

مدلسازی هیستریسیز مغناطیسی در حل میدانی سیستم‌های الکترومغناطیسی با روش اجزای محدود

اسماعیل فلاح چولابی^۱؛ جواد شکرالهی مغانی^۲؛

چکیده

از مواردی که در مدل کردن دقیق رفتار سیستم‌های الکترومغناطیسی اهمیت دارد نحوه مدل کردن رفتار مواد مغناطیسی به کار رفته در آنهاست. بارزترین خصوصیتی که مواد فرو مغناطیسی از خود نشان می‌دهند خصوصیتی است که اصطلاحاً تحت عنوان رفتار هیستریسیز شناخته می‌شود. ماهیت پیچیده این رفتار کار مدل کردن میدانی- عددی سیستم‌های دارای مواد فرومغناطیسی را مشکل کرده است. در این مقاله روش عملی مناسبی ارائه شده است که ضمن حل میدان در سیستم‌های الکترومغناطیسی، رفتار هیستریسیز برای هر نقطه از ماده را لحاظ می‌کند. برای حل میدان از روش اجزای محدود دو بعدی و برای بیان هیستریسیز، مدل پریزاک اسکالر استفاده شده است. مزیت مهم روش ارائه شده، توانایی آن در تعیین دقیق تلفات هسته است که به همراه تعیین دقیق توزیع تلفات هسته در نقاط مختلف، ابزار مناسبی برای ارائه تحلیل‌های دقیق حرارتی در اختیار می‌گذارد. از مزایای دیگر روش ارائه شده بالا بودن سرعت و دقت محاسبات در مدل کردن رفتار سیستم‌های مغناطیسی است. روش ارائه شده بر روی یک سیستم نمونه آزمایش و نتایج قابل قبولی مشاهده شده است.

کلمات کلیدی

میدان الکترومغناطیسی، اجزای محدود دو بعدی، هیستریسیز مغناطیسی، مدل پریزاک

Modeling of Magnetic Hysteresis in Field Solution of Electromagnetic Systems by FEM

E. Fallah; J. Moghani;

ABSTRACT

Accurate modeling of ferromagnetic materials is very important in optimal designing of electromagnetic systems. In this paper, a new approach, considering hysteresis for all elements of ferromagnetic material (in the finite element modeling), has been presented. Finite Element Method (FEM) was used for field solution and scalar Preisach model was used for hysteresis modeling. Proposed method benefits from less computational efforts and accurate prediction of core loss over the core area. With knowing the loss distribution, an accurate thermal analysis is applicable. Proposed method has been verified on a typical system. The computational results are in close agreement with experimental ones.

KEYWORDS

Electromagnetic field, 2D Finite element, Magnetic hysteresis, Preisach model.

^۱ دانشجوی دکتری برق (قدرت)، دانشکده برق؛ دانشگاه امیرکبیر: esmael_fallah@cic.aut.ac.ir

^۲ استادیار دانشکده برق؛ دانشگاه امیرکبیر: moghani@cic.aut.ac.ir



امروزه طراحی بهینه سیستم‌های الکترومغناطیسی با توجه به قیمت رو به افزایش انرژی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار شده است. به این منظور به ارائه مدل‌هایی که بتوانند در مرحله طراحی رفتار سیستم‌های الکترومغناطیسی را به طور دقیق پیش‌بینی کنند توجه شده است. از مواردی که در مدل کردن دقیق رفتار سیستم‌های الکترومغناطیسی اهمیت دارد نحوه مدل کردن رفتار مواد مغناطیسی به کار رفته در آنهاست.

در کارهای اولیه انجام شده در این زمینه معمولاً مدل ساده‌ای برای ماده مغناطیسی در نظر گرفته می‌شد. در بسیاری از این کارها ماده مغناطیسی با در نظر گرفتن ضریب گذردی مغناطیسی ثابت مدل می‌شد [۱] یا حداکثر با در نظر گرفتن یک منحنی اشباع تک‌مقداره مورد مدلسازی قرار می‌گرفت [۲].

از اواخر دهه هشتاد میلادی با پیشرفت فناوری کامپیوتر امکان اینکه مدل مواد مغناطیسی کامل‌تر در نظر گرفته شود ایجاد شد. شاخص‌ترین رفتاری که مواد مغناطیسی از خود نشان می‌دهند رفتار هیستریسیز است که در ساده‌ترین حالت موجب می‌شود مسیر بدون مغناطیس شدن ماده از مسیر مغناطیسی شدن آن تفاوت پیدا کند. می‌توان این رفتار را چنین توصیف کرد که مقدار مغناطیس شدگی ماده نه تنها به شدت میدان اعمالی در حال حاضر بستگی دارد؛ بلکه به تاریخچه اعمال آن نیز وابسته است. از میان مدل‌هایی که برای بیان رفتار هیستریسیز ابداع شده‌اند دو مدل پریزاک (Preisach) و جیلز-آرتون (Jiles-Atherton) به علت مزایایی مثل در نظر گرفتن ماهیت فیزیکی پدیده هیستریسیز (نه فقط ماهیت ریاضی آن) و همچنین آسانی شناسایی پارامترهای مدل، عمومیت بیشتری یافته‌اند. مدل پریزاک نسبت به مدل جیلز-آرتون از جامعیت بیشتری در بیان پیچیدگی‌های رفتاری مواد مغناطیسی برخوردار است. به عنوان مثال با مدل پریزاک می‌توان حلقه‌های کوچک نامتقارن را مدل کرد در حالی که با مدل جیلز-آرتون این کار به سختی امکان‌پذیر است [۳]. با این حال، به علت سادگی در پیاده‌سازی، گزارش‌های بیشتری از به کارگیری مدل جیلز-آرتون در حل میدانی سیستم‌های دارای مواد مغناطیسی رسیده است که البته با توجه به محدودیت‌های ذکر شده کار خود را به مطالعه حالت‌هایی محدود کرده‌اند که تحریک سیستم‌ها، به تولید حلقه‌های کوچک نامتقارن منجر نشود [۴]، [۵]. استفاده از مدل پریزاک در حل میدانی سیستم‌ها کمتر گزارش شده است. علت این امر را می‌توان در مشکلات پیاده‌سازی این مدل دانست که به حافظه بالایی نیاز داشته و همچنین محاسبات کامپیوتری را افزایش می‌دهد [۶]، [۷]. از

