روش های مختلف محاسبه ساختمانهای مرتفع برای نیروهای افقی (باد و زلزله)

از : مهندس ابراهیم چینی‌فروش

مقدمه

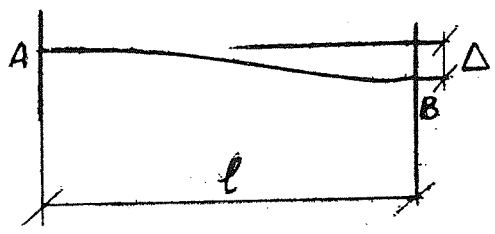
ارزیابی دقیق اثر نیروهای جانبی مخصوصاً زلزله در ساختمانها ، امروزه مورد توجه خاص مهندسین محاسب و دفاتر فنی‌قرار گرفته است وهمچنین آئین‌نامه حفاظتی ساختمانها در مقابل زلزله که توسط وزارت آبادانی ومسکن ایران تهیه شده‌است نیز تأکید می کند که ساختمانهائی که ارتفاع آنها بیش‌از۱۱ متر و یا تعداد طبقات آنها بیش‌از۳ باشد باید برای نیروهای جانبی مخصوصاً زلزله محاسبه شده و دفترچه محاسبات آن دراختیار مقامات مسئول قرار گیرد

نویسنده لازم دانسته روش‌های موجود را تا آنجا که مقدور است شرح وبسط داده باذکرمثال عددی برای‌آشنائی بیشترهمکاران ارجمند بروش‌های مذکور کمك نموده باشد لازم به توضیح است که روش‌های تقریبی وساده‌ای برای ارزیابی لنگرهای وارده برای ستونهای ساختمانهائی که دارای شکل‌ساده‌بوده موجود می‌باشد ازجمله روش (پرتال) و غیره . منظور از نوشتن این مقاله معرفی روش هائی است که برای هر نوع ساختمان قابل استفاده بوده وبرای محاسبه دقیق لنگرهای وارده بر تیرهای ساختمان مورد توجه می‌باشد.

الف ـ روش تحلیلی

دراین روش با استفاده ازمعادلات تغییرشکل و تعادل گره‌های مختلف یك ساختمان با در نظر گرفتن نیروهای خارجی وداخلی مسئله را حل وبررسی می کنند :

تیرAB را مطابق شکل زیر درنظر گرفته معادله مشخصه این‌تیر درحالیکه هیچگونه نیروی خارجی مستقیماً بآن وارد نشود مطابق فرمول زیرداده شده‌است :



$$M_{AB}=2ER(2\theta_A+\theta_B-3\delta) \qquad (1)$$

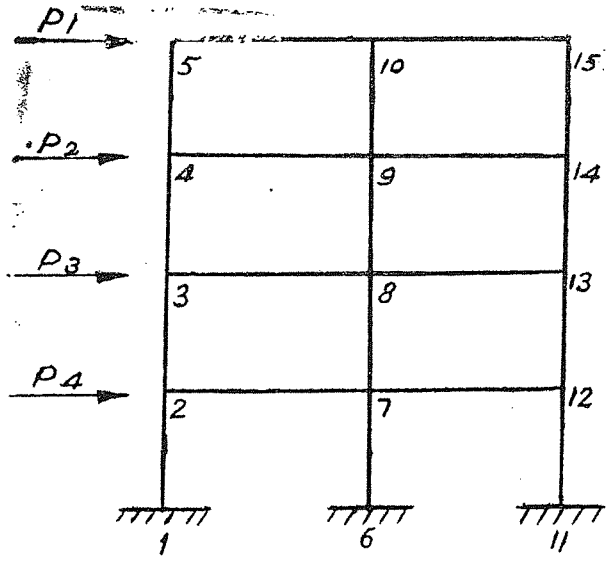
که در آن θ_A وθ_B زوایای دوران نقاط A و B و δ زاویه حاصله از تغییرمحل نقطه A یا B نسبت بهم می‌باشد (زاویه چرخش قطعه) ظمناً R ضریب سختی وE مدول الاستیسیته تیرAB می‌باشد.

