

تعیین سیاست بهینه سفارش دهی اقلام فاسد شدنی با کمبود تحت شرایط غیر قطعی تورم

ابوالفضل میرزازادهⁱ؛ سید محمد تقی فاطمی قمیⁱⁱ؛ میر مهدی سید اصفهانیⁱⁱⁱ؛

چکیده

در سه دهه گذشته، تحقیقات مختلفی در خصوص بررسی تأثیر تورم و ارزش زمانی پول بر دکتترین عمل صورت گرفته است؛ اما تعداد فعالیت های انجام یافته تحت شرایط غیر قطعی محدود بوده است. تجربه نشان داده است که فرض ثابت بودن نرخ تورم در طول افق زمانی صحیح نیست. بنابراین، در این مقاله، ضمن تفکیک هزینه ها به دو دسته داخلی و خارجی، نرخ های تورم داخلی و خارجی احتمالی در نظر گرفته می شوند. مدل توسعه داده شده برای هر نوع تابع توزیع احتمال برای نرخ های تورم قابل استفاده است و فساد کالا و کمبود مجاز در نظر گرفته می شوند. مدل ارائه شده با استفاده از مثال عددی حل شده است و با بکارگیری تجزیه و تحلیل حساسیت، پارامترهای مسئله مورد بررسی قرار گرفته اند.

کلمات کلیدی

کنترل موجودی، تورم، احتمال، فساد کالا، کمبود.

Determination of Optimum Ordering Policy for Deteriorating Items with Shortages under Uncertain Inflationary Conditions

Abolfazl Mirzazadeh; Seyyed Mohammad Taghi Fatemi Ghomi; Mir Mehdi Seyyed Esfehani;

ABSTRACT

It is about three decades that operating doctrine under inflation and time-value of money is considered, but a few activities under non-deterministic conditions are provided. The empirical evidence shows difficulty of assuming the inflation rate as well known and constant. Therefore in this paper internal and external inflation rates are stochastic. The developed model can be used any probability density function (p.d.f.) for inflation rates and deteriorating items with shortages. Finally, a numerical example is given to illustrate the theoretical results and a sensitivity analysis of parameters at the optimal solutions is performed.

KEYWORDS

Inventory Control, Inflation, Stochastic, Deterioration, Shortage.

ⁱ دانشجوی دکترای دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)؛ a.mirzazadeh@aut.ac.ir

ⁱⁱ استاد دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)؛ fatemi@aut.ac.ir

ⁱⁱⁱ استاد یار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)؛ info@icms.ac.ir

سیستم های موجودی در موقعیت تورمی را درشرایطی که نرخ تقاضا به طور خطی در طی زمان افزایش می یابد، بررسی کردند. در این حالت مواجه شدن با کمبود کالا مجاز و قابل جبران فرض شده است.

گول و دو نویسنده دیگر [۶] مدل مقدار تخفیف اقتصادی^۱ را برای چند کالا با محدودیت های فضای انبار و کل تعداد سفارش ها درشرایط تورمی ارائه کردند. دراین مدل، مقدار عرضه اقتصادی و مقدار تخفیف اقتصادی تعیین شده است. پان و سارکر [۱۷]^۲ تأثیر تورم بر مقادیر سفارش بهینه و حداکثر کمبود مجاز را در یک سیستم موجودی با دریافت تدریجی کالا بررسی کردند. ایشان در مقاله خود به تجزیه و تحلیل حساسیت نرخ تورم و نرخ بهره پرداختند و نشان دادند که مقدار سفارش بهینه و حداکثر کمبود مجاز به تغییر در اختلاف نرخ تورم و نرخ بهره، بسیار حساس است.

مون و لی [۱۵]^۳ با کاربرد روش های ارزش انتظاری و شبیه سازی در حالت توزیع احتمال نرمال و نمایی برای چرخه عمر محصول مقدار سفارش اقتصادی را بحث کردند. یانگ و دیگران [۲۳]^۴ در سال ۲۰۰۱ مدل موجودی تورمی با تقاضای در حال نوسان را بررسی کردند.

مدل های کنترل موجودی تورم ثابت - اقلام فاسد شدنی

در سال های اخیر، به مسایل مربوط به اقلام فاسد شدنی به شکل قابل ملاحظه ای توجه شده است. گویال و گیری [۷]^{۱۱} ادبیات مسایل موجودی اقلام فاسد شونده را از اوایل دهه نود به بعد بررسی کردند. در این زمینه تحقیقات مختلفی در شرایط تورمی انجام گرفته است. سو و دیگران [۱۸]^{۱۱} ضمن آنکه فساد را به صورت نمایی در نظر گرفتند، نرخ مصرف کالا را به عنوان تابعی از مقدار سفارش فرض کردند. وی و لائو [۲۱]^{۱۲} تورم و ارزش زمانی پول را در مدل موجودی اقلام فاسد شدنی، که در آن تقاضا وابسته به قیمت است و کمبود مجاز شمرده می شود، در نظر گرفتند. مدل، یک محیط تولیدی با نرخ دریافت تدریجی را در نظر می گیرد. هدف، تعیین سیاست بهینه قیمت گذاری و تولید است. سارکر و دیگران [۱۶]^{۱۳} مقدار بهینه سفارش اقلام فاسد شدنی را در یک سیستم زنجیره عرضه تعیین کردند که در آن، تأخیر در پرداخت و کمبود مجاز فرض شده است.

لیائو و چن [۱۱]^{۱۴} در سال ۲۰۰۲ سیستم موجودی را برای دست یابی به میزان بهینه تأخیر در پرداخت بررسی کردند. چانگ [۴]^{۱۵} مسأله تأخیر مجاز را با محدودیت حداقل مقدار سفارش برای بهره گیری از تأخیر بررسی کرد. یانگ [۲۲]^{۱۱} در

در صورتی که نرخ تورم بالا باشد (بیش از سه تا چهار درصد در سال)، در نظر گرفتن ارزش زمانی پول و تأثیر آن بر سیاست سفارش اقتصادی اهمیت پیدا می کند. در سه دهه اخیر، این مسأله در مقالات مختلف به بحث گذاشته شده است. مدل های ارائه شده در خصوص مسایل موجودی تحت شرایط تورم را می توان بر حسب معیارهای مختلف از جمله: قطعی یا غیر قطعی بودن پارامترهای مدل، مجاز بودن یا نبودن کمبود، خرید یا تولید کالا، ثابت یا متغیر بودن تقاضا، امکان فساد یا عدم فساد اقلام و ... طبقه بندی کرد. از نظر احتمالی بودن پارامتر تورم، که یکی از جنبه های اصلی این مقاله است، مقالات ارائه شده پیشین به دو بخش: مدل های تورم ثابت و مدل های تورم احتمالی که فعالیت های بسیار محدودی بر آنها صورت گرفته است، طبقه بندی می شوند. بخش اول (مدل های تورم ثابت) نیز در دو بخش مجزا مرور خواهند شد: نخست مدل های مربوط به اقلام معمولی (اقلامی که مرور زمان به تغییر در کیفیت و کمیت آنها منجر نمی شود) و دوم مدل های مربوط به اقلام فاسد شدنی (که طی زمان کیفیت و کمیت آنها تغییر می کند، مانند: مواد غذایی، اقلام شیمیایی، خون انسان، الکل و ...).

مدل های کنترل موجودی تورم ثابت - اقلام معمولی

بوزاکات [۳]^۱ در سال ۱۹۷۵ نخستین شخصی بود که مدل کنترل موجودی تورمی را مطالعه کرد. وی با بررسی دو وضعیت (۱) قیمت کالا و هزینه ها تحت تأثیر نرخ یکسان تورم و (۲) قیمت وابسته به سیاست سفارش دهی، به تعیین فاصله بهینه بین دو سفارش متوالی پرداخت. میسرا [۱۳]^۲ با در نظر گرفتن دو نرخ تورم داخلی (تورم موجود در سطح شرکت) و خارجی (تورم عمومی جامعه) هزینه ها را به دو طبقه تفکیک کرد و به تعیین مقدار سفارش اقتصادی پرداخت.

