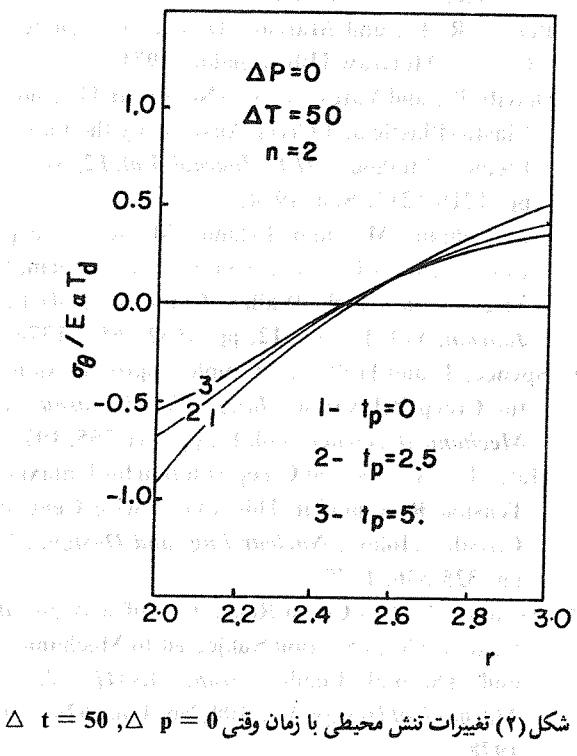
در ارزیابی انتگرال های بالا از هر متده کلاسیک انتگرال گیری می توان استفاده نمود و به جای تنش ها در تابع F مقدار تنش ها در فاصله زمانی ماقبل که معلوم می باشدند. (در لحظه $t=0$) را جایگزین نمود. تنش های جدید پس از گذشت زمان t برابر می شوند با:

$$\sigma_{ri} = \sigma_{ri}^0 + \Delta \sigma_{ri}$$
(22)

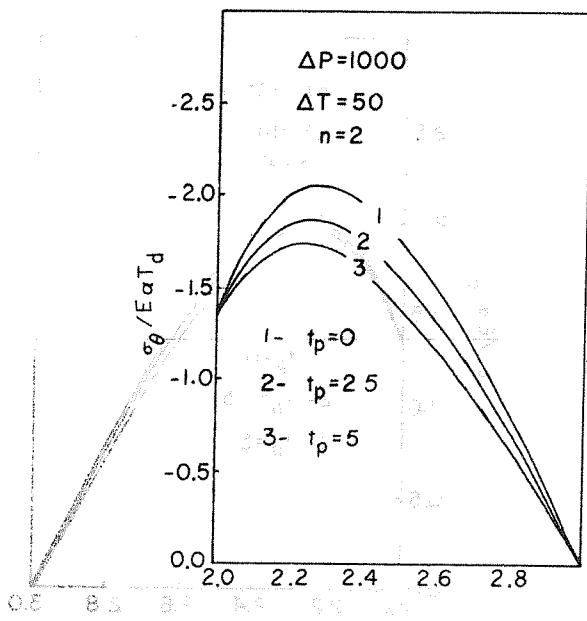
$$\sigma_{\theta i} = \sigma_{\theta i}^0 + \Delta \sigma_{\theta i}$$