طرف دیگر، نکته‌ای که در اغلب کارهای انجام شده مورد غفلت قرار گرفته ارائه نتایجی است که بتواند بیان‌کننده رفتار مطابق با واقعیت سیستم‌های مدل شده باشد. به عنوان نمونه انتظار می‌رود که از نتایج مدلسازی بتوان رفتار هیستریسیز را از دید متغیرهای سیم‌پیچی (یعنی جریان سیم‌پیچ و شار در پیوند با آن) مشاهده کرد. این موضوع در اغلب کارهای انجام شده مورد غفلت قرار گرفته است. در حالی که این امر به خودی خود می‌تواند دلیلی بر درستی مدلسازی رفتار سیستم باشد. نکته دیگر این که نقاط مختلف هسته به هر میزان که وارد اشباع مغناطیسی می‌شوند باید به همان نسبت حلقه‌های هیستریسیز با دامنه‌های بزرگ‌تر ببینند. این پدیده نیز در هیچیک از کارهای انجام شده به گونه‌ای واضح ارائه نشده است.

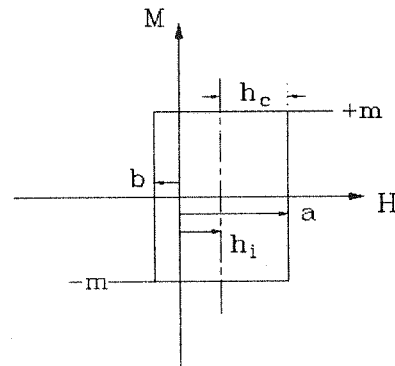
در این مقاله ضمن ارائه روش جدیدی برای مدلسازی اجزای محدود سیستم‌های دارای هیستریسیز سعی شده برخی اشکالات و کاستی‌های کارهای گذشته رفع شود. برای این منظور یک سیستم نمونه، (یک ترانس تکفاز زرهی) به روش اجزای محدود دوبعدی مدلسازی شد. برای بیان رفتار هیستریسیز از مدل پریزاک اسکالر استفاده شده است. به منظور تسهیل کار مدلسازی و افزایش سرعت محاسبات نوعی مدل پریزاک معکوس ابداع شده است که بر مبنای روش نیوتن-رافسن، با در دست داشتن خروجی مدل پریزاک ورودی آن را تعیین می‌کند. در بخش دوم، مدل پریزاک اسکالر و روش پیاده‌سازی آن، همچنین نحوه شناسایی پارامترهای مدل به اختصار شرح داده شده است. در قسمت سوم، معادلات حاکم بر سیستم الکترومغناطیسی دوبعدی و نحوه وارد کردن مدل مغناطیسی (مدل پریزاک) در آن بحث شده است. در قسمت چهارم، نتایج مدلسازی سیستم نمونه و مقایسه آنها با نتایج آزمایش آورده شده است. در قسمت پنجم نیز نتایج به دست آمده جمع‌بندی و تحلیل شده‌اند.

۲- مدل پریزاک

این مدل ابتدا به وسیله Preisach در سال ۱۹۳۵ ارائه شد و سپس به وسیله محققین دیگر از جمله Mayergoyz [۸] و Della-Torre [۹] گسترش و تعمیم یافت. در مدل پریزاک اسکالر فرض می‌شود که ماده مغناطیسی از تعداد زیادی دوقطبی مغناطیسی مستقل از هم تشکیل شده است. مشخصه مغناطیسی هر یک از این دو قطبی‌ها، مطابق شکل (۱) به صورت حلقه هیستریسیز ایده‌آل در نظر گرفته می‌شود.

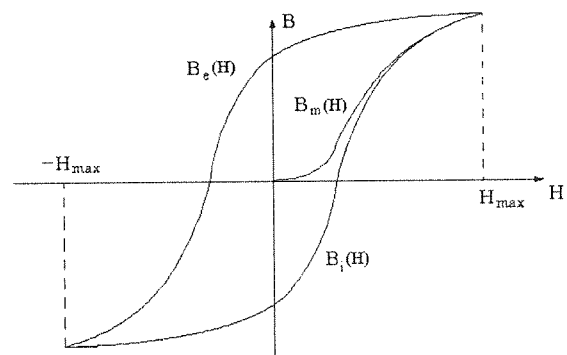
وقتی که شدت میدان H ، اعمالی به یک دو قطبی افزایش پیدا کند تا جایی که $H > a$ شود، آن دو قطبی به طور ناگهانی از وضعیت مغناطیسی $-m$ به $+m$ تغییر حالت می‌دهد و زمانی که

شدت میدان کاهش پیدا می‌کند تا $H < b$ شود وضعیت مغناطیسی آن از $+m$ به $-m$ بر می‌گردد. مجموع وضعیت مغناطیسی همه دو قطبی‌های تشکیل دهنده یک ماده، تعیین کننده وضعیت مغناطیسی کلی آن ماده خواهد بود.



