

بهینه سازی دو هدفه سیستم‌های تولید *JIT* در محیط تولید دسته‌ای: حداقل هزینه موجودی حین فرایند و هزینه اضافه کاری منبع

مسعود ربّانیⁱ؛ سید احمد میرعلی‌یاریⁱⁱ

چکیده

یکی از فروض تحقق تولید *JIT* کاهش زمان راه اندازی به حدی است که بتوان به اندازه انباشته ایده‌آل یک واحد دست یافت. کاهش زمان راه اندازی بیش از آنکه یک مسأله برنامه‌ریزی تولید باشد، یک مسأله فنی است و کاهش آن به آسانی امکان پذیر نیست، پس اگر حداکثر تلاش برای کاهش زمان راه اندازی به اندازه انباشته‌های ثابت منطبق بر اندازه انباشته اقتصادی منجر شده باشد، تولید به صورت دسته‌ای انجام می‌شود. هدف این مقاله، به دست آوردن زمانبندی تولید *JIT* دسته‌ها با حداقل هزینه اضافه کاری منبع در محیط تولید دسته‌ای چند محصولی است. مسأله در قالب دو مدل بیان می‌شود. از مدل اول که یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط با هدف حداقل کردن هزینه نگهداری موجودی حین فرایند است، زمانبندی بهینه تولید *JIT* دسته‌های قطعه‌ها به دست می‌آید. راهکار کمینه ساز موجودی حین فرایند، دسته قطعه‌های صحیح را در زمان صحیح و به مقدار صحیح تولید می‌کند. رسیدن به مینیمم موجودی حین فرایند باعث تغییر پذیری معنی دار بار کاری منبع در پریودهای مختلف تولید می‌شود. با توجه به جواب بهینه چندگانه مدل اول، امکان انتخاب بهترین جواب مدل اول از طریق مدل دوم فراهم می‌شود. مدل دوم با حفظ مقدار بهینه هدف اول، از طریق برنامه‌ریزی آرمانی به حداقل کردن هزینه اضافه کاری منبع می‌پردازد. بنابراین امکان به دست آوردن زمانبندی تولید *JIT* قطعه‌ها به صورت دسته‌ای با حداقل هزینه اضافه کاری منبع حاصل شده است.

کلمات کلیدی

JIT، تولید دسته‌ای، برنامه ریزی آرمانی، سیستم تولید، هزینه اضافه کاری، منبع

Bi-Objective Optimization of JIT Production Systems in Batch Manufacturing Environment: Minimum WIP cost and Resource Overtime cost

M. Rabbani; S.A. Miraliyari

ABSTRACT

One of the important *JIT* assumptions is the setup time reduction so that an ideal lot size of one unit is possible. Setup time reduction is rather a technical problem than a production planning problem and it is not readily possible. Therefore if maximum effort to reduce set-up time has resulted in a fixed batch size in accordance with the EOQ model, batch manufacturing occurs. This paper is to obtain *JIT* scheduling of parts while minimizing the overtime cost of resource in the multi-product batch manufacturing. The problem is formulated as two models. From the first model, a mixed integer programming with minimum WIP cost

ⁱ استادیار مهندسی صنایع؛ دانشگاه تهران، دانشکده فنی، گروه مهندسی صنایع؛ صندوق پستی ۴۵۶۳-۱۱۶۳۶۵؛ mrabani@ut.ac.ir

ⁱⁱ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی صنایع دانشگاه تهران؛ صندوق پستی ۴۵۶۳-۱۱۶۳۶۵؛ miraliyari@yahoo.com

objective, just-in-time production scheduling of batches is obtained. This inventory minimizing approach produces the right parts, in the right quantity and at the right time. However the achievement of minimum inventory may be at the expense of significant workload variability. Since the first model provides multiple optimum solutions, the second model allows us to select the best solution with regard to minimum overtime resource cost. Hence JIT production with minimum resource overtime cost is realized.

KEYWORDS

JIT; Batch manufacturing; Goal programming; Production system; Overtime cost; Resource

دسته‌ای JIT به صورت سیکیلی باشند. فوگارتی [۲] اشاره می‌کند که حتی هنگامی که بار دپارتمان نهایی مونتاژ هموار است، ممکن است بار متناظر در دپارتمان‌های تولید قطعه‌ها هموار نباشد. میلتنبرگ و گلدستین [۲] اشاره می‌کنند که معمولاً زمانبندی شامل توالی نسبتاً کوچکی است که مدام تکرار می‌شود. بجز برای مقادیر نادر نرخ تقاضا، اندازه انباشته و ظرفیت، سیکل‌های بار کاری وجود دارند و ممکن است مدیریت دامنه تغییرات با توجه به هزینه‌های برنامه ریزی نیازمندی‌های ظرفیت زیاد باشد. ماندن [۴] اشاره می‌کند که هموار سازی تولید در سیستم توپوتا می‌تواند از طریق کاهش زمان راه اندازی حاصل شود. در حالی که با نزدیک شدن اندازه‌های انباشته قطعه‌ها به نرخ تقاضا در هر پریود، نوسان بار کاری کاهش می‌یابد، مقدار کاهش به دست آمده به قابلیت کوچک شدن اندازه انباشته بستگی دارد.

هدف این مقاله این است که برنامه ریزی تولید JIT قطعه‌ها را در حالتی که هر گونه تلاش در جهت کاهش زمان‌های راه اندازی، به اندازه انباشته‌های ثابت داده شده منجر شده است، نشان دهد. سهم عمده این مقاله در کنترل و هموار سازی سیکل‌های بار کاری در چنین محیط تولیدی با اندازه انباشته‌های ثابت از طریق برنامه‌ریزی تولید قطعه‌ها می‌باشد. نوع تسهیل در نظر گرفته شده در این مقاله، شامل یک کارگاه تولید، انبار قطعه‌ها و کارگاه مونتاژ می‌باشد. محصول‌های نهایی در کارگاه مونتاژ، از مونتاژ قطعه‌های ساخته شده در کارگاه ساخت به دست می‌آیند. نمودار مدل در شکل (۱) نشان داده شده است.

پریود برنامه‌ریزی تولید به صورت گسسته در نظر گرفته شده است که متناظر با یک شیفت یا روز کاری است. فرض تولید دسته‌ای برای تسهیل در نظر گرفته شده به صورت زیر است:

۱- نرخ خروجی بالای منبع در تولید دسته‌ای باعث می‌شود که هر پریود مونتاژ با انباشته کاملی از قطعه‌های مورد نیاز پشتیبانی شود.

