کاربرد الگوریتم
Relaxation
در بررسی تغذیه کننده‌های شعاعی

دکتر مهرداد عابدی
استادیار دانشکده مهندسی برق
دانشگاه صنعتی امیرکبیر

چکیده:

در این مقاله معادلات مربوط به تغذیه کننده‌های شعاعی توسط الگوریتم Relaxation مورد تحلیل قرار گرفته است. یک برنامه کامپیوتری نیز براساس الگوریتم فوق الذکر نوشته شده است و این برنامه توسط یک تغذیه کننده شعاعی 20KV مورد آزمایش قرار گرفته است. براساس این روش می توان به افت ولتاژ و تلفات خطوط تغذیه کننده پی برد و از این نتایج در طراحی سیستمهای شعاعی استفاده نمود.

۱ــ مقدمه:

امروزه تغذیه کننده‌های شعاعی[1] نقش بسیار حساسی را در نیرورسانی به مناطق مسکونی (شهری و روستائی)، مناطق تجاری و قطب‌های صنعتی ایفا می کنند. هنگام طراحی چنین شبکه هائی لازم است با روش‌های تحلیلی به طور دقیق افت‌های ولتاژ را در طول تغذیه کننده مشخص نمائیم و همچنین باید قادر باشیم تلفات خطوط در قسمتهای مختلف تغذیه کننده را ارزیابی نمائیم. در این مقاله از الگوریتم Relaxation برای بررسی مسأله پخش بار[2] در تغذیه کننده‌های شعاعی استفاده شده است. در روابط حاکم بر تحلیل شبکه‌های شعاعی از ادمیتانس‌های سری و موازی خطوط در قسمتهای مختلف تغذیه کننده استفاده شده است.

در این مقاله سعی گردیده است. از ماتریس ادمیتانس (Ybus) احتراز شود، برعکس سعی بر آن بوده است که مستقیماً از ادمیتانس‌های سری و موازی خطوط در قسمتهای مختلف تغذیه کننده استفاده شود و پرواضح است که ادمیتانس‌های سری خطوط مستقیماً از امپدانس‌های سری حاصل می گردند. برای این مقاله یک برنامه کامپیوتری کلی نیز نوشته شده است. این برنامه قادر است تغذیه کننده‌های شعاعی را با روش تحلیلی Relaxation آنالیز نماید.

۲ــ فرموله کردن معادلات تغذیه کننده‌های شعاعی:

شکل (۱) را درنظر می گیریم که در آن تغذیه کننده‌های شعاعی توسط پست اصلی تغذیه می گردد. این تغذیه کننده شامل n انشعاب مصرفی (n پست فرعی) بوده که بارهای مصرفی نیز بر روی شکل نشان داده شده‌اند.

برای خطوط تغذیه مدل pi درنظر گرفته شده است. شین شماره ۱ (خروجی پست اصلی) به عنوان شین اصلی[3] درنظر گرفته می شود. شکل (۱) را می توان خلاصه کرد؛ و به صورت شکل (۲) درآورد. در شکل (۱) می توان ادمیتانس‌های موازی (خازن‌ها) را در هر انشعاب (شین) به صورت زیر خلاصه نمود و در شکل (۲) مدل سازی کرد.

$y_1 = \acute{Y}_{12/2}$ (برای شین شماره ۱)

$y_k = \acute{Y}_{(k-1)k/2} + \acute{Y}_{k(k+1)/2} \quad (k = 2,3,\dots\dots n-1)$

$y_n = \acute{Y}_{(n-1)n/2}$ (برای شین شماره n)

با توجه به شکل (۲) می توان معادلات جریان را برای هر گره (هرشین) نوشت:

$$I_1 = V_1 Y_{1/2} + (V_1 - V_2)\, Y_{12} \qquad (۱ــ۱)$$

$$-I_2 = V_2 Y_{2/2} + (V_2 - V_1)\, Y_{21} + (V_2 - V_3)\, Y_{23} \qquad (۱ــ۲)$$

$$-I_3 = V_3 Y_{3/2} + (V_3 - V_2)\, Y_{32} + (V_3 - V_4)\, Y_{34} \qquad (۱ــ۳)$$

$$-I_n = V_n Y_{n/2} + (V_n - V_{n-1})\, Y_{n(n-1)} \qquad (۱ــn)$$

پس روابط (۱ــ۱) تا (۱ــn) را می توان به صورت خلاصهٔ زیر نوشت:

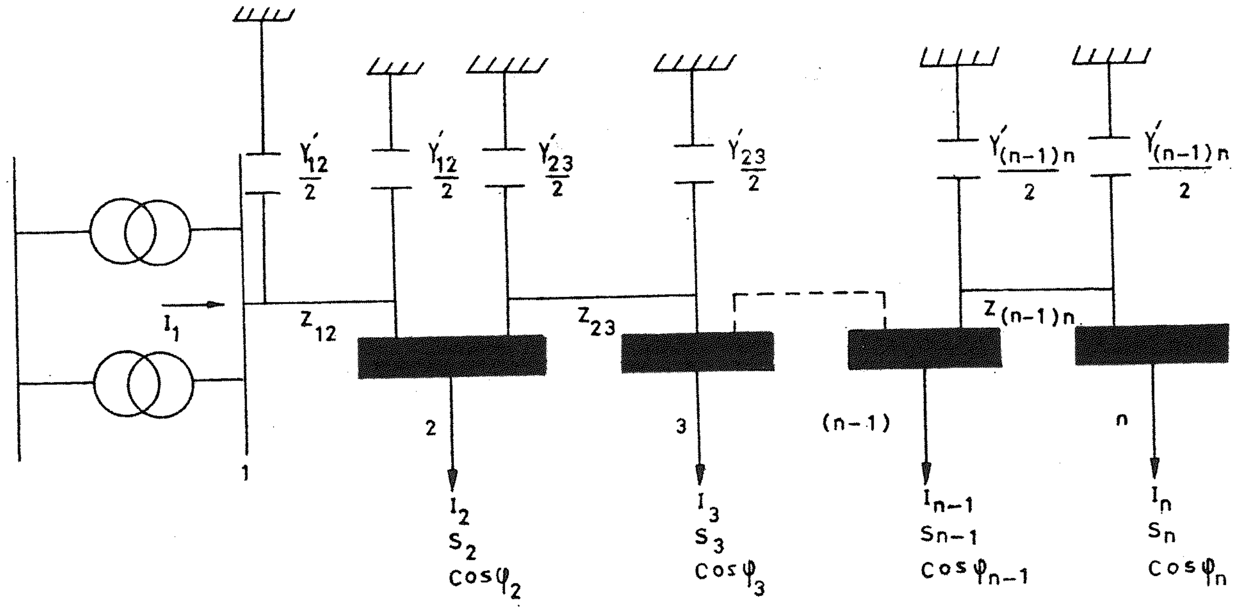
$$I_1 = V_1 Y_{1/2} + (V_1 - V_2)\, Y_{12} \qquad (۲ــ۱)$$

$$-I_j = V_j Y_{j/2} + (V_j - V_{j-1})\, Y_{j(j-1)} + (V_j - V_{j+1})\, Y_{j(j+1)}$$