شکل (۱): مشخصه یک دو قطبی مغناطیسی در مدل پریزاک

بیان‌های مختلفی برای مدل پریزاک ارائه شده است. در این مقاله از بیانی ساده که مختص مواد نرم مغناطیسی می‌باشد، استفاده شده است [۱۰]. بر اساس این روش، اگر سه قسمت اصلی یک حلقه هیستریسیز متقارن، مطابق شکل (۲) نامگذاری شود، رابطه مربوط به هر قسمت به صورت آنچه در روابط (۱) تا (۳) آمده است قابل بیان خواهد بود:



شکل (۲): نامگذاری قسمت‌های مختلف حلقه هیستریسیز

$$B_m(H) = [F(H) - F(-H)]^2 \dots 0 \leq H \leq H_{\max} \quad (1)$$

$$B_e(H) = \begin{cases} [F(H_{\max}) - F(-H)]^2 \dots 0 \leq H \leq H_{\max} \\ [F(H_{\max}) - F(-H)]^2 \\ -[F(H) - F(-H)]^2 \dots -H_{\max} \leq H \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$B_i(H) = \begin{cases} -[F(H_{\max}) - F(H)]^2 \dots -H_{\max} \leq H \leq 0 \\ -[F(H_{\max}) - F(H)]^2 + \\ + [F(H) - F(-H)]^2 \dots 0 \leq H \leq H_{\max} \end{cases} \quad (3)$$

تابع $F(H)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F(H) = \begin{cases} \frac{B_e^{out}(H) - B_i^{out}(H)}{2\sqrt{B_e^{out}(H)}} & 0 < H < H_{sat} \\ \sqrt{B_e^{out}(-H)} & -H_{sat} < H < 0 \end{cases} \quad (4)$$

که در آن $B_e^{out}(H)$ و $B_i^{out}(H)$ به ترتیب قسمت‌های پایین‌رونده و بالاونده بزرگ‌ترین حلقه هیستریسیز است. حلقه‌های کوچک نامتقارن (Unsymmetrical Minor Loop) را نیز می‌توان به کمک مدل پریزاک بیان کرد. در حالت کلی اگر در مسیر بالا رفتن روی یک قسمت از منحنی، تغییر مسیری در نقطه (B_d, H_d) به سمت پایین ایجاد شود رابطه این قسمت پایین رونده به صورت زیر خواهد بود [۱۰]:

$$B_{B_d, H_d}^d(H) = B_c(H) - 2[F(H_{\max}) - F(H_d)] \cdot [F(H_{\max}) - F(-H)] + B_d - B_i(H_d) \quad (5)$$

که در آن $B_c(H)$ و $B_d(H)$ مطابق روابط (۱) تا (۳) تعریف شده‌اند. به همین ترتیب اگر در مسیر پایین رفتن روی یک قسمت از منحنی، تغییر مسیری در نقطه (B_u, H_u) به سمت بالا ایجاد شود رابطه آن به صورت زیر قابل بیان خواهد بود:

$$B_{B_u, H_u}^u(H) = B_i(H) + 2[F(H_{\max}) - F(-H_u)] \cdot [F(H_{\max}) - F(H)] + B_u - B_e(H_u) \quad (6)$$

این بیان مدل پریزاک از شکل ساده‌ای برای پیاده‌سازی عددی برخوردار است که آن را برای استفاده در مدل‌های پیچیده‌ای مانند مدل اجزای محدود مناسب می‌سازد. علاوه بر این، در روش فوق به اطلاعات آزمایشی کمی برای شناسایی مدل نیاز است. به طوری که با به دست آوردن بزرگ‌ترین حلقه هیستریسیز به کمک آزمایش، کل مدل قابل پیاده‌سازی خواهد شد.

۳- پیاده‌سازی رفتار هیستریسیز در مدل میدانی

سیستم الکترومغناطیسی

معادلات حاکم بر یک سیستم الکترومغناطیسی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_s \quad (7)$$

$$\bar{B} = \nabla \times \bar{A}$$

که در آن \bar{H} بردار شدت میدان مغناطیسی، \bar{B} بردار چگالی شار مغناطیسی، \bar{J}_s بردار چگالی شدت جریان و \bar{A} پتانسیل مغناطیسی برداری است. از طرف دیگر، در یک ماده فرومغناطیسی می‌توان نوشت:

$$\bar{B} = \mu_0 \bar{H} + \mu_0 \bar{M} \quad (۹)$$

که در آن \bar{M} بردار مغناطیس شدگی و μ_0 ضریب نفوذ پذیری مغناطیسی فضای آزاد یا خلا می‌باشد. با استفاده از روابط (۷) تا (۹) می‌توان معادله حاکم بر سیستم را به صورت زیر بیان کرد:

$$\nabla \times \nabla \times \bar{A} = \mu_0 \bar{J}_s + \mu_0 \nabla \times \bar{M} \quad (۱۰)$$

عبارت $\nabla \times M$ را می‌توان معادل با یک جریان فرضی دانست که با رفتار خاص ماده مغناطیسی به وجود می‌آید. در حالت دوبعدی می‌توان معادله (۱۰) را به صورت زیر ساده کرد:

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} = \mu_0 J_{sz} + \mu_0 \left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \quad (۱۱)$$

با اعمال روش باقیمانده‌های موزون (گالریکن)، معادله دیفرانسیلی فوق تبدیل به معادله ماتریسی زیر می‌شود:

$$[K][A] = [J_s] + [J_m(A)] \quad (۱۲)$$

که در آن:

$$K_{ij} = \frac{1}{\mu_0} \sum_e \iint_{S_e} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) dx dy \quad (۱۳)$$

$$J_{si} = \sum_e \iint_{S_e} N_i J_{sz} dx dy \quad (۱۴)$$

$$J_{mi} = \sum_e \iint_{S_e} \left(M_y \frac{\partial N_i}{\partial x} - M_x \frac{\partial N_i}{\partial y} \right) dx dy \quad (۱۵)$$

که N_i تابع شکل و S_e سطح یک المان است. ماتریس $[K]$ که در رابطه (۱۲) وجود دارد یک ماتریس ثابت است و می‌توان یک بار خارج از حلقه‌های تکرار آن را محاسبه و معکوس، سپس ذخیره کرد که به این ترتیب در محاسبات تا اندازه زیادی صرفه جویی خواهد شد. بر اساس این روش الگوریتم زیر برای پیاده سازی هیستریسیز پیشنهاد شده است [۱۱]:

قدم ۱: ماتریس $[K]$ تشکیل و معکوس آن محاسبه و ذخیره شود.