از اوایل دهه نود، مدل های اولیه به وضعیت های پویا و پیچیده تر توسعه پیدا کرد. ورات و پادمانابان [۲۰]^۲ به موردی پرداختند که در آن نرخ مصرف کالا به حجم موجودی اولیه در شروع سیکل (مقدار سفارش) بستگی دارد. نتایج تجزیه و تحلیل حساسیت، نشان می دهد که وقتی نرخ تورم افزایش می یابد، مقدار سفارش اقتصادی و هزینه های سیستم نیز افزایش می یابد؛ ولی در نرخ مشخصی از تورم هر چه نسبت وابستگی تقاضا به سطح ذخیره بیشتر باشد، مقدار سفارش اقتصادی کاهش و هزینه های سیستم افزایش می یابد. داتا و پال [۵]^۴

سال ۲۰۰۴ مسأله موجودی با دو انبار را برای اقلام فاسد شدنی با نرخ ثابت تقاضا و وجود کمبود مورد بحث قرار داد. بلخی [۸] در سال ۲۰۰۴ دو مدل کنترل موجودی اقلام فاسد شدنی را بررسی کرد که در آنها نرخ تولید در هر لحظه به تقاضا و سطح موجودی در دسترس وابسته است. نرخ تقاضا و نرخ فساد کالا توابعی کلی و پیوسته از زمان در نظر گرفته می شوند. کمبود مجاز است؛ اما تنها بخشی از آن جبران شده و مابقی به عنوان فروش از دست رفته تلقی می شود. بلخی [۲] در سال ۲۰۰۴ مدل دیگری را مطرح کرد که در آن، نرخ های تولید، تقاضا و فساد توابعی شناخته شده، پیوسته و تفکیک پذیر از زمان هستند. کمبود، مجاز است و بخشی از آن جبران می شود.

هائو و لین [۹] مدلی تورمی را برای اقلام فاسد شدنی با نرخ فروش وابسته به میزان ذخیره کالا ارائه کردند که در آن فرض می شود مقدار فروش، تابعی از سطح موجودی در دسترس بوده و نرخ فساد کالا ثابت است. هدف، تعیین تعداد بهینه سفارش ها و طول زمانی سیکل سفارش دهی برای به حداکثر رساندن ارزش فعلی درآمدها طی افق زمانی است.

همان گونه که قبلا ذکر شد، اقلامی که با افت کیفیت و کمیت روبرو باشند، تحت عنوان اقلام فاسد شدنی مطرح هستند. مون، گیری و کو [۱۴] در سال ۲۰۰۵ به بررسی اقلامی پرداختند که مرور زمان به بهبود ارزش، کارکرد و یا حتی کمیت منجر می شود. در این مقاله، سعی شده است با تلفیق این دو ویژگی متضاد اقلام، مدل جدیدی ارائه شود. تقاضا تابعی از زمان است و سیاست بهینه سفارش دهی با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول تعیین می شود.

مدل های تورم احتمالی

در تمامی مقالات یاد شده فرض می شود نرخ تورم در ابتدای افق زمانی شناخته شده بوده است و تا پایان افق زمانی، ثابت باقی می ماند؛ اما نرخ تورم، تابع شرایط مختلف اقتصادی، سیاسی، اجتماعی و مانند آن است و تغییر این شرایط می تواند به بروز نوسانات در نرخ تورم منجر شود. به عنوان نمونه می توان به شرایط تورمی آلمان بعد از اتحاد بخش غربی با بخش شرقی، افزایش تورم در روسیه و سایر کشورهای تازه استقلال یافته پس از تحولات شوروی، رشد سرسام آور تورم در آمریکای لاتین در دهه هشتاد و ... اشاره کرد. در آمریکا در شرایطی که میزان افزایش شاخص بهای عمده فروشی در ژانویه ۱۹۹۹ یک دهم درصد پیش بینی شده بود، مقدار واقعی رشد آن برابر با نیم درصد شد. سپس در فوریه همان سال،

۰/۴ درصد افزایش یافت؛ در حالی که ۰/۱ درصد پیش بینی می شد. این تجربیات نشان می دهد که پیش بینی دقیق نرخ تورم، مشکل و شاید غیر ممکن است.

هوروویتز [۸] مدل احتمالی مقدار سفارش اقتصادی را با استفاده از روش یکنواخت سالیانه^{۲۱} بررسی کرد که در آن، نرخ تورم و نرخ بهره سازمان، هر دو احتمالی با تابع توزیع احتمال نرمال فرض می شوند. وی نتیجه گیری کرد که تورم بر سیاست سفارش اقتصادی تاثیر گذار است، به ویژه در حالتی که نرخ تورم بالا باشد و یا عدم قطعیت نرخ تورم و نرخ بهره افزایش یابد. میرزازاده و سرفراز [۱۲] مدل موجودی چند کالا با محدودیت سرمایه را با فرض تابع توزیع یکنواخت برای نرخ تورم خارجی ارائه کردند.

مدل ارائه شده در این تحقیق از چند جهت نوآوری داشته و با مدل های قبلی متفاوت است. نخست آنکه نرخ های تورم احتمالی فرض می شوند. به جز [۸] و [۱۲] در سایر مراجع فرض بر این است که تورم ثابت و کاملا شناخته شده است. این مدل، با مدل های ارائه شده در [۸] و [۱۲] نیز از چند جنبه تمایز دارد. نخست آنکه هم نرخ تورم داخلی و هم نرخ تورم خارجی احتمالی فرض شده و مدل به نحوی طراحی شده است که با هر نوع تابع توزیع احتمال قابل کاربرد خواهد بود. دوم آنکه فساد کالا لحاظ شده و کمبود نیز در نظر گرفته می شود. علاوه بر این، برای مدل سازی از روش ارزش فعلی که نسبت به روش دیگر؛ یعنی یکنواخت سالیانه دقیق تر و بهتر عمل می کند، استفاده شده است. در مرجع [۱۰] با مقایسه دو روش ارزش فعلی و یکنواخت سالیانه اثبات شده است که تحت شرایط تورم، روش ارزش فعلی دقیق تر عمل می کند و هزینه های سیستم موجودی را کاهش می دهد. تحت این شرایط و سایر فرضیات، سیستم موجودی، تجزیه و تحلیل می شود و بر اساس آن، یک مدل جدید برای تعیین سیاست سفارش اقتصادی ارائه می شود. برای تشریح نتایج به دست آمده از مثال عددی استفاده شده و سپس با تجزیه و تحلیل حساسیت، میزان تاثیر تغییرات پارامترهای مدل بر جواب بهینه مورد بحث قرار می گیرد. در نهایت حالات ویژه ای که از مدل اصلی قابل استنتاج است، بررسی می شود. این حالات عبارتند از:

- حالت (۱): کلیه هزینه ها با یک نرخ تورم افزایش می یابند (نرخ های تورم داخلی و خارجی یکسان).
- حالت (۲): کمبود مجاز نیست.
- حالت (۳): کالا فاسد نمی شود.
- حالت (۴): هر سه حالت فوق

مثال عددی مطرح شده برای مسأله اصلی، برای هر یک از حالات فوق، حل شده و جواب ها مقایسه خواهند شد.

۲- تحلیل مسأله

مسأله مورد بررسی بر مبنای فرضیات زیر قرار گرفته است:

الف- نرخ های تورم داخلی و خارجی احتمالی بوده و تابع توزیع احتمال آنها شناخته شده است.

ب- نرخ تقاضا مشخص بوده و در طول افق زمانی ثابت خواهد بود.

ج- کمبود مجاز بوده و به طور کامل به جز در دوره آخر، قابل جبران است

د- کالای سفارش داده شده به صورت یکجا دریافت شده و زمان تامین کالا^{۲۲} برابر با صفر است.