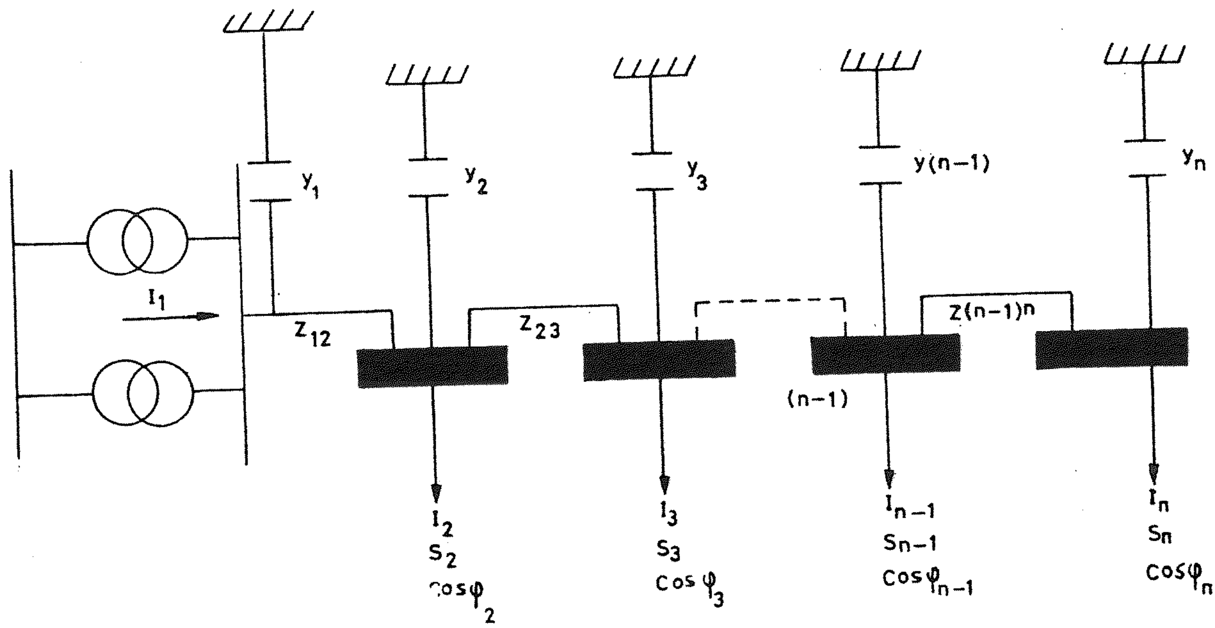
$$(j = 2,3,\dots\dots n-1)$$

$$-I_n = V_n Y_{n/2} + (V_n - V_{n-1})\, Y_{n(n-1)} \qquad (۲ــn)$$

بقیه در صفحهٔ بعد


$\frac{Y'_{12}}{2}$
$\frac{Y'_{12}}{2}$
$\frac{Y'_{23}}{2}$
$\frac{Y'_{23}}{2}$
$\frac{Y'_{(n-1)n}}{2}$
$\frac{Y'_{(n-1)n}}{2}$
I_1
Z_{12}
Z_{23}
$Z_{(n-1)n}$
1
2
3
(n-1)
n
I_2 S_2 $\cos\varphi_2$
I_3 S_3 $\cos\varphi_3$
I_{n-1} S_{n-1} $\cos\varphi_{n-1}$
I_n S_n $\cos\varphi_n$

شکل (۱)


y_1
y_2
y_3
$y(n-1)$
y_n
I_1
Z_{12}
Z_{23}
$Z(n-1)n$
(n-1)
I_2 S_2 $\cos\varphi_2$
I_3 S_3 $\cos\varphi_3$
I_{n-1} S_{n-1} $\cos\varphi_{n-1}$
I_n S_n $\cos\varphi_n$

شکل (۲)

واضح است که:

$$S_k = P_k + JQ_k = V_k I^*_k$$

$$I_k = \frac{P_k - JQ_k}{V_k^*}$$

$k = 1, 2, ..., n$

لذا روابط مربوط به تغذیه کننده‌های شعاعی به صورت کلی زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{P_1 - JQ_1}{V_1^*} = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2 \qquad (۱ـ۳)$$

$$\frac{P_j - JQ_j}{V^*_j} = Y_{j(j-1)} V_{j-1} + Y_{jj} V_j + Y_{j(j+1)} V_{j+1}$$

$(j = 2, 3, ... n-1)$

$$\frac{P_n - JQ_n}{V^*_n} = Y_{n(n-1)} V_{n-1} + Y_{nn} V_n \qquad (n\text{ـ}۳)$$

در روابط (۱ـ۳) تا (nـ۳) مقادیر P و Q اعداد مثبتی می‌باشند. باید توجه داشت که در روابط اخیر تمامی کمیت‌ها برحسب پریونیت بیان شده‌اند و:

(الف)
$$Y_{mm} = \sum_k y_{mk} + y_{m/2}$$

یا:

(ب)
$$Y_{mm} = \sum_k \frac{1}{Z_{mk}} + y_{m/2}$$

$$Y_{mk} = -\,y_{mk} = -\frac{1}{Z_{mk}}$$

واضح است که:

$$Y_{mk} = Y_{km}$$

(ج) اگر بین شینهای m و k ارتباط وجود نداشته باشد:

$$Y_{mk} = 0$$

در بندهای (الف) (ب) (ج) فوق همواره داریم:

$m = 1, 2, 3, ... n$

$k = 1, 2, 3, ... n$

$m \neq k$

معادلات (۱ـ۳) تا (nـ۳) معادلات غیرخطی بوده و برای محاسبه ولتاژها باید این معادلات غیرخطی را حل نمود. خوشبختانه معادله (۱ـ۳) در حل معادلات نیازی نیست، چون شین ۱ همان شین اصلی سیستم بوده و ولتاژ آن معلوم و مشخص است. باید توجه داشت که در تمام مراحل محاسباتی این ولتاژ ثابت فرض می‌شود:

$V_1 = 1 \angle 0$ PU

برای حل معادلات (۲ـ۳) تا (nـ۳) از روش تحلیل عددی Relaxation استفاده می‌کنیم و اصول ریاضی این روش در ضمیمه شماره ۱ ذکر شده است.

۳ـ کاربرد الگوریتم Relaxation در حل معادلات شبکه‌های شعاعی:

با توجه به ضمیمه شماره ۱ می‌توان الگوریتم Relaxation را برای شبکه‌های شعاعی نوشت. به‌طور کلی در تکرار r داریم:

$$\frac{P_j - JQ_j}{(V_j)^{*r}} + Y_{j(j-1)} V_{j-1}^{(r)} + Y_{jj} V_j^{(r)} + Y_{j(j+1)} V_{j+1}^{(r)} = R_j^{(r)}$$

$(J = 2, 3, ... n-1)$

$$\frac{P_n - JQ_n}{(V_n)^{*r}} + Y_{n(n-1)} V_{n-1}^{(r)} + Y_{nn} V_n^{(r)} = R_n^{(r)}$$

با آن که در ضمیمه شماره ۱ الگوریتم مربوط به معادلات خطی ذکر شده است ولی با اندک توجهی می‌توان این الگوریتم را برای مسأله پخش بار نیز به کار برد.

فرض می‌کنیم $R_q^{(r)}$ بزرگترین باقی مانده[4] باشد $(2 \leq q \leq n)$ لذا ولتاژ شین q را تصحیح می‌کنیم:

$$V_q^{r+1} = V_q^{r} + \Delta V_q^{r}$$

که:

$$\Delta V_q^{r} = -\frac{R_q^{r}}{Y_{qq}}$$

مقدار جدید باقی مانده در شین q این چنین حساب می‌شود:

$$R_q^{r+1} = \frac{P_q - JQ_q}{(V_q^*)^{r+1}} - \frac{P_q - JQ_q}{(V_q^*)^{r}}$$

لازم به تذکر است که روابط اخیر مقادیر P و Q اعداد مثبتی هستند.

برای سایر معادلات مربوط به هر شین مقادیر جدید باقی مانده‌ها این چنین حساب می‌شود:

$$R_p^{r+1} = R_p^{r} + Y_{qp} \Delta V_q^{r}$$

$p = 2, ... n$

$p \neq q$

به سهولت می‌توان دریافت که فقط باقی مانده‌های شین‌های (q − ۱) و (q + ۱) تغییر خواهد نمود.

حال دوباره بزرگترین باقی مانده $(R_j^{r+1}, j = 2, ... n)$ را پیدا کرده و عملیات فوق را آن‌قدر در تکرارهای متوالی ادامه می‌دهیم تا بزرگترین باقی مانده کوچکتر از مقدار ناچیز از پیش تعیین شده باشد. در این مرحله، معادلات غیرخطی شبکه شعاعی به حل نهائی خود رسیده‌اند و ولتاژهای شین‌ها مشخص شده‌اند. لازم به یادآوری است که در شروع محاسبات حدسهای اولیه ولتاژها این چنین انتخاب شده‌اند:

$V_j = 1 \angle 0$ PU

$j = 2, 3, ... n$

۴ــ تلفات خطوط:

با توجه به شکل (۲) می توان دو شین متوالی i و j را مشخص نمود (شکل ۳). با توجه به شکل (۳) داریم:

$$P_{ij} + JQ_{ij} = V_i \left[V_i y_i + \frac{V_i - V_j}{Z_{ij}} \right]^*$$

$$P_{ji} + JQ_{ji} = V_j \left[V_j y_i + \frac{V_j - V_i}{Z_{ji}} \right]^*$$

$$Z_{ij} = Z_{ji}$$

با توجه به روابط فوق می توان به تلفات توان های اکتیو و راکتیو خطوط پس برد. البته باید گفت که مقادیر ولتاژهای ذکر شده در این روابط پس از حل کامل معادلات شبکه توسط روش Relaxation حاصل می گردد.