۲- فرض می‌شود اندازه انباشته‌های تولید قطعه‌ها برای نرخ

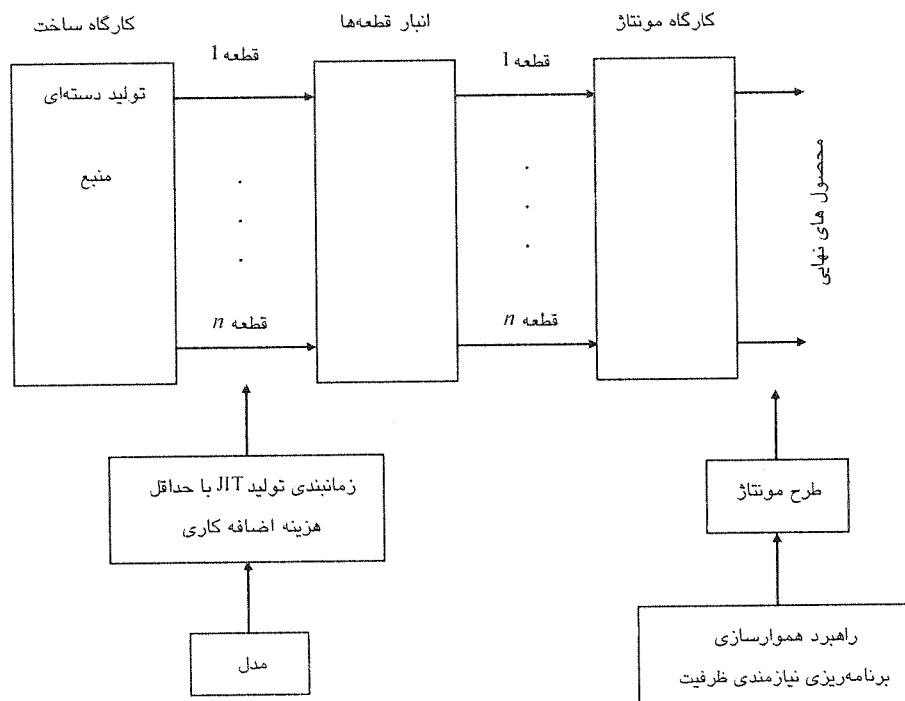
۱- مقدمه

افزایش رقابت در بازار طی سال‌های اخیر، به افزایش تنوع در طیف محصول‌ها منجر شده است. این افزایش تنوع، به افزایش تولید دسته‌ای منجر شده است. این نوع تولید را، با فرض‌های ذکر شده در ادامه این مقاله، ابتدا هاقتن و پورتوگال [۱] معرفی کردند. در تولید دسته‌ای، تنوع متوسط می‌باشد و حجم تقاضا به اندازه‌ای نیست تا استقرار تولید انبوه را توجیه کند. همچنین حجم تقاضا به اندازه‌ای نیست که بتوان از مدل‌های تولید کارگاهی بهره گرفت. قطعه‌های تشکیل دهنده محصول در اجزای عملیاتی مجزا و به صورت دسته‌ای روی ماشین‌آلاتی با بهره‌وری بالا پردازش می‌شوند. محصول‌ها عمدتاً در دو کارگاه ساخت و مونتاژ، تولید می‌شوند با این مفهوم که مابین دو کارگاه، انباری وجود دارد که قطعه‌های تولیدی کارگاه ساخت را با نرخ ثابت به کارگاه مونتاژ عرضه می‌کند. در کارگاه مونتاژ، محصول‌های نهایی از مونتاژ قطعه‌ها به دست می‌آیند. استفاده از این نوع تولید در کشورهای همچون ایران که سهم بازار کوچکی دارند مناسب می‌باشد. در واقع می‌توان گفت که این سیستم، یک حالت واسطه برای حرکت به سمت بازارهای آزاد می‌باشد.

در ادبیات برنامه‌ریزی تولید، فلوشاپ، تولید کارگاهی و پروژه‌ها توجه بسیاری از محققین را به خود اختصاص داده‌اند. محققین کمتر به سیستم‌های تولید نوین‌تر مانند تولید دسته‌ای پرداخته‌اند. بنابراین پژوهش عملیاتی این سیستم‌ها ضروری به نظر می‌رسد.

برداشت این مقاله از تولید JIT این است که تولید نباید خیلی زود و یا خیلی دیر انجام شود تا به ترتیب باعث افزایش انباشته و کمبود در فرایند تولید گردد. به عبارت دیگر، راهکار مینی‌م‌کننده موجودی حین فرایند، قطعه‌های صحیح را در زمان صحیح و به مقدار صحیح تولید می‌کند. رسیدن به مینی‌م‌م موجودی حین فرایند ممکن است باعث تغییر پذیری معنی دار بار کاری منبع در پریودهای مختلف تولید شود.

انتظار می‌رود که بارهای کاری در سیستم‌های تولید



شکل (۱): نمودار مدل فرضی

۶- افق زمانی کارگاه، بی‌نهایت فرض می‌شود. این امر باعث می‌شود که برنامه از پیش تعیین شده مونتاژ به تقاضای یکنواخت از قطعه‌ها در هر پریود تبدیل شود.

با توجه به طرح مونتاژ هموار شده، نرخ ثابت تقاضای قطعه‌ها برای مونتاژ، به تولید سیکنی دسته‌های تولید قطعه‌ها تبدیل می‌شود. بنابراین تولید دسته‌ای می‌تواند محیطی ایجاد کند که در آن امکان بهینه‌سازی هزینه WIP و کاهش تغییرات بار کاری منبع فراهم شود.

در اینجا از مدل‌های زمانبندی تولید مورد استفاده در دیگر محیط‌های تولید استفاده نمی‌شود. نوع مسأله پرداخته شده در اینجا از نوع توالی عملیات است. برکلی و کایران [۷] متذکر می‌شوند که در هر محیط تولیدی که با صف مواجه است، اولویت دهی باید انجام شود. در حالی که توالی تولید، اولویت‌ها را مشخص می‌کند، این مسأله در مقایسه با مسایل دیگر توالی عملیات، غیاب موعدهای تحویل است که توالی را به سطوح انباشته مابین ایستگاه‌ها وابسته می‌کند.

تحقیق‌ها در مورد توالی روی مقایسه‌های کارایی قواعد توالی مختلف متمرکز شده‌اند. اندازه عملکردها شامل متوسط موجودی‌ها و قابلیت برآورده کردن تقاضای ایستگاه‌های بعدی می‌شوند. برکلی [۸]، برکلی و کیران [۷]، لی [۹]، لی و سیه

مونتاژ از پیش تعیین شده، ثابت باشند. اندازه انباشته بهینه از طریق مقدار اقتصادی سفارش به دست می‌آید. اندازه دسته در تولید دسته‌ای مهم است: مخصوصاً در محیط تولید JIT. مطلوبیت کاهش اندازه انباشته از طریق اثر مستقیم آن روی زمان‌های تحویل و موجودی‌های حین فرایند توسط کارمارکر [۵] مورد بحث قرار گرفته است. به‌رحال، کراجوسکی [۶] تأکید می‌کند که کاهش اندازه انباشته وقتی مؤثر است که با کاهش زمان راه اندازی متناظر همراه باشد، در غیر این صورت در هر محیطی از جمله JIT به صورت معکوس عمل می‌کند.

۳- زمان‌های راه اندازی در زمان‌های عملیاتی در نظر گرفته می‌شوند.

۴- با توجه به بهره‌وری بالای منبع، اندازه دسته‌های تولید قطعه‌ها خیلی بزرگ‌تر از نرخ‌های تقاضای قطعه‌هاست، زیرا اگر این فرض برقرار نباشد، نیاز است تا قطعه i ام در هر پریود تولید شود. اندازه انباشته هر قطعه طوری تنظیم شده است که با تقاضای چند پریود برابر باشد.

۵- طرح مونتاژ از پیش تعیین شده که از طریق راهبرد هموارسازی برنامه‌ریزی نیازمندی‌های ظرفیت به دست آمده است، به نرخ تقاضای ثابت و یکنواخت قطعه‌ها برای تولید در کارگاه ساخت تبدیل می‌شود. این فرض بدین معنی است که حتی با وجود متغیر بودن تقاضای بازار، تقاضای قطعه‌ها به صورت ثابت باقی می‌ماند.

[۱۰] نشان داده‌اند که قواعد توالی متداول از قبیل SPT، FCFS و LATE، روی اندازه عملکردها در محیط‌های JIT، یک اثر قابل ملاحظه دارند.

تمرکز این مقاله روی جنبه‌های مختلف توالی عملیات است که در تولید دسته‌ای مهم هستند. فرض معمول حرکت موجودی بین ایستگاه‌های کاری بر پایه این واقعیت است که در محیط JIT، هیچ زمانبندی تولیدی بجز برای ایستگاه آخر وجود ندارد. به هر حال، یک طرح تولید دو مرحله‌ای در نظر گرفته می‌شود. یک زمانبندی با فاز زمانی برای مرحله نهایی وجود دارد که تعیین کننده حرکت یک انباشته معین بین مراحل است.

محققین بسیاری برای تحقق شرایط JIT، به تعیین برنامه کارگاه مونتاژ پرداختند. میلتنبرگ و گلدستین [۲] به تعیین زمانبندی مونتاژ برای خطوط مونتاژ چند مرحله‌ای پرداختند. آنها به بهینه سازی یک مجموع وزنی از اهداف هموار سازی نرخ استفاده از قطعه‌ها و هموار سازی بار مونتاژ پرداختند. زمانبندی تولید مورد بحث قرار نگرفت؛ اما از واریانس سطوح تولید قطعه‌ها حول سطوح مطلوب برای تغذیه کارگاه مونتاژ به عنوان معکوس اندازه هموار سازی استفاده از قطعه‌ها استفاده شد. واریانس تولید کل قطعه‌ها حول سطوح مطلوب به صورت مجموع واریانس های هر یک از قطعه‌ها در نظر گرفته شده است [۱۱]. ثابت می‌شود که واریانس هر یک از قطعه‌ها حول زمانبندی تولید JIT ثابت است. بنابراین برای مقایسه گزینه‌های مختلف زمانبندی تولید JIT، که در ادامه مقاله به آن اشاره خواهد شد، مناسب نیستند. بنابراین سعی می‌شود با معرفی معیار دیگری، امکان انتخاب بهترین زمانبندی تولید JIT حاصل شود.