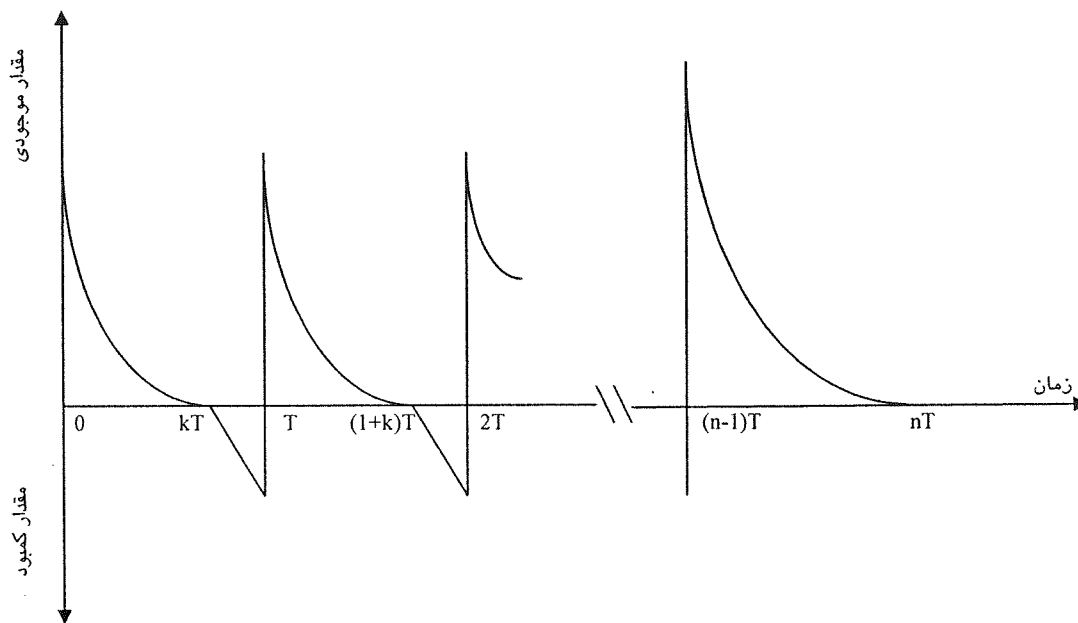
ه- طول افق زمانی محدود است.

و- کالای موجود در انبار در طول زمان با یک نرخ ثابت فاسد می شود.

همان گونه که در فرض نخست مشخص شد، هزینه های سیستم موجودی به دو دسته داخلی و خارجی تقسیم بندی

می شوند (در این زمینه وان هیز و مونیوز [۱۹] در کتاب خود دسته بندی نسبتاً کاملی از هزینه های سیستم موجودی ارائه کرده اند). به طور معمول، هزینه های سفارش با نرخ تورم داخلی و هزینه های خرید با نرخ تورم خارجی افزایش می یابند. هزینه های نگهداری و کمبود به دو دسته تفکیک می شوند که بخش اول با نرخ تورم داخلی و بخش دیگر با نرخ تورم خارجی تغییر می کنند. برای این منظور، این هزینه ها به اجزای کوچک تر تفکیک شده و با شناخت ماهیت هر یک از این اجزا، نرخ تورم مؤثر بر آنها مشخص می شود. در این مدل، توابع چگالی احتمال نرخ های تورم داخلی و خارجی می توانند با یکدیگر متفاوت باشند.

نمادهای مورد استفاده در این مدل، در بخش ۹، فهرست علائم تعریف شده اند. فرض می شود که در طول افق زمانی، n بار سفارش (n عدد صحیح است) با فاصله زمانی T صورت می گیرد؛ بنابراین، $H = nT$. سیستم موجودی مورد مطالعه به صورت گرافیکی، به شکل (۱) قابل نمایش است.



شکل (۱): تصویر سیستم موجودی مورد مطالعه

در لحظه kT حجم موجودی انبار به صفر رسیده و کمبود واقع می شود. در لحظه T مجدداً سفارش داده می شود. این سفارش می بایست کمبود دوره قبل و همچنین مصرف کالا و فساد کالا در دوره جاری را پوشش دهد. آخرین سفارش در

در لحظه صفر، کالا سفارش داده می شود. کالای سفارش داده شده با نرخ تقاضای ثابت D مصرف شده و با نرخ ثابت θ به صورت نمایی فاسد می شود. بنابراین، کاهش سطح موجودی انبار ناشی از دو علت است: مصرف کالا و فساد کالا.

کالایی را که در دوره فعلی فاسد می شود، جبران کند. نظر به اینکه در دوره آخر کمبود مجاز نیست، ارزش انتظاری ارزش فعلی هزینه های خرید در دوره آخر برابر است با:

$$ECP_{n-1} = E \left\{ p e^{-R_2(n-1)T} \int_{(n-1)T}^T D e^{\theta t} dt \right\} \\ = E \left\{ (pD/\theta) e^{-R_2(n-1)T} (e^{H\theta} - e^{(n-1)T\theta}) \right\} \quad (4)$$

که $R_2 = r - i_2$. تابع مولد گشتاور نرخ های تورم با $M_{im}(Y)$ تعریف می شود. بنابراین (4) را می توان به صورت زیر باز نویسی کرد:

$$ECP_{n-1} = (pD/\theta) e^{-r(n-1)T} \left[e^{H\theta} - e^{(n-1)T\theta} \right] \\ \cdot M_{i_2}((n-1)T) \quad (5)$$

برای سایر دوره ها ارزش انتظاری هزینه ها به شکل زیر قابل محاسبه خواهد بود:

$$ECP_{j-1} = E \left[p e^{-R_2(j-1)T} \int_{(j-1)T}^{(k+j-1)T} D e^{\theta t} dt \right. \\ \left. + p e^{-R_2 j T} \int_{(k+j-1)T}^T D dt \right] \\ = E \left[(pD/\theta) \left[e^{-R_2 j T} (e^{(R_2+\theta(k+j-1))T} - e^{(R_2+\theta(j-1))T}) + (1-k)T\theta \right] \right] \\ \text{for } j = 1 \dots n-1, R_2 = r - i_2. \quad (6)$$

که می تواند به صورت زیر باز نویسی شود:

$$ECP_{j-1} = (pD/\theta) (e^{((1-j)r+\theta(k+j-1))T} - e^{(j-1)(\theta-r)T}) M_{i_2}((j-1)T) \\ + pDT(1-k)e^{-rjT} M_{i_2}(jT) \\ ; j = 1, \dots, (n-1) \quad (7)$$

ارزش انتظاری ارزش فعلی هزینه های نگهداری برای دوره j ام ($j=1, 2, \dots, n-1$) برابر است با:

$$ECH_{jm} = E \left[c_{1m} \int_{(j-1)T}^{(k+j-1)T} (t - (j-1)T) D e^{(\theta-R_m)t} dt \right] \\ = c_{1m} DE \left[\frac{e^{(\theta-R_m)(j-1)T}}{(\theta-R_m)^2} \cdot (1 + e^{(\theta-R_m)kT} (kT(\theta-R_m) - 1)) \right]$$

$$j = 1, \dots, (n-1), R_m = r - i_m, m = 1, 2. \quad (8)$$

زمان $(n-1)T$ صورت می گیرد و این سفارش، کمبود دوره قبل و همچنین مصرف و فساد دوره جاری تا لحظه nT را پوشش خواهد داد. در دوره آخر کمبود مجاز نیست. هدف، تعیین تعداد بهینه سفارش ها در طول افق زمانی (n) و لحظه بهینه برخورد با کمبود (k) به منظور حداقل سازی کل هزینه های موجودی در طول افق زمانی است.

۳- مدل ریاضی

در مسأله مورد مطالعه، فرض می شود کالای در دسترس به شکل ثابت و به صورت پیوسته در طی زمان فاسد شده و از بین می رود. فرض کنید I_{t_0} سطح موجودی در لحظه t_0 و I_{t_1} سطح موجودی در لحظه t_1 باشد و طی دوره $[t_0, t_1]$ کالا با نرخ ثابت θ فاسد شود؛ در این صورت، حجم موجودی در لحظه t_1 برابر خواهد بود با:

$$I_{t_1} = I_{t_0} (1-\theta)^T \quad (1)$$

در رابطه بالا، $T=t_1-t_0$ خواهد بود. از آنجایی که کالا به صورت پیوسته فاسد می شود، می بایست دوره T را به n دوره بی نهایت کوچک تقسیم و سطح موجودی را به شکل زیر محاسبه کرد.

$$I_{t_1} = I_{t_0} \lim_{n \rightarrow \infty} (1-\theta)^{nt} = I_{t_0} \cdot e^{-t\theta} \quad (2)$$

و یا:

$$I_{t_0} = I_{t_1} \cdot e^{t\theta} \quad (3)$$

در مدل سازی مسایل موجودی معمولاً از یکی از دو روش هزینه یکنواخت سالیانه و یا ارزش فعلی استفاده می شود. روش ارزش فعلی پیچیده تر از روش یکنواخت است؛ اما مطابق تحقیقات کانت و مایلز [۱۰]، در شرایط تورمی، روش ارزش فعلی دقیق تر بوده و جواب های بهتری به دست می دهد؛ بهمین دلیل در این مقاله، از این روش استفاده شده است. کلیه هزینه های سیستم موجودی در طول افق زمانی به شکل پیوسته افزایش می یابند. هزینه های سیستم موجودی به چهار بخش هزینه های خرید، هزینه های نگهداری، هزینه های کمبود و هزینه های سفارش تفکیک می شود. هدف، به حداقل رساندن مجموع این هزینه ها است.