اگر تیر AB تحت اثر نیروهائی که مستقیماً برآن وارد میشوند قرار گیرد معادله (۱) بصورت کلی زیر درمیآید :

$$M_{AB}=2ER(2\theta_A+\theta_B-3\delta)+m \qquad (2)$$

که در آن m لنگر گیرداری کامل ، حاصله از نیروهای وارده می‌باشد . رابطه (۲) کلی بوده برای تمام اجزاء یك ساختمان اعم ازستون یا تیر قابل استفاده می‌باشد .

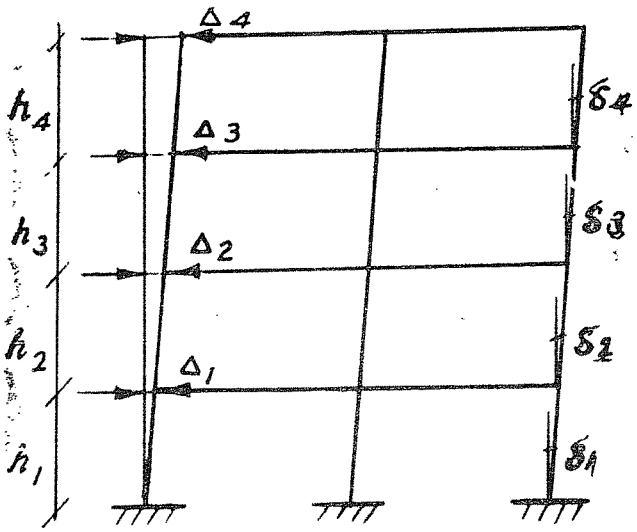
استفاده ازفرمولهای (۱) و (۲) برای حل قاب‌های متشکله یك ساختمان



قاب شکل مقابل را در نظر گرفته اثر نیروهای جانبی‌وارده بر گره های‌مختلف این قاب را مورد بررسی‌قرارمیدهیم .

دراثر نیروهای جانبی قاب مورد بحث علاوه ازتغییرشکل گره‌ها تغییر محل افقی‌نیز میدهد، این‌تغییر محل‌ها برای‌ستونهای هرطبقه مساوی می‌باشد (از کوتاه شدن طول تیرها در اثر نیروی محوری صرفنظر میشود)

در اثر این تغییر محل‌ها زوایائی مانند δ_1 درستونها بوجود میآید که مقدار این زوایا برای‌هریك‌ازستونها ازروابط زیرحساب‌میشود:



$$\delta_1=\frac{\Delta_1}{h1} \qquad \delta_2=\frac{\Delta_2-\Delta_1}{h2}$$

$$\delta_3=\frac{\Delta_3-\Delta_2}{h3} \qquad \delta_4=\frac{\Delta_4-\Delta_3}{h4}$$

$$\delta_n=\frac{\Delta_n-\Delta_{n-1}}{hn}$$

البته این‌روابط فقط برای پیدا کردن تغییرمحل گره‌ها با دردست داشتن زوایای مربوطه بکارمیروند.

برای حل این‌قاب از دو دسته معادلات استفاده می کنیم :

۱ـ معادلات تعادل گره‌ها

۲ـ معادلات تعادل نیروهای برشی درهرطبقه

پس فرمول(۲) را برای هریك ازستونها وتیرها مورد استفاده قرارمیدهیم :

از گره (۲) شروع می کنیم :

گره 2
$$\begin{cases} M_{2,1}=2ER_{1,2}\,(2\theta_2+\theta_1-3\delta_1) \\ M_{2,3}=2ER_{2,3}\,(2\theta_2+\theta_3-3\delta_2) \\ M_{2,7}=2ER_{2,7}\,(2\theta_2+\theta_7) \qquad * \end{cases}$$

* چون ازکوتاه شدن طول ستونها صرفنظر شده است لذازاویه حاصله از تغییر محل‌نسبی انتهای تیرها درمعادله لنگر تیرها وارد نمیشود .

$$\text{گره } 7 \begin{cases} M_{7,6}=2ER_{7,6}(2\theta_7+\theta_6-3\delta_1) \\ M_{7,2}=2ER_{7,2}(2\theta_7+\theta_2) \\ M_{7,8}=2ER_{7,8}(2\theta_7+\theta_8-3\delta_2) \\ M_{7,12}=2ER_{7,12}(2\theta_7+\theta_{12}) \end{cases} \qquad (۴)$$