میلتنبرگ [۱۱] و انجی و مک [۱۲] به عنوان یک هدف همسوی JIT، به کمیته سازی تغییرات استفاده از قطعه‌ها در کارگاه مونتاژ پرداختند. درحالی‌که دومقاله فوق به هموارسازی بار کارگاه مونتاژ و هموارسازی نرخ استفاده از قطعه‌ها می‌پردازند، هاقتن و پورتوگال [۱] با استفاده از راهبرد هموارسازی ظرفیت، فرض کردند اهداف هموارسازی بار کارگاه مونتاژ و نرخ ثابت استفاده از قطعه‌ها حاصل شده است و در بکار گیری اصول تولید JIT در سطح کارگاه ساخت دسته‌ای، به ارائه مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح پرداختند. آنها کار را با یک بار کاری هموار کارگاه مونتاژ آغاز کردند و مسأله JIT را در سطح کارگاه ساخت نشان دادند. آنها با موجودی اولیه قطعه‌ها در ابتدای افق برنامه‌ریزی به تعیین زمانبندی تولید قطعه‌ها برای برآورده کردن تقاضای قطعه‌ها پرداختند.

در تولید JIT در سطح کارگاه ساخت، واریانس سطوح

تولید قطعه‌ها حول سطوح مطلوب برابر صفر است، زیرا منبع زودتر از آنچه بر اساس سیکل قطعه‌ها و نرخ مونتاژ مورد نیاز است، اقدام به تولید قطعه‌ها نمی‌کند. معیار هموار سازی بار به عنوان تابعی از مازاد بار کاری از ظرفیت طراحی شده یا اسمی منبع تعریف می‌شود.

مسأله در دو بخش ارائه می‌شود. ابتدا در مدل اول، هزینه نگهداری قطعه‌ها از طریق برنامه‌ریزی عدد صحیح کمینه شده و زمانبندی تولید دسته‌ای JIT حاصل می‌شود. آنگاه یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی برای کمینه کردن تغییرات بار منبع بسط داده می‌شود.

۲- مدل کمیته سازی هزینه‌های موجودی حین

فرایند قطعه‌ها و اضافه کاری منبع

۲-۱- کمیته سازی هزینه موجودی حین فرایند قطعه‌ها

در مدل اول، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح ارائه می‌شود که سطح کار حین فرایند را به سطح استفاده از منبع مرتبط می‌کند و معیار هزینه نگهداری قطعه‌های تولید شده را به عنوان معیار اولیه بهینه می‌سازد. در این مدل، یک مدل زمانبندی تولید دسته‌ای JIT متناظر با یک طرح مونتاژ ارائه خواهد شد.

h_i : هزینه نگهداری قطعه i در هر پریود

D_i : تقاضای قطعه i در هر پریود

Q_i : اندازه دسته قطعه i

P_{ih} : زمان پردازش هر دسته قطعه i روی منبع

$y_{h\theta}$: افزایش ظرفیت منبع z به صورت اضافه کاری در پریود θ

$x_{i\theta}$: متغیر صفر و یک. اگر تولید دسته قطعه i ام در پریود θ انجام شود برابر یک می‌شود.

$I_{i\theta}$: موجودی قطعه i در ابتدای پریود θ

CT_s : افق زمانی کارگاه ساخت

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{\theta=1}^{CT_s} h_i \left(\frac{I_{i\theta} + I_{i,\theta+1}}{2} \right) \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^n P_{ih} x_{i\theta} \leq \sum_{i=1}^n P_{ih} \left(\frac{D_i}{Q_i} \right) + y_{h\theta} \quad \forall \theta \quad (2)$$

$$I_{i\theta} + Q_i x_{i\theta} - D_i = I_{i,\theta+1} \quad \forall i, \quad \forall \theta \quad (3)$$

$$x_{i\theta} = 0 \quad \text{یا} \quad 1 \quad (4)$$

$$x_{i\theta}, y_{h\theta}, I_{i\theta} \geq 0 \quad \forall i, \quad \forall \theta$$

متغیرهای تصمیم، $x_{i\theta}$ تولید قطعه i در پریود هستند. جواب مدل، ماتریس X_{n,CT_s} است. سطرها نشان دهنده قطعه‌ها و

ستون‌ها نشان دهنده پریودهای برنامه ریزی هستند.

$$X_{nCT_s} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1CT_s} \\ x_{21} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & \dots & \dots & x_{nCT_s} \end{bmatrix} \quad (5)$$

وظیفه برنامه‌ریزی تولید، تهیه زمانبندی تولید دسته‌های محصول‌های مختلف با خصوصیت JIT است. برای برآورده شدن خصوصیت JIT بودن تولید دسته‌ها، لازم است هر دسته نه آنقدر دیر تولید شود که سبب کمبود گردد و نه آنقدر زود تولید شود تا سبب هزینه‌های نگهداری غیر ضروری شود. تابع هدف به صورت حداقل هزینه نگهداری قطعه‌ها در نظر گرفته می‌شود. در محدودیت (۲) ظرفیت مورد نیاز هر پریود θ برای تولید قطعه‌ها به صورت $\sum_{i=1}^n P_{ih} x_{i\theta}$ است. ظرفیت اسمی

یا طراحی شده هر پریود برای منبع، برابر با $\sum_{i=1}^n P_{ih} \left(\frac{D_i}{Q_i} \right)$ است که حداقل ظرفیت مورد نیاز در هر پریود برای برآورده کردن تقاضای قطعه‌هاست. متغیرهای $y_{h\theta}$ امکان بیشتر شدن بار از ظرفیت اسمی را فراهم می‌آورند. این متغیرها بدون حد بالا در نظر گرفته شده‌اند تا به تابع هدف کمینه کردن هزینه نگهداری موجودی اولویت داده شود. همچنین این امر باعث می‌شود که بهینه سازی تولید تمام قطعه‌ها به صورت مستقل صورت گیرد. از این خاصیت در بسط مدل دوم استفاده می‌شود.

در محدودیت (۳) رابطه بین موجودی قطعه‌ها و تولید دسته قطعه‌ها در نظر گرفته شده است. این رابطه باعث می‌شود که تولید با توجه به حداقل هزینه نگهداری قطعه‌ها، در پریودی انجام شود که از کمبود جلوگیری کند. قبل از پرداختن به مدل دوم، لازم است برخی از ویژگی‌های مدل اول بررسی شود.

مدل اول با توجه به موجودی اولیه قطعه‌ها و بدون مواجهه با کمبود، زمانبندی JIT تولید دسته قطعه‌ها را مشخص می‌کند. سیکل تولید قطعه i برابر $CT_i = \frac{Q_i}{D_i}$ است. زمانبندی به دست آمده شامل یک توالی نسبتاً کوچک است که مرتباً تکرار می‌شود. اگر زمان سیکل کارگاه ساخت با CT_s و زمان سیکل قطعه‌ها با CT_i نمایش داده شوند، آنگاه زمان سیکل کارگاه ساخت برابر کوچک‌ترین مضرب مشترک تمام زمان‌های سیکل قطعه‌هاست. همین امر باعث شده است که افق کارگاه به جای بی‌نهایت، که در فروض به آن اشاره شد، به اندازه سیکل

کارگاه ساخت تقلیل یابد.