در ابتدای هر دوره کالای خریداری شده باید تقاضای دوره فعلی و کمبود دوره گذشته را پوشش دهد و علاوه بر آن،

در دوره آخر، برخلاف دوره های قبل، موجودی در پایان دوره به صفر می رسد؛ بنابراین هزینه های نگهداری برابر است با:

$$ECH_{nm} = E \left[c_{1m} \int_{(n-1)T}^{nT} (t - (n-1)T) De^{(\theta-R_m)t} dt \right]$$

$$= c_{1m} DE \left[\frac{e^{(\theta-R_m)(n-1)T}}{(\theta-R_m)^2} \cdot (1 + e^{(\theta-R_m)T} ((\theta-R_m)T - 1)) \right]$$

$$R_m = r - i_m, m = 1, 2. \quad (9)$$

هزینه های کمیود در دوره های اول تا ما قبل آخر رخ می دهند و ارزش انتظاری ارزش فعلی آن در دوره ز برابر است با:

$$ECS_{jm} = E \left[c_{2m} \int_{k+j-1)T}^{jT} (jT - t) De^{-R_m t} dt \right]$$

$$= c_{2m} DE \left[\frac{e^{-R_m jT} (1 + ((1-k)R_m T - 1)e^{-R_m T(k-1)})}{R_m^2} \right]$$

$$j = 1, \dots, (n-1), R_m = r - i_m, m = 1, 2. \quad (10)$$

هزینه های سفارش مستقل از حجم سفارش است و در شروع هر دوره رخ می دهند. ارزش انتظاری هزینه سفارش داده شده در زمان $(j-1)T$ برای دوره j برابر است با:

$$ECR_j = A e^{-\eta T} M_{i_1}(jT); j = 0, \dots, (n-1) \quad (11)$$

بنابراین کل هزینه های مورد انتظار سیستم موجودی در طی افق زمانی H برابر خواهد بود با:

$$ETVC(n, k) = \sum_{m=1}^2 \sum_{j=1}^{n-1} ECH_{jm} + \sum_{m=1}^2 ECH_{nm}$$

$$+ ECP_{n-1} + \sum_{j=1}^{n-1} ECP_{j-1}$$

$$+ \sum_{m=1}^2 \sum_{j=1}^{n-1} ECS_{jm} + \sum_{j=0}^{n-1} ECR_j \quad (12)$$

می شود. مقادیری از (n, k) که کمترین هزینه را داشته باشد، به عنوان جواب بهینه انتخاب می شود. به ازای یک مقدار مشخص از n ، شرط لازم برای بهینگی k عبارت است از:

$$\frac{dETVC(n, k)}{dk} = pDT \sum_{j=1}^{n-1} \left[e^{((1-j)r + \theta(k+j-1))T} M_{i_2}((j-1)T) - e^{-\eta T} M_{i_2}(jT) \right]$$

$$+ \sum_{m=1}^2 \left[c_{1m} DkT^2 e^{(\theta-r)(k-1)T} \cdot \sum_{j=1}^{n-1} \left[e^{(\theta-r)jT} M_{i_m}((k+j-1)T) \right] \right]$$

$$+ \sum_{m=1}^2 \left[c_{2m} DT^2 (k-1) \cdot \sum_{j=1}^{n-1} \left[e^{-rT(k+j-1)} M_{i_m}(T(k+j-1)) \right] \right] = 0 \quad (13)$$

مقدار بهینه k از (۱۳) با استفاده از روش های عددی قابل محاسبه است. شرط مینیمم بودن هزینه ها محذب بودن تابع $ETVC(n, k)$ است که برای این منظور تابع زیر باید غیر منفی باشد:

$$\frac{d^2 ETVC(n, k)}{dk^2} = pD\theta T^2 \cdot \sum_{j=1}^{n-1} \left[e^{((1-j)r + \theta(k+j-1))T} M_{i_2}((j-1)T) \right]$$

$$+ \sum_{m=1}^2 \left[c_{1m} DT^2 \cdot \sum_{j=1}^{n-1} E \left[(1 + kT(\theta - R_m)) e^{(\theta-R_m)(k+j-1)T} \right] \right]$$

$$+ \sum_{m=1}^2 \left[c_{2m} DT^2 \cdot \sum_{j=1}^{n-1} \left[E \left[e^{-(k+j-1)TR_m} (TR_m(1-k) + 1) \right] \right] \right] \geq 0 \quad (14)$$

۵- مثال عددی

در انتخاب تابع توزیع احتمال برای نرخ های تورم، می توان از تست های آماری، نظیر کای دو^{۲۶} و کولموگوروف - اسمیرنوف^{۲۷} استفاده کرد. با استفاده از درصد تغییر سالانه شاخص بهای عمده فروشی در دنیا طی سال های ۱۹۷۲ تا ۲۰۰۳، توزیع های احتمالی نرمال، یکنواخت، نمایی و وایبول به وسیله تست کای دو، بررسی شده است. نتایج به دست آمده نشان می دهد توابع توزیع احتمال نرمال و وایبول، بخوبی بر

۴- روش حل مسأله

هدف، تعیین مقادیر بهینه متغیر گسسته n و متغیر پیوسته k به منظور حداقل سازی $ETVC(n, k)$ است. برای این منظور از یک روش بهینه، که در اکثریت نزدیک به اتفاق مدل های ارائه شده در این زمینه به کار گرفته شده است، استفاده خواهد شد. برای حل، نخست $n=1$ در نظر گرفته شده و مقدار بهینه k با استفاده از شرایط کهن - تاکر محاسبه می شود. سپس مقدار n افزایش می یابد و در هر مرحله k و $ETVC(n, k)$ محاسبه

معیارهای $\sigma_1=0.04$ و $\sigma_2=0.06$ در نظر گرفته می‌شوند. فرض کنید:

$$H=10\text{years}; r=0.2; D=1000; \theta=0.01$$

و هزینه‌ها برحسب واحد پول:

$$c_{11}=0.2; c_{12}=0.4; c_{21}=0.8; c_{22}=0.6; p=5; A=100$$

باشد. مسأله با استفاده از روش‌های عددی حل شده و

نتایج بدست آمده بشرح جدول (۱) است:

جدول (۱): حل مثال عددی

n	k	$ETVC(n, k)$	n	k	$ETVC(n, k)$
۲	۰/۶۰۷۳۶۲	۱۰۱۱۰۹/۵۲	۴۰	۰/۵۷۵۹۳۷	۴۵۷۸۷/۵۱
۳	۰/۶۰۴۷۹۲	۷۹۰۸۵/۹۸	۲۳*	۰/۵۶۹۶۲۷*	۴۵۷۸۸/۶۵*
۵	۰/۶۰۰۱۴۲	۶۳۰۲۲/۱۷	۴۵	۰/۵۶۵۴۲۱	۴۵۷۸۶/۲۵
۱۰	۰/۶۳۹۲۶۶	۵۲۰۵۰/۲۶	۵۰	۰/۵۵۴۹۰۷	۴۵۸۴۳/۰۰
۱۵	۰/۶۲۸۶۳۰	۴۸۷۳۹/۸۵	۵۵	۰/۵۴۴۲۹۴	۴۵۹۴۱/۸۴
۲۰	۰/۶۱۸۰۵۸	۴۷۲۵۷/۴۶	۶۰	۰/۵۳۳۸۸۳	۴۶۰۷۹/۲۰
۲۵	۰/۶۰۷۵۱۳	۴۶۴۹۲/۱۲	۷۰	۰/۵۱۲۸۶۳	۴۶۴۰۰/۳۲
۳۰	۰/۵۹۶۹۸۱	۴۶۰۸۱/۴۰	۸۰	۰/۴۹۱۸۴۶	۴۶۷۹۰/۱۰
۳۵	۰/۵۸۶۴۵۷	۴۵۸۷۱/۸۹	۱۰۰	۰/۴۴۹۸۱۶	۴۷۶۸۰/۴۱

با یک بوده و کمبود وجود نخواهد داشت ($n^* = k^* = 1$). بنابراین مدل نسبت به افزایش عدم قطعیت نرخ‌های تورم حساس بوده و با افزایش این عدم قطعیت مدیر سیستم موجودی باید تعداد دفعات سفارش دهی را کاهش و به عبارت دیگر، مقدار سفارش را افزایش دهد. در این حالت، اگر نرخ واقعی تورم بالا باشد، با خرید بیشتر زیان ناشی از افزایش هزینه‌ها کاهش می‌یابد.

