

حل مسائل انتشار امواج در محیط‌های خطی دو بعدی در فضای زمان با استفاده از ترکیب روش‌های اجزای محدود و اجزای مرزی

محسن کمالیانⁱ؛ بهروز گتمیریⁱⁱ؛ عبدالله سهرابی‌بیدارⁱⁱⁱ؛ آرش رزم‌خواه^{iv}

چکیده

در این مقاله، الگوریتم کامل حل مسائل انتشار امواج در محیط‌های خطی دو بعدی در فضای زمان با استفاده از ترکیب (Hybrid) روش‌های اجزای محدود (FEM) و اجزای مرزی (BEM) ارائه شده است. نواحی بسته با روش اجزای محدود و ناحیه نیم‌صفحه با روش اجزای مرزی مدل شده‌اند. انفجار زیرزمینی و پاسخ‌های لرزه‌ای نیم‌صفحه، آبرفت تک لایه و تپه نیم دایره تجزیه و تحلیل شده‌اند که دامنه کاربرد و دقت الگوریتم ارائه شده را بیان می‌دارند.

کلمات کلیدی

روش اجزای محدود، روش اجزای مرزی، روش هیبرید، ترکیب روش‌های اجزای محدود و اجزای مرزی، انتشار امواج، حل اساسی، حوزه زمان، تفرق، بزرگنمایی

Time-Domain Wave Propagation Analysis of Two-Dimensional Elastic Media by Coupling BEM and FEM

M. Kamalianⁱ, B. Gatmiriⁱⁱ, A. Sohrabi-Bidarⁱⁱⁱ, A. Razmkhah^{iv}

ABSTRACT

In this paper, formulation of a two-dimensional hybrid finite / boundary element method is developed for wave propagation analysis of linear elastic media in time domain. A modified set of well behaved full space two-dimensional elastodynamic convoluted kernels is presented and employed, that has a higher degree of accuracy than those presented by the previous researchers. Applicability and accuracy of the hybrid method are established by investigating seismic responses of half-plane, canyon and ridge sections as well as an underground explosion.

KEYWORDS

Finite Element Method, Boundary Element Method, Hybrid Method, Wave Propagation, Fundamental Solution, Time Domain, Scattering, Amplification.

ⁱ استادیار؛ پژوهشکده مهندسی ژئوتکنیک پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله؛ تهران، فرمانیه، دیباجی شمالی، خیابان ارغوان غربی، شماره ۲۶: kamalian@iiees.ac.ir

ⁱⁱ دانشیار دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه تهران و استاد دانشگاه پونز شوسه پاریس.

ⁱⁱⁱ دانشجوی دوره دکتری ژئوفیزیک - زلزله‌شناسی، پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله: sohrabi@iiees.ac.ir

^{iv} استادیار دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب.

تحلیل مسائل غیر لرزه‌ای متعددی به کار بردند؛ اما عبارات ریاضی چاپ شده در ادبیات فنی فاقد دقت‌های لازم و در نتیجه برای دیگر محققین غیر قابل استفاده بودند. از جمله اشکالات هسته‌های یاد شده آن بود که در حالت تغییرات خطی میدانهای تنش و تغییر مکان در بازه زمان، با افزایش طول بازه زمانی، به سوی هسته‌های الاستواستاتیک میل نمی‌کردند. کمالیان [۱] و همکاران [۲]، [۱۳] ضمن نشان دادن عدم دقت و اصلاح هسته‌های اخیر، آنها را در قالب یک الگوریتم اجزای مرزی برای تحلیل پاسخ لرزه‌ای عوارض توپوگرافی دوبعدی در فضای زمان استفاده کردند.

در خصوص کاربرد روش‌های مرکب برای حل مسائل انتشار امواج در محیط‌های خطی دو بعدی در فضای زمان، کارهای اندکی انجام شده است. اسپیراکس و بسکس [۲۲] و کرابلیس و بسکس [۱۵] اولین کسانی بودند که ترکیب روش‌های اجزای محدود و اجزای مرزی را برای بررسی اندرکنش دینامیکی پی‌های انعطاف‌پذیر و محیط نیم‌صفحه استفاده کردند. فون‌استرف و پرابوکی [۲۴] فرمول‌بندی آنها را تعمیم و الگوریتم کامل‌تری را برای حل مسائل الاستودینامیک در فضای زمان ارائه کردند. بعدها فون‌استرف و فیروزیان [۲۵]، [۲۶] الگوریتم اخیر را متناسب با مسائل غیرخطی اصلاح و در حل مسائل اندرکنش خاک و سازه استفاده کردند. الگوریتم‌های یاد شده همه بر پاسخ‌های اساسی پیچیده ارائه شده به وسیله آنتس [۵] مبتنی بودند. اخیراً کمالیان [۱] الگوریتم دیگری ارائه کرد تا روش‌های اجزای محدود و اجزای مرزی را برای حل مسائل انتشار امواج در محیط‌های اشباع غیرخطی دو بعدی در فضای زمان استفاده کند. الگوریتم یاد شده که هسته‌های الاستودینامیک اصلاح شده بانرجی و همکاران [۱۰]-[۱۲] را استفاده کرده است، به وسیله گتمیری و همکاران [۳]، [۷]، [۸] در تحلیل پاسخ لرزه‌ای دره‌های آبرفتی نیم دایره‌ای و به وسیله کمالیان و همکاران [۱۴] در تحلیل پاسخ لرزه‌ای تپه‌های دوزنقه‌ای شکل بکار گرفته شد.

این مقاله، به تشریح الگوریتم حل مسائل انتشار امواج در محیط‌های خطی دو بعدی، با استفاده از ترکیب روش‌های اجزای محدود و اجزای مرزی در فضای زمان اختصاص دارد. محیط‌های بسته با روش اجزای محدود (و در صورت تمایل اجزای مرزی) و محیط نیمه بی‌نهایت با روش اجزای مرزی مدل می‌شوند. الگوریتم یاد شده براحتی به مسائل غیر خطی قابل تعمیم است. دامنه کاربرد و دقت الگوریتم ارائه شده به وسیله چند مثال عددی نشان داده شده است. مثال‌های بکار رفته موضوعاتی چون انفجار زیرزمینی و تحلیل پاسخ‌های لرزه‌ای نیم‌صفحه، آبرفت تک لایه و تپه نیم دایره‌ای را در برابر

روش‌های عددی حل مسائل انتشار امواج به سه گروه عمده قابل تقسیم است: روش‌های حجمی همانند روش اجزای محدود، روش‌های مرزی همانند روش اجزای مرزی و روش‌های مرکب که از ترکیب دو روش حجمی و مرزی برای استفاده همزمان از امتیازات آنها تشکیل می‌شود. فرمول‌بندی الگوریتم در فضای زمان این امکان را فراهم خواهد ساخت که بتوان مسائل انتشار امواج غیر خطی را نیز تحلیل کرد.

در مسائلی که ابعاد نامحدود دارند، کاربرد روش‌های عددی حجمی با مشکلاتی همراه است؛ زیرا مش بندی احجام موجب انعکاس کاذب امواج در مرزها و به تبع آن انتشار خطا در سراسر محیط خواهد بود. تنها در برخی حالات خاص است که می‌توان امواج انعکاسی کاذب را با تمهیداتی چون مرزهای جاذب انرژی، مرزهای آرام یا مرزهای ویسکوز حذف کرد [۱۷]، [۲۸]. روش‌های دیگری نیز که به حل این مشکل پرداخته‌اند، از قبیل روش المان‌های بی‌نهایت بزرگ یا روش سلول‌های سازگار بی‌نهایت کوچک، به دلیل فرمول‌بندی در فضای تبدیل یافته، در حل مسائل دینامیکی غیرخطی ناتوان هستند.