۲-۱-۱- گزاره ۱: هزینه ثابت راه اندازی در طول افق

کارگاه

از ویژگی‌های مدل اول، هزینه ثابت راه اندازی در طول افق کارگاه ساخت است. اگر m_i تعداد تولید قطعه i در سیکل کارگاه، S_i هزینه راه اندازی قطعه i و TSC هزینه راه اندازی تمام قطعه‌ها در طول سیکل کارگاه باشد، آنگاه:

$$m_i = \frac{CT_s}{CT_i} = CT_s \cdot \left(\frac{D_i}{Q_i} \right) = \sum_{\theta=1}^{CT_s} x_{i\theta} \quad (6)$$

$$TSC = \sum_{i=1}^n TSC_i = \sum_{i=1}^n \sum_{\theta=1}^{CT_s} S_i x_{i\theta} \quad (7)$$

$$= \sum_{i=1}^n S_i \sum_{\theta=1}^{CT_s} x_{i\theta} = \sum_{i=1}^n S_i \cdot \left[CT_s \frac{D_i}{Q_i} \right]$$

در (۷) با مشخص بودن مقادیر زمان سیکل کارگاه، زمان راه اندازی، نرخ تقاضا و اندازه انباشته قطعه‌ها، مقدار هزینه راه اندازی کل برای قطعه‌ها ثابت است، بنابراین در نظر گرفتن هزینه راه اندازی در مدل، هیچ گونه تأثیری روی بهینه سازی ندارد.

۲-۱-۲- گزاره ۲: هزینه ثابت نگهداری موجودی حین

فرایند

یکی دیگر از ویژگی‌های مدل اول این است که بدون در نظر گرفتن موجودی اولیه قطعه‌ها، با تغییر ترتیب تولید قطعه‌ها از پریودی به پریود دیگر در سیکل قطعه و ثابت ماندن توالی مورد نظر در سیکل‌های دیگر موجود در سیکل کارگاه، تغییری در مقدار بهینه جواب مدل اول حاصل نمی‌شود. اگر H بیانگر کل هزینه نگهداری در بازه سیکل کارگاه باشد، آنگاه:

$$H = \frac{h}{2} [I_{10} + I_{11} + \dots + I_{n0} + I_m] \quad (8)$$

$$+ I_{11} + I_{12} + I_{21} + I_{22} + \dots$$

$$+ I_{11} + I_{12} + I_{21} + I_{22} + \dots$$

$$+ I_{1,CT_s} + \dots + I_{n, [CT_s - 1]} + I_{n, CT_s}]$$

با توجه به خاصیت سیکلی تولید قطعه‌ها $I_{10} = I_{1,CT_s}$ است. همچنین هر کدام از مقادیر دیگر موجودی، یک بار به عنوان موجودی انتهای دوره و یک بار به عنوان موجودی ابتدای دوره بعد و در مجموع دو بار در رابطه فوق تکرار شده‌اند. بنابراین چنین حاصل می‌شود:

$$H = h [I_{10} + I_{11} + I_{12} + \dots] \quad (9)$$

$$+ I_{1, [CT_s - 1]} + I_{20} + \dots + I_{2, [CT_s - 1]}$$

$$\dots + I_{n0} + \dots + I_{n, [CT_s - 1]}]$$

$$H = h \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^{CT_i-1} I_{ij} \right] \quad (10)$$

موجودی قطعه‌ها نیز که بر اساس اندازه دسته و تقاضاست به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$I_i = Q_i - bD_i \quad i = 1, \dots, n \quad (11)$$

$$b = 1, \dots, CT_i - 1$$

پس با مقادیر ثابت موجودی قطعه‌ها، با تغییر ترتیب آنها مجموع آنها ثابت می‌ماند و در نتیجه H ثابت باقی می‌ماند. به عبارت دیگر، مدل اول دارای جواب بهینه چندگانه است. بنابراین، انتخاب بهترین جواب از بین جواب‌های بهینه با توجه به هدف دوم امکان پذیر می‌شود.

از حل مدل اول، زمانبندی‌های بهینه تولید دسته قطعه‌ها شامل زمانبندی JIT، بار سیکلی منبع تولید و نیازمندی‌های ظرفیت که فراتر از ظرفیت اسمی است، به دست می‌آیند. از این ویژگی‌ها در بسط مدل دوم و تسهیل رویه حل استفاده می‌شود.

۲-۲- کمینه سازی هزینه اضافه کاری منبع با حفظ

جواب بهینه مدل اول

در مدل دوم، یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی ارائه می‌شود که در آن با توجه به تناوب تولید قطعه‌ها در سیکل کارگاه و ظرفیت اسمی منبع در هر پریود، زمانبندی تولید قطعه‌ها به نحوی حاصل می‌شود که حداقل اضافه ظرفیت مورد نیاز برای منبع به دست می‌آید. خروجی این مدل زمانبندی تولید قطعه‌هاست. پس از حل مدل دوم در صورت لزوم، موجودی قطعه‌ها تنظیم خواهد شد.

در سطح برنامه‌ریزی نیازمندی‌های ظرفیت، هموارسازی بار منبع از طریق راهبردهای برنامه‌ریزی تولید حاصل می‌شود. چون زمانبندی رو به جلو، قطعه‌ها را زودتر از تولید JIT و زمانبندی رو به عقب باعث کمبود می‌شود، تنها گزینه‌ای که می‌تواند خصوصیت JIT بودن زمانبندی را حفظ کند، تولید به صورت اضافه کاری است. نیازمندی‌های اضافه کاری، تابعی از $y_{b\theta}$ هستند. ثابت می‌شود که هدف اول بر هدف دوم مقدم است و می‌توان بدون تغییر در خصوصیت JIT بودن زمانبندی‌ها، با تغییر در بار منبع که به صورت

$\sum_{i=1}^n P_{ib} x_{i\theta}$ بیان می‌شود، معیار هزینه تغییرات بار منبع که به

صورت $\min \sum_{\theta=1}^{CT_s} C_b y_{b\theta}$ تعریف می‌شود، کمینه کرد. C_b هزینه

هر واحد اضافه کاری منبع است. چون مقدار C_b ثابت است،

معیار هزینه تغییرات بار منبع به $\min \sum_{\theta=1}^{CT_s} y_{b\theta}$ تقلیل می‌یابد.

در واقع می‌توان اضافه ظرفیت مورد نیاز منبع را به صورت عبارتی از تولید دسته قطعه‌ها بیان کرد:

$$y_{b\theta} = \text{Max} \left(0, \sum_{i=1}^n P_{ib} x_{i\theta} - \sum_{i=1}^n P_{ib} \left(\frac{D_i}{Q_i} \right) \right) \quad (12)$$

بنابراین هموارسازی بار منبع به سطح تولید، یعنی $x_{i\theta}$ وابسته است.

ابتدا فرض می‌شود بدون در نظر گرفتن هزینه نگهداری قطعه‌ها و مواجه شدن با کمبود، خواسته شود بار منبع حول ظرفیت اسمی منبع در هر پریود هموارسازی شود؛ در این حالت، مدل زیر ارائه می‌شود:

d_{θ}^{-} : متغیر انحراف منفی. مقدار آن در پریود θ مشخص کننده مازاد ظرفیت منبع از ظرفیت مورد نیاز منبع در پریود θ است؛ به عبارت دیگر:

$$d_{\theta}^{-} = \text{Max} \left(0, \sum_{i=1}^n P_{ib} \left(\frac{D_i}{Q_i} \right) - \sum_{i=1}^n P_{ib} x_{i\theta} \right) \text{ است.}$$

d_{θ}^{+} : متغیر انحراف مثبت. مقدار آن در پریود θ مشخص کننده اضافه ظرفیت مورد نیاز منبع در پریود θ است؛ به عبارت دیگر:

$$d_{\theta}^{+} = \text{Max} \left(0, \sum_{i=1}^n P_{ib} x_{i\theta} - \sum_{i=1}^n P_{ib} \left(\frac{D_i}{Q_i} \right) \right) \text{ است.}$$

CT_i : زمان سیکل قطعه i ام که معادل $\frac{Q_i}{D_i}$ است.

$$\text{Min } Z_2 = \sum_{\theta=1}^{CT_s} (d_{\theta}^{+} + d_{\theta}^{-}) \quad (13)$$

$$\text{s.t.} : \sum_{i=1}^n P_{ib} x_{i\theta} + d_{\theta}^{-} - d_{\theta}^{+} = \sum_{i=1}^n P_{ib} \left(\frac{D_i}{Q_i} \right) \quad \forall \theta \in \{1, \dots, CT_s\} \quad (14)$$

$$Q_i \sum_{\theta=1}^{CT_s} x_{i\theta} = D_i \cdot CT_s \quad i = 1, \dots, n \quad (15)$$

$$d_{\theta}^{-}, d_{\theta}^{+} = 0 \quad \forall \theta \in \{1, \dots, CT_s\} \quad (16)$$

$$x_{i\theta}, d_{\theta}^{-}, d_{\theta}^{+} \geq 0 \quad i = 1, \dots, n \quad \forall \theta \in \{1, \dots, CT_s\} \quad (17)$$