بهمین ترتیب این معادلات را برای تمام گره‌ها می‌توان نوشت برای بدست‌آوردن لنگر خمشی در هر گره باید زوایای دوران را حساب نموده با استفاده از معادله 2 لنگر خمشی را حساب کرد . برای پیدا کردن زوایا از معادلات تعادل گره‌ها استفاده می کنیم :

معادله تعادل گره‌ها بصورت کلی زیر داده شده است .

$$\Sigma M_i = O = \theta_i \Sigma_j \left(\frac{4EI}{l}\right)_{ij} + \Sigma_j \Sigma \left(\frac{2EI}{l}\right)_{ij}\theta_j - \Sigma \left(\frac{6EI}{l}\right)_{ij}\delta_{ij} + \Sigma_j m_{ij}$$

۴ تکراری

گره 2 $\Sigma M = o$

$$2ER_{1,2}(2\theta_2+\theta_1-3\delta_1)+2ER_{2,3}(2\theta_2+\theta_3-3\delta_2)+2ER_{2,7}(2\theta_2+\theta_7)=o$$

گره 7 $\Sigma M = o$

$$2ER_{7,6}(2\theta_7+\theta_6-3\delta_1)+2ER_{7,2}(2\theta_7+\theta_2)+2ER_{7,8}(2\theta_7+\theta_8-3\delta_2)+2ER_{7,12}(2\theta_7+\theta_{12})=o$$

بهمین ترتیب با نوشتن تعادل لنگرها درتمام گره‌ها به تعداد زوایای دوران گره‌ها معادله بدست‌میآید ولی چون به تعداد مجهولات علاوه از زوایای دوران گره‌ها ، زوایای حاصل از انتقال چرخش ستونها نیز اضافه شده است ناچار بایدبرای پیدا کردن این مجهولات‌معادلات اضافی‌داشته باشیم ، این معادلات بامساوی قرار دادن نیروهای برشی هرطبقه با نیروهای افقی واردبرهمان طبقه‌بدست میآید پس در اینصورت‌داریم:

مجموع لنگرهای وارده برانتهای‌ستونهای هرطبقه تقسیم‌برارتفاع هرستون مساویست باجمع‌نیروهای افقی همان طبقه .

$$\Sigma \frac{M}{h} = \Sigma P \qquad (۵)$$

در قاب مورد بحث معادله ۵ بصورت زیر نوشته میشود :

۶

$$\begin{cases} \frac{1}{h_2}(M_{1,2}+M_{2,1}+M_{6,7}+M_{7,6}+M_{11,12}+M_{12,11}) = P_1+P_2+P_3+P_4 \\ \frac{1}{h_2}(M_{2,3}+M_{3,2}+M_{7,8}+M_{8,7}+M_{12,13}+M_{13,12}) = P_1+P_2+P_3 \\ \frac{1}{h_3}(M_{3,4}+M_{4,3}+M_{8,9}+M_{9,8}+M_{14,13}+M_{13,14}) = P_1+P_2 \\ \frac{1}{h_4}(M_{4,5}+M_{5,4}+M_{9,10}+M_{10,9}+M_{14,15}+M_{15,14}) = P_1 \end{cases}$$

برای‌سهولت‌نوشته$P_1+P_2+P_3+P_4 = P'_4$و$P_1+P_2+P_3 = P'_3$و$P_1+P_2 = P'_2$و$P_1 = P'_1$درنظرمیگیریم

معادلات (٦)برحسب زوایای دوران وزوایای حاصله ازتغییرمحل‌بصورت زیردرمیآید :

$$\begin{cases} P'_4 = \frac{1}{h_1}[2ER_{1,2}(3\theta_1+3\theta_2-6\delta_1)+2ER_{6,7}(3\theta_6+3\theta_7-6\delta_1)+2ER_{11,12}(3\theta_{11}+3\theta_{12}-6\delta_7)] \\ P'_3 = \frac{1}{h_2}[2ER_{2,3}(3\theta_3+3\theta_2-6\delta_2)+2ER_{7,8}(3\theta_7+3\theta_8-6\delta_2)+2ER_{13,12}(3_{12}+3\theta_{12}+3\theta_{13}-6\delta_1)] \\ P'_2 = \frac{1}{h_3}[2ER_{3,4}(3\theta_3+3\theta_4-6\delta_3)+2ER_{8,9}(3\theta_8+3\theta_9-6\delta_3)+2ER_{13,14}(3\theta_{13}+3\theta_{14}-6\delta_3)] \\ P'_1 = \frac{1}{h_4}[2ER_{4,5}(3\theta_4+3\theta_5-6\delta_4)+2ER_{9,10}(3\theta_9+3\theta_{10}-6\delta_4)+2ER_{14,15}(3\theta_{14}+3\theta_{15}-6\delta_4)] \end{cases}$$