روش اجزای مرزی ابزار عددی موثری برای تحلیل دینامیکی محیط‌های محدود و نامحدود ارتجاعی خطی در فضای زمان است. این روش خصوصاً در حل مسائل انتشار امواج جذابیت فراوانی دارد؛ زیرا نه تنها مش بندی را به مرزها و در نتیجه ابعاد دستگاه معادلات حاکم را محدود می‌کند، بلکه شرط تشعشع را نیز برآورده می‌سازد، که در تعامل با امواج تفرق یافته اهمیت شایانی دارد. به همین سبب است که بکارگیری این روش در تحلیل دینامیکی محیط‌های نامحدود چون نیم‌صفحه و نیم‌فضا، هرگونه نیاز به مدل‌سازی حوزه دور را برطرف می‌سازد.

در خصوص کاربرد روش اجزای مرزی در تحلیل دینامیکی محیط‌های ارتجاعی دو بعدی در فضای زمان، منصور [۱۹] و آنتس [۵] اولین کسانی بودند که یک الگوریتم گام به گام را با استفاده از هسته‌های دوبعدی گذرا فرموله کردند. از آنجا که هسته تنش پیشنهادی آنها بسیار پیچیده و تنها به صورت ضمنی در معادلات اجزای مرزی ظاهر می‌شد، عددی سازی این الگوریتم با مشکلاتی توأم بود. بعدها اسرائیل و بانرجی [۱۰]-[۱۲] روابط صریح و ساده‌تری را برای این هسته‌ها پیشنهاد کردند، که با سهولت بیشتری در الگوریتم اجزای مرزی حل مسائل الاستودینامیک دو بعدی در فضای زمان قابل استفاده بودند. اگرچه محققین اخیر، هسته‌های پیشنهادی خود را در

$$K^m = \int_{\Omega_m} B^{mT} \cdot C^m \cdot B^m \cdot d\Omega_m$$

$$M^m = \int_{\Omega_m} H^{mT} \cdot \rho^m \cdot H^m \cdot d\Omega_m \quad (5)$$

ماتریس کرنش - تغییر مکان را در المان مورد نظر نمایش می‌دهند. اگر به قاعده دوزنقه‌ای نیومارک توجه شود و تمامی جملات معلوم (۴) به سمت راست تساوی منتقل شوند، فرم نهایی دستگاه معادلات حاکم بر ناحیه اجزای محدود به صورت زیر نوشته خواهد شد:

$$\bar{K}_{FE} \cdot U_{FE}^{t+\Delta t} = R_{FE}^{t+\Delta t} + Z_{FE}^{t+\Delta t} \quad (6)$$

که در آن:

$$\bar{K}_{FE} = K + \frac{4}{\Delta t^2} \cdot M$$

$$R_{FE}^{t+\Delta t} = R^{t+\Delta t} \quad (7)$$

$$Z_{FE}^{t+\Delta t} = \frac{4}{\Delta t^2} \cdot M \cdot U^t + \frac{4}{\Delta t} \cdot M \cdot \dot{U}^t + M \cdot \ddot{U}^t$$

۲-۲- معادلات اجزای مرزی

به منظور تحلیل دینامیکی یک نیم‌فضای ارتجاعی همسان در برابر امواج لرزه‌ای با روش اجزای مرزی، باید از معادله انتگرال مرزی نظیر (۱) استفاده کرد. در صورتی که دانسیته نیروی پیکری و همچنین شرایط اولیه مساله برابر صفر باشند، این معادله به شرح زیر خواهد بود [۹]، [۱۶]، [۱۷]:

$$c_{ij}(\xi) \cdot u_i(\xi, t) = \int_{\Gamma} (G_{ij} * t_i(x, t) - F_{ij} * u_i(x, t)) \cdot d\Gamma \quad (8)$$

$$+ u_j^{inc}(\xi, t)$$

G_{ij} و F_{ij} پاسخ‌های اساسی معادله دیفرانسیل (۱) و بیانگر مولفه‌های i ام بردارهای تغییر مکان و تنش مرزی نقطه x در لحظه t هستند که به واسطه اعمال یک بار متمرکز واحد موازی محور z ، در نقطه ξ و در لحظه $\tau \leq t$ پدید آمده‌اند. عبارات $F_{ij} * u_i$ و $G_{ij} * t_i$ انتگرالهای کنولوشن ریمن را نشان می‌دهند. $c_{ij}(\xi)$ ضریب شناخته شده ناپیوستگی در نقطه ξ و u^{inc} تغییر مکان حاصله از موج مهاجم است. بدیهی است که در بارگذاری‌های غیر لرزه‌ای، جمله اخیر برابر صفر خواهد بود. با عملیات منفصل سازی در زمان و مکان، (۸) را می‌توان به فرم زیر تبدیل کرد:

امواج مهاجم درون صفحه در بر می‌گیرند.

۲- معادلات حاکم

معادله دیفرانسیل حاکم بر تعادل دینامیکی محیط‌های ارتجاعی خطی، همسان و همگن، در محدوده تغییر شکل‌های کوچک، با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$(c_1^2 - c_2^2) \cdot u_{j,ij} + c_2^2 \cdot u_{i,ij} + b_i - \ddot{u}_i = 0 \quad (9)$$

b_i و \ddot{u}_i به ترتیب مولفه‌های تغییر مکان و دانسیته نیروی پیکری محیط؛ c_1 و c_2 سرعت‌های امواج طولی و عرضی محیط را نشان می‌دهند که به ترتیب از روابط $c_1^2 = (\lambda + \mu) / \rho$ و $c_2^2 = \mu / \rho$ به دست می‌آیند. λ و μ ضرایب لامه و ρ دانسیته جرمی خاک هستند. در این مقاله، با توجه به فرض خطی بودن رفتار خاک، دانسیته نیروی پیکری محیط برابر صفر در نظر گرفته خواهد شد.

۲-۱- معادلات اجزای محدود

به منظور تحلیل دینامیکی یک محیط بسته ارتجاعی همسان با روش اجزای محدود، باید فرم ضعیف نظیر (۱) را که معادل قضیه معروف کار مجازی است، استفاده کرد:

$$\int_{\Omega} \rho \cdot \ddot{u}_i \cdot \delta u_i \cdot d\Omega + \int_{\Omega} \sigma_{ij} \cdot \delta \varepsilon_{ij} \cdot d\Omega$$

$$= \int_{\Gamma} t_i \cdot \delta u_i \cdot d\Gamma + \int_{\Omega} b_i \cdot \delta u_i \cdot d\Omega \quad (10)$$

که در آن σ_{ij} و ε_{ij} مولفه‌های تنشورهای تنش و کرنش را در هر نقطه از محیط و t_i مولفه بردار تنش وارده بر مرز Γ را بیان می‌دارند. در صورتی که محیط مورد نظر به المان‌های محدود منفصل و بردارهای تغییر مکان و کرنش هر نقطه بر حسب بردار تغییر مکان گرهی المان نظیر تقریب زده شود:

$$u^m = H^m U^m$$

$$\varepsilon^m = B^m U^m \quad (11)$$

به راحتی می‌توان با عملیات جداسازی در مکان، (۱۱) را در لحظه $t + \Delta t$ به فرم اجزای محدود معادل آن بازنویسی کرد:

$$M \cdot \ddot{U}^{t+\Delta t} + K \cdot U^{t+\Delta t} = R^{t+\Delta t} \quad (12)$$

در رابطه فوق، R بردار نیروهای خارجی گرهی و K و M به ترتیب ماتریسهای سختی و جرمی است که در سطح المان شماره m به شرح زیر بیان می‌شوند:

تبدیل شود. برای این منظور بایستی طرفین این رابطه را از سمت چپ در ماتریس $P(G^I)^{-1}$ ضرب کرد. P ماتریس توزیع است که در سطح هر المان مرزی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P^q = \int_{\Gamma_q} L^T \cdot L \cdot d\Gamma_q \quad (12)$$