ج- تعداد دوره‌های سفارش نسبت به تغییرات پارامترهای H, D, A بسیار حساس، نسبت به تغییرات c_{12} کمی حساس و نسبت به تغییرات $c_{22}, c_{21}, c_{11}, p, \theta, r$ غیر حساس است.

د- مقدار بهینه k نسبت به تغییرات پارامترهای H, A, c_{12}, c_{21} و c_{22} بسیار حساس، نسبت به تغییرات θ و p نسبتاً حساس و نسبت به تغییرات D, r و c_{11} غیر حساس است.

ه- ارزش انتظاری کل هزینه‌های سیستم موجودی نسبت به p, r, D, H حساسیت بالایی دارد. همچنین نسبت به تغییرات پارامترهای $c_{21}, c_{12}, c_{11}, A, \theta$ و c_{22} حساسیتی از خود نشان نمی‌دهد.

۷- حالت‌های خاص

در این بخش، چهار حالت خاص، که از مدل اصلی منتج می‌شود، مطرح می‌شود.

حالت ۱: نرخ‌های تورم داخلی و خارجی یکسان

در این حالت، هزینه‌ها دیگر به دو دسته داخلی و خارجی تقسیم بندی نمی‌شوند. به عبارت دیگر، کلیه هزینه‌ها با یک

نرخ تورم دنیا منطبق می‌شوند. تابع توزیع احتمال یکنواخت در صورت استفاده از اطلاعات سال‌های اخیر توزیع مناسبی است و می‌توان از این تابع توزیع برای افق زمانی کوتاه (کمتر از ۴ سال) استفاده کرد. همچنین نتایج آزمون کای دو، نشان می‌دهد تابع توزیع احتمال نمایی برای نرخ تورم توزیع مناسبی نیست. در این مثال، توابع توزیع احتمال نرخ‌های تورم داخلی و خارجی، نرمال با میانگین‌های $\mu_1=0.08$ و $\mu_2=0.14$ و انحراف

حداقل ارزش انتظاری هزینه‌ها در طول افق زمانی برابر است با: $45778/65$ برای $n^* = 43$ و $k^* = 0.569627$. به عبارت دیگر، در طول افق زمانی ده ساله، فاصله بهینه بین دو سفارش متوالی برابر است با $H/n^*=0.233$ سال. مشتق دوم تابع هدف برابر با $20739/17$ و تابع هدف محدب است.

۶- تجزیه و تحلیل حساسیت

پارامترهای مسأله عبارتند از:

$D, H, \theta, r, \mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2, A, p, c_{11}, c_{12}, c_{21}, c_{22}$
به منظور تحلیل حساسیت، هر یک از پارامترها از ۹۰- درصد تا ۱۰۰+ درصد تغییر داده شده‌اند. نتایج در جدول (۲) ارائه شده است. در کلیه موارد، شرط بهینه بودن جواب (محدب بودن تابع هدف) برقرار بوده است. با بررسی جدول (۲) نتایج زیر به دست می‌آید:

الف- زمانی که میانگین نرخ تورم داخلی افزایش می‌یابد تعداد سفارش‌ها (n) کاهش و k افزایش می‌یابد. برعکس، با افزایش میانگین نرخ تورم خارجی، (n) افزایش و (k) کاهش می‌یابد. ارزش انتظاری هزینه‌های سیستم موجودی ($ETVC$) با افزایش μ_1 و μ_2 افزایش می‌یابد؛ اما نسبت به تغییرات μ_2 حساسیت قابل ملاحظه‌ای دارد.

ب- وقتی انحراف معیارهای نرخ‌های تورم افزایش می‌یابد، n کاهش می‌یابد. سیاست سفارش اقتصادی در صورتی که σ_1 و σ_2 به اندازه کافی بزرگ باشد، نسبت به تغییرات انحراف معیار بسیار حساس خواهد بود. به عنوان مثال، در صورتی که $\sigma_2=0.5$ باشد، تعداد بهینه سفارش‌ها در طول افق زمانی برابر



$$+ \sum_{m=1}^2 \sum_{j=1}^{n-1} [c_{2m} D \cdot E \left[\frac{e^{-R_m j T} + ((1-k)R_m T - 1)e^{-R_m T(k+j-1)}}{R_m^2} \right]] \quad (17)$$

روش حل تابع دو متغیره فوق، مشابه روش حل مدل اصلی است. برای این منظور به ازای مقادیر مختلف n مقدار k از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\frac{dETVC(n, k, \theta = 0)}{dk} = pDT \cdot \sum_{j=1}^{n-1} [e^{-rT(j-1)} M_{i_2}((j-1)T) - e^{-rT} M_{i_2}(jT)] + \sum_{m=1}^2 [c_{1m} D k T^2 e^{-rT(k-1)} \cdot \sum_{j=1}^{n-1} [e^{-rT} M_{i_m}((k+j-1)T)]] + \sum_{m=1}^2 [c_{2m} D T^2 (k-1) \cdot \sum_{j=1}^{n-1} [e^{-rT(k+j-1)} M_{i_m}(T(k+j-1))]] = 0 \quad (18)$$

ضمن آنکه تابع (17) می بایست محدب باشد. در این شرایط مقادیر بهینه برابر است با:

$$n^*=41 ; k^*=0.667940 ; ETVC(n,k)=44513.44 ; T^*=0.244\text{year.}$$

مشاهده می شود که در مقایسه با حالت وجود فساد کالا n و ETVC کاهش و k افزایش می یابد. این امر قابل انتظار است، زیرا در شرایطی که کالا فاسد نمی شود مدیر سیستم موجودی می تواند حجم سفارش را بالا ببرد (به عبارت دیگر n را کاهش دهد) و همچنین مقدار کمبود کالا را کاهش دهد (k افزایش یابد).

حالت 4: نرخ های تورم داخلی و خارجی یکسان، کمبود مجاز نبوده و کالا فاسد نشدنی

سیاست سفارش اقتصادی در این حالت، می تواند با استفاده از معادلات (17) و (18) با قرار دادن $k=1$ در نظر گرفتن (15) تعیین شود. جواب بهینه در این حالت عبارت است از:

$$n^*=46 ; ETVC(n,k)=40391.48 ; T^*=0.217.$$

تعداد دوره های سفارش دهی نسبت به مدل اصلی افزایش؛ اما ارزش انتظاری هزینه ها کاهش یافته است.

نرخ تورم افزایش می یابند. تابع هدف $ETVC(n,k)$ می تواند از (12) با تغییرات زیر به دست آید:

$$c_m = c_{1m} + c_{2m}, R_m = R, i_m = i \text{ and } m = 1, 2. \quad (15)$$

اکنون در مثال مطرح شده فرض کنید نرخ تورم، تابع توزیع نرمال با میانگین $\mu=0.11$ و انحراف معیار $\sigma=0.05$ داشته باشد. در این صورت، پس از محاسبه c_m و R_m از (15) جواب بهینه برابر است با:

$$n^*=39 ; k^*=0.593806 ; ETVC(n,k)=40326.62 ; T^*=0.256\text{year.}$$

تعداد دوره های سفارش دهی کاهش و k افزایش یافته است.