پس باین ترتیب دستگاه معادلاتی که باید حل شود از مجموع معادلات (٤) تکراری و (٦) تکراری بدست‌میآید . با در نظر گرفتن معادلات (٤)تکراری و(٦) تکراری ملاحظه میشود و تعداد مجهولات‌مساوی تعداد معادلات بوده وهیچگونه اشکالی برای پیدا کردن زوایا وجود ندارد پس‌باحل‌این‌معادلات مقادیر θوδ بدست میآید با استفاده از رابطه (٢) مقدار لنگرخمشی درهر نقطه از ساختمان حساب میشود ، این معادلات کلی‌بوده برای هر نوع ساختمان قابل‌استفاده میباشد .

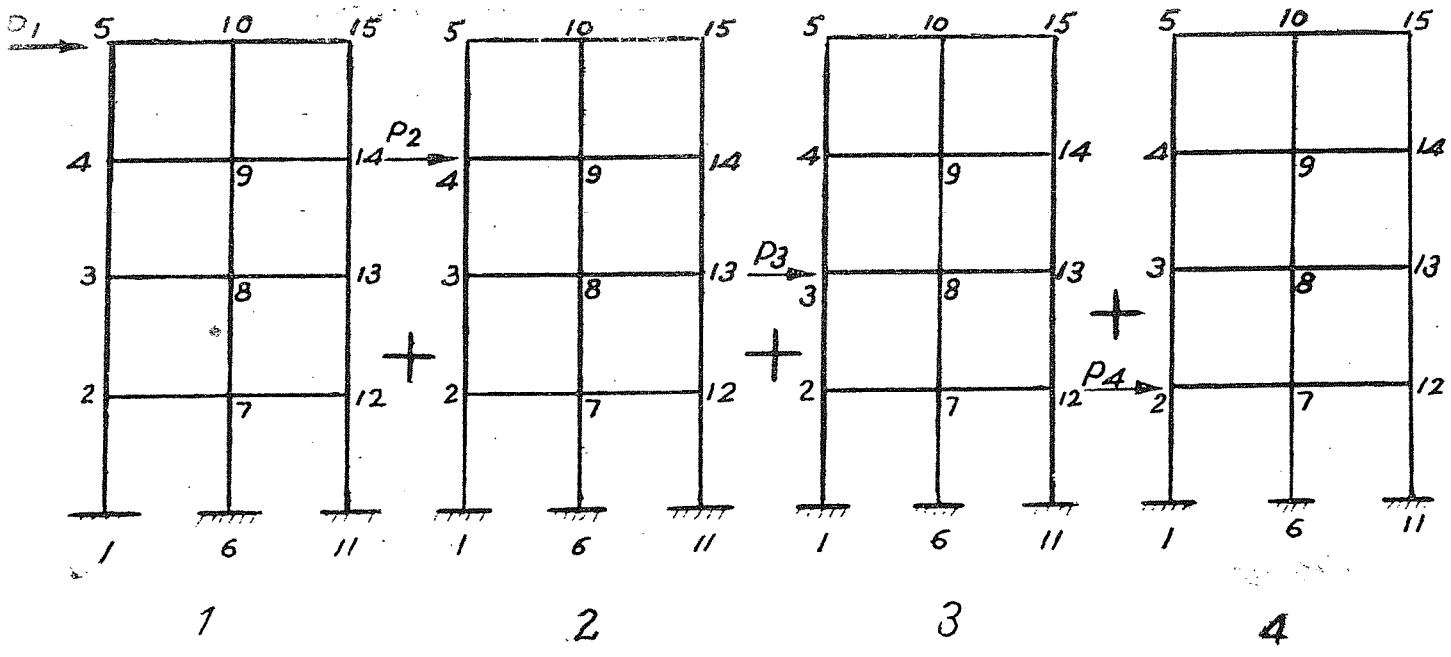
ضمناً متذکرمیشود که این معادلات برای حل قابهائی که تحت‌تأثیر نیروهای عمودی غیرمتقارن قرار گرفته است مورد استفاده می‌باشد .