بقیه پارامترها مانند مدل اول تعریف می‌شوند. متغیرهای تصمیم $x_{i\theta}$ هستند. در تابع هدف (5)، مجموع متغیرهای انحراف مثبت و منفی از ظرفیت اسمی منبع در هر پریود کمینه می‌شوند. این امر سبب می‌شود که زمانبندی تولید به دست آمده دارای حداقل انحراف از ظرفیت اسمی باشد. بنابراین مجموع انحراف‌های مثبت از ظرفیت اسمی در پریودهای مختلف که

بیان کننده میزان اضافه کاری منبع یا اضافه ظرفیت مورد نیاز است، کمینه شود. همچنین با توجه به اینکه ظرفیت اسمی منبع در هر پریود، حداقل ظرفیت مورد نیاز برای برآورده کردن تقاضای قطعه‌ها در پریودهای مختلف است، پس مجموع متغیرهای مثبت و منفی که به ترتیب بیان کننده اضافه ظرفیت مورد نیاز و ظرفیت اضافی منبع است، برابر هستند. به عبارت دیگر:

$$\sum_{\theta=1}^{CT_s} d_{\theta}^{+} = \sum_{\theta=1}^{CT_s} d_{\theta}^{-}$$

بنابراین می‌توان در (۵) از $\sum_{\theta=1}^{CT_s} d_{\theta}^{+}$ استفاده کرد. در (۶)،

مقدار هدف برابر با ظرفیت اسمی منبع در پریود و به صورت $\sum_{i=1}^n P_{i\theta} \left(\frac{D_i}{Q_i} \right)$ مشخص شده است. در (۷)، تعداد دفعات تولید

مورد نیاز برای برآورده کردن تقاضای قطعه‌ها در سیکل کارگاه به صورت $\frac{CT_s}{CT_i}$ مشخص شده است. در (۸) مشخص می‌شود که حداقل یکی از متغیرهای انحراف باید صفر باشند.

همان‌طور که مشخص است جواب به‌دست آمده از مدل فوق، زمانبندی تولید دسته‌های قطعه‌ها خواهد بود که بدون توجه به کمبود و هزینه نگهداری قطعه‌ها، صرفاً بر اساس برآورده کردن تقاضای مورد نیاز و تولید در هر پریود حول ظرفیت اسمی آن پریود است.

حال اگر موجودی اولیه قطعه‌ها در ابتدای افق برنامه‌ریزی در نظر گرفته نشود و تغییرات زیر در مدل اعمال شود، آنگاه مدل می‌تواند زمانبندی تولیدی ایجاد کند که در آن، با حفظ کمینه مقدار هزینه نگهداری و بدون مواجه شدن با کمبود، زمانبندی تولید حول ظرفیت اسمی انجام شود. برای جلوگیری از مواجهه با کمبود قطعه‌ها، فرض می‌شود که موجودی اولیه برای قطعه‌ها وجود ندارد. بنابراین از کمبود قطعه‌ها که از تولید قطعه در هر پریود سیکل قطعه و پریودهای متناظر دیگر موجود در سیکل کارگاه ناشی می‌شود، می‌توان از طریق تنظیم موجودی اولیه قطعه‌ها در ابتدای افق برنامه‌ریزی جلوگیری کرد. با توجه به تکرار سیکل‌های کارگاه، از هزینه تنظیم موجودی در ابتدای پریود اول صرف‌نظر می‌شود. در برآورده کردن تقاضای قطعه‌ها در (۷)، به جای محدود کردن تعداد کل تولید قطعه‌ها در سیکل کارگاه، تعداد تولید موردنیاز هر قطعه، در سیکل قطعه محدود می‌شود و توالی به‌دست آمده در هر سیکل قطعه، در تمام سیکل‌های دیگر موجود در سیکل کارگاه تکرار می‌شود. بنابراین بجای (۷) در مدل فوق، از دو محدودیت

زیر استفاده می‌شود:

$$\sum_{\theta=1}^{\theta=CT_i} x_{i\theta} = 1 \quad i = 1, \dots, n \quad (15-a)$$

$$x_{i\theta} = x_{i,\theta+kCT_i} \quad \forall \theta \in \{1, \dots, CT_s\} \quad (15-b)$$

$$i = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, \frac{CT_s}{CT_i} - 1$$

محدودیت (۱۵-ا) بیانگر این مطلب است که در هر سیکل قطعه، یک و تنها یک بار تولید انجام می‌شود. محدودیت (۱۵-ب)، تولید در پریودهای متناظر سیکل‌های دیگر موجود در سیکل کارگاه با سیکل اول را تضمین می‌کند.

با توجه به ویژگی جواب بهینه چندگانه مدل اول که در قسمت‌های قبل اثبات شد و این نکته که با تغییر ترتیب تولید قطعه‌ها از پریودی به پریود دیگر در سیکل قطعه و ثابت ماندن توالی مورد نظر در سیکل‌های دیگر موجود در سیکل کارگاه، تغییری در مقدار بهینه جواب مدل اول حاصل نمی‌شود، مدل دوم با اعمال محدودیت‌های (۱۵-ا) و (۱۵-ب) امکان زمانبندی تولیدی را فراهم می‌آورد که در آن، با حفظ بهینه هزینه نگهداری قطعه‌ها، می‌توان به کمینه سازی تغییرات بار منبع یا اضافه ظرفیت مورد نیاز منبع پرداخت. بدین ترتیب، مدل اول بر مدل دوم مقدم است؛ به این مفهوم که امکان هیچ گونه موازنه‌ای برای کاهش عملکرد معیار اول وجود ندارد. این راهکار این امکان را به وجود می‌آورد که استفاده از ظرفیت منبع، از طریق مدل دوم بهینه شود.

در مقایسه با مدل‌های ارائه شده تاکنون، راهکار ارائه شده شبیه کار بیترن و چنگ [۱۲] است. آنها یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی قطعی را برای یک فرایند تولید کلی ارائه و سپس ویژگی‌های جواب JIT را تعیین کردند. این در حالی است که تمرکز این مقاله روی تولید دسته‌ای دو مرحله‌ای است. مدل اول حالت خاصی از مدل هاقتون و پورتوگال [۱] است که در آن به جای چند منبع، یک منبع در نظر گرفته شده است. معنی داری حالت در نظر گرفته شده بسیار است، زیرا می‌توان منبع را یک ماشین گلوگاه در نظر گرفت که بسیاری از قطعه‌های تولیدی به آن نیاز دارند. همچنین می‌توان کل تجهیزها و منابع تولید را به عنوان یک منبع در نظر گرفت. اثبات جواب بهینه چندگانه برای زمانبندی JIT و ارائه مدل برنامه‌ریزی آرمانی کمینه سازی اضافه کاری مورد نیاز منبع برای انتخاب بهترین گزینه زمانبندی JIT، نقطه متمایز این مقاله با کارهای گذشته است.

۳- حل مدل

الگوریتم پیشنهادی برای حل دو مدل در ۱۸ مرحله ارائه شده است. مراحل یک تا هشت و مراحل نه تا شانزده به ترتیب به حل مدل اول و دوم می‌پردازند. نمودار جریان الگوریتم پیشنهادی در شکل (۲) نشان داده می‌شود.

۳-۱- شرح الگوریتم

۱- زمان سیکل قطعه‌ها به صورت $CT_i = \frac{Q_i}{D_i}$ محاسبه می‌شود. زمان سیکل کارگاه (CT_s)، برابر کوچک‌ترین مضرب مشترک زمان سیکل قطعه‌هاست. مسأله در قالب مدل اول بیان و از طریق الگوریتم‌های برنامه ریزی عدد صحیح حل می‌شود. اگر جواب بهینه مدل اول به صورت ماتریس‌های X_{nCT_s} ، I_{nCT_s} و Y_{1CT_s} و مقدار Z در زمان قابل قبول به دست آید، به مرحله ۸ رجوع می‌شود؛ در غیر این صورت ادامه داده می‌شود.