حالت 2: کمبود مجاز نیست

اگر کمبود مجاز نباشد، برای محاسبه جواب بهینه کافی است در (12) که تابع هدف مدل اصلی است، $k=1$ قرار داده شود. در این صورت، هدف کمینه سازی تابع تک متغیره $ETVC(n)$ خواهد بود. برای این منظور، مقدار n به نحوی محاسبه می شود که رابطه زیر را ارضا کند.

$$\Delta ETVC(n) \leq 0 \leq \Delta ETVC(n+1) \quad (16)$$

که در آن $\Delta ETVC(n) = ETVC(n) - ETVC(n-1)$. در این حالت، مقادیر بهینه عبارتند از:

$$n^*=51 ; ETVC(n)=47604.54 ; T^*=0.196\text{year.}$$

همان گونه که ملاحظه می شود، تعداد بهینه دوره های سفارش دهی افزایش یافته است. این امر در شرایط مجاز نبودن کمبود، طبیعی به نظر می رسد، چرا که در حالت کمبود مجاز، بخشی از کالا به محض دریافت برای جبران کمبود دوره قبل مصرف می شود و فاسد نخواهد شد. اما در شرایط مجاز نبودن کمبود چنین چیزی وجود ندارد و مدیر سیستم موجودی می بایست با افزایش تعداد دفعات سفارش، حجم کالای موجود در انبار را کاهش دهد تا میزان فساد کالا کاهش یابد.

حالت 3: کالای در دسترس فاسد نمی شود

در صورتی که کیفیت کالای موجود در انبار در طول زمان تغییر نکند (به عبارت دیگر $\theta = 0$) در این صورت پس از بازنویسی فرمول های مربوطه، مدل ریاضی مسأله به شرح زیر قابل محاسبه خواهد بود:

$$ETVC(n, k, \theta = 0) = A \sum_{j=0}^{n-1} [e^{-rjT} M_{i_1}(jT)] + pDT [e^{-rT(n-1)} M_{i_2}((n-1)T) + \sum_{j=1}^{n-1} [k e^{-rT(j-1)} M_{i_2}((j-1)T) - (k-1) e^{-rTj} M_{i_2}(jT)]] + \sum_{m=1}^2 [c_{1m} D [\sum_{j=1}^{n-1} E \left[\frac{e^{-R_m(j-1)T} (1 - e^{-R_m k T} (k T R_m + 1))}{R_m^2} \right]] + E \left[\frac{e^{-R_m(n-1)T} (1 - e^{-R_m T} (T R_m + 1))}{R_m^2} \right]]]$$

جدول (۲): تاثیر تغییرات پارامترهای مدل بر n ، k و مقدار بهینه ارزش انتظاری هزینه ها

		-۹۰	-۵۰	-۲۰	۰	۲۰	۵۰	۱۰۰
μ_1	n	۴۷	۴۵	۴۴	۴۳	۴۲	۴۰	۳۸
	k	۰/۵۳۵۳۱۲	۰/۵۰۰۶۹۶	۰/۵۱۱۵۱۱	۰/۵۱۹۶۲۷	۰/۵۷۷۸۵۹	۰/۵۹۱۳۷۰	۰/۶۱۱۶۵۰
	ETVC	۴۴۹۲۱	۴۵۲۶۵	۴۵۵۶۱	۴۵۷۷۸/۶۵	۴۶۰۱۳	۴۶۴۰۵	۴۷۱۸۰
μ_2	n	۳۷	۳۹	۴۱	۴۳	۴۴	۴۸	۵۰
	k	۰/۵۹۸۱۱۹	۰/۵۸۷۳۷۸	۰/۵۷۷۷۶۳	۰/۵۶۹۶۲۷	۰/۵۶۳۳۷۲	۰/۵۴۷۴۸۱	۰/۵۱۷۴۱۰
	ETVC	۲۸۴۹۱	۳۴۵۹۱	۴۰۷۱۲	۴۵۷۷۸/۶۵	۵۱۸۴۲	۶۳۳۲۵	۹۱۵۹۵
σ_1	n	۴۳	۴۳	۴۳	۴۳	۴۳	۴۳	۴۱
	k	۰/۵۶۹۶۲۷	۰/۵۶۹۶۲۷	۰/۵۶۹۶۲۷	۰/۵۶۹۶۲۷	۰/۵۷۱۷۳۰	۰/۵۷۱۷۳۰	۰/۵۷۳۸۳۴
	ETVC	۴۵۷۳۱	۴۵۷۴۲	۴۵۷۶۱	۴۵۷۷۸/۶۵	۴۵۷۹۹	۴۵۸۳۹	۴۵۹۲۰
σ_2	n	۴۳	۴۳	۴۳	۴۳	۴۳	۴۳	۴۲
	k	۰/۵۷۰۴۲۷	۰/۵۷۰۲۰۸	۰/۵۶۹۸۸۶	۰/۵۶۹۶۲۷	۰/۵۷۱۵۰۰	۰/۵۷۱۴۲۱	۰/۵۷۲۲۰۴
	ETVC	۴۳۶۸۹	۴۴۱۷۶	۴۴۹۹۳	۴۵۷۷۸/۶۵	۴۶۷۷۸	۴۸۷۴۶	۵۲۶۳۴
D	n	۱۳	۳۰	۳۸	۴۳	۴۷	۵۲	۶۱
	k	۰/۶۳۲۸۷۲	۰/۵۹۶۹۸۱	۰/۵۸۰۱۴۴	۰/۵۶۹۶۲۷	۰/۵۶۱۲۱۵	۰/۵۵۰۷۰۱	۰/۵۳۱۷۸۱
	ETVC	۵۶۹۷	۲۳۹۴۸	۳۷۱۰۵	۴۵۷۷۸/۶۵	۵۴۳۹۸	۶۷۲۵۶	۸۸۵۴۷
r	n	۴۱	۴۲	۴۲	۴۳	۴۳	۴۳	۴۳
	k	۰/۶۲۰۶۴۷	۰/۵۹۶۰۹۰	۰/۵۸۱۲۳۴	۰/۵۶۹۶۲۷	۰/۵۶۰۴۶۰	۰/۵۴۶۷۰۸	۰/۵۲۲۹۴۱
	ETVC	۱۲۰۴۰۸	۷۵۸۰۱	۵۵۴۴۸	۴۵۷۷۸/۶۵	۳۸۳۰۱	۳۰۰۳۱	۲۱۲۵۱
θ	n	۴۱	۴۲	۴۲	۴۳	۴۳	۴۴	۴۶
	k	۰/۶۵۸۶۲۲	۰/۶۲۰۰۹۹	۰/۵۹۱۱۴۱	۰/۵۶۹۶۲۷	۰/۵۴۹۷۰۶	۰/۵۱۶۴۹۲	۰/۴۵۷۴۰۷
	ETVC	۴۴۶۴۴	۴۵۱۶۰	۴۵۵۳۵	۴۵۷۷۸/۶۵	۴۶۰۱۶	۴۶۳۶۱	۴۶۹۰۱
H	n	۴	۲۰	۳۳	۴۳	۵۲	۶۷	۹۹
	k	۰/۶۶۹۱۳۲	۰/۶۲۹۳۱۴	۰/۵۹۵۹۱۳	۰/۵۶۹۶۲۷	۰/۵۴۴۰۲۷	۰/۴۹۸۸۵۴	۰/۳۹۱۴۷۱
	ETVC	۵۶۴۶	۲۵۳۲۸	۳۷۹۹۸	۴۵۷۷۸/۶۵	۵۳۱۸۴	۶۳۸۴۶	۸۱۲۴۹
p	n	۴۱	۴۲	۴۲	۴۳	۴۳	۴۴	۴۶
	k	۰/۶۶۷۴۹۳	۰/۶۲۴۶۶۹	۰/۵۹۲۸۶۴	۰/۵۶۹۶۲۷	۰/۵۴۸۱۳۳	۰/۵۱۲۸۵۷	۰/۴۵۰۲۰۰
	ETVC	۸۹۸۲	۲۵۳۶۱	۳۷۶۱۸	۴۵۷۷۸/۶۵	۵۳۹۲۷	۶۶۱۳۲	۸۶۴۲۰
A	n	۱۶۰	۶۱	۴۸	۴۳	۳۹	۳۵	۳۰
	k	۰/۳۲۳۷۴۰	۰/۵۳۱۷۸۱	۰/۵۵۹۱۱۲	۰/۵۶۹۶۲۷	۰/۵۷۸۰۴۱	۰/۵۸۶۴۵۷	۰/۵۹۶۹۸۱
	ETVC	۴۲۱۵۷	۴۴۲۷۳	۴۵۲۳۷	۴۵۷۷۸/۶۵	۴۶۳۶۶	۴۶۹۲۷	۴۷۸۹۶
c_{11}	n	۳۹	۴۱	۴۲	۴۳	۴۳	۴۴	۴۶
	k	۰/۶۲۸۴۱۸	۰/۶۰۰۵۸۷	۰/۵۸۲۱۰۲	۰/۵۶۹۶۲۷	۰/۵۵۹۶۵۳	۰/۵۴۳۳۱۴	۰/۵۱۷۳۱۷
	ETVC	۴۵۴۴۹	۴۵۶۰۷	۴۵۷۱۲	۴۵۷۷۸/۶۵	۴۵۸۴۰	۴۵۹۲۶	۴۶۰۵۷
c_{12}	n	۳۰	۳۷	۴۰	۴۳	۴۴	۴۷	۴۹
	k	۰/۷۵۳۱۱۰	۰/۶۵۸۰۲۲	۰/۶۰۲۷۴۲	۰/۵۶۹۶۲۷	۰/۵۴۲۵۴۰	۰/۵۰۲۳۷۷	۰/۴۵۲۷۷۸
	ETVC	۴۴۶۲۴	۴۵۳۶۵	۴۵۵۹۸	۴۵۷۷۸/۶۵	۴۵۹۳۳	۴۶۱۳۱	۴۶۳۹۲
c_{21}	n	۳۸	۴۱	۴۲	۴۳	۴۳	۴۴	۴۵
	k	۰/۳۹۲۵۹۹	۰/۴۸۵۷۰۶	۰/۵۴۰۲۳۳	۰/۵۶۹۶۲۷	۰/۵۹۷۲۰۶	۰/۶۳۰۷۱۷	۰/۶۷۶۱۹۸
	ETVC	۴۴۸۹۱	۴۵۳۷۵	۴۵۶۳۶	۴۵۷۷۸/۶۵	۴۵۹۰۱	۴۶۰۵۷	۴۶۳۶۱
c_{22}	n	۳۸	۴۱	۴۲	۴۳	۴۳	۴۴	۴۵
	k	۰/۴۰۲۸۶۵	۰/۴۸۹۵۸۰	۰/۵۴۱۴۴۲	۰/۵۶۹۶۲۷	۰/۵۹۶۳۰۱	۰/۶۲۸۸۴۷	۰/۶۷۳۳۸۲
	ETVC	۴۴۹۳۸	۴۵۳۹۱	۴۵۶۴۱	۴۵۷۷۸/۶۵	۴۵۸۹۷	۴۶۰۴۹	۴۶۲۵۰