توضیح ـ در اثر بارهای غیر متقارن لنگرهای غیرمساوی در ستونها ایجاد شده در اثر عدم تساوی این لنگرها نیروهای برشی مجازی بوجود میآید که می‌توان با این روش لنگرهای حاصله از این نیروهای مجازی را بدست‌آورد . البته اگر باز نیز متقارن بوده ولی اسکلت ساختمان از نظر ابعاد غیر متقارن باشد بازهم نیروهای برشی بوجود میآید .

ب ـ روش نیمه تحلیلی

منظور ما از جمله نیمه تحلیلی این‌است که دراین روش اول لنگرهای حاصله در اثر تك تك نیروهای واردبرطبقات رابامند(Cross یا Kani) حساب کرده سپس‌نیروهای‌برشی‌حاصله‌ازلنگرهای انتهای‌ستونهای طبقات‌مختلف راحساب می کنند بعد این‌نیروهارابه ضرائب کمکی‌مانندAوB وغیره‌ضرب کرده‌جمع‌نیروهای برشی حاصله ازاثرتمام نیروها بریك طبقه راحساب کرده مساوی نیروی وارده برآن طبقه قرارمیدهند. باین ترتیب به تعداد طبقات معادله بدست میآید . با حل این معادلات مجهول های کمکی A و B و غیره بدست میآیند سپس این ضرائب را به‌لنگرهائی که قبلا باروش (Cross یا Kani) بـدست آمده ضرب نموده با هم جمع جبری می کنند . برای روشن شدن مسئله معادلات مربوط به حل‌قاب قبلی راباین‌روش‌می‌نویسیم.

چنانچه توضیح داده شد قاب مورد بحث را به چهارقاب زیرتبدیل می کنیم :



بعد به ترتیب قابهای 1 تا 4 را باروش‌های موجود حل کرده نیروهای برشی هر طبقه راحساب می کنند. مثلا درقاب۱ برای گره۲ T_1 و T_2. برای قاب۲ در گره۲ T_2 وهمچنین T_3 و T_4 برای قابهای۳ و٤ در گره ۲ بدست میآیند . باانتخاب ضرائب کمکی می‌توان نوشت .

$$AT_1 + BT_2 + CT_3 + DT_4 = P_4 \qquad I$$

بهمین طریق برای گره ۳ازقاب ۱ ـ T_5 وازقاب۲ T_6 وهمچنین T_7 وT_8 ازقاب۳ و٤ومعادله تعادل گره ۳ بصورت زیر درمیآید:

$$AT_5 + BT_6 + CT_7 + DT_8 = P_3 \qquad II$$

بدین ترتیب برای گره 4 و 5 معادلات زیر بدست میآیند :

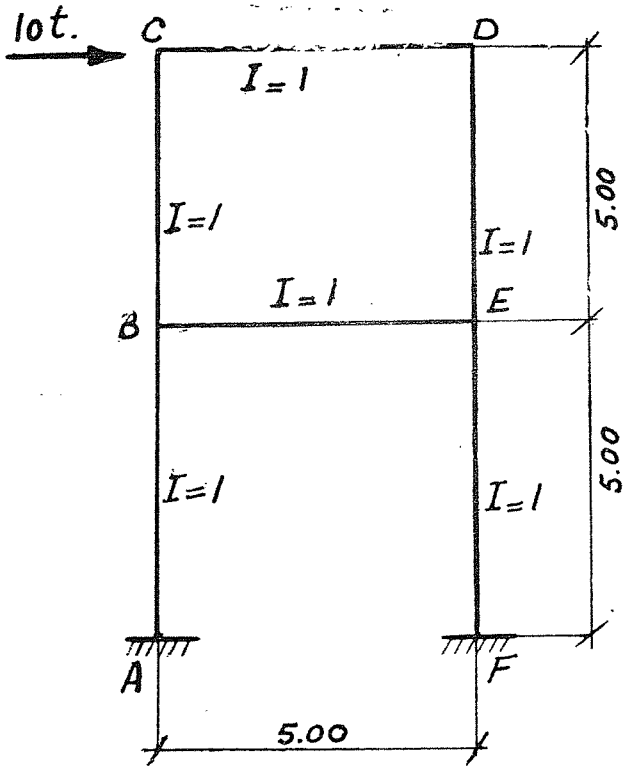
$$AT_9 + BT_{10} + CT_{11} + DT_{12} = P_2 \qquad III$$