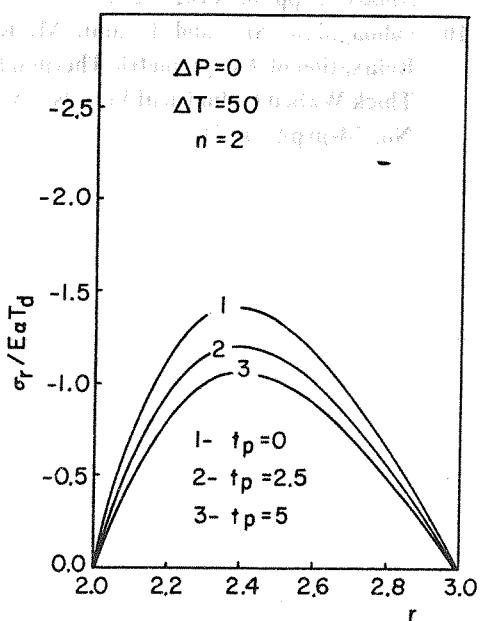
شكل (٤) تغيرات تنش محظي با زمان



شكل (٥) تغيرات تنش محظي با زمان وقي $P = 0$

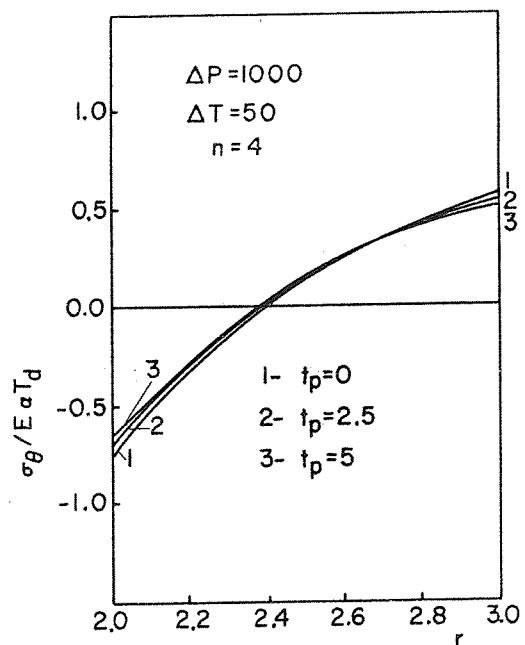


شكل (٦) تغيرات تنش شاعي با زمان

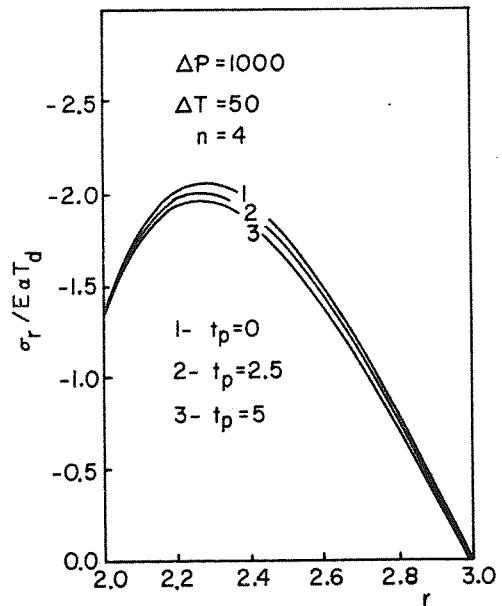


شكل (٧) تغيرات تنش شاعي با زمان

1. Nadai, A., «Theory of Flow and Fracture of Solids», McGraw-Hill, New York, 1963.
2. Rabatnov, Y. N., «Creep Problems in Structural Members», Wiley, New York, 1969.
3. Penny, R. K., and Marriot, D. L., «Design for Creep», McGraw-Hill, London, 1971.
4. Sharifi, P., and Yates, D. N., «Nonlinear Thermo-Elastic-Plastic and Creep Analysis by the Finite Element Method», *AIAA Journal*, Vol. 12, No. 9, pp. 1210-1215, Sep. 1974.
5. Sabbaghian, M., and Eslami, M. R. «Creep Relaxation of Nonaxisymmetric Thermal Stresses in Thick Walled Cylinders», *AIAA Journal*, Vol. 12, No. 12, pp. 1652-1658, 1974.
6. Spence, J. and Hult, J., «Simple Approximations for Creep Relaxation» *International Journal of Mechanical Science*, Vol. 15, pp. 741-755, 1973.
7. Hata, T., «A Transient Creep Solution for Uniaxial Tension Rectangular Thin Plates with Central Circular Holes», *Nuclear Eng. and Design*, 32, pp. 325-336, 1975.
8. Eslami, M. R., «Creep Relaxation of a Beam of General Cross Section Subjected to Mechanical and Thermal Loads», *tran, ASME, J. of Mechanical Design*, Vol. 100, No. 4, pp. 626-629, 1978.
9. Dorn, J. E., «Some Fundamental Experiments on High Temperature Creep», *J. Mech. Phys. Solids*, 3, pp. 85-116, 1954.
10. Sabbaghian, M., and Eslami, M. R., «Creep Relaxation of Axisymmetric Thermal Stresses in Thick Walled Cylindrical Vessels», ASME pap., No. 74-pvp-9, 1974.



شكل (٦) تغيرات تنش محيطي با زمان



شكل (٧) تغيرات تنش شعاعي با زمان