۵ــ برنامه کامپیوتری LFRFRLX :

بر طبق مطالب مندرج در بخش ۳ و ۴ این مقاله یک برنامه کامپیوتری به زبان فورترن ۴ در دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران) تنظیم شده است و نام این برنامه LFRFRLX می باشد.

۱ــ۵ــ داده های ورودی به برنامه LFRFRLX :

برای این که برنامه مزبور قادر باشد محاسبات مربوطه را انجام دهد باید داده های زیر را دریافت نماید.

الف: امپدانس سری خطوط قسمت های مختلف تغذیه کننده (اهم بر کیلومتر):

$Z_{ij} = R_{ij} + JX_{ij}$ $(i,j = 1, 2, 3, \ldots\ldots n \quad j \neq i)$

ب: نیمی از ادمیتانس موازی خطوط قسمت های مختلف تغذیه کننده $(\acute{Y}_{ij/2})$ برحسب میکروموبر کیلومتر.

$(i, j, = 1, 2, 3, \ldots\ldots n \quad i \neq j)$

ج: طول خطوط مختلف تغذیه کننده بر حسب کیلومتر (L_{ij})

$(i,j = 1, 2, 3, \ldots\ldots n \quad i \neq j)$

د: ولتاژنامی تغذیه کننده جهت انتخاب ولتاژ مبنا (KV_{base}) برای پریونیت کردن سیستم.

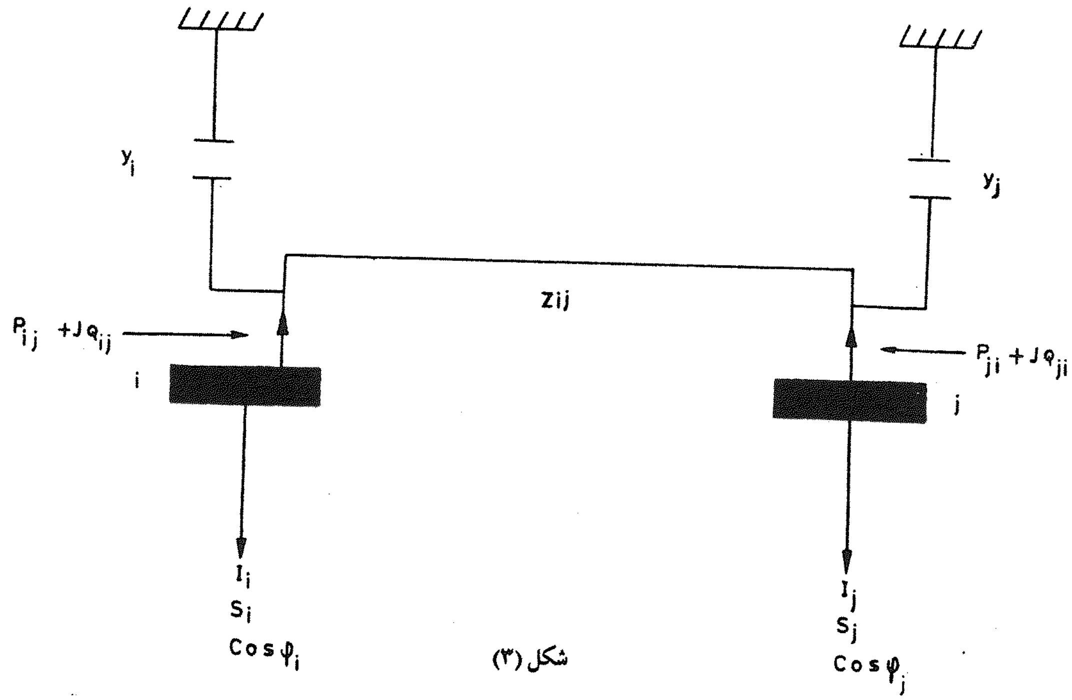
ه : توان مناسب جهت انتخاب توان مبنا (MVA_{base}) برای پریونیت کردن سیستم.