قدم ۲: برای لحظه زمانی t ، بردار چگالی جریان منبع $[J_s]$ محاسبه شود.

قدم ۳: بردار $[J_m(A)]$ با مقادیر پتانسیل محاسبه شده در لحظه

زمانی قبل، یعنی $[A]^{t-1}$ ، مقداردهی اولیه شود.

قدم ۴: برای هر گام زمانی مراحل زیر باید تکرار شوند تا معیار همگرایی برآورده شود (خطای همگرایی کوچکتر از مقدار دلخواه شود).

قدم ۴-۱: محاسبه $[A]_i$ ، بردار پتانسیل هر تکرار، از رابطه $[K][A]_i = [J_s] + [J_m([A]_{i-1})]$.

قدم ۴-۲: محاسبه B_i ، چگالی شار هر تکرار، برای همه عناصر ماده مغناطیسی از رابطه $B_i = \nabla \times A_i$.

قدم ۴-۳: محاسبه H_i ، شدت میدان هر تکرار، به کمک مدل پریزاک معکوس، برای همه عناصر ماده مغناطیسی.

قدم ۴-۴: محاسبه مغناطیس شدگی M_i برای همه عناصر ماده مغناطیسی از رابطه $M_i = B/\mu_0 - H_i$.

قدم ۴-۵: محاسبه بردار $[J_m([A]_i)]$ از رابطه (۱۵).

قدم ۴-۶: محاسبه خطای همگرایی از رابطه زیر:

$$e = \sum_{\text{element}} \frac{|H_i - H_{i-1}|}{|H_i|} \quad (۱۶)$$

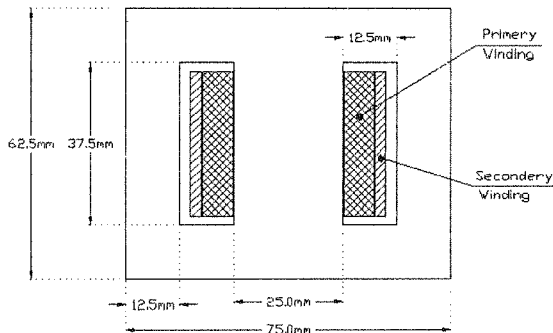
قدم ۵: اگر معیار همگرایی برآورده شد زمان یک گام زمانی به جلو برود و فرایند حل به قدم ۲ بازگردد.

پیاده‌سازی این روش در مقایسه با روش‌های مبتنی بر نیوتن-رافسن آسان‌تر است. پایداری فرایند حل و همگرایی یکنواخت از دیگر مزیت‌های این روش نسبت به روش‌های مبتنی بر نیوتن رافسن است [۱۲]. با این حال، روش فوق با وجود برخورداری از مزیت کاهش حجم محاسبات در یک تکرار، به علت نرخ پایین همگرایی به تعداد زیادی تکرار تا حصول همگرایی نیاز دارد، به طوری که مزیت کاهش محاسبات در هر تکرار را عملاً بدون اثر می‌کند. علت این همگرایی ضعیف را می‌توان در نحوه بیان رابطه مغناطیس شدگی M ، مطابق رابطه (۹) دانست. طبق این رابطه، مغناطیس شدگی M از تفاضل دو عبارت B/μ_0 و H به دست می‌آید که عبارت B/μ_0 با توجه به مقدار μ_0 و مقادیر معمول B ، در محدوده‌ای به بزرگی 10^5 قرار می‌گیرد در حالی که شدت میدان H برای مواد مغناطیسی، به طور معمول در محدوده 10^2 قرار دارد. این امر موجب می‌شود تفاضل دو عبارت در تکرارهای متوالی تغییر ناچیزی داشته و به همین علت تکرارهای زیادی تا رسیدن به همگرایی لازم باشد.

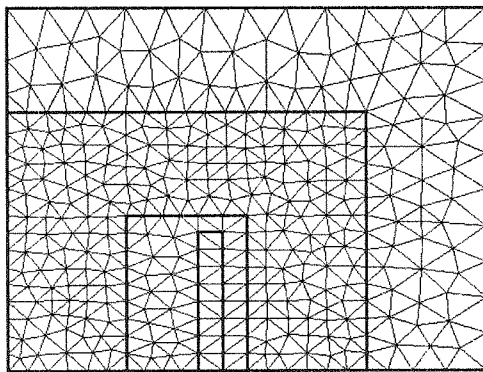
برای حل این مشکل می‌توان بیان رابطه مغناطیس شدگی را به گونه‌ای تغییر داد که دو عبارتی که از هم کم می‌شوند، در یک محدوده قرار بگیرند. استفاده از رابطه زیر می‌تواند این هدف را تامین کند:

$$B = \mu_0 \mu_r H + \mu_0 \mu_r M' \quad (۱۷)$$

که محدوده جریانی بالاتری نسبت به اولیه آن دارد، تحریک شده است.