۲- قطعه‌ها بر حسب زمان سیکل آنها به g گروه تقسیم می‌شوند به طوری که زمان سیکل تمام قطعه‌ها یک گروه، یکسان است. زمان سیکل گروه G_j با CT_{G_j} و تعداد قطعه‌ها با n_{G_j} نمایش داده می‌شود. زمان سیکل کارگاه، CT_s برابر کوچک‌ترین مضرب مشترک CT_{G_j} ‌هاست.

۳- هر گروه به صورت برنامه ریزی عدد صحیح مدل می‌شود. برای گروه J ام، n_{G_j} و CT_{G_j} به ترتیب جایگزین n و CT_s می‌شوند.

۴- جواب هر یک از زیر مسایل، از طریق الگوریتم‌های برنامه ریزی عدد صحیح به دست می‌آیند.

۵- جواب زیر مسایل به کل سیکل کارگاه تعمیم داده می‌شود به طوری تناوب تولید قطعه در تمام سیکل‌های موجود در سیکل کارگاه یکسان است.

۶- جواب زیر مسایل تعمیم داده شده به سیکل کارگاه، به دلخواه در هم تلفیق می‌شوند. نتایج به صورت ماتریس‌های X_{nCT_s} ، I_{nCT_s} و Y_{1CT_s} بردار Y_1 تا Y_g تعمیم داده شده به کل سیکل تولید به دست می‌آید.

۷- هزینه کمینه موجودی حین فرایند قطعه‌ها به صورت $Z = \sum_{j=1}^g \left(\frac{CT_s}{CT_{G_j}} \right) \cdot Z_j$ محاسبه می‌شود.

۸- مقدار کل اضافه ظرفیت مورد نیاز منبع در سیکل کارگاه، که از طریق مدل اول حاصل شده است، از مجموع مؤلفه‌های بردار

$$Y_{1CT_s} \text{ به صورت } \sum_{\theta=1}^{CT_s} y_{h\theta} \text{ به دست می‌آید.}$$

۹- مسأله در قالب مدل دوم بیان می‌شود. اگر جواب بهینه مدل دوم به صورت X'_{nCT_s} و d_{θ}^+ و d_{θ}^- در زمان قابل قبول به دست آید، به مرحله ۱۴ رجوع می‌شود. در غیر این صورت ادامه داده می‌شود.

۱۰- هر یک از گروه‌های مدل اول، از طریق برنامه ریزی آرمانی مدل می‌شوند. برای گروه J ام، n_{G_j} و CT_{G_j} به ترتیب جایگزین n و CT_s می‌شوند. در این حالت، با توجه به مرحله ۱۲ نیازی به محدودیت (b-۱۵) نیست.

۱۱- جواب هر یک از زیر مسایل، از طریق الگوریتم‌های برنامه ریزی آرمانی به دست می‌آید.

۱۲- جواب زیر مسایل به کل سیکل کارگاه تعمیم داده می‌شود به طوری تناوب تولید قطعه در تمام سیکل‌های موجود در سیکل کارگاه یکسان است.

۱۳- جواب زیر مسایل تعمیم داده شده به سیکل کارگاه، به دلخواه در هم تلفیق می‌شوند. نتایج به صورت ماتریس X'_{nCT_s} و Y'_{1CT_s} نمایش داده می‌شوند.

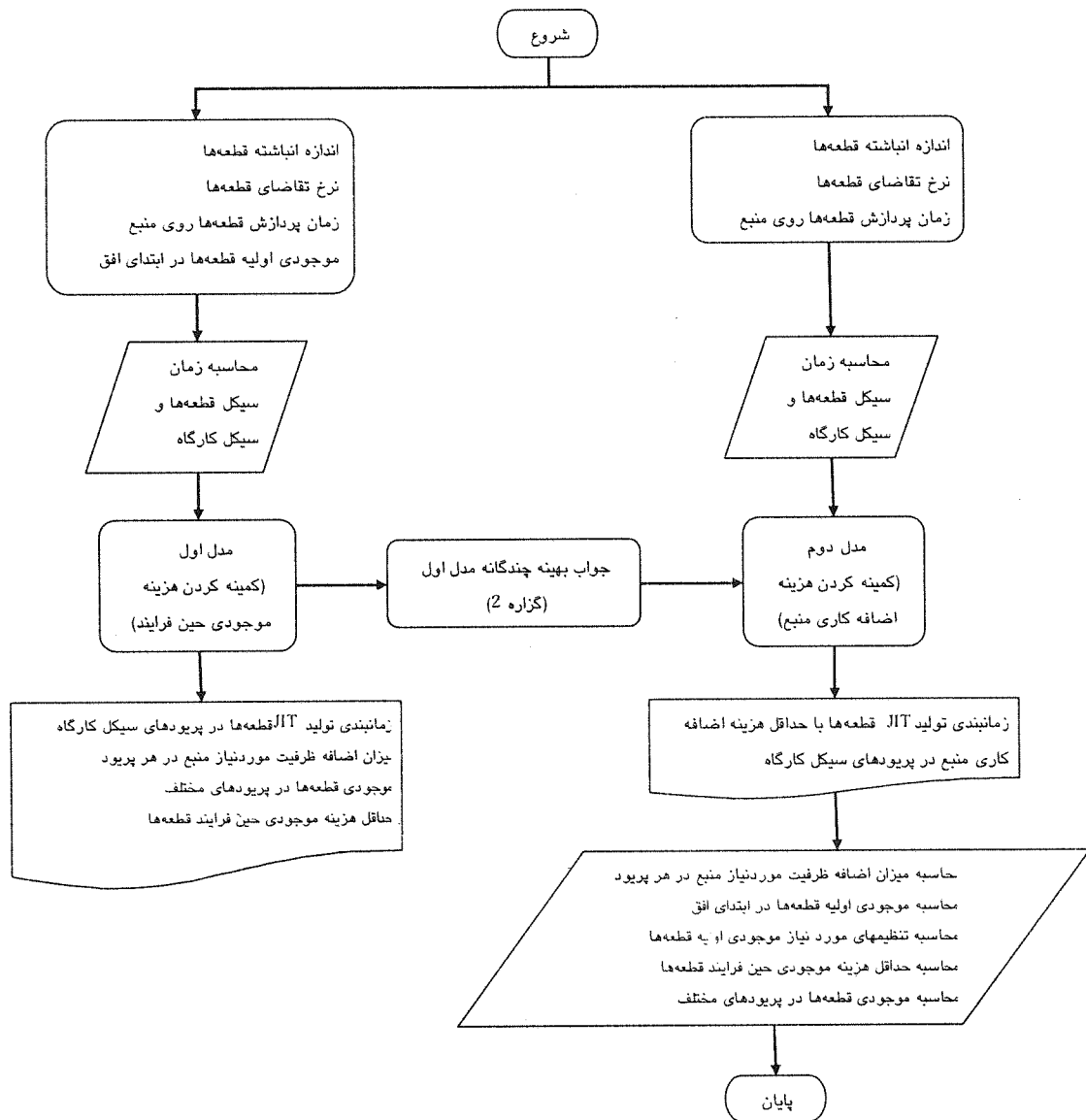
۱۴- مؤلفه‌های بردار Y'_{1CT_s} از ماکزیمم مؤلفه‌های مجموع بردارهای d_{θ}^+ و d_{θ}^- تعمیم داده شده و عدد صفر به دست می‌آیند.

۱۵- مقدار کل اضافه ظرفیت مورد نیاز منبع در سیکل کارگاه از مجموع مؤلفه‌های بردار Y'_{1CT_s} به صورت $\sum_{\theta=1}^{CT_s} y'_{h\theta}$ به دست می‌آید.

۱۶- از روی X'_{nCT_s} ، مقادیر موجودی قطعه‌ها در پریودهای مختلف سیکل کارگاه محاسبه می‌شوند. موجودی متناظر تولید در هر پریود، برابر صفر است. بدین معنی که موجودی قطعه در ابتدای پریودی که تولید در آن صورت گرفته است برابر صفر است. مابقی مؤلفه‌های ماتریس I'_{nCT_s} بر حسب اندازه دسته قطعه و مؤلفه‌های X'_{nCT_s} محاسبه می‌شوند. نتیجه به صورت ماتریس I'_{nCT_s} نمایش داده می‌شود.