ح: توانهای اکتیو وراکتیو(بر حسب MW و MVAR)در نقاط انشعاب (مصرف).

این برنامه قادر است نتایج نهائی را هم برحسب پریونیت و یا بر حسب مقادیر واقعی چاپ نماید.

۶ــ محاسبات عددی:

برنامه LFRFRLX توسط سیستمی مطابق شکل (۴) آزمایش شده است. این سیستم یک تغذیه کننده ۲۰KV بوده که توسط پست ۶۳/۲۰KV تغذیه می گردد. پارامترهای سیستم در جداول ۱ و ۲ ذکر شده است و نتایج چاپ شده توسط این برنامه در جداول ۳ و ۴



شکل (۳)

درج گردیده است. جدول ۳ مربوط به ولتاژ شین های ورودی پست های ۲۰KV/۳۸۰V بوده و جدول ٤ توان های انتقالی در خطوط تشکیل دهنده تغذیه کننده را نشان می دهد. با توجه به این دو جدول می توان به افتهای ولتاژ و تلفات توان در طول تغذیه کننده پی برد. در این سیستم آزمایشی اعداد زیر به عنوان مبنا انتخاب شده اند.

$MVA_{base} = 1$

$KV_{base} = 20$

BUS	P (MW)	Q (MVAR)
T_1	1.2	0.581
T_2	2.3	1.605
T_3	1	0.75
T_4	0.7	0.434
T_5	0.8	0.816

جدول شمارهٔ (۱)

BUS	BUS	R(Ohm/Km)	X (Ohm/Km)	Ý/2	L (Km)
1	2	0.1	0.1	0.	4.
2	3	0.1	0.1	0.	3.
3	4	0.2	0.1	0.	1.
4	5	0.2	0.1	0.	2.
5	6	0.2	0.1	0.	2.

جدول شمارهٔ (۲)

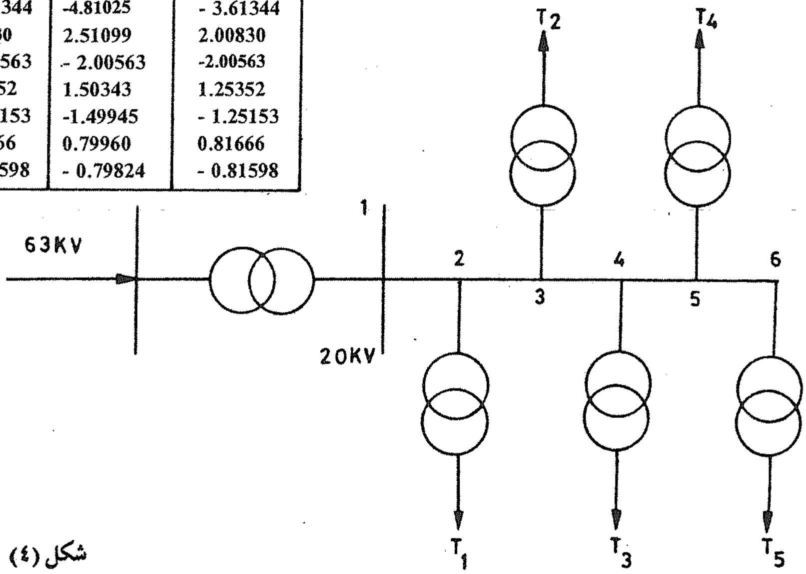
VOLTAGE(PU)		
BUS	REAL-PART	IMAGINARY- PART
1	1.0000000	0.0
2	0.9896290	- 0.0018151
3	0.9832008	-0.0027104
4	0.9814143	- 0.0023226
5	0.9792449	- 0.0018062
6	0.9780122	- 0.0013782

VOLTAGE(KV)		
BUS	REAL-PART	IMAGINARY- PART
1	20.0000000	0.0
2	19.7925720	- 0.0363027
3	19.6640015	- 0.0542071
4	19.6282806	- 0. 0464519
5	19.5848846	- 0.0361230
6	19.5602417	- 0.0275636

جدول شماره(۳)