شکل (۳): ابعاد ترانس تکفاز زرهی مورد مطالعه



شکل (۴): مش بندی مدل اجزای محدود ترانس تکفاز زرهی

نرم افزار نوشته شده، قابلیت بررسی حالت های گذرای زمانی و تغذیه از مدارهای خارجی را دارد. برای آزمایش قابلیت نرم افزار در این زمینه، ترانس تکفاز به یک مدار خارجی با منبع ولتاژ سینوسی با دامنه $V_{max}=5 \text{ volt}$ ، فرکانس $f=50 \text{ Hz}$ و مقاومت $R=1\Omega$ متصل شد. برای هسته ترانس منحنی اشباع تکمقداری مطابق شکل (۵) در نظر گرفته شد و رفتار سیستم در چهار دوره تناوب منبع به کمک این نرم افزار تحلیل شد. همین سیستم در شرایط مشابه به کمک نرم افزار PC-OPERA [۱۵] نیز تحلیل شد. برای رعایت اختصار در مقایسه نتایج، تنها شکل موج جریان محاسبه شده از دو نرم افزار با هم مقایسه شده است. همان طور که در شکل (۶) مشاهده می شود جریان سیم پیچی از دو نرم افزار، یکسان به دست آمده است. این امر در حقیقت نشان می دهد که نتیجه حل میدان در لحظات مختلف زمان، از هر دو نرم افزار یکسان است که به نوبه خود تاییدی بر عملکرد صحیح نرم افزار نوشته شده است.

که در آن M' یک متغیر فرضی و μ_r نیز یک عدد ثابت فرضی است. هیچیک از این دو الزاماً دارای تعبیر فیزیکی نیستند. با استفاده از این رابطه، قدم های ۴-۴ و ۴-۵ الگوریتم، به صورت زیر تغییر می کنند:

قدم ۴-۴: محاسبه مغناطیس شدگی فرضی M_i' برای همه عناصر ماده مغناطیسی از رابطه $M_i' = B_i / (\mu_0 \mu_r) - H_i$
 قدم ۴-۵: محاسبه بردار $[J_m]$ از روی M' به کمک رابطه $J_m = \nabla \times M'$

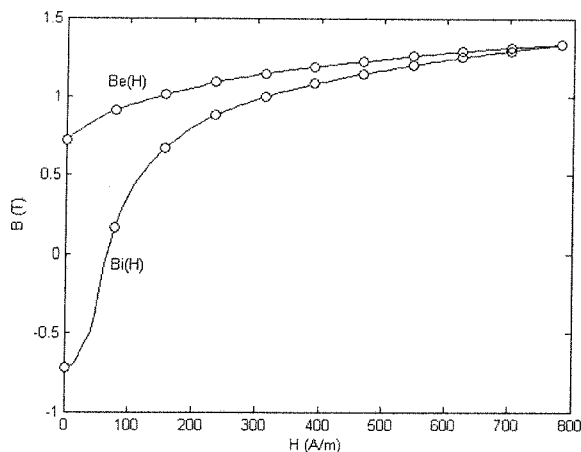
با انتخاب مناسب μ_r می توان کاری کرد که دو عبارت H و $B / (\mu_0 \mu_r)$ در یک محدوده قرار بگیرند و در نتیجه نرخ همگرایی سریع تری حاصل آید. گزارش هایی از استفاده موفقیت آمیز این روش به دست رسیده است [۱۳]. این روش به علت قابلیت های خوبی که دارد، در مقاله حاضر نیز مبنای کار قرار گرفته است.

یکی از مشکلات الگوریتم بالا این است که در قدم ۳-۴ باید برای هر جزء، شدت میدان مغناطیسی از روی چگالی شار مغناطیسی تعیین شود. این درحالی است که در مدل پریزاک عکس این حالت امکان پذیر است، یعنی با در دست داشتن شدت میدان، چگالی شار مغناطیسی تعیین می شود. از آنجا که مشخصه هیستریسیز در هر قسمت از مسیر خود بیان کننده یک تابع غیر خطی است می توان گفت که مسأله تعیین شدت میدان مغناطیسی از روی چگالی شار، در حقیقت مسأله تعیین ریشه های یک معادله غیر خطی است. به همین دلیل می توان روش های حل معادلات غیر خطی را برای حل این مسأله نیز به کار برد. در این مقاله برای حل این مسأله، روش نیوتن-رافسن به کار گرفته شده است که در مقایسه با روش های مبتنی بر تکرار ساده، که در کارهای گذشته به کار گرفته شده است [۱۴]، سریع تر به جواب می رسد. با توجه به حجم بالای محاسبات در مدل اجزای محدود، این روش نقش موثری در افزایش کلی سرعت محاسبات خواهد داشت.

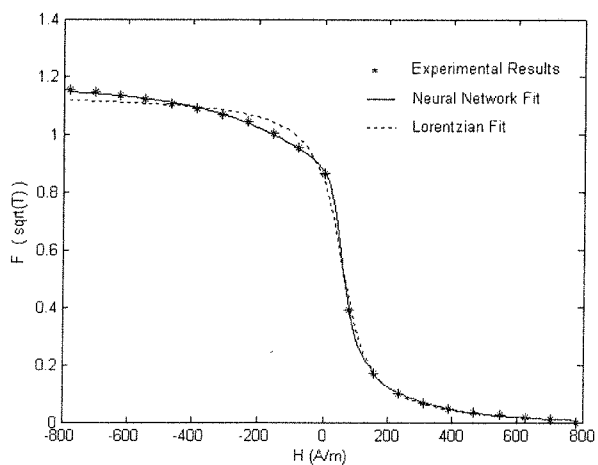
۸- مدل سازی هیستریسیز در یک سیستم نمونه

یک برنامه کامپیوتری برای مش بندی و حل اجزای محدود سیستم های دو بعدی، بر اساس الگوریتم بیان شده در بخش سوم نوشته شد و به کمک آن یک سیستم نمونه مدل سازی شد. ابعاد و مش بندی مدل اجزای محدود این سیستم که به یک ترانس تکفاز زرهی کوچک مربوط است، در شکل (۳) و شکل (۴) نشان داده شده است. برای کاهش حجم محاسبات، با استفاده از تقارن های موجود در سیستم تنها یک چهارم آن برای مدل سازی استفاده شده است. برای افزایش دقت در نتایج آزمایش و همچنین محاسبات پس از آن، سیم پیچ ثانویه ترانس،

$F(H)$ ، می‌توان تابع لورنتزین را برای برازش منحنی پیشنهاد کرد. نتیجه برازش منحنی با تابع لورنتزین در شکل (۸) با خط چین نشان داده شده است. در این مقاله از یک شبکه عصبی دو لایه (با سه نرون در لایه میانی) برای به دست آوردن تقریب بهتر از تابع $F(H)$ استفاده شده است که نتیجه آن در شکل (۸) با خط توپر نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود تقریب مناسب‌تری از تابع $F(H)$ با شبکه عصبی به دست آمده است.