با انجام این ضرب ماتریسی، معادله حاکم بر بخش اجزای مرزی (۱۰) در لحظه $t + \Delta t$ به فرم معادل اجزای محدود زیر در خواهد آمد:

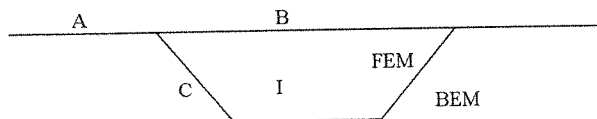
$$\bar{K}_{BE} \cdot U_{BE}^{t+\Delta t} = R_{BE}^{t+\Delta t} + Z_{BE}^{t+\Delta t} \quad (13)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} \bar{K}_{BE} &= P \cdot G^{I-1} \cdot F^I \\ R_{BE}^{t+\Delta t} &= P \cdot T^N \\ Z_{BE}^{t+\Delta t} &= P \cdot G^{I-1} \cdot Z^N \end{aligned} \quad (14)$$

ترکیب معادلات حاکم بر بخش‌های اجزای مرزی و اجزای محدود همچنین مستلزم آن است که شرایط سازگاری تغییرمکان‌ها و تعادل نیروهای مرزی در امتداد مرزهای مشترک برآورده شوند. در صورتی که بردار تغییرمکان با توجه به هندسه شماتیک مساله (شکل (۱)) به شرح زیر نمایش داده شود:

$$U^{(t+\Delta t)T} = [U^B \quad U^I \quad U^C \quad U^A]^{(t+\Delta t)} \quad (15)$$



شکل (۱): نمای شماتیک نواحی اجزای محدود و عناصر مرزی

براحتی می‌توان (۶) و (۱۳) را در لحظه $t + \Delta t$ به صورت زیر با یکدیگر ترکیب کرد:

$$\bar{K} \cdot U^{t+\Delta t} = R^{t+\Delta t} + Z^{t+\Delta t} \quad (16)$$

که در آن:

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} K_{FE,BB} & K_{FE,BI} & K_{FE,BC} & 0 \\ K_{FE,IB} & K_{FE,II} & K_{FE,IC} & 0 \\ K_{FE,CB} & K_{FE,CI} & K_{FE,CC} + K_{BE,CC} & K_{BE,CA} \\ 0 & 0 & K_{BE,AC} & K_{BE,AA} \end{bmatrix} \quad (17)$$

و همچنین:

$$c_{ij} \cdot u_i^N(\xi) = \sum_{n=1}^N \sum_{q=1}^Q \left\{ \begin{aligned} & T_{ik}^n \cdot \int_{\Gamma_q} G_{ij}^{N+1-n}(r) \cdot L_k \cdot d\Gamma_q \\ & - U_{ik}^n \cdot \int_{\Gamma_q} F_{ij}^{N+1-n}(r) \cdot L_k \cdot d\Gamma_q \end{aligned} \right\} + u_j^{inc}(\xi, t) \quad (9)$$

N و Q به ترتیب شماره آخرین گام زمانی و همچنین تعداد کل المانهای مرزی را بیان می‌دارند. L توابع اینترپولاسیون یک المان مرزی را نمایش می‌دهد. هسته‌های دینامیکی G_{ij}^{N+1-n} و F_{ij}^{N+1-n} با استفاده از پاسخ‌های اساسی G_{ij} و F_{ij} و با فرض تغییرات خطی بردارهای تنش و تغییرمکان در هر گام زمانی استخراج شده‌اند [۱۳]. رابطه (۹) را به سادگی می‌توان به شکل ماتریسی زیر بازنویسی کرد:

$$F^I \cdot U^N = G^I \cdot T^N + Z^N \quad (10)$$

که در آن:

$$Z^N = \sum_{n=1}^{N-1} (G^{N+1-n} \cdot T^n - F^{N+1-n} \cdot U^n) + U^{inc.N} \quad (11)$$

U^N و T^N به ترتیب بردارهای تغییرمکان و تنش گرهی و بردار Z^N تاریخچه تغییرمکان و تنش لحظات قبل و همچنین تغییرمکان حاصله از موج مهاجم را در لحظه کنونی بیان می‌دارند.

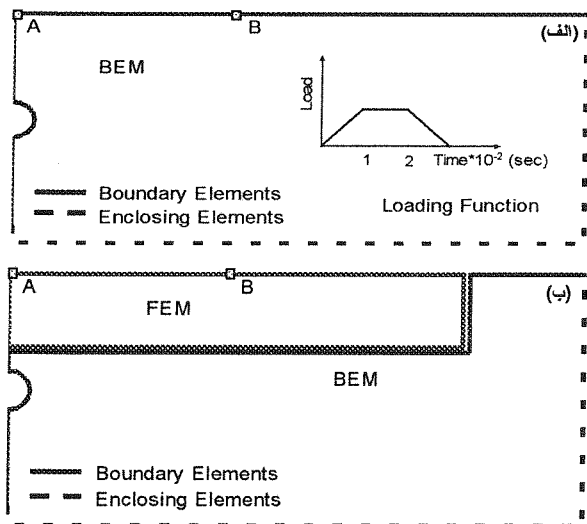
یادآور می‌شود که محاسبه انتگرال‌های منفرد موجود بر روی قطر ماتریس F^I با استفاده از تکنیک غیر مستقیم حرکت جسم صلب صورت می‌گیرد که مستلزم بسته بودن مرزهای مساله و در نتیجه بکارگیری المانهای مجازی در محیطهای نیمه بی‌نهایت است [۴].

۲-۳- ترکیب معادلات

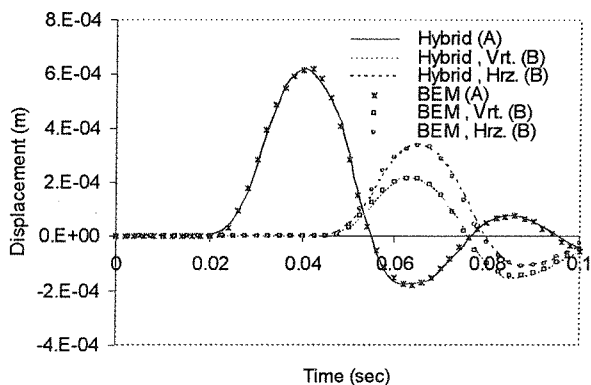
به منظور ترکیب تکنیک‌های اجزای محدود و اجزای مرزی، عمدتاً یکی از این دو روش استفاده می‌شود: یا معادلات بخش اجزای مرزی به معادلاتی مشابه روش اجزای محدود تبدیل می‌شوند؛ و یا بالعکس. استفاده از روش اول نه تنها کارایی تحلیل‌های غیر خطی را افزایش می‌دهد، بلکه این امکان را فراهم می‌سازد که بتوان با افزودن زیربرنامه‌های مربوط به روش اجزای مرزی، نرم‌افزارهای موجود مبتنی بر روش اجزای محدود را به سادگی تکمیل کرد [۲۰]، [۲۳]، [۶]. تحقیق حاضر روش اول را بکار گرفته است.

تبدیل (۱۰) به فرم معادل روش اجزای محدود مستلزم آن است که بردار تنش‌های گرهی T^N به بردار نیروهای گرهی

محدود استفاده شده است. پاسخ دینامیکی سطح زمین، در دو نقطه A و B که به ترتیب به اندازه صفر و ۲۰ متر از محور تقارن فاصله دارند، محاسبه شده است. شکل (۳) پاسخ‌های دینامیکی به دست آمده از دو روش اجزای مرزی و مرکب را در نقاط A و B نشان می‌دهد. چنان که مشاهده می‌شود، منحنی‌های حاصله بخوبی بر یکدیگر منطبق هستند. شکل (۴) نیز پاسخ دینامیکی به دست آمده از روش مرکب را در نقطه B، به ازای گام‌های زمانی مختلف نمایش می‌دهد. چنان که مشاهده می‌شود، منحنی‌های حاصله بخوبی بر یکدیگر منطبق هستند.