$$AT_{13} + BT_{14} + CT_{15} + DT_{16} = P_1 \qquad IV$$

با حل معادلات I و II و III و IV مجهولات A و B و C و D بدست میآیند . برای پیدا نمودن لنگرهای نهائی وارده برهر گره‌ازفرمول زیراستفاده میشود :

$$M_{1,2} = A \cdot M_{1,2}(1) + B \cdot M_{1,2}(2) + C \cdot M_{1,2}(3) + D \cdot M_{1,2}(4)$$

دررابطه فوق منظوراز $M_{1,2}$ 1 لنگرحاصل ازقاب ۱ برای میله 1,2 می‌باشد .



مثال

قابی مطابق شکل زیردر نظرمی گیریم :

۱ ـ روش تحلیلی

بعلت تقارن θ_D وθ_C و همچنین $\theta_B = \theta_E$

$$\theta_A = \theta_F = 0$$

ضرائب سختی ستونها و تیرها برابر 0.2 می‌باشند وبرای سهولت محاسبه :

$$\begin{cases} 2E\theta = \alpha \\ 2E\delta_n = \gamma_n \end{cases}$$

در نظرمی گیریم .

محاسبه لنگرخمشی در گره‌های مختلف :

گره B
$$\begin{cases} M_{BA} = 0.2\,(2\alpha_B - 3\gamma_1) \\ M_{BE} = 0.2(2\alpha_B + \alpha_E) = 0.6\alpha_B \\ M_{BC} = 0.2\,(2\alpha_B + \alpha_C - 3\gamma_2) \end{cases}$$

گره C
$$\begin{cases} M_{CB} = 0.2\,(2\alpha_C + \alpha_B - 3\gamma_2) \\ M_{CD} = 0.2\,(2\alpha_C + \alpha_D) \end{cases}$$

گره A $M_{AB} = 0.2\,(\alpha_B - 3\gamma_1)$

برای پیدا کردن چهارمجهول احتیاج به چهارمعادله تعادل داریم که دومعادله از تعادل لنگرها در گره‌ها ودومعادله دیگر از تعادل نیروهای افقی هر طبقه بدست میآید .

$\Sigma M_B = 0$	$1{,}4\alpha_B + 0.2\alpha_c - 0.6\,(\gamma_1 + \gamma_2) = 0$	1
$\Sigma M_c = 0$	$0.8\gamma\alpha_c + 0.2\alpha^B + 0.2\alpha_c - 0.6\gamma_2 = 0$	2
تعادل نیروهای افقی ستون AB در نقطه B	$0\ 2\,(3\alpha_B - 6\gamma_1) = \frac{10\times 5}{2}$	3
تعادل نیروهای افقی ستون BC در نقطه C	$0.2\,(2\alpha_B + \alpha_c - 3\gamma_2 + 2\alpha_c + \alpha_B - 3\gamma_2) = \frac{10\times 5}{2}$	4

توضیح ـ معادلات 3 و 4 از روابط زیر بدست آمده‌اند .

3 $\quad \frac{2(M_{BA} + M_{AB})}{h_1} = 10 \quad t$

$h_1 = h_2 = 5 \quad m.$

4 $\quad \frac{2(M_{BC} + M_{CB})}{h_2} = 10 \quad t.$

ازحل چهارمعادله چهارمجهولی فوق مقادیر زیر بدست میآید :

$$\alpha_B = -\frac{375}{11} \qquad \alpha_C = -\frac{250}{11} \qquad \gamma_1 = -\frac{2500}{66} \qquad \gamma_2 = -\frac{3250}{66}$$

با استفاده ازمقادیر فوق درمعادلات لنگرها مقدارعددی آنها بدست میآید :