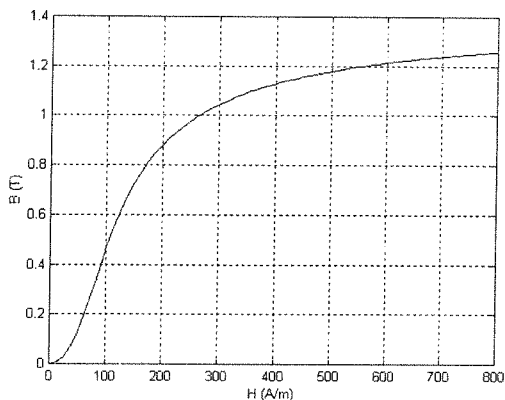


شکل (۷): مشخصه هیستریسیز ورق ترانس به دست آمده از آزمایش

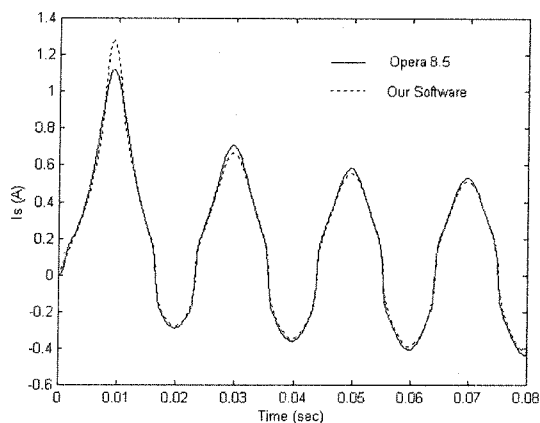


شکل (۸): تابع $F(H)$ به دست آمده از آزمایش و توابع برازش شده بر آن

با وارد کردن مدل پریزاک معکوس در مدل اجزای محدود ترانس، بین نتایج آزمایش و خروجی نرم‌افزار مقایسه شد. به این منظور مسیر یک حلقه هیستریسیز کوچک متقارن با آزمایش به دست آمد. آزمایش مطابق روش مرجع [۱۰] و به همان ترتیبی؛ که قبلاً بزرگ‌ترین حلقه هیستریسیز به دست آمده بود، انجام گرفت. دامنه ولتاژ منبع این بار نسبت به آزمایش اول کاهش داده شد تا حلقه‌ای کوچک‌تر از حلقه هیستریسیز شکل (۷) ایجاد شود. از طرف دیگر، با اعمال ولتاژ مشابه به مدل



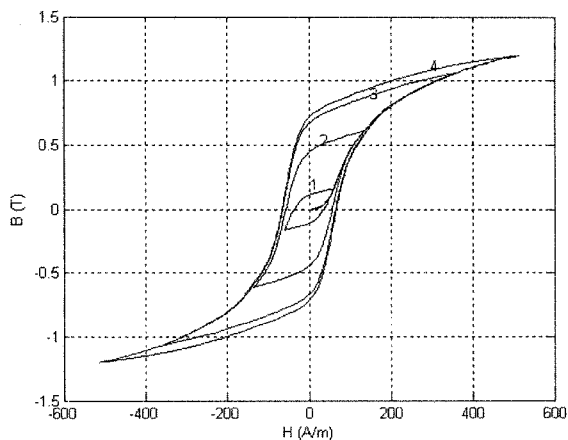
شکل (۵): منحنی اشباع هسته ترانس



شکل (۶): مقایسه جریان گذرای سیم‌پیچی، به دست آمده

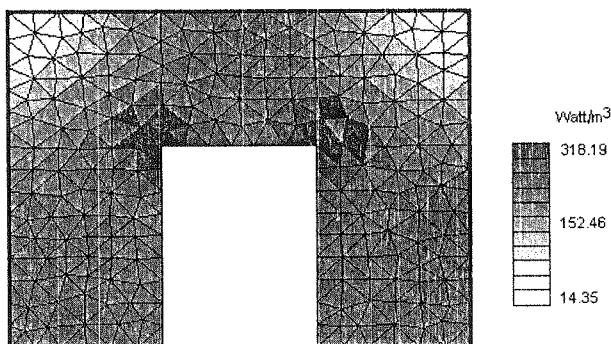
از نرم‌افزار نوشته شده و نرم‌افزار PC-OPERA

در مرحله بعد، برای هسته ترانس خاصیت هیستریسیز در نظر گرفته شد و به کمک الگوریتم بیان شده در بخش (۳) مدل پریزاک به مدل اجزای محدود اضافه شد. در شکل (۷) حلقه هیستریسیزی؛ که برای شناسایی مدل پریزاک استفاده شد، نشان داده شده است. این حلقه هیستریسیز به روشی که در مرجع [۱۰] بیان شده با اندازه‌گیری ولتاژ اعمالی و جریان عبوری از سیم‌پیچ ترانس به دست آمده است. از روی این حلقه، با فرض این که خارجی‌ترین حلقه هیستریسیز است، می‌توان تابع $F(H)$ را به کمک رابطه (۴) تعیین کرد. نقاط به دست آمده با آزمایش برای این تابع در شکل (۸) نشان داده شده است. برای استفاده از این نتایج در نرم‌افزار، باید تابع مناسبی را بر روی آن برازش کرد. مزیت این کار این است که سرعت محاسبات را افزایش می‌دهد و نیاز به میانبازی برای تعیین مقادیر تابع بین دو نقطه را برطرف می‌سازد. برای درک اهمیت این مسأله اشاره به این نکته مفید خواهد بود که در هر قدم زمانی برای تعداد زیادی اجزای مغناطیسی نیاز است که به مدل پریزاک مراجعه شود و این مراجعه ممکن است در هر قدم زمانی چند بار تکرار شود تا همگرایی حاصل گردد. با توجه به شکل تابع