۱۷- مقدار هزینه نگهداری قطعه‌ها به صورت $Z' = h \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^{CT_s-1} I'_{ij} \right]$ محاسبه می‌شود.

۱۸- موجودی اولیه قطعه‌ها در ابتدای افق برنامه‌ریزی، بر اساس I'_i تنظیم می‌شود.



شکل (۲): نمودار جریان الگوریتم حل

۳-۲- تصدیق الگوریتم

در مدل اول، ظرفیت مورد نیاز هر پریود θ برای تولید قطعه‌ها به صورت $\sum_{i=1}^n P_{ih} x_{i\theta}$ است. ظرفیت اسمی یا طراحی شده هر پریود برای منبع، برابر با $\sum_{i=1}^n P_{ih} \left(\frac{D_i}{Q_i} \right)$ در نظر گرفته شده است.

حداقل ظرفیت اسمی منبع

زمان مورد نیاز برای برآورده کردن تقاضای هر قطعه در هر سیکل کارگاه به صورت حاصل ضرب تعداد ران‌های تولید موردنیاز در زمان هر ران تولید قطعه است. بنابراین اگر کل

زمان مورد نیاز برای برآورده کردن تقاضای قطعه‌ها در هر سیکل تولید با T نمایش داده شود، آنگاه:

$$T = \sum_{i=1}^n P_{ih} \cdot m_i = \sum_{i=1}^n P_{ih} \cdot \frac{CT_s}{CT_i} = CT_s \sum_{i=1}^n P_{ih} \cdot \left(\frac{D_i}{Q_i} \right) \quad (18)$$

پس حداقل ظرفیت موردنیاز برای هر پریود سیکل کارگاه، برابر با بار کاری هموار در طول سیکل کارگاه (\bar{L}) است.

$$\bar{L} = \frac{T}{CT_s} = \sum_{i=1}^n P_{ih} \left(\frac{D_i}{Q_i} \right) \quad (19)$$

متغیرهای $y_{h\theta}$ امکان بیشتر شدن بار از ظرفیت اسمی را فراهم می‌آورند. این متغیرها بدون حد بالا در نظر گرفته شده‌اند تا به تابع هدف کمینه کردن هزینه نگهداری موجودی اولویت داده شود، بنابراین ظرفیت اسمی منبع محدودیتی برای

زمانبندی JIT ایجاد نمی‌کند. همچنین این امر باعث می‌شود که بهینه‌سازی تولید تمام قطعه‌ها به صورت مستقل صورت گیرد. در نتیجه می‌توان زمانبندی JIT هر کدام از قطعه‌ها را به صورت مستقل به‌دست آورد و هزینه نگهداری کل قطعه‌ها، از مجموع هزینه‌های نگهداری تمام قطعه‌ها حاصل می‌شود. بر این اساس، به‌دست آوردن جواب بهینه از طریق شکستن مسأله به زیر مسایل در مراحل یک تا شش و تلفیق جواب زیر مسایل، تضمین‌کننده جواب بهینه قطعی برای مسأله کمینه‌سازی هزینه نگهداری موجودی است.

در مرحله ۴، جواب هر یک از زیر مسایل، از طریق نرم افزار Lingo به‌دست می‌آید.

در مرحله ۷، $\frac{CT_s}{CT_{G_i}}$ بیانگر تعداد اجزای تولید قطعه‌های گروه i در طول سیکل کارگاه است. مقدار تابع هدف در طول سیکل تولید از طریق مجموع مقادیر تابع هدف زیر مسایل (Z_i) در طول سیکل کارگاه، که برای هر زیر مسأله به صورت $Z_i \left(\frac{CT_s}{CT_{G_i}} \right)$ بیان می‌شود؛ حاصل می‌شود.

در مرحله ۸، مقدار اضافه ظرفیت مورد نیاز منبع یا اضافه کاری منبع در سیکل تولید، از طریق مجموع اضافه کاری موردنیاز منبع در پریودهای مختلف سیکل کارگاه حاصل می‌شود.

پس از حل مسأله در قالب مدل اول، اگر قرار باشد از راه شمارش کامل به هدف کمینه کردن هزینه اضافه ظرفیت مورد نیاز نایل شد، از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$n = \sum_{j=1}^g n_{G_j} \quad (20)$$

$$N_{ce} = \prod_{k=1}^n CT_k = \prod_{j=1}^g [CT_{G_j}]^{n_{G_j}} \quad (21)$$

که N_{ce} تعداد جایگشت‌های شمارش کامل است. با افزایش تعداد قطعه‌ها، N_{ce} به صورت نمایی افزایش می‌یابد و به‌دست آوردن کمینه هزینه مربوط به اضافه ظرفیت مورد نیاز از طریق شمارش کامل مشکل می‌شود. به همین منظور، برای حل این مشکل، مدل برنامه ریزی آرمانی به عنوان مدل دوم پیشنهاد شده است.

در مرحله ۹، با بیان مسأله در قالب مدل دوم، از تعداد کل متغیرهای مسأله که $(n+2) \cdot CT_s$ است، $n \cdot CT_s$ متغیر، صفر و یک هستند. بنابراین با افزایش تعداد قطعه‌ها یا زمان سیکل کارگاه، تعداد حالت‌ها ($2^{n \cdot CT_s}$) به صورت نمایی افزایش پیدا می‌کند و امکان به‌دست آوردن جواب بهینه در زمان قابل قبول

کاهش می‌یابد. پس ابتکاری مراحل ۱۰ تا ۱۵ برای به‌دست آوردن جوابی خوب در زمانی قابل قبول پیشنهاد شده است. در مرحله ۱۰، با محدود کردن به حداقل ظرفیت موردنیاز منبع در هر پریود برای هر گروه قطعه‌ها، روشی تقریبی برای هموارسازی بار منبع حول ظرفیت اسمی هر پریود به‌دست می‌آید. به عبارت دیگر، مدل برنامه ریزی آرمانی برای هر یک از گروه قطعه‌ها به طور مستقل بکار برده می‌شود.

در مرحله ۱۱، جواب هر یک از زیر مسایل، از طریق نرم افزار Lingo به‌دست می‌آید.

مرحله ۱۲ موجب می‌شود که زمانبندی تولید سیکل‌های بعدی قطعه با جواب زیر مسأله یکسان باشد.

در مرحله ۱۳، مانند مرحله ۶، جواب‌های تعمیم داده شده زیر مسایل به سیکل کارگاه، به دلخواه در هم تلفیق می‌شوند. با تغییر ترتیب تلفیق زیر مسایل، تغییری در بارهای کاری حاصل نمی‌شود و فقط پریودهای بار کاری تغییر می‌کنند که این مطلب به واسطه تکراری بودن زمانبندی قطعه‌ها در سیکل‌های بعدی کارگاه، تأثیری در جواب به‌دست آمده ندارد. d_{θ}^+ و d_{θ}^- در هر یک از زیر مسایل، به ترتیب نشان دهنده مازاد و کمبود بار تولید قطعه‌های گروه از ظرفیت در نظر گرفته شده برای قطعه‌هاست. پس از تعمیم دو بردار مذکور به سیکل کارگاه، مقادیر مازاد و کمبود استفاده از ظرفیت به ازای پریودهای مختلف سیکل کارگاه مشخص می‌شود. از تفاضل بردار مجموع بردارهای d_{θ}^+ تعمیم داده شده از بردار مجموع بردارهای d_{θ}^- تعمیم داده شده، برداری حاصل می‌شود که در آن، اعداد مثبت و منفی به ترتیب مشخص کننده میزان مازاد و کمبود استفاده از ظرفیت اسمی منبع می‌باشند، پس بدون در نظر گرفتن مقادیر منفی، می‌توان به بردار Y_{CT_s} دست یافت.

در مرحله ۱۴ مانند مرحله ۸، مقدار اضافه ظرفیت مورد نیاز منبع یا اضافه کاری منبع در سیکل تولید، از طریق مجموع اضافه کاری مورد نیاز منبع در پریودهای مختلف سیکل کارگاه حاصل می‌شود.