۸- نتیجه گیری

معمولا در سیستم های موجودی تورمی، نرخ های تورم در طول افق زمانی کاملا ثابت و شناخته شده در نظر گرفته می شوند. عوامل اقتصادی متفاوتی وجود دارد که بر نرخ تورم تأثیر می گذارد؛ از جمله به: افزایش سطح تقاضا در جامعه، افزایش هزینه های تولیدی، افزایش دستمزدها، افزایش هزینه ها و کسری بودجه دولت، نرخ ارز، نرخ بیکاری، نرخ بهره وری، شوک های عرضه، تغییرات تراز بازرگانی، تغییر مالیات های غیر مستقیم، نقدینگی و حجم پول در گردش، تأمین پول از سیستم بانکی و بانک مرکزی بوسیله دولت، افزایش در قیمت مواد خام وارداتی، نرخ بین المللی تورم، فشار تولید کنندگان و به خصوص انحصارها در افزایش سود، ادغام بنگاه های تولیدی و ایجاد سازمان های انحصاری، فزاینده بودن فرآیند تورمی، اثر ضد تورمی افزایش قیمت ها و ... می توان اشاره کرد.

عوامل یاد شده در زمره عوامل اقتصادی هستند، اما تورم به عوامل سیاسی، اجتماعی و فرهنگی نیز بستگی دارد. به دلیل تعدد عوامل تأثیر گذار، متغیر بودن این عوامل و وجود وابستگی میان آنها، در پیش بینی نرخ تورم بوسیله اقتصاددانان معمولا خطاهای قابل تاملی رخ می دهد. با افزایش میزان تورم، میزان عدم قطعیت آن نیز افزایش یافته و پیش بینی دقیق آن مشکل تر می شود. بنابراین فرض ثابت بودن نرخ تورم صحیح نیست؛ به ویژه اگر افق زمانی بلند مدت باشد. در این مقاله، نرخ های تورم احتمالی در نظر گرفته می شوند و مدل ارائه شده برای هر نوع تابع توزیع احتمال قابل حل است.

این مدل، برخی مشخصه های واقعی اقلام یک سیستم موجودی را در نظر می گیرد: نخست، فساد کالا در طول زمان؛ که مشخصه طبیعی بسیاری از اقلام نظیر مواد غذایی، سبزیجات، خون انسان، فیلم عکاسی، الکل، گازوئیل، رادیواکتیو و ... است. دوم، وقوع کمبود؛ به عنوان پدیده ای که معمولا در عمل رخ می دهد. برای حل مسأله از خواص ارزش انتظاری و تابع مولد گشتاور استفاده شده است. از مثال های عددی و تجزیه و تحلیل حساسیت به منظور تشریح نتایج تئوریک استفاده شده است. نتایج تجزیه و تحلیل حساسیت نشان می دهد زمانی که میانگین نرخ تورم داخلی افزایش می یابد تعداد سفارش ها (n) کاهش و k افزایش می یابد. برعکس، با افزایش میانگین نرخ تورم خارجی، n افزایش و k کاهش می یابد. ارزش انتظاری هزینه های سیستم موجودی (ETVC)

با افزایش μ_1 و μ_2 افزایش می یابد؛ اما نسبت به تغییرات μ_2 حساسیت قابل ملاحظه ای دارد. علت این امر آن است که هزینه های خرید که در مثال مورد بررسی، بخش قابل ملاحظه ای از کل هزینه های سیستم موجودی را به خود اختصاص می دهد، تنها با نرخ تورم خارجی افزایش می یابد (در نقطه بهینه مجموع هزینه ها $40778/60$ واحد پولی است که $40769/81$ از این مقدار به هزینه های خرید و $5008/84$ باقی مانده به هزینه های سفارش، نگهداری و کمبود اختصاص دارد). به عبارت دیگر، مجموع هزینه ها رفتاری مشابه با هزینه خرید از خود بروز داده و نسبت به تغییرات نرخ تورم خارجی حساس تر عمل می کند.

نتایج به دست آمده همچنین نشان می دهد که مدل نسبت به افزایش عدم قطعیت نرخ های تورم حساس است. با افزایش این عدم قطعیت، مدیر سیستم موجودی می بایست تعداد دفعات سفارش دهی را کاهش داده و یا به عبارت دیگر، مقدار سفارش را افزایش دهد. در این حالت اگر نرخ واقعی تورم بالا باشد، با خرید بیشتر، زیان ناشی از افزایش هزینه ها کاهش می یابد. در پایان چهار حالت ویژه بحث شده و جواب های بهینه در این حالات با جواب مدل اصلی مقایسه شده است. نتایج حاصل از بررسی حالات ویژه نشان می دهد، تعداد دوره های سفارش دهی در شرایطی که کمبود مجاز نباشد افزایش می یابد. همچنین در صورتی که کالا فاسد شدنی نباشد تعداد دوره های سفارش دهی اندکی کاهش می یابد.