شکل (۱۱): مسیر مغناطیسی طی شده در عناصر

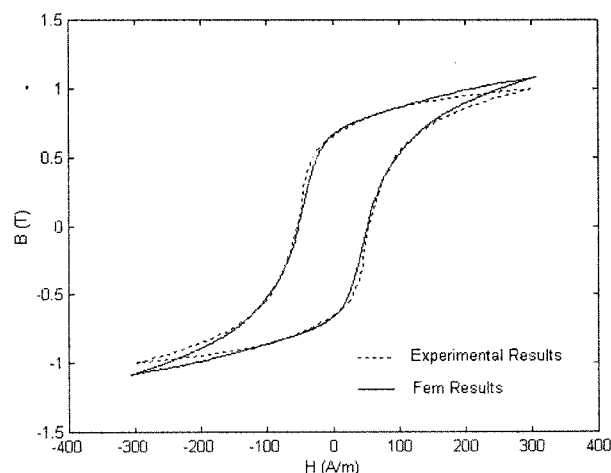
با محاسبه سطح حلقه هیستریز در هر عنصر می‌توان تلفات هیستریز آن عنصر را محاسبه کرد. به این ترتیب می‌توان توزیع تلفات در نقاط مختلف هسته و سهمی را که هر عنصر در ایجاد تلفات کل هیستریز دارند، مشاهده کرد. توزیع تلفات هیستریز برای آزمایشی که قبلاً ذکر شد، با محاسبه سطح حلقه هیستریز در هر جزء به دست آمد که به صورت نمودار رنگی در شکل (۱۲) نشان داده شده است.



شکل (۱۲): توزیع تلفات هیستریز در سطح هسته

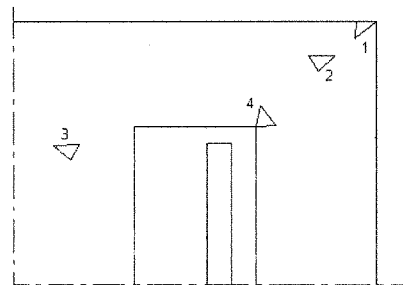
همان‌طور که مشاهده می‌شود تلفات هیستریز در نقاط گوشه پایین، جایی که دامنه چگالی شار حداکثر است، بیشترین مقدار را دارد و این امر مطابق انتظار است. مزیت این نوع محاسبه توزیع تلفات هیستریز آن است که نیاز به استفاده از روابط تجربی مانند فرمول اشتین‌متز (Steinmetz) را رفع می‌کند و در عین حال راه مناسبی برای محاسبه حرارت تولید شده در نقاط مختلف هسته است که کار تحلیل حرارتی سیستم را دقیق‌تر و آسان‌تر می‌کند. مجموع تلفات هیستریز همه عناصر، تلفات کل هیستریز را به دست خواهد داد که در مورد اخیر این مقدار با محاسبه $P_{Hys} = 0.0264 W$ به دست آمد. این مقدار از آزمایش $P_{Hys} = 0.027 W$ به دست آمد که خطایی به اندازه ۲٪ را نشان می‌دهد.

اجزای محدود، جریان سیم‌پیچی و شار در پیوند با آن، در فرایندی مشابه با آزمایش محاسبه شد و به کمک آن حلقه هیستریز دیده شده از دو سر سیم‌پیچی به دست آمد. در شکل (۹) مقایسه‌ای بین حلقه هیستریز به دست آمده از آزمایش و محاسبه شده از مدل اجزای محدود انجام شده است. خط توپر حلقه هیستریز محاسبه شده از مدل اجزای محدود و خط چین حلقه هیستریز به دست آمده از آزمایش را نشان می‌دهد. نزدیکی بین نتایج آزمایش و مدلسازی نشان دهنده اعتبار مدلسازی است. تفاوت اندکی را که مشاهده می‌شود می‌توان به خطای آزمایش و خطای مدلسازی نسبت داد که با برازش منحنی $F(H)$ به وجود آمده است.



شکل (۹): مقایسه حلقه هیستریز دیده شده از دو سر سیم‌پیچی به دست آمده از آزمایش و از مدل اجزای محدود

با مشخص بودن متغیرهای B و H برای هر عنصر ماده مغناطیسی، می‌توان مسیر مغناطیسی را که هر نقطه از ماده طی می‌کند مشاهده کرد. شکل (۱۰) موقعیت چند نقطه از هسته ترانس را نشان می‌دهد. در شکل (۱۱) نیز حلقه‌های هیستریزی که نقاط نشان داده شده در شکل (۱۰) طی می‌کنند، نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که در نقطه ۴ که دامنه چگالی شار بزرگ‌تر است حلقه هیستریز بزرگ‌تری به وجود می‌آید. برعکس در نقطه ۱ حلقه هیستریز کوچکی ایجاد می‌شود.