با توجه به حفظ ویژگی JIT، زمانبندی، تولید در پریودهایی صورت می‌گیرد که موجودی ابتدای دوره صفر باشد. بنابراین در مرحله ۱۶، مؤلفه‌های متناظر اعداد ۱ در ماتریس زمانبندی تولید قطعه‌ها، به صورت صفر در ماتریس موجودی قطعه‌ها در نظر گرفته می‌شوند. بقیه مؤلفه‌های ماتریس موجودی قطعه‌ها، از طریق اندازه دسته و نرخ تقاضای قطعه‌ها حاصل می‌شود.

با توجه به مطالب ارائه شده در خصوص (۱۰) و اینکه مراحل ۱۰ تا ۱۶ باعث تغییر موجودی قطعه‌ها حاصل از مراحل قبل نمی‌شوند، می‌توان نتیجه گرفت که $Z = Z'$ است. به عبارت دیگر نتیجه زیر حاصل می‌شود:



۴- نتیجه گیری و پیشنهادها

نظام تولید JIT ارزش‌های قابل ملاحظه‌ای دارد که موفقیت‌های عملی آن به اثبات رسیده است. یکی از فاکتورهای مهم در پیاده سازی این سیستم‌ها، کاهش زمان راه اندازی و به تبع آن کاهش انباشته است. اندازه انباشته ایده آل در این سیستم برابر یک است؛ اما مسأله کاهش زمان راه اندازی بیش از آنکه یک مسأله زمانبندی و برنامه‌ریزی تولید باشد، یک مسأله فنی است و به عوامل بسیاری وابسته است، بنابراین کاهش آن به آسانی امکان پذیر نیست. در محیط تولید دسته‌ای، حداکثر تلاش برای کاهش زمان راه اندازی انجام شده است. در این مقاله چگونگی بکار بستن اصول تولید JIT در چنین محیط‌هایی مطرح شد. مسأله در قالب دو مدل ریاضی ارائه شد. ثابت شد که جواب به دست آمده از الگوریتم پیشنهادی، تضمین کننده جواب بهینه قطعی برای مدل اول است. با حفظ مقدار بهینه هزینه نگهداری قطعه‌ها، نشان داده شد که الگوریتم ارائه شده، بهبود کاملاً آشکاری در هزینه مربوط به اضافه ظرفیت مورد نیاز منبع یا اضافه کاری منبع ایجاد می‌کند.

در این مقاله، نرخ تقاضای محصول‌های نهایی به صورت پایدار در نظر گرفته شد و با استفاده از این پایداری و راهبرد هموارسازی برنامه ریزی نیازمندی‌های ظرفیت، تقاضای محصول‌های نهایی به تقاضای قطعه‌ها با نرخ ثابت تبدیل شد. بررسی مدل‌های بهینه سازی تولید JIT در حالت عدم پایداری تقاضای محصول‌های نهایی به عنوان ادامه مسیر این تحقیق پیشنهاد می‌شود.

در مطالعه انجام شده، یک منبع به صورت گلوگاه در نظر گرفته شد. تحلیل حالت در نظر گرفته شده از نقطه نظر تئوری محدودیت‌ها پیشنهاد می‌شود. همچنین بسط مدل در حالتی که چندین منبع مدنظر است، پیشنهاد می‌شود.

جدول (۱): مقایسه الگوریتم پیشنهادی با کارهای گذشته

شماره مسأله	تعداد قطعه‌ها	هاقطن و پورتوگال		الگوریتم پیشنهادی		نسبت بهبود در هزینه‌ها	
		هزینه نگهداری موجودی	هزینه اضافه ظرفیت مورد نیاز	هزینه نگهداری موجودی	هزینه اضافه ظرفیت مورد نیاز	هزینه نگهداری موجودی	هزینه اضافه ظرفیت مورد نیاز
۱	۴	۱۲۳۰	۲۲/۱۱	۱۲۳۰	۱۰/۹۴	۱	۲/۰۲
۲	۵	۸۵۵	۲۷	۸۵۵	۵	۱	۵/۴
۳	۶	۴۸۰۰	۲۰۶/۹۵	۴۸۰۰	۳۶/۱۶	۱	۸/۴۹

western. Singapore, 1991.

Miltenberg, G. J.; Goldstein, T.: "Developing production schedules which balance part usage and smooth production loads for just in time production systems", Logistics, Vol. 38, No.6, p.p. 893-910, 1991.
Monden, Y.: "Toyota Production System: An Integrated Approach to JIT", 2nd, Institute of IE, 1993.

Karmarker, U.S.: "Lot sizes lead times, and in-process inventories", Management Science, Vol. 33, No.3,

$$Z = \sum_{j=1}^g \left(\frac{CT_s}{CT_{G_j}} \right) \cdot Z_j = Z' = h \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^{CT_i-1} I_{ij} \right] \quad (22)$$

پس در مرحله ۱۷، از مقدار $h \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^{CT_i-1} I_{ij} \right]$ برای آزمون

ثابت ماندن جواب مدل اول استفاده می‌شود.

ماتریس موجودی قطعه‌ها به دست آمده در مرحله ۱۶ (I_{n,CT_s}) ، لزوماً با ماتریس موجودی قطعه‌ها به دست آمده از مرحله ۶ (I_{n,CT_s}) ، برابر نیست، بنابراین موجودی قطعه‌ها در ابتدای افق برنامه‌ریزی با در نظر گرفتن مرحله ۱۸ باید تنظیم شود.

۳-۳- نتایج عددی

برای نشان دادن قابلیت‌های الگوریتم پیشنهادی، در جدول (۱) جواب‌های الگوریتم با کار هاقطن و پورتوگال [۱] برای سه مسأله نمونه مقایسه شده است.

همانطور که از جدول (۱) مشخص است در مسأله اول با ثابت ماندن هزینه نگهداری قطعه‌ها، هزینه اضافه ظرفیت مورد نیاز منبع ۵۰/۵ درصد کاهش یافته است. در مسأله دوم، ۸۱/۵ درصد و در مسأله سوم، ۸۸/۲ درصد در هزینه اضافه کاری مورد نیاز منبع صرفه جویی شده است. البته باید به این نکته دقت کرد که با توجه به جواب بهینه چندگانه مدل اول، صرفه جویی‌های به دست آمده از مدل دوم، قطعی نیستند و به جواب مدل اول بستگی دارند. در هر سه مسأله با توجه به حفظ ویژگی JIT در الگوریتم پیشنهادی، تغییری در هزینه نگهداری موجودی حاصل نشده است. همچنین هزینه اضافه ظرفیت مورد نیاز، بهبود چشمگیری را نشان می‌دهد.

۵- منابع

- [۱] Houghton, E.; Portugal, V.: "A planning model for just in time batch manufacturing", International Journal of Operations & Production Management, Vol. 15, No.9, p.p. 9-25, 1995.
[۲] Fogarty, D. W.; Blackstone, J. H.; Hoffman, T. R.: "Production and Inventory Management", South-

- Lee, L. C.; Seah, K. H. W.; "JIT and the effects of varying process and set-up times", International Journal of Operations & Production Management, Vol. 8, No. 1, p.p.19-35, 1988. [١٠]
- Miltenberg, G. J.; "Level schedules for mixed mode assembly lines in Just In Time production systems", Management Science, Vol. 35, No.2, p.p.192-207, 1989. [١١]
- Ng, W.C.; Mak, K.L.; "Development of level schedule for just in time manufacturing", Pacific conference on Manufacturing, Osaka, 1992. [١٢]
- Bitran, G.; Change, L.; "A mathematical programming approach to a deterministic kanban system", Management Science, Vol. 33, No.4, p.p.427-441, 1987. [١٣]
- Krajewski, L. J.; King, B.E.; Ritzman, L.P.; Wong D.S.; "Kanban, MRP and shaping the manufacturing environment", Management Science, Vol.33, No.1, p.p.39-57. 1987. [٤]
- Berkley, B. J.; Kiran, A. S.; "A simulation study of sequencing rules in a kanban-controlled flow shop", Decision Sciences, Vol. 22, No.3, p.p. 559-82. 1991. [٧]
- Berkley, B. J.; "A review of the kanban production control research literature", Decision Sciences, Vol. 23, No.2, p.p.291-311, 1992. [٨]
- Lee, L. C.; "Parametric appraisal of the JIT system" International Journal of Production Research, Vol. 25, No.10, p.p.415-29, 1987. [٩]