شکل (۲): هندسه مساله انفجار زیرزمینی: (الف) روش اجزای مرزی (ب) روش مرکب



شکل (۳): مقایسه پاسخ دینامیکی نقاط A و B در دو روش اجزای مرزی و مرکب

$$R^{(t+dt)T} = \begin{bmatrix} R_{FE}^B & 0 & 0 & R_{BE}^A \end{bmatrix}^{(t+dt)}$$

$$Z^{(t+dt)T} = \begin{bmatrix} Z_{FE}^B & Z_{FE}^I & Z_{FE}^C + Z_{BE}^C & Z_{BE}^A \end{bmatrix}^{(t+dt)}$$

بردار $R^{(t+dt)}$ نیروهای خارجی وارده بر مرزهای غیر مشترک نواحی اجزای محدود و اجزای مرزی را نشان می‌دهد.

۳- مثال‌های عددی

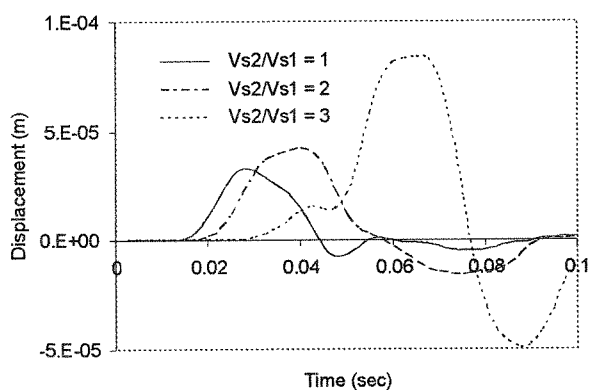
نرم افزار هیبرید، به منظور تحلیل دینامیکی محیط‌های پیوسته خطی دوبعدی، با استفاده از ترکیب روش‌های اجزای محدود و اجزای مرزی، بر اساس الگوریتم ارائه شده در این مقاله تهیه شده است. نرم افزار یاد شده قادر است متناسب با نیازهای هر مساله، هر یک از روش‌های اجزای محدود، اجزای مرزی و یا ترکیب آنها را استفاده کند. ناحیه اجزای محدود با المان‌های ایزوپارامتریک هشت گرهی و ناحیه اجزای مرزی با المان‌های ایزوپارامتریک سه گرهی مش‌بندی می‌شوند. مثال‌های عددی این بخش به گونه‌ای طراحی شده‌اند تا کارایی و دقت الگوریتم مرکب مذکور را در تحلیل دینامیکی محیط‌های پیوسته خطی دوبعدی در فضای زمان نشان دهد. این مثال‌ها مسائلی چون انفجار زیرزمینی و همچنین رفتار لرزه‌ای نیم‌صفحه، آبرفت تک لایه و تپه نیم دایره‌ای را در برابر امواج مهاجم درون صفحه در بر می‌گیرند.

۳-۱- انتشار امواج در محیط نیم‌صفحه

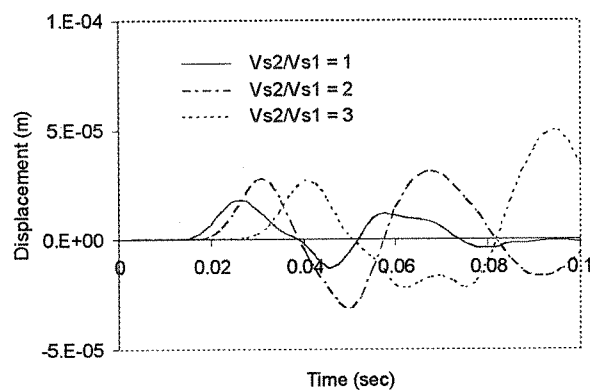
هدف این مثال آن است که توانمندی و دقت الگوریتم مرکب ارائه شده را در تحلیل بارگذاری دینامیکی محیط‌های نیمه بی‌نهایت همگن و غیرهمگن نشان دهد. شکل (۲-الف) تونلی به قطر ۲ متر در عمق ۱۲ متری را نشان می‌دهد که انفجاری در داخل آن صورت گرفته است. تاریخچه زمانی عامل بارگذاری، که به صورت سرباری گسترده و یکنواخت در راستای عمود بر دیواره تونل وارد می‌گردد، در همان شکل (۲-الف) نشان داده شده است. به دلیل تقارن، تنها نیمی از محیط حل شده است. هر دو حالت همگن و غیر همگن در نظر گرفته شده است. محیط غیرهمگن با روش مرکب حل شده است.

در حالت همگن، مدول ارتجاعی محیط برابر ۲۶۶ مگاپاسکال، ضریب پواسون آن برابر ۰/۳۳ و جرم مخصوص آن برابر ۱/۸ تن بر متر مکعب در نظر گرفته شده است. این مساله با هر دو روش اجزای مرزی و مرکب حل شده است که شکل (۲-الف) و شکل (۲-ب) به ترتیب هندسه‌های مش‌بندی نظیر را نشان می‌دهند. در روش اجزای مرزی از ۷۹ المان مرزی و در روش مرکب افزون بر آن، از ۸۰ المان اجزای

برای بررسی اثر نسبت سختی سنگ بستر به محیط فوقانی بر پاسخ دینامیکی سطح زمین نیز سه حالت مختلف در نظر گرفته شده است: حالتی که نسبت سرعت موج برشی سنگ کف به محیط فوقانی برابر ۱، ۲ و ۳ باشد. در هر سه حالت، سرعت موج برشی سنگ بستر $7.06/2$ متر بر ثانیه در نظر گرفته شده است. شکل (۷) و شکل (۸) به ترتیب، پاسخ‌های افقی و قائم نقطه B را به ازای نسبت‌های مختلف سرعت موج برشی نمایش می‌دهند. همان گونه که انتظار می‌رود، با افزایش نسبت سرعت موج برشی یا سختی سنگ بستر به محیط فوقانی، زمان آغاز و دامنه حداکثر نوسانات نیز افزایش خواهند یافت. تاخیر در دریافت موج، به کاهش سرعت امواج در لایه بالایی و افزایش دامنه و زمان حرکت به اختلاف سختی بین لایه فوقانی و سنگ بستر مربوط می‌شود.



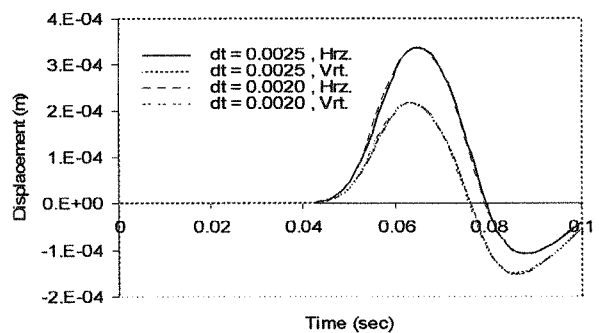
شکل (۷): مقایسه پاسخ دینامیکی افقی نقطه B به ازای نسبت‌های مختلف سرعت موج برشی در لایه سطحی (V_{s1}) و نیم‌صفحه (V_{s2})



شکل (۸): مقایسه پاسخ دینامیکی قائم نقطه B به ازای نسبت‌های مختلف سرعت موج برشی در لایه سطحی (V_{s1}) و نیم‌صفحه (V_{s2})

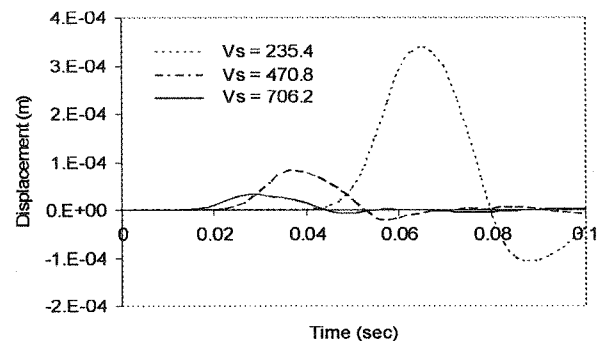
۳-۲- پاسخ لرزه‌ای نیم‌صفحه

هدف این مثال آن است که توانمندی و دقت الگوریتم مرکب ارائه شده را در تحلیل پاسخ لرزه‌ای نیم‌صفحه در فضای زمان