شکل (۱۰): موقعیت عناصر در هسته ترانس

۵- نتیجه

- [۲] Yu, C.H.; Basak, A.; "Optimum Design of Transformer Cores Analyzing Flux and Iron Loss with the Aid of a Novel Software", IEEE Trans. on Magnetics, vol. 29, no. 2, p.p. 1446-1449, 1993.
- [۲] Liorzou, F.; Phelps, B.; Atherton, D.L.; "Macroscopic Models of Magnetization", IEEE Trans. on Magnetics, vol. 36, no. 2, p.p. 418-428, 2000.
- [۴] Toms, H.L.; Colclaser, R.G.; Krefta, M.P.; "Two-Dimensional Finite Element Magnetic Modeling for Scalar Hysteresis Effects", IEEE Trans. on Magnetics, vol. 37, no. 2, p.p. 982-988, 2001.
- [۵] Sadowski, N.; Batistela, N.J.; Bastos, J.P.A.; Lajoie, M.; "An Inverse Jiles-Atherton Model to Take into Account Hysteresis in Time-Stepping Finite Element Calculations", IEEE Trans. on Magnetics, vol. 38, no. 2, p.p. 797-800, 2002.
- [۶] Takahashi, N.; Miyabara, S.; Fujiwara, K.; "Problems in Practical Finite Element Analysis Using Preisach Hysteresis Model", IEEE Trans. on Magnetics, vol. 35, no. 3, p.p. 1243-1246, 1999.
- [۷] Amor, Y.O.; Feliachi, M.; Mohellebi, H.; "A New Convergence Procedure for the Finite Element Computing Associated to Preisach Hysteresis Model", IEEE Trans. on Magnetics, vol. 36, no. 4, p.p. 1242-1245, 2000.
- [۸] Mayergoyz, I.D.; *Mathematical Models of Hysteresis*, Springer-Verlag, 1991.
- [۹] Della Torre, E.; Kadar, G.; "Hysteresis Modeling: I. Non Congruency", IEEE Trans. on Magnetics, vol. MAG-23, p.p. 2820-2822, 1987.
- [۱۰] Naidu, S.R.; "Simulation of the Hysteresis Phenomenon Using Preisach's Theory", IEE Proceedings, vol. 137, pt. A, no. 2, p.p. 73-79, 1990.
- [۱۱] Chiampi, M.; Chiarabaglio, D.; Repetto, M.; "A Jiles-Atherton and Fixed-Point Combined Technique for Time Periodic Magnetic Field Problems with Hysteresis", IEEE Trans. on Magnetics, vol. 31, no. 6, p.p. 4306-4311, 1995.
- [۱۲] Chiampi, M.; Repetto, M.; Chiarabaglio, D.; "An Improved Technique for Nonlinear Magnetic Problems", IEEE Trans. on Magnetics, vol. 30, no. 6, pp.4332-4334, 1994.
- [۱۳] Ionita, V.; Cranganu, B.; Ioan, D.; "Quasi-Stationary Magnetic Field Computation in Hysteresis Media", IEEE Trans. on Magnetics, vol. 32, no. 3, p.p. 1128-1131, 1996.
- [۱۴] Alotto, P.; Girdinio, P.; Molfino, P.; "A 2D finite element procedure for magnetic analysis involving non-linear and hysteretic materials", IEEE Trans. on Magnetics, pp.3379-3382, 1994.
- [۱۵] PC-OPERA User Guide, Ver. 8.5, Vector Field Co.
- پیش‌بینی دقیق رفتار سیستم‌های الکترومغناطیسی مستلزم به کارگیری مدل‌های جامع و دقیق، برای مواد فرامغناطیسی به کار رفته در آنهاست. در این مقاله راه عملی مناسبی برای پیاده‌سازی مدل پریزاک در روش اجزای محدود پیشنهاد شد. بیان تابعی ساده‌ای برای مدل پریزاک استفاده شد که از دقت مناسبی برای مواد نرم مغناطیسی برخوردار است. برای پیاده‌سازی مدل هیستریسیز در روش اجزای محدود، روشی به کار گرفته شد که به معکوس کردن ماتریس سختی در تکرارهای متوالی نیاز ندارد. حجم محاسبات مربوط به یک تکرار این روش کمتر از روش‌های معمول اجزای محدود است که ضریب μ (ضریب گذردهی مغناطیسی) را در ماتریس سختی لحاظ می‌کنند. با این حال ممکن است تعداد کل تکرارها تا رسیدن به همگرایی در این روش زیاد باشد. برای حل این مشکل و کاهش کل تعداد تکرارها از یک متغیر جدید در بیان رابطه مغناطیس‌شدگی استفاده شد به طوری که اندازه متغیرهای چگالی شار و مغناطیس‌شدگی در یک محدوده قرار بگیرند و در نتیجه گام‌هایی که در هر تکرار به سمت نقطه همگرایی برداشته می‌شود بزرگ‌تر شود و سرعت همگرایی افزایش یابد. روش ارائه شده در قالب یک نرم‌افزار اجزای محدود نوشته شد و برای مدلسازی رفتار یک ترانس تکفاز کوچک مورد استفاده قرار گرفت. برای آزمایش درستی عملکرد نرم‌افزار نوشته شده در مدل کردن رفتار هیستریسیز، مقایسه‌ای بین نتایج آزمایش و خروجی نرم‌افزار انجام شد که نزدیکی قابل قبولی بین آن دو مشاهده گردید. به ویژه نزدیکی بین منحنی هیستریسیز دیده شده از دو سر سیم‌پیچی نشان دهنده صحت حل میدان در نقاط مختلف است. به کارگیری سه ابتکاری که در این مقاله ارائه شده است، اول استفاده از یک متغیر جدید برای افزایش سرعت همگرایی، دوم استفاده از شبکه عصبی برای برازش تابع پریزاک (به جای استفاده از روش‌های مبتنی بر میانابایی) و سوم به کارگیری روش نیوتن-رافسن برای تعیین شدت میدان در مدل پریزاک (به جای روش تکرار ساده) منجر به افزایش سرعت و دقت محاسبات می‌شود به طوری که پیاده‌سازی این مدل را از نظر عملی ممکن و از نظر هزینه محاسباتی به صرفه می‌سازد.

۶- مراجع

- [۱] Simkin, J.; Trowbridge, C. W.; "On the Use of the Scalar Potential in the Numerical Solution of Field Problems in Electromagnetic", International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 14, p.p. 423-440, 1979.