$M_{BA} = 9.09$ m.t.
$M_{BE} = -20.45$ «
$M_{BC} = 11.36$ «
$M_{AB} = 15/90$ «
$M_{CB} = 13/63$ «
$M_{CD} = -13/63$ «

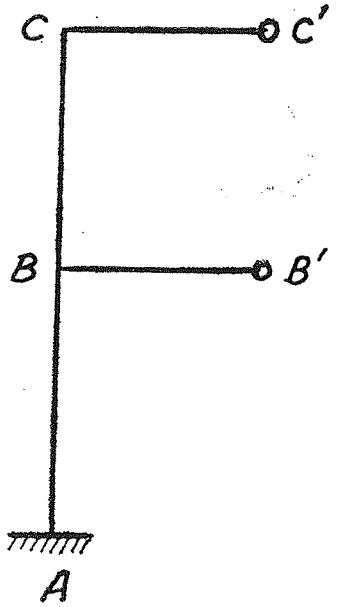
2 ـ روش نیمه تحلیلی

بعلت تقارن نصف قاب‌را درنظر گرفته وضرائب تقسیم ازرابطه کلی $\alpha_{ij} = \frac{mR_{ij}}{\Sigma mR_{ij}}$ حساب‌می کنیم.

دراین رابطه $R = \frac{4EI}{l}$ و $m = 1$ برای اتصال گیردار $m = \frac{3}{4}$ برای اتصال‌لولائی می‌باشد

گره B
$\alpha_{BA} = 0.286$
$\alpha_{BB'} = 0.428$
$\alpha_{BC} = 0.286$

گره C
$\alpha_{CB} = 0\ 4$
$\alpha_{CC'} = 0.6$



توضیح ـ درمتد کانی لنگر نهائی هر گره مطابق فرمول زیر حساب میشود

$$M_{BA} = m + 2M' + M''$$

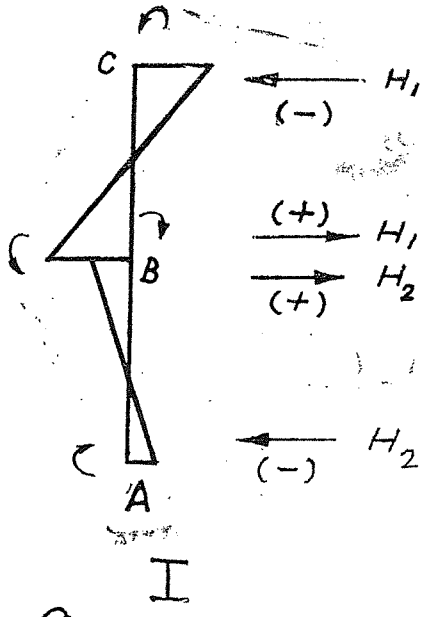
که دراین رابطه m لنگر گیرداری کامل یا لنگر وارده برتیره یا ستون قبل ازتـوزیع لنگر ها M' لنگر حاصله بعداز توزیع نهائی درخود نقطه مورد نظر M'' لنگر ومنتقله‌ازنقطه مقابل می‌باشد.

محاسبه نیروی برشی درهرطبقه حاصله از حالات I و II

$$H_1 = \frac{530 + 588}{5} \times 2 = 447.2 \quad t.$$

$$H_2 = \frac{236 + 118}{5} \times 2 = 141.6 \quad t.$$

$$\begin{cases} T_1 = H_1 = 447.2 & t \\ T_2 = H_1 + H_2 = 588.8 & t \end{cases}$$

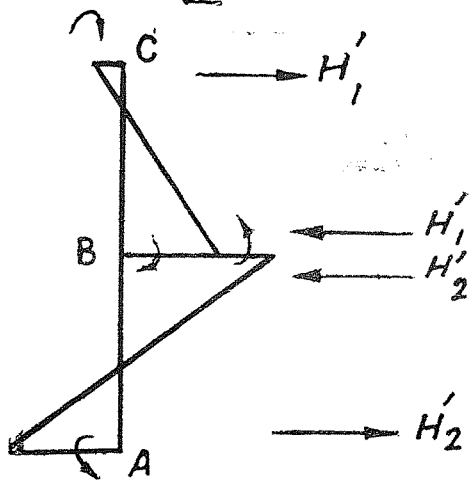


I

$$H'_1 = \frac{88.2 + 264.6}{5} \times 2 = 141.2$$

$$H'_2 = \frac{853 + 706}{5} \times 2 = 623.6$$

$$\begin{cases} T'_1 = H'_1 = 141.2 & t. \\ T'_2 = H'_1 + H'_2 = 764.8 & t \end{cases}$$