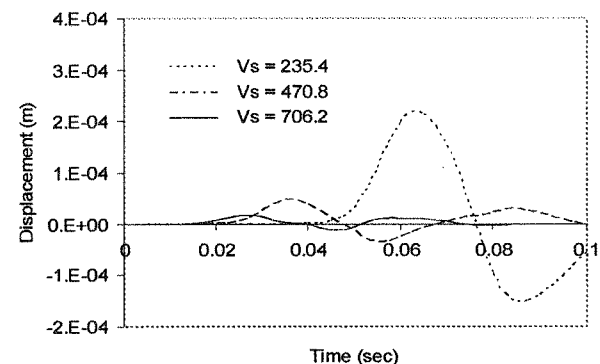


شکل (۴): مقایسه پاسخ دینامیکی نقطه B به ازای دو گام زمانی مختلف

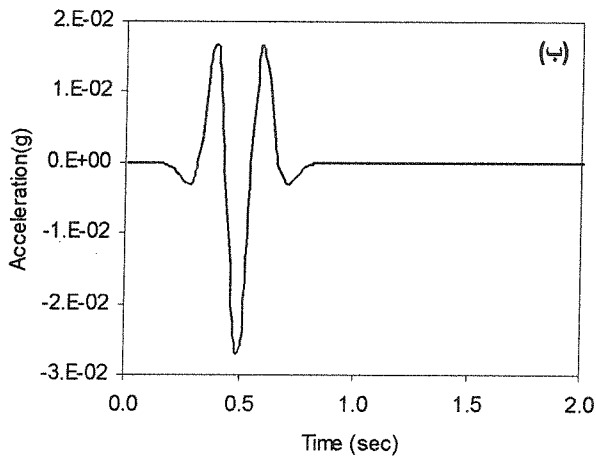
برای بررسی اثر سختی محیط همگن بر پاسخ دینامیکی سطح زمین، سه حالت مختلف مد نظر قرار گرفته است: حالتی که مشخصات مکانیکی محیط، همان مشخصات مکانیکی قبلی باشد؛ و حالت‌هایی که سرعت‌های انتشار امواج به ترتیب ۲ و ۲ برابر بزرگ‌تر باشند. شکل (۵) و شکل (۶) به ترتیب، پاسخ‌های افقی و قائم نقطه B را به ازای سرعت‌های مختلف موج برشی نمایش می‌دهند. همان طوری که پیش‌بینی می‌شود، با افزایش سرعت موج برشی یا سختی محیط، زمان آغاز و دامنه حداکثر نوسانات کاهش می‌یابد.



شکل (۵): مقایسه پاسخ دینامیکی افقی نقطه B به ازای سرعت‌های مختلف موج برشی در نیم‌صفحه

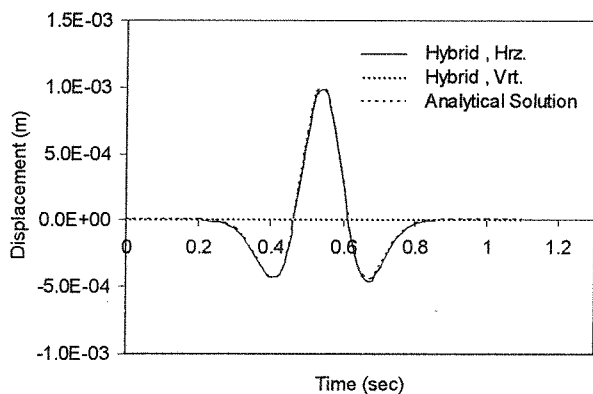


شکل (۶): مقایسه پاسخ دینامیکی قائم نقطه B به ازای سرعت‌های مختلف موج برشی در نیم‌صفحه



شکل (۱۰): تاریخچه زمانی (الف) تغییر مکان و (ب) شتاب موج ریکر

شکل (۱۱) با فرض تابش موج مهاجم SV، مولفه‌های افقی و قائم تاریخچه زمانی تغییر مکان مرکز دره (نقطه O) را با مقادیر تحلیلی آن (حرکت آزاد نیم‌صفحه) [۲۸] مقایسه کرده است. چنان که دیده می‌شود، همخوانی بسیار خوبی میان نتایج محاسباتی و تحلیلی وجود دارد. همان طور که انتظار می‌رود، حرکت کل دو برابر حرکت ورودی و مولفه قائم تغییر مکان در همه زمان‌ها برابر صفر است. در صورتی که موج مهاجم از نوع P باشد، نتایج به دست آمده مشابه و تنها مولفه‌های تغییر مکان جابجا خواهند بود.



شکل (۱۱): تاریخچه زمانی تغییر مکان نیم‌صفحه در نقطه O و مقایسه آن با حل تحلیلی در حالت همگن

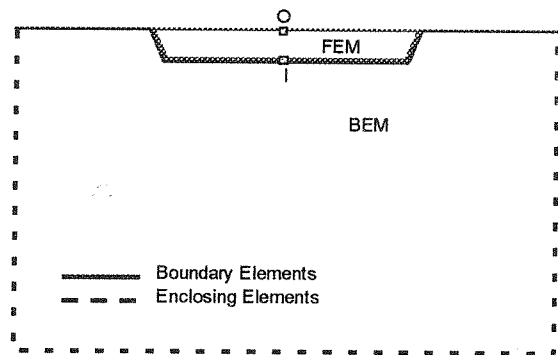
۳-۳- پاسخ لرزه‌ای آبرفتی تک‌لایه

هدف این مثال آن است که توانمندی و دقت الگوریتم مرکب ارائه شده را در تحلیل پاسخ لرزه‌ای آبرفت‌های یک بعدی در فضای زمان نشان دهد. بدین منظور دره آبرفتی مثال قبل با عمق ۱۰ متر در معرض تابش امواج ریکر قائم SV قرار گرفته است. دره به میزان کافی عریض در نظر گرفته شده است تا

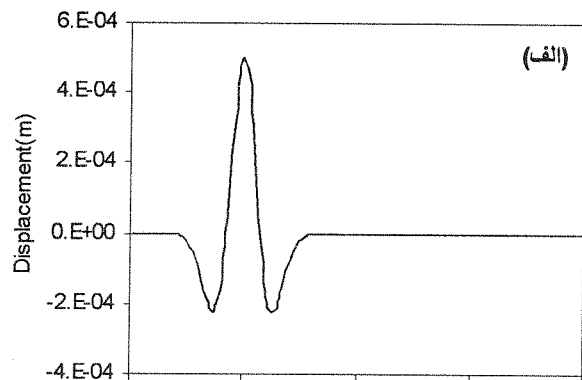
نشان دهد. شکل (۹) یک دره آبرفتی با مقطع دوزنقه‌ای به عمق ۱۰ متر را نشان می‌دهد که در معرض تابش امواج قائم SV و P قرار گرفته است. مصالح آبرفتی و محیط نیم‌صفحه مشابه هم و دارای سرعت موج برشی ۲۶۷ متر بر ثانیه و ضریب پواسون ۰/۳۳ هستند. برای حل مساله از ۹۶ المان مرزی در ناحیه نیم‌صفحه و ۱۰۰ المان اجزای محدود در ناحیه بسته داخل دره استفاده شده است. موج مهاجم از نوع ریکر انتخاب شده است که معادله‌ای به شرح زیر دارد:

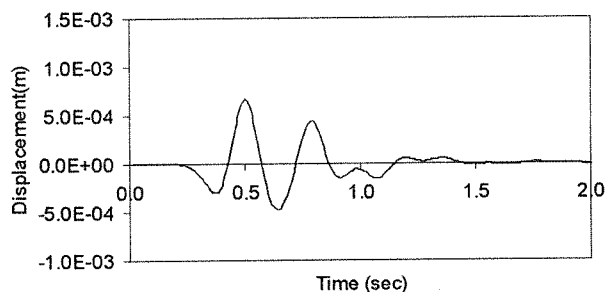
$$f(t) = [1 - 2 \cdot (\pi \cdot f_p \cdot (t - t_0))^2] e^{-(\pi \cdot f_p \cdot (t - t_0))^2} \quad (19)$$

پارامترهای f_p و t_0 به ترتیب فرکانس غالب و زمان نظیر دامنه حداکثر را بیان می‌دارند. شکل (۱۰) تاریخچه زمانی تغییر مکان و شتاب موج ریکر را بیان می‌دارد. بدیهی است که هر یک از نقاط واقع بر روی مرز نیم‌صفحه، تنها پس از رسیدن جبهه موج مهاجم، تغییر مکان حاصله از (۱۹) را تجربه خواهد کرد.

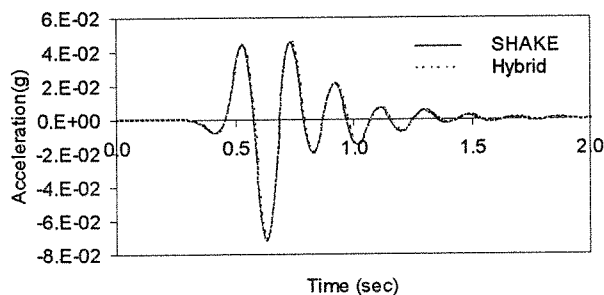


شکل (۹): هندسه دره آبرفتی دوزنقه‌ای شکل

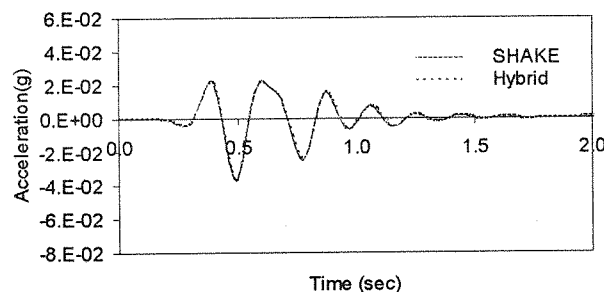




شکل (۱۳): تاریخچه زمانی تغییر مکان افقی نقطه I در حالت غیر همگن



شکل (۱۴): تاریخچه زمانی شتاب افقی نقطه O در حالت غیر همگن و مقایسه آن با برنامه SHAKE



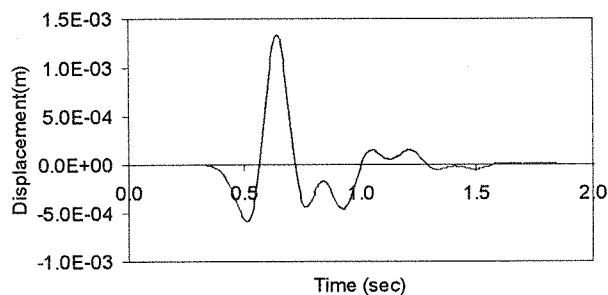
شکل (۱۵): تاریخچه زمانی شتاب افقی نقطه I در حالت غیر همگن و مقایسه آن با برنامه SHAKE

۳-۴- پاسخ لرزه‌ای تپه با مقطع نیم دایره

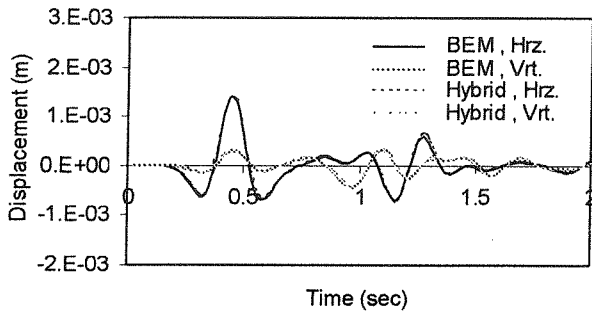
هدف این مثال آن است که توانمندی و دقت الگوریتم مرکب ارائه شده را در تحلیل دینامیکی پاسخ لرزه‌ای یک تپه نیم‌دایره‌ای نشان دهد. بدین منظور، تپه‌ای همگن با مقطع نیم‌دایره با شعاع ۲۰۰ متر، سرعت موج برشی ۸۰۰ متر بر ثانیه و ضریب پواسون ۰/۳۳ در نظر گرفته شده است. تپه شکل (۱۶) در معرض تابش امواج ریکر قائم SV و P با فرکانس غالب ۲ هرتز و دامنه‌ای به بزرگی دو برابر دو مثال قبل قرار گرفته است. مساله با استفاده از هر دو روش اجزای مرزی (۱۶-الف) و مرکب (۱۶-ب) مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. در روش اول از ۲۳۶ المان مرزی و در روش دوم از ۶۷ المان اجزای محدود محدود و ۹۱ المان مرزی استفاده شده است.

امواج متفرق شده از گوشه‌های آن با حرکت در مرکز دره تداخل نکرده و شرایط یک‌بعدی بر مساله تحمیل شود. دانسیته جرمی و سرعت موج برشی مصالح آبرفتی به ترتیب مساوی و نصف مقادیر نظیر ناحیه نیم‌صفحه، یعنی برابر ۲/۰ تن بر متر مکعب و ۷۰/۵ متر بر ثانیه هستند. ضریب پواسون هر دو محیط برابر ۰/۳۳ در نظر گرفته شده است. برای حل مساله از ۱۶۶ المان مرزی در ناحیه نیم‌صفحه و ۵۰۰ المان اجزای محدود در ناحیه بسته داخل دره استفاده شده است.

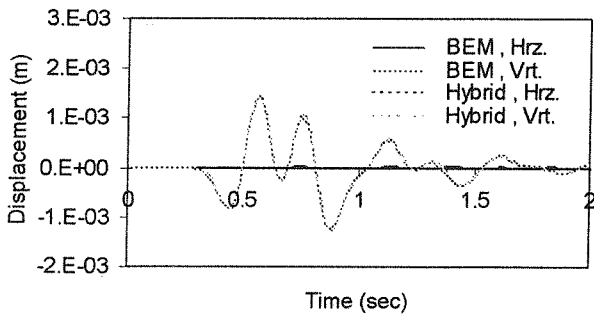
این مثال، جواب‌های حاصله از نرم‌افزار هیبرید را با نتایج به دست آمده از نرم‌افزار یک بعدی SHAKE [۲۱] مقایسه کرده است. به هنگام اجرای نرم‌افزار اخیر، محیط نیم‌صفحه به عنوان سنگ کف ارتجاعی و موج ورودی با انتخاب گزینه رخنمون بر آن اعمال شده است. موج ورودی نرم‌افزار هیبرید همانند مثال قبل و موج ورودی نرم‌افزار SHAKE؛ که بیانگر حرکت سنگ کف در صورت عدم وجود آبرفت است، دو برابر تاریخچه شتاب نظیر موج مهاجم نرم‌افزار هیبرید اختیار شده است. شکل (۱۲) و شکل (۱۳) مولفه افقی تاریخچه زمانی تغییر مکان نقاط O و I از شکل (۹) را نشان می‌دهند که با نرم‌افزار هیبرید به دست آمده است. چنان که انتظار می‌رود شروع حرکت نقطه بالای لایه آبرفتی با تاخیری متناسب با سرعت موج و ضخامت لایه آبرفت همراه است. شکل (۱۴) و شکل (۱۵) مولفه‌های افقی تاریخچه زمانی شتاب نقاط بالا (O) و پایین (I) لایه آبرفتی را که به وسیله دو نرم‌افزار هیبرید و SHAKE به دست آمده‌اند، با یکدیگر مقایسه کرده است. چنان که دیده می‌شود، در هر دو نقطه بالا و پایین لایه آبرفتی همخوانی بسیار مناسبی میان جواب‌ها وجود دارد.