۹- ضمائم

فهرست علائم

A:	هزینه های سفارش کالا در شروع افق زمانی
c_{1m} :	هزینه نگهداری داخلی (برای $m=1$) و خارجی (برای $m=2$) هر واحد کالا در واحد زمان در شروع افق زمانی
c_{2m} :	هزینه کمبود داخلی (برای $m=1$) و خارجی (برای $m=2$) هر واحد کالا در واحد زمان در شروع افق زمانی
D:	نرخ تقاضای کالا در واحد زمان
ECH_{jm} :	ارزش انتظاری ارزش فعلی هزینه های داخلی (برای $m=1$) و هزینه های خارجی (برای $m=2$) نگهداری مربوط به دوره j

$M_{im}(Y)$:	تابع مولد گشتاور نرخ های تورم
n :	تعداد دوره های سفارش دهی در طول افق زمانی
p :	هزینه خرید هر واحد کالا در زمان صفر
r :	نرخ بهره
R_m :	نرخ بهره خالص از تورم: $R_m = r - I_m$
T :	طول هر دوره سفارش دهی (و یا فاصله زمانی مابین دو سفارش متوالی)

فهرست علائم یونانی

I_m :	میانگین نرخ تورم داخلی (برای $m=1$) و نرخ تورم خارجی (برای $m=2$)
θ :	ضریب فساد موجودی در دست در واحد زمان ($0 < \theta < 1$)
σ_m :	انحراف معیار نرخ تورم داخلی (برای $m=1$) و نرخ تورم خارجی (برای $m=2$)

ECP_j :	ارزش انتظاری ارزش فعلی هزینه های خرید مربوط به دوره j
ECR_j :	ارزش انتظاری ارزش فعلی هزینه های سفارش مربوط به دوره j
ECS_{jm} :	ارزش انتظاری ارزش فعلی هزینه های داخلی (برای $m=1$) و هزینه های خارجی (برای $m=2$) کمبود مربوط به دوره j
$ETVC(n,k)$:	ارزش انتظاری ارزش فعلی کل هزینه های سیستم موجودی که تابعی است از: n و k
$f(i_m)$:	تابع چگالی احتمال i_m
H :	طول افق زمانی
i_m :	نرخ تورم داخلی (برای $m=1$) و نرخ تورم خارجی (برای $m=2$)
I_t :	سطح موجودی در لحظه t
k :	کسری از دوره سفارش دهی که در آن لحظه سطح موجودی به صفر می رسد

۱- مراجع

- Hou, K. L.; Lin, L. C.; "Optimal Inventory Model with Stock-Dependent Selling Rate under Maximal Total Present Value of Profits", Proceeding of the Fourth IASTED International Conference on Modeling, Simulation, and Optimization, p.p. 7-12, 2004. [۹]
- Kanet, J. J.; Miles, J. A.; "Economic order quantities and inflation", International Journal of Production Research, vol. 23, p.p. 597-608, 1985. [۱۰]
- Liao, H. C.; Chen, Y. K.; "Optimal payment time for retailer's inventory system", International Journal of Systems Science, vol. 34, p.p. 245-253, 2003. [۱۱]
- Mirzazadeh, A.; Sarfaraz, A. R.; "Constrained multiple items optimal order policy under stochastic inflationary conditions", Proceeding of the 2nd annual international conference on industrial engineering application and practice, vol. 1, p.p. 725-730, 1997. [۱۲]
- Misra, R. B.; "A note on optimal inventory management under inflation", Naval Research Logistics Quarterly, vol. 26, p.p. 161-165, 1979. [۲۱]
- Moon, I.; Giri, B. C.; Ko, B.; "Economic Order Quantity Models for Ameliorating/Deteriorating Items under Inflation and Time Discounting", European Journal of Operational Research, vol. 162, p.p. 773-785, 2005. [۱۴]
- Moon, I.; Lee, S.; "The effects of inflation and time-value of money on an economic order quantity model with a random product life cycle", European Journal of Operational Research, vol. 125, p.p. 588-601, 2000. [۱۵]
- Sarker, B. R.; Jamal, A. M. M.; Wang, S.; "Supply chain models for perishable products under inflation and permissible delay in payments", Computers and Operations Research, vol. 27, p.p. 59-75, 2000. [۱۶]
- Balkhi, Z. T.; "On the Optimality of Inventory Models with Deteriorating Items for Demand and On-Hand Inventory Dependent Production Rate", IMA Journal Management Mathematics, vol. 15, p.p. 67-86, 2004. [۱]
- Balkhi, Z. T.; "An Optimal Solution of a General Lot Size Inventory Model with Deteriorated and Imperfect Products, Taking into Account Inflation and Time Value of Money", International Journal of Systems Science, vol. 35, p.p. 87-96, 2004. [۲]
- Buzacott, J., A.; "Economic Order quantities with inflation", Operational Research Quarterly, vol. 26, p.p. 553-558, 1975. [۳]
- Chang, C. T.; "An EOQ model with deteriorating items under inflation when supplier credits linked to order quantity", International Journal of Production Economics, vol. 88, p.p. 307-316, 2004. [۴]
- Datta, T.K.; Pal, A.K.; "Effects of inflation and time-value of money on an inventory model with linear time-dependent demand rate and shortages", European Journal of operational Research, vol. 52, p.p. 326-333, 1991. [۵]
- Goal, S.; Gupta, Y. P.; Bector, C. R.; "Impact of inflation on economic quantity discount schedules to increase vendor profits", International Journal of System Science, vol. 22, p.p. 197-207, 1991. [۶]
- Goyal, S. K.; Giri, B. C.; "Recent trends in modeling of deteriorating inventory", European Journal of Operational Research, vol. 134, p.p. 1-16, 2001. [۷]
- Horowitz, I.; "EOQ and inflation uncertainty", International Journal of Production Economics, vol. 65, p.p. 217-224, 2000. [۸]

of money", Computers and Operations Research, vol. 26, p.p. 545-558, 1999.

Yang, L. H.; "Two-warehouse inventory models for deteriorating items with shortages under inflation", European Journal of Operational Research, vol. 157, p.p. 344-356, 2004.

Yang, H. L.; Teng, J. T.; Chern, M. S.; "Deterministic inventory lot-size models under inflation with shortages and deterioration for fluctuating demand", Naval Research Logistics, vol. 48, p.p. 144-158, 2001.

Sarker, B. R.; Pan, H.; "Effects of inflation and the time-value of money on order quantity and allowable shortage", International Journal of Production Economics, vol. 34, p.p. 65-72, 1994. [۱۷]

Su, C. T.; Tong, L. I.; Liao, H. C.; "An inventory model under inflation for stock dependent demand rate and exponential decay", Operations Research, vol. 33, p.p. 71-82, 1996. [۱۸]

Van Hees, R. N.; Monhemius, W.; *Production and inventory control: theory and practice*, Barnes and Noble, 1972. [۱۹]

Vrat, P.; Padmanabhan, G.; "An inventory model under inflation for stock dependent consumption rate items", Engineering Costs and Production Economics, vol. 19, p.p. 379-383, 1990. [۲۰]

Wee, H. M.; Law, S. T.; "Economic production lot size for deteriorating items taking account of the time value [۲۱]

زیر نویس ها

^۱J. A. Buzacott

^۲R. B. Misra

^۳P. Vrat and G. Padmanabhan

^۴T. K. Datta and A. K. Pal

^۵S. Goal, Y. P. Gupta and C. R. Bector

^۶Economic Quantity Discount

^۷B. R. Sarker and H. Pan

^۸I. Moon and S. Lee

^۹H. L. Yang, J. T. Teng and M. S. Chern

^{۱۰}S. K. Goyal and B. C. Giri

^{۱۱}C. T. Su, L. I. Tong and H. C. Liao

^{۱۲}H. M. Wee and S. T. Law

^{۱۳}B. R. Sarker

^{۱۴}H. C. Liao and Y. K. Chen

^{۱۵}C. T. Chang

^{۱۶}L. H. Yang

^{۱۷}Balkhi, Z. T.

^{۱۸}Hou, K. L. and L. C. Lin

^{۱۹}Moon, I., B. C. Giri and B. Ko

^{۲۰}I. Horowitz

^{۲۱}Annual Method

^{۲۲}A. Mirzazadeh and A. R. Sarfaraz

^{۲۳}Lead Time

^{۲۴}R. N. Van Hees and W. Monhemius

^{۲۵}J. J. Kanet and J. A. Miles

^{۲۶}Chi-Square Test

^{۲۷}Kolmogorov-Smirnov Test