II

حل معادلات لازم برای پیدا کردن ضرائب کمکی

$$\begin{cases} T_1 \times A + T'_1 \times B = -10000kg \\ T_2 \times A + T'_2 \times B = 0 \end{cases}$$

با قراردان مقادیر عددی T_1 و T_2 و T'_1 و T'_2 مقادیر A و B بدست میآیند :

$$\begin{cases} A = 29.532 \\ B = 22.736 \end{cases}$$

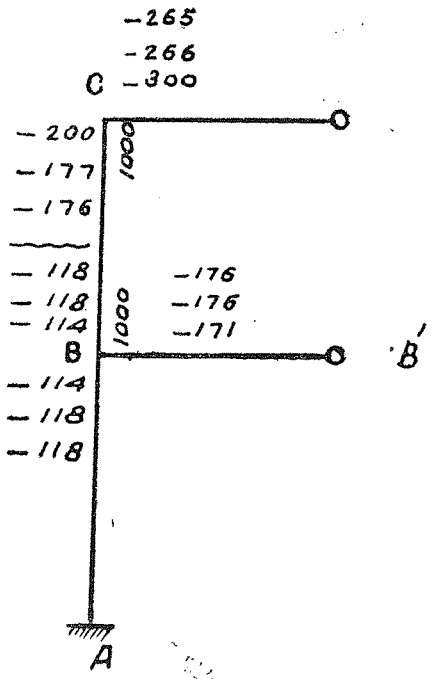
برای حل قاب ابتداء فرض می کنیم لنگرهائی معادل 1000 m . kg برستونهای BC وDE واردمیشود.

توضیح ـ اگرارتفاع ستونهای یك طبقه ویا اینرسی آنها برابر نباشد لنگرهای وارده برستونها برابر نبوده مقدار آنها را بامساوی قراردادن تغییرمحل انتهای ستونها بدست میآید .

تغییر محل درحالت کلی طبق فرمول زیرداده شده است :

$$\Delta = \frac{-Mh^2}{6EI}$$

با حل قاب I و II با روش تقسیم لنگرها نتایج زیر بدست آمده است .(KANI)

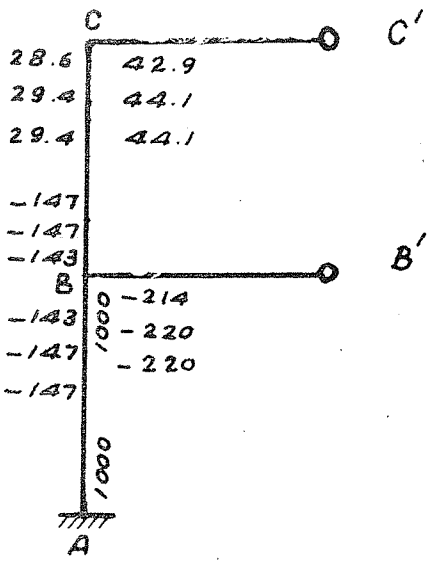


I

$$B\begin{cases} M_{BC} = 588 \\ M_{BB'} = -352 \\ M_{BA} = -236 \end{cases}$$

$$M_{AB} = -118$$

$$C\begin{cases} M_{CC'} = -530 \\ M_{CB} = 530 \end{cases}$$



II

$$B\begin{cases} M_{BC} = -264.6 \\ M_{BB'} = -441\ 4 \\ M_{BA} = 706 \end{cases}$$

$$M_{AB} = 853$$

$$C\begin{cases} M_{CC'} = 88.2 \\ M_{CB} = -88.2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_{BC} = 13.64 \text{ m.t.} \\ M_{CC'} = -13.64 \text{ m.t.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_{BC} = 11.35 \text{ m.t.} \\ M_{BA} = 9.08 \text{ m.t.} \\ M_{BE} = -20.43 \text{m.t.} \end{cases}$$

$$M_{AB} = 15.91 \text{m.t.}$$

نتیجه ـ چنانکه ملاحظه میشود باهردو روش به جـوابهای مساوی میرسیم . انتخاب روش بستگی به نظر محاسب دارد ولی بهتر است برای ساختمانهای چند طبقه ویك دهنه متقارن ازروش تحلیلی وساختمانهای چند دهنه سه یا چهارطبقه ازروش نیمه تحلیلی استفاده نمود .