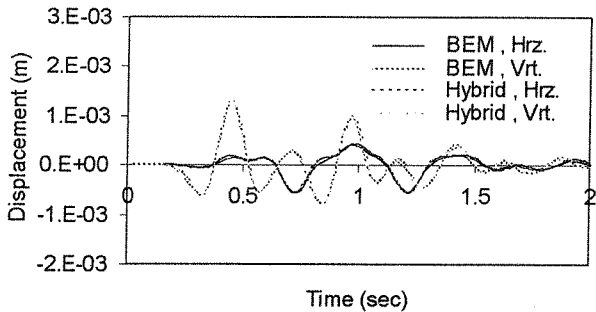
شکل (۱۶): تاریخچه زمانی تغییر مکان افقی نقطه O در حالت غیر همگن



شکل (۱۸): مقایسه تغییر مکان‌های حاصله از روش‌های اجزای مرزی و مرکب در نقطه B به ازای موج مهاجم SV

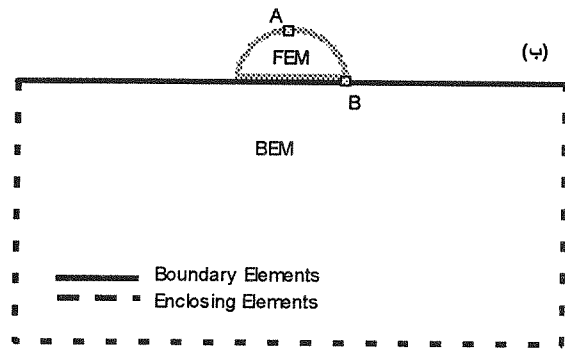
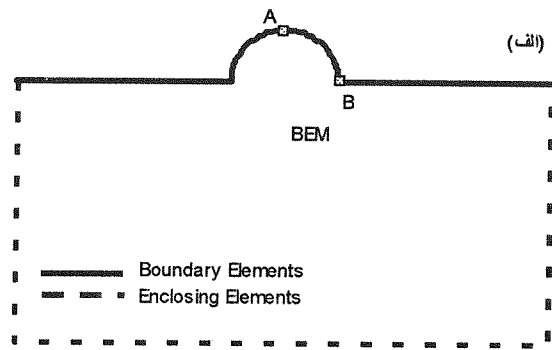


شکل (۱۹): مقایسه تغییر مکان‌های حاصله از روش‌های اجزای مرزی و مرکب در نقطه A به ازای موج مهاجم P



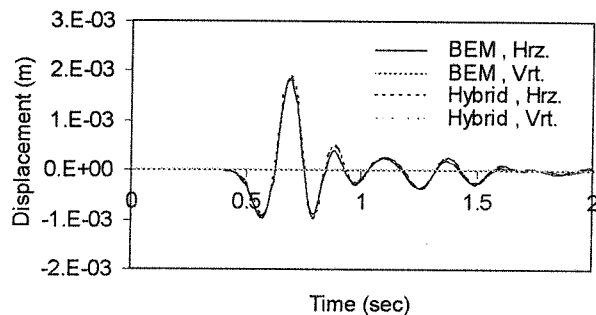
شکل (۲۰): مقایسه تغییر مکان‌های حاصله از روش‌های اجزای مرزی و مرکب در نقطه B به ازای موج مهاجم P

شکل (۲۱) تا شکل (۲۴) توابع بزرگنمایی (نسبت به حرکت میدان آزاد) نقاط روی و پایین تپه را که با استفاده از دو روش بالا به دست آمده‌اند، به ازای فرکانس‌های بدون بعد $\omega \cdot b$ و $\omega \cdot c_2$ مقایسه کرده است. $\Omega = \omega \cdot b / \pi \cdot c_2$ به ترتیب، فرکانس زاویه‌ای، نیم پهنای تپه و سرعت موج برشی را بیان می‌دارد. چنان که دیده می‌شود، در هر دو حالت امواج مهاجم SV و P و به ازای هر دو مولفه قائم و افقی تغییر مکان، همخوانی خوبی میان نتایج به دست آمده از روش‌های اجزای مرزی و مرکب دیده می‌شود.



شکل (۱۶): هندسه تپه نیم‌دایره‌ای (الف) روش اجزای مرزی و (ب) روش مرکب

شکل (۱۷) تا شکل (۲۰) مولفه‌های قائم و افقی تاریخچه زمانی تغییر مکان نقاط A و B از شکل (۱۶) را؛ که با استفاده از هر دو روش به دست آمده‌اند، مقایسه کرده است. چنان که مشاهده می‌شود، در هر دو حالت امواج مهاجم SV و P و به ازای هر دو مولفه قائم و افقی تغییر مکان، همخوانی بسیار خوبی میان نتایج به دست آمده از روش‌های اجزای مرزی و مرکب وجود دارد.



شکل (۱۷): مقایسه تغییر مکان‌های حاصله از روش‌های اجزای مرزی و مرکب در نقطه A به ازای موج مهاجم SV

است، نواحی بسته با روش اجزای محدود و ناحیه نیم‌صفحه با روش اجزای مرزی مدل می‌شوند. حل چند مثال عددی متنوع، که موضوعاتی چون انفجار زیرزمینی و تحلیل پاسخ لرزه‌ای مقاطع نیم‌صفحه، آبرفت تک لایه و تپه نیم دایره را شامل می‌شود، کارآیی و دقت الگوریتم مرکب ارائه شده را در تجزیه و تحلیل انواع مسائل دینامیکی و لرزه‌ای بیان می‌دارد.

۵- مراجع

[۱] کمالیان، محسن؛ "تحلیل دینامیکی محیط متخلخل اشباع ارتجاعی خمیری در فضای زمان با استفاده از ترکیب روش‌های اجزای محدود و عناصر مرزی"، رساله دکترا، دانشگاه تهران، ۱۳۸۰.

[۲] کمالیان، محسن؛ سهرابی‌بیدار، عبدالله؛ "تحلیل دینامیکی عوارض توپوگرافی دوبعدی در حوزه زمان با استفاده از روش اجزای مرزی"، نشریه علمی پژوهشی استقلال، سال ۲۴، شماره ۲، ص ۵۱-۶۸، ۱۳۸۴.

[۳] گتمیری، بهروز؛ کمالیان، محسن؛ کریمی، مهدی؛ سهرابی‌بیدار، عبدالله؛ "تحلیل لرزه‌ای دره‌های آبرفتی دو بعدی اشباع در فضای زمان با استفاده از ترکیب روش‌های اجزای محدود و عناصر مرزی"، چهارمین کنفرانس بین‌المللی زلزله شناسی و مهندسی زلزله، ۲۴-۲۵ اردیبهشت ۱۳۸۲، تهران- ایران.