BUS	BUS	P(PU)	Q(PU)	P(MW)	Q(MVAR)
1	2	6.09309	4.27795	6.09309	4.27795
2	1	- 6.03766	- 4.22252	-6.03766	- 4.22252
2	3	4.83833	3.64152	4.83833	3.64152
3	2	- 4.81025	- 3.61344	-4.81025	- 3.61344
3	4	2.51099	2.00830	2.51099	2.00830
4	3	- 2.50564	- 2.00563	- 2.00563	-2.00563
4	5	1.50343	1.25352	1.50343	1.25352
5	4	- 1.49945	- 1.25153	-1.49945	- 1.25153
5	6	0.79960	0.81666	0.79960	0.81666
6	5	- 0.79824	- 0.81598	- 0.79824	- 0.81598

جدول شماره(٤)



شکل (٤)

خلاصه:

در این مقاله، شبکه‌های شعاعی توسط ادمیتانس‌های سری و موازی خطوط تشکیل دهنده، فرموله شده‌اند. معادلات این تغذیه کننده‌ها غیرخطی هستند و برای حل آنها از الگوریتم Relaxation استفاده شده است.

یکی از محاسن روش Relaxation نسبت به روش‌های تحلیلی دیگر بر این است که ترتیب معادلات نقش در حل مسأله بازی نمی‌کند و جواب‌های نهائی مستقل از ترتیب معادلات می‌باشند. همچنین با استفاده از این روش می‌توان پس از طراحی سیستم‌های شعاعی، مقادیر افت‌های ولتاژ و تلفات در طول تغذیه کننده را پیدا نمود و برای شرایط نامناسب چاره‌جوئی نمود.

یکی دیگر از خصوصیات روش Relaxation تصحیح حدسی است که دارای بیشترین انحراف نسبت به مقدار واقعی است.

قدردانی و تشکر:

وظیفه خود می‌داند از آقای مهندس علیرضا خیاطیان فارغ‌التحصیل دانشگاه صنعتی اصفهان (گرایش قدرت) که حین تحصیل خود در دانشگاه صنعتی امیرکبیر (دانشجوی مهمان) اینجانب را در انجام این پروژه یاری داده‌اند تشکر نمایم. همچنین از خدمات مرکز کامپیوتر دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران) قدردانی می‌شود. از آقای علیرضا مه‌آبادی تکنیسین دانشکده مهندسی برق که در رسم اشکال همکاری نموده‌اند، کمال تشکر را دارد.

ضمیمه:

در این ضمیمه کاربرد روش تخلیلی Relaxation برای حل n معادله n مجهولی خطی ذکر می‌گردد. n معادله n مجهولی خطی زیر را در نظر می‌گیریم.

$$f_1(x_1, x_2, x_3 \ldots x_n) = 0$$ (۱ — ۱ — ۱)

$$f_2(x_1, x_2, x_3, \ldots x_n) = 0$$ (۲ — ۱ — ۱)

$$f_3(x_1, x_2, x_3, \ldots x_n) = 0$$ (۳ — ۱ — ۱)

$$f_n(x_1, x_2, x_3, \ldots x_n) = 0$$ (n — ۱ — ۱)

حال حدس‌های اولیه (مقادیر اولیه) را برای شروع محاسبات انتخاب می‌کنیم:

$$x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)} \ldots x_n^{(0)}$$

این مقادیر را در روابط (۱ — ۱ — ۱) تا (n — ۱ — ۱) قرار می‌دهیم:

$$f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)} \ldots x_n^{(0)}) = R_1^{(0)}$$ (۱ — ۱ — ۲)

$$f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)} \ldots x_n^{(0)}) = R_2^{(0)}$$ (۲ — ۱ — ۲)

$$f_3(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)} \ldots x_n^{(0)}) = R_3^{(0)}$$ (۳ — ۱ — ۲)

$$f_n(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)} \ldots x_n^{(0)}) = R_n^{(0)}$$ (n — ۱ — ۲)

واضح است که مقادیر اولیه (حدس‌های اولیه) جواب‌های نهائی نبوده و باقی مانده‌هائی[4] برای معادلات حاصل خواهد شد:

$$R_i^{(0)} \quad i = 1, 2, 3, \ldots n$$

حال بزرگترین باقی مانده را انتخاب کرده و فرض می‌کنیم $R_j^{(0)}$ بزرگترین باقی مانده باشد. ($1 \leqslant j \leqslant n$). لذا مجهول x_j را این چنین تصحیح می‌نمائیم:

$$x_j^{(1)} = x_j^{(0)} + \Delta x_j^{(0)}$$

که:

$$\Delta x_j^{(0)} = -\frac{R_j^{(0)}}{a_{jj}}$$

a_{jj} = ضریب x_j در رابطه (j — ۱ — ۱) بوده و عددی است ثابت

در نتیجه مقدار جدید باقی مانده در معادله j ام این چنین حساب می‌شود.

$$f_j(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)} \ldots x_j^{(1)}, \ldots x_n^{(0)}) = R_j^{(1)}$$

اگر مقدار جدید x_j ($x_j^{(1)}$) را در سایر معادلات قرار دهیم، باقی مانده‌های جدیدی حاصل می‌گردد.

$$f_k(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots x_j^{(1)} \ldots x_n^{(0)}) = R_k^{(1)}$$

$$k = 1, \ldots n$$

$$k \neq j$$

حال دوباره بین باقی مانده‌های جدید ($R_q^{(1)}, q = 1, \ldots n$) بیشترین مقدار را پیدا کرده و دوباره عملیات فوق را انجام می‌دهیم. باید توجه داشت که در این حالت لزومی ندارد مانند حالت قبل $R_j^{(1)}$ بیشترین باقی مانده باشد. مثلاً اگر در این حالت $R_p^{(1)}$ ($1 \leqslant p \leqslant n$) بیشترین مقدار را داشت، این بار تصحیح را برای x_p انجام می‌دهیم. عملیات را آن‌قدر ادامه می‌دهیم تا بیشترین باقی مانده از یک خطای از پیش تعیین شده کمتر باشد. حال الگوریتم کلی را برای پیدا کردن باقی مانده‌ها در تکرار r + ۱ با استفاده از باقی مانده‌ها در تکرار r ذکر می‌کنیم:

$$f_1(x_1^r, x_2^r, x_3^r \ldots x_n^r) = R_1^r$$

$$f_2(x_1^r, x_2^r, x_3^r \ldots x_n^r) = R_2^r$$

$$f_n(x_1^r, x_2^r, x_3^r \ldots x_n^r) = R_n^r$$

حال اگر بیشترین باقی مانده R_j^r باشد، تصحیح را برای متغیر X_j^r انجام می دهیم:

$$x_j^{r+1} = x_j^r + \Delta x_j^r$$

$$\Delta x_j^r = -\frac{R_j^r}{a_{jj}}$$

که:

ضریب x_j در رابطه (j ــ ۱ ــ ۱) بوده و عددی است ثـابـت = a_{jj}

در نتیجه مقدار جدید باقی مانده در معادله j ام این چنین حساب می شود:

$$f_j(x_1^r, x_2^r, x_3^r \ldots x_j^{r+1}, \ldots x_n^r) = R^{r+1}$$

همچنین باقی مانده‌های سایر معادلات این چنین بدست می آید:

$$f_k(X_1^r, X_2^r, X_3^r, \ldots X_j^{r+1} \ldots X_n^r) = R_k^{r+1}$$

$$k = 1,2,\ldots\ldots n$$

$$k \neq j$$

این محاسبات تکراری آنقدر ادامه پیدا می‌کند تا بیشترین باقی مانده از مقدار ناچیز ازپیش تعیین شده‌ای کمتر شود.

پاورقی

1 - Radial - feeders
2 - Load - Flow
3 - Slack - Bus
4 - Residual

منابع:

1) Computer Method In power System Analysis, Stagg and El-Abiad, Macgrawhill, 1968, NewYork.
2) Element of power system Analysis, W.D. Stevenson, Macgrawhill, 1983, NewYork.
3) Power system Analysis, C.A.Gross, John Wiley,. 1979, NewYork.
4) Computer Aided Power System Operation and Analysis, R.N. Dhar, TATA Macgrawhill, 1982, NewDelhi.
5) Electric Power systems, B.M.Weedy, John Wiley, 1983, NewYork.
6) Electric Energy systems theory: An Introduction, O.I. Elgerd, Macgrawhill, 1983, NewYork.
7) Power system Planning, R.L.Sullivan, Macgrawhill, 1983, NewYork.
8 - Computer Techniques in Power system Analysis, M.A. PAI, TATA Macgrawhill, 1979, NewDelhi.