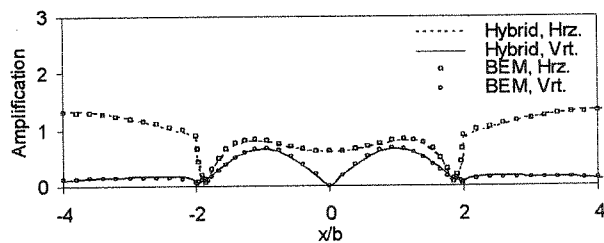
[۴] Ahmad, S., Banerjee, P.K., "Multi-Domain BEM for Two-Dimensional Problems of Elastodynamics", Int. J. for Num. Methods in Eng., Vol. 26 pp 891-911, 1988

[۵] Antes, H., "A boundary element procedure for transient wave propagation in two-dimensional isotropic elastic media", Finite Elem. Anal. Des., Vol. 1, pp 313-322, 1985

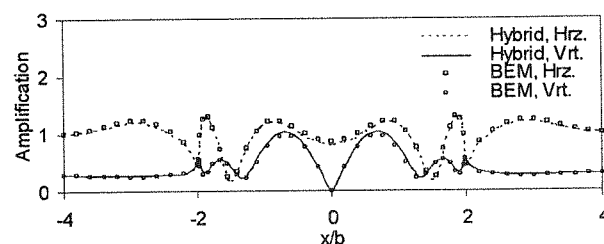
[۶] Ezawa, Y., Okamoto, N., "Development of Contact Stress Analysis Programs Using the Hybrid Method of FEM and BEM", Computers and Structures, Vol. 58(1) , pp. 1320 1996.

[۷] Gatmiri, B., Kamalian, M., "Combination of boundary element and finite element methods for evaluation of dynamic response of saturated porous media", Proceeding of 5th European Conference on Numerical Methods in Geotechnical Engineering, pp. 947-955, 2002

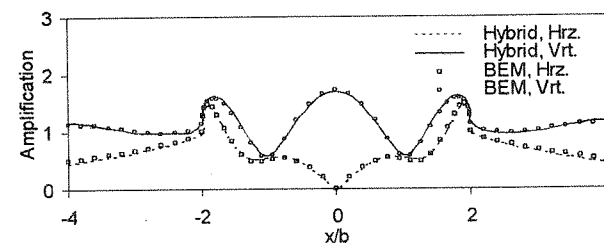
[۸] Gatmiri, B., Kamalian, M., "Time Domain Two-Dimensional Hybrid FEM / BEM Dynamic Analysis Of Non-Linear Saturated Porous Media", Proceeding of 2nd Canadian Specialty Conference On Computing In Geotechnique, pp. 216-221, 2002.



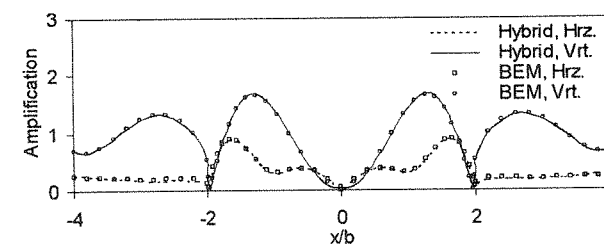
شکل (۲۱): مقایسه بزرگنمایی تپه نیم‌دایره‌ای به روش اجزای مرزی و مرکب به ازای فرکانس بدون بعد ۱/۰ و موج مهاجم SV



شکل (۲۲): مقایسه بزرگنمایی تپه نیم‌دایره‌ای به روش اجزای مرزی و مرکب به ازای فرکانس بدون بعد ۱/۵ و موج مهاجم SV



شکل (۲۳): مقایسه بزرگنمایی تپه نیم‌دایره‌ای به روش اجزای مرزی و مرکب به ازای فرکانس بدون بعد ۱/۰ و موج مهاجم P



شکل (۲۴): مقایسه بزرگنمایی تپه نیم‌دایره‌ای به روش اجزای مرزی و مرکب به ازای فرکانس بدون بعد ۱/۵ و موج مهاجم P

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، نشان داده شده است که الگوریتم ترکیب روش‌های اجزای محدود و اجزای مرزی، ابزاری مناسب برای حل مستقیم مسائل انتشار امواج در محیط‌های خطی دو بعدی در فضای زمان است. بر اساس الگوریتم مرکب ارائه شده، که فرمول‌بندی بخش اجزای مرزی آن با استفاده از نسخه اصلاح شده هسته‌های گذرای الاستودینامیک دوبعدی صورت گرفته

- Mansur, W.J., "A time-stepping technique to solve wave propagation problems using the boundary element method", Ph.D. Dissertation, Southampton University, 1983. [۱۹]
- Ohkami, T., Mitsui, Y., Kusama, T., "Coupled boundary element / finite element analysis in geomechanics including body forces", Computers and Geotechnics, Vol. 5, pp 263-278, 1985. [۲۰]
- Schnabel, P.B., Lysmer, J., Seed, H.B., "SHAKE-A computer program for earthquake response analysis of horizontally layered sites", Report No. EERC-72-12 Earthquake Eng. Research Center, Berkeley, California, 1972. [۲۱]
- Spyrakos, C.C., Beskos, D.E., "Dynamic Response of Flexible Strip-Foundations by Boundary and Finite Elements", Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 5(2), pp 8496 1986. [۲۲]
- Vallabhan, C.V.G., "Coupling of BEM / FEM technology: an overview", Boundary Element Techniques, pp. 15-30 1988. [۲۳]
- Von Estorff, O., Prabucki, M.J., "Dynamic Response in Time Domain by Coupled Boundary and Finite Elements", Computational Mechanics, Vol. 6, pp 35-46 1990. [۲۴]
- Von Estorff, O., Firuziaan, M., "Nonlinear Dynamic Response By Coupling BEM And FEM", Proceeding of the ECCM99Conf, Munich, 1999. [۲۵]
- Von Estorff, O., Firuziaan, M., "FEM and BEM for Nonlinear Soil/Structure Interaction Analysis", Proceeding of the Int. Workshop WAVE2000, Bochum, 2000. [۲۶]
- White, W., Valliappan, S., Lee, I.K., "Unified boundary for finite dynamic models", J. of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 103(5), pp. 969-964, 1977. [۲۷]
- Wolf, J.P., "Dynamic Soil-Structure Interaction", Prentice Hall, 1985. [۲۸]
- Hadely, P.K., Askar, A., Cakmak, A.S., "Scattering of Waves by Inclusions in a Nonhomogeneous Elastic Half Space Solved By Boundary Element Methods", Technical Report NCEEER-89-0027, 1989. [۹]
- Israil, A.S.M., Banerjee, P.K., "Two-dimensional transient wave propagation by time domain BEM", Int. J. Solids and Structures, Vol. 26, pp 851-864, 1990. [۱۰]
- Israil, A.S.M., Banerjee, P.K., "Advanced time domain formulation of BEM for two-dimensional transient elastodynamics", Int. J. for Num. Methods in Eng., Vol. 29 pp. 14241440, 1990. [۱۱]
- Israil, A.S.M., Banerjee, P.K., "Advanced development of boundary element method for two-dimensional dynamic elasto-plasticity", Int. J. Solids and Structures, Vol. 29 pp. 14331451, 1992. [۱۲]
- Kamalian, M., Gatmiri, B., Sohrabi-Bidar, A., "On TimeDomain Two-Dimensional Site Response Analysis of Topographic Structures by BEM", Journal of seismology and earthquake engineering, Vol. 5(2), pp. 35-45, 2003. [۱۳]
- Kamalian, M., Jafari, M.K., Dehghan, K., Sohrabi-Bidar, A., Razmkhah, A., "Two-Dimensional Hybrid Response Analysis of Trapezoidal Shaped Hills in Time Domain", Advances in Boundary Element Techniques IV, Eds. R. Gallego, and M.H. Aliabadi, pp. 231-236, 2003. [۱۴]
- Karabalis, D.L., Beskos, D.E., "Dynamic response of 3-D flexible foundations by time domain BEM and FEM", Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 4(2), pp 94101, 1985. [۱۵]
- Kawase, H., "Time-domain response of a semi-circular canyon for incident P, SV and Rayleigh waves calculated by the discrete wavenumber boundary element method", Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 78 pp 14151437 1988. [۱۶]
- Kawase, H., Aki, K., "A study of the response of a soft basin for incident S, P and Rayleigh waves with special reference to the long duration observed in Mexico City", Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 79 pp 13641382 1989. [۱۷]
- Lysmer, J., Kuhlemeyer, R.L., "Finite dynamic model for infinite media", J. of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. EM4, pp 859-877, 1969. [